Mednarodna fizikalna olimpiada v Sigtuni (Bojan Golli) . . . . . 183—186
Oris dosedanjih fizikalnih olimpiad (Bojan Golli) . . . . . 187—188
Pustite vsako upanje — pozdravna pesem z brucovanja 1984 (Jurij Kovič) 189
16. seminar iz fizike: Osnovni delci — vabilo (Nada Razpet) 190

Obvestila

Obzornik za matematiko in fiziko v letu 1984 (Gabrijel Tomšič) 26
Obvestilo naročnikom Obzornika (Ciril Velkovrh) 79
Navodilo avtorjem za pripravo rokopisa (Ciril Velkovrh) 93

Nove knjige

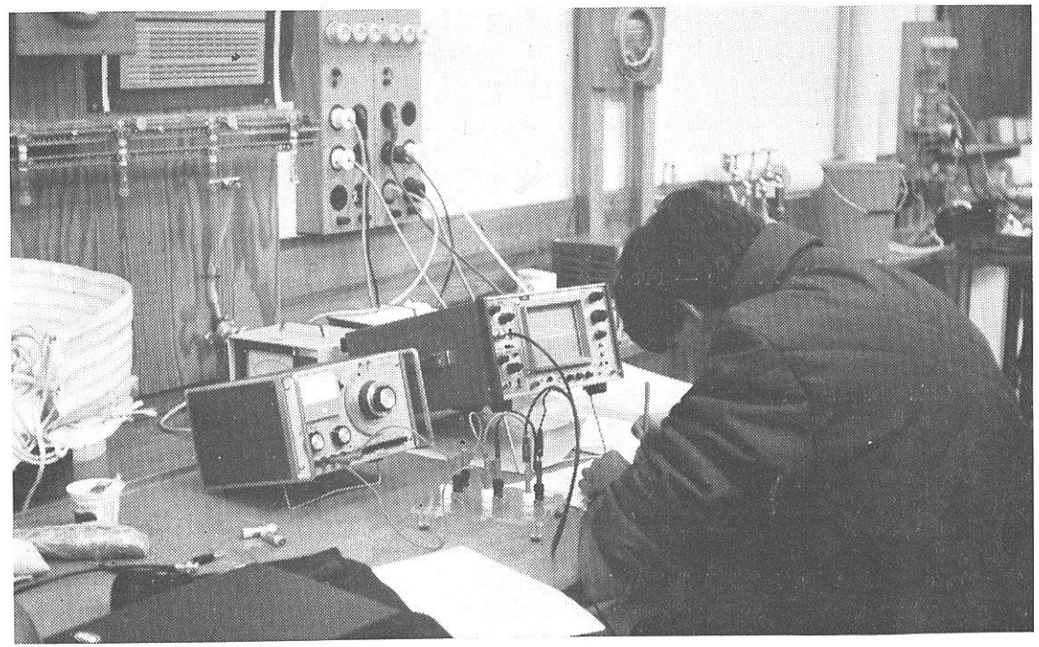
Chaos and order in nature : Proc. (Slobodan Žumer) 12
Marković J., Neuspeh u nastavi matematike od 1. do 4. razreda osnovne škole, uzorci i suzbijanja (Terezija Uran) 14
Dadić Ž., Razvoj matematike. Ideje in metode egzaktnih znanosti u njihovom povijesnom razvoju (Niko Prijatelj) 17
Hladnik M., Naloge in problemi iz matematične analize, 1. del Množice in števila (Niko Prijatelj) 17
Golli B., Žitnik J., Rešene naloge iz fizike z republiških tekmovanj, 2. del (Janez Strnad) 23
Strnad J., Fizika za družboslovno usmeritev (Norma Mankoč-Boštnik) . 29
Reinhart B. L., Differential geometry of foliation (Jože Vrabec) 30
Arnold V. I., Geometrical methods in the theory of ordinary differential equations (Jože Vrabec) 30
Fried E., Abstract algebra. Eine elementare Einfuhrung (Bojan Magajna) 30
Ludwig G., Foundations of quantum mechanics. Vol. 1. (Janez Strnad) . 31
Rees E. G., Notes on geometry (Ivan Pucelj) 31
Ohnuki Y., Kamefuchi S., Quantum field theory and parastatistics (Peter Gosar) 31
Hormander L., The analysis of linear partial differential operators. Vol. 1. and 2. (Anton Suhadolc) 32
Javor P., Uvod u matematičku analizu (Gabrijel Tomšič) III
Prejeli smo v oceno III
Publikacije DMFA SRS (Ciril Velkovrh) III
Publikacije DMFA SRS v letu 1983 (Ciril Velkovrh) . . . . . III—IV
Mizori-Oblak P., Matematika, 1. in 2. del (Peter Petek) 94
Savelov A. A., Ravninske krivulje (Ivan Pucelj) 95
Brieskorn E., Knorer H., Ebene algebraische Kurven (Ivan Pucelj) . . . 95
Gallavotti G., The elements of mechanics (Andrej Čadež) 95
Giaquinta M., Multiple integrals in the calculus of variations and nonlinear elliptic systems (Anton Suhadolc) 96
Epstein L. C., Relativity visualized. (Janez Strnad) . . . . . XI—XII
Alexits G., Approximation theory (Zvonimir Bohte) XII
Kozak J., Podatkovne strukture in algoritmi (Tomaž Pisanski) XII
Perry P. A. Scattering theory by the Enss method. Mathematical reports. Vol. 1. Part 1. (Anton Suhadolc) 126
Arih L., Indihar S., Kavkler I., Matematika za ekonomiste (Jože Andrej Čibej) 127
Lovric A., Pascal (Bojan Mohar) . . . . . 127—128
Suhadolc A., Nekorektni problemi (Edvard Kramar) 128
Revije, ki smo jih v letu 1983 prejeli v zameno za Presek in Obzornik za matematiko in fiziko (Ciril Velkovrh) . . . . . XV—XVI
Seminar on minimal submanifolds (Franc Forstnerič) 142
Evolution of order and chaos in physics, chemistry and biology (Peter Prelovšek) 142
Šporer Z., Oh, ta matematika (Janez Rakovec) 149
Wheaton B. R., The tiger and the shark. Empiric roots of waveparticle dualism (Janez Strnad) 166
Topics in transcendenthal algebraic geometry (Jože Vrabec) 174
Combinatorial set theory: Partition relations for cardinals (Tomaž Pisanski) 191
Reissig W., Klenke J., Anwendung mathematischer Methoden in der Landwirtschaft (Matjaž Omladič) 191
Statistics and probability: Proc. (Matjaž Omladič) . . . . . 191—192
Gardiner C. W., Handbook of stochastic methods for physics (Matjaž Omladič) 192

IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SR SLOVENIJE

YU ISSN 0473-7466

1984
Letnik 31
5/6

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO



OBZORNIK MAT. FIZ. LJUBLJANA • LETNIK 31 • ŠT. 5/6 • STR. 129—192 • LETO 1984

RUSSELLOVA ANTINOMIJA

IZIDOR HAFNER

Math. Subj. Class. (1980): 03 A 05, 03 E 30

Prispevek obravnava eno od možnosti za izognitev Russellovi antinomiji.

RUSSELL'S ANTINOMY

In the article one possibility to bypass Russell's antinomy is analized.

Ena možnih izpeljav Russellove antinomije poteka takole:
Najprej definiramo množico $\mathscr{M}$ z definicijo

$$\mathscr{X} = \mathscr{M} \Leftrightarrow (\forall \mathscr{Y})\,(\mathscr{Y} \in \mathscr{X} \Leftrightarrow \mathscr{Y} \notin \mathscr{Y})$$

Če v zgornji definiciji za »$\mathscr{X}$« vstavimo »$\mathscr{M}$«, dobimo:

$$\mathscr{M} = \mathscr{M} \Leftrightarrow (\forall \mathscr{Y})\,(\mathscr{Y} \in \mathscr{M} \Leftrightarrow \mathscr{Y} \notin \mathscr{Y})$$

Potem ko upoštevamo, da velja $\mathscr{M} = \mathscr{M}$, dobimo

$$(\forall \mathscr{Y})\,(\mathscr{Y} \in \mathscr{M} \Leftrightarrow \mathscr{Y} \notin \mathscr{Y})$$

Od tod izhaja

$$\mathscr{M} \in \mathscr{M} \Leftrightarrow \mathscr{M} \notin \mathscr{M}$$

kar je protislovje oblike $p \Leftrightarrow \neg\, p$, saj je $\mathscr{A} \notin \mathscr{B}$ okrajšava za $\neg\, \mathscr{A} \in \mathscr{B}$. Pri tej izpeljavi smo se omejili na primer, ko pogovorno področje tvorijo samo množice.

