Spoštovani,

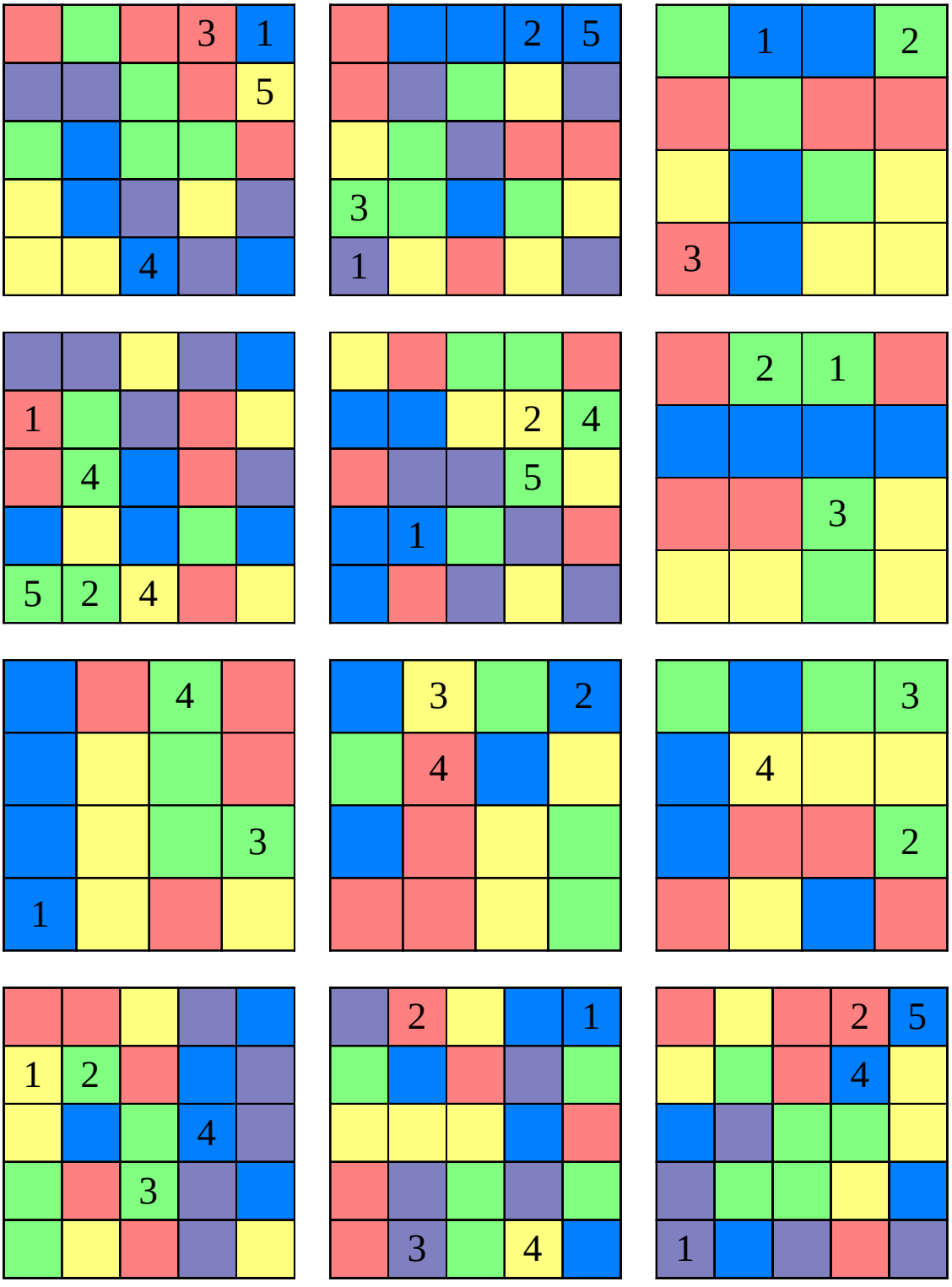
Prišli smo do 4. številke 31. letnika revije Logika in razvedrilna matematika. Tokrat vas opozarjamo na novo logično nalogo z izjavo, ki je oseba ne more najti.