Seveda mora vsak uporaben sistem preprečiti izpeljavo protislovja. Ena možnost je, da oporekamo uporabljenim pravilom sklepanja (npr., da iz $(\forall \mathscr{Y})\,\mathbf{A}\,(\mathscr{Y})$ sledi $\mathbf{A}(\mathscr{M})$) ali izjavi $\mathscr{M} = \mathscr{M}$. Toda v tem primeru se ne držimo standardnega pomena logičnih znakov $(\forall, \exists, =, \ldots)$.

Druga možnost je, da s samo definicijo nekaj ni v redu. To pomeni, da moramo prepovedati definicije *določenih oblik*. Seveda pa tu nastopijo težave, saj je z definicijo prazne množice

$$\mathscr{X} = \emptyset \Leftrightarrow (\forall \mathscr{Y})\,(\mathscr{Y} \notin \mathscr{X})$$

ki je po obliko podobna definiciji množice $\mathscr{M}$, vse v redu.

Tretja možnost je, da definicijo lahko vpeljemo le, če so izpolnjeni določeni pogoji v obliki že dokazanih izrekov. V tem prispevku bomo analizirali ravno to pot.

Vzemimo, da teorijo množic razvijamo v jeziku prvega reda z enakostjo. To pomeni, da znak enakosti spada v osnovno logično teorijo. Edini osnovni izvenlogični znak je $\in$, za individualne spremenljivke pa vzemimo črke

$$\mathscr{A}, \mathscr{B}, \mathscr{C}, \ldots, \mathscr{X}, \mathscr{Y}, \ldots$$

(katerih zaloga vrednosti so množice).

Predpostavimo, da teorijo razvijamo v jeziku prvega reda z enakostjo in da vpeljujemo nov n-mestni funkcijski znak $\mathbf{f}$ (v primeru $n = 0$ je to individualna konstanta) z definicijo oblike

$$y = \mathbf{f}x_1 \ldots x_n \Leftrightarrow \mathbf{D} \tag{1}$$

Pogoj zanjo sta izrek o eksistenci

$$(\exists\, y)\,\mathbf{D} \tag{2}$$

in izrek o enoličnosti

$$\mathbf{D} \wedge \mathbf{D}_y[y'] \Rightarrow y = y'^{*} \tag{3}$$

Oba pogoja skupaj zapišemo

$$(\mathrm{E}!y)\,\mathbf{D} \tag{4}$$

Seveda pa moramo izrek (4) dokazati, preden zapišemo definicijo oblike (1). Odgovor na vprašanje, kakšnim dodatnim pogojem mora ustrezati formula $\mathbf{D}$, in pojasnila o rabi oznak bo bralec našel v članku Jezik prvega reda z enakostjo, Obzornik **28** (1981) 1, str. 24—32.

Pogoj (4) moramo jasno ločiti od izreka

$$(\mathrm{E}!y)\,(y = \mathbf{f}x_1 \ldots x_n) \tag{5}$$

ki je sila trivialen, o čemer se prepričamo z naslednjim dokazom

$\mathbf{f}x_1 \ldots x_n = \mathbf{f}x_1 \ldots x_n$	(sledi iz $x = x$)
$(\exists\, y)\,(y = \mathbf{f}x_1 \ldots x_n)$	(sledi iz prejšnje vrstice, saj lahko za y vzamemo kar $\mathbf{f}x_1\ x_2 \ldots x_n$)

Enoličnost dokažemo takole

$y = \mathbf{f}x_1 \ldots x_n$	(predpostavka pogojnega sklepanja)
$y' = \mathbf{f}x_1 \ldots x_n$	(predpostavka pogojnega sklepanja)
$y = y'$	(sledi iz prejšnjih dveh vrstic)

Prav tako enostavno pa iz definicije sledi tudi izrek (4)

$$(\mathrm{E}!y)\mathbf{D} \qquad (\text{saj je } (\mathrm{E}!y)\,\mathbf{D} \Leftrightarrow (\mathrm{E}!y)\,(y = \mathbf{f}x_1 \ldots x_n))$$

Toda ta dokaz je brezpredmeten, saj moramo izrek (4) dokazati pred vpeljavo definicije (1).

Torej moramo, preden lahko zapišemo definicijo množice $\mathscr{M}$, dokazati izrek

$$(\mathrm{E}!\,\mathscr{X})\,(\forall \mathscr{Y})\,(\mathscr{Y} \in \mathscr{X} \Leftrightarrow \mathscr{Y} \notin \mathscr{Y})$$

Izpeljava Russellove antinomije ni mogoča, dokler ne dokažemo tega izreka. Aksiome teorije množic pa moramo izbrati tako, da kaj takega ne bo mogoče.

---

* V formuli $\mathbf{D}$ ne nastopa prosto nobena spremenljivka razen spremenljivk $x_1, \ldots, x_n, y$. Oznaka $\mathbf{D}_y\,[y']$ pomeni formulo, ki smo jo dobili iz formule $\mathbf{D}$, ko smo zamenjali vsa prosta nastopanja spremenljivke y s spremenljivko y', ki ne nastopa v $\mathbf{D}$.

Pogoj za vpeljavo definicije prazne množice

$$\mathscr{X} = \emptyset \Leftrightarrow (\forall \mathscr{Y})\,(\mathscr{Y} \notin \mathscr{X})$$

je dokazan izrek

$$(\mathrm{E}!\,\mathscr{X})\,(\forall \mathscr{Y})\,(\mathscr{Y} \notin \mathscr{X})$$

Pogoja za vpeljavo definicije para in unije sta

$$(\mathrm{E}!\,\mathscr{V})\,(\forall \mathscr{Y})\,(\mathscr{Y} \in \mathscr{V} \Leftrightarrow \mathscr{Y} = \mathscr{A} \vee \mathscr{Y} = \mathscr{B})$$
$$(\mathrm{E}!\,\mathscr{X})\,(\forall \mathscr{Y})\,(\mathscr{Y} \in \mathscr{X} \Leftrightarrow \mathscr{Y} \in \mathscr{A} \vee \mathscr{Y} \in \mathscr{B}).$$

Ko smo dokazali ta dva izreka, lahko definiramo

$$\mathscr{V} = \{\mathscr{A}, \mathscr{B}\} \Leftrightarrow (\forall \mathscr{Y})\,(\mathscr{Y} \in \mathscr{V} \Leftrightarrow \mathscr{Y} = \mathscr{A} \vee \mathscr{Y} = \mathscr{B})$$
$$\mathscr{X} = \mathscr{A} \cup \mathscr{B} \Leftrightarrow (\forall \mathscr{Y})\,(\mathscr{Y} \in \mathscr{X} \Leftrightarrow \mathscr{Y} \in \mathscr{A} \vee \mathscr{Y} \in \mathscr{B})$$

Seveda moramo eksistenčni pogoj za unijo razlikovati od naslednje trivialne posledice definicije unije

$$(\mathrm{E}!\,\mathscr{X})\,(\mathscr{X} = \mathscr{A} \cup \mathscr{B})$$

V neformalni matematiki pogosto vpeljemo definicijo, preden dokažemo eksistenčni pogoj. V zvezi s tem se pojavlja problem, katere izreke lahko dokazujemo v zvezi z novo uvedenim pojmom, če še nismo dokazali eksistenčnega pogoja. Pogosto pa eksistence objektov v neformalni matematiki sploh ne dokazujemo. To še posebej velja za osnovne pojme algebre množic. Izreke, kot sta $\emptyset = \emptyset$ ali $\emptyset \subseteq \mathscr{X}$, dokažemo, ne da bi o eksistenci prazne množice dvomili. Strogo vzeto moramo te izreke vzeti kot pogojne izreke, brezpogojno pa veljajo šele, ko smo dokazali eksistenco ustreznega objekta. Tako na primer izrek $\emptyset \subseteq \mathscr{X}$ pove nekaj o prazni množici, če le-ta obstaja.

NOVE KNJIGE

ŠPORER Z., Oh, ta matematika, Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS, Ljubljana 1984, 224 str. Iz srbohrvaščine prevedel J. Moder (Presekova knjižnica ; 16).

Knjiga, posvečena vsem, ki nimajo radi matematike, želi bralcu pomagati, da spozna današnjo matematiko. Prijetna in duhovita razlaga je pisana v obliki pogovora, ki ga spremljajo domiselne pripombe in naloge ter številne poučne in tudi šaljive slike N. Dragića.

Prvo poglavje govori o množicah in operacijah med njimi, o preslikavah, ekvipolenci množic in kardinalnih številih. Sledi poglavje o naravnih številih, kjer po kratkem vpogledu v teorijo števil prodremo v svet neskončnega, nato spoznamo Peanove aksiome in aksiomatično metodo v matematiki sploh. Poglavje o logiki obravnava izjavni račun in zatem še predikate. Zadnje poglavje govori o sami matematiki, o postavljanju nalog, o paradoksih v teoriji množic, o matematičnih strukturah. Sledi še kviz iz matematike kot preizkus razumevanja matematičnih pojmov, na koncu pa so rešitve in odgovori k vsem nalogam oziroma vprašanjem.

Knjiga bo zelo koristila učencem višjih razredov osnovne šole pa tudi starejšim bralcem. S posrečeno izbranimi primeri jim bo dostopno razložila, za kaj gre pri posameznem pojmu ali trditvi; pomagala jim bo popraviti morebitne napake ali nejasnosti pri razumevanju matematike. Poklicnim matematikom pa avtor priporoča, naj pri svoji razlagi ne zaidejo v pretirano abstrakcijo in formalizem; kar je sicer jasno in precizno zanje, ni tudi za učenca-začetnika.

Janez Rakovec

DE BROGLIEJEVO VALOVANJE

JANEZ STRNAD

UDK 530.145.65

Šestdesetletnica de Brogliejevega doktorata ponuja priložnost za pogled na zavite poti, po katerih prihajajo fiziki do novih spoznanj. Članek razčleni de Brogliejevo začetno zamisel in nakaže njegovo pot do faznega valovanja, na osnovi katerega je Schrödinger zgradil valovno mehaniko. Nato poda današnji pregled na de Brogliejevo valovanje in opozori na razloček med njim in Schrödingerjevo valovno funkcijo. De Brogliejevo valovanje se pokaže kot prehoden korak, ki je bil, zgodovinsko gledano, nadvse pomemben, dandanes pa je pri pouku kvantne mehanike mogoče shajati brez njega.

THE DE BROGLIE WAVES

The sixtieth anniversary of de Broglie's thesis offers an opportunity to survey the strange pathways on which physicists acquire new knowledge. In the article the initial de Broglie's hypothesis is analysed and his way to phase waves, which were the basis for Schrödinger's wave mechanics, described. A contemporary view on de Broglie's waves is given and the distinction between these waves and Schrödinger's wave function emphasized. De Broglie's hypothesis is envisaged as a transitional step which, in historical perspective, was extremely important but which nowadays can be avoided in the teaching of quantum mechanics.

Svetlobni kvanti

Kvantna mehanika, ki je prinesla v pogled na svet velike spremembe, ni nastala v enem zamahu. Njeni začetki segajo k proučevanju sevanja. Max Planck leta 1900 ni mogel pojasniti spektra črnega telesa drugače kot tako, da je vpeljal energijske obroke: *oscilatorji* izmenjujejo s sevanjem energijo v *kvantih*, sorazmernih s frekvenco. Ni čisto nedvoumno, ali so mišljeni z oscilatorji atomi v steni votline ali v votlini, a vsekakor jih sestavljajo naelektreni delci. Albert Einstein je šel leta 1905 korak dalje in privzel, da je razdeljena na *svetlobne kvante*, »lokalizirane v točkah prostora«, energija samega elektromagnetnega valovanja. Planckove razlage tedaj fiziki niso sprejeli, še manj so sprejeli Einsteinovo zamisel. Kaže, da niso bili pripravljeni opustiti uspešne Maxwellove teorije elektromagnetnega polja, ki so jo osvojili komaj pred desetletjem ali dvema.

> Da je morda včasih s svojimi spekulacijami tudi zgrešil cilj, kot na primer z zamislijo o svetlobnih kvantih, mu ne smemo preveč zameriti, kajti tudi v najbolj eksaktnem naravoslovju se ni mogoče dokopati do resnične novosti, če si ne upamo tvegati.
>
> M. Planck v predlogu za izvolitev A. Einsteina v berlinsko Akademijo znanosti, 1913

Dalje je tekel razvoj preko Einsteinove razlage za specifično toploto trdnin (1907). Le-ta je naletela na boljši odziv, ker je zadevala snov, ne sevanje. To velja delno tudi za zamisel Nielsa Bohra, s katero je pojasnil valovno dolžino vodikovih spektralnih črt (1913). Robert Andrews Millikan spočetka sploh ni verjel v Einsteinovo zamisel. Moral pa jo je sprejeti, ko je pri fotoefektu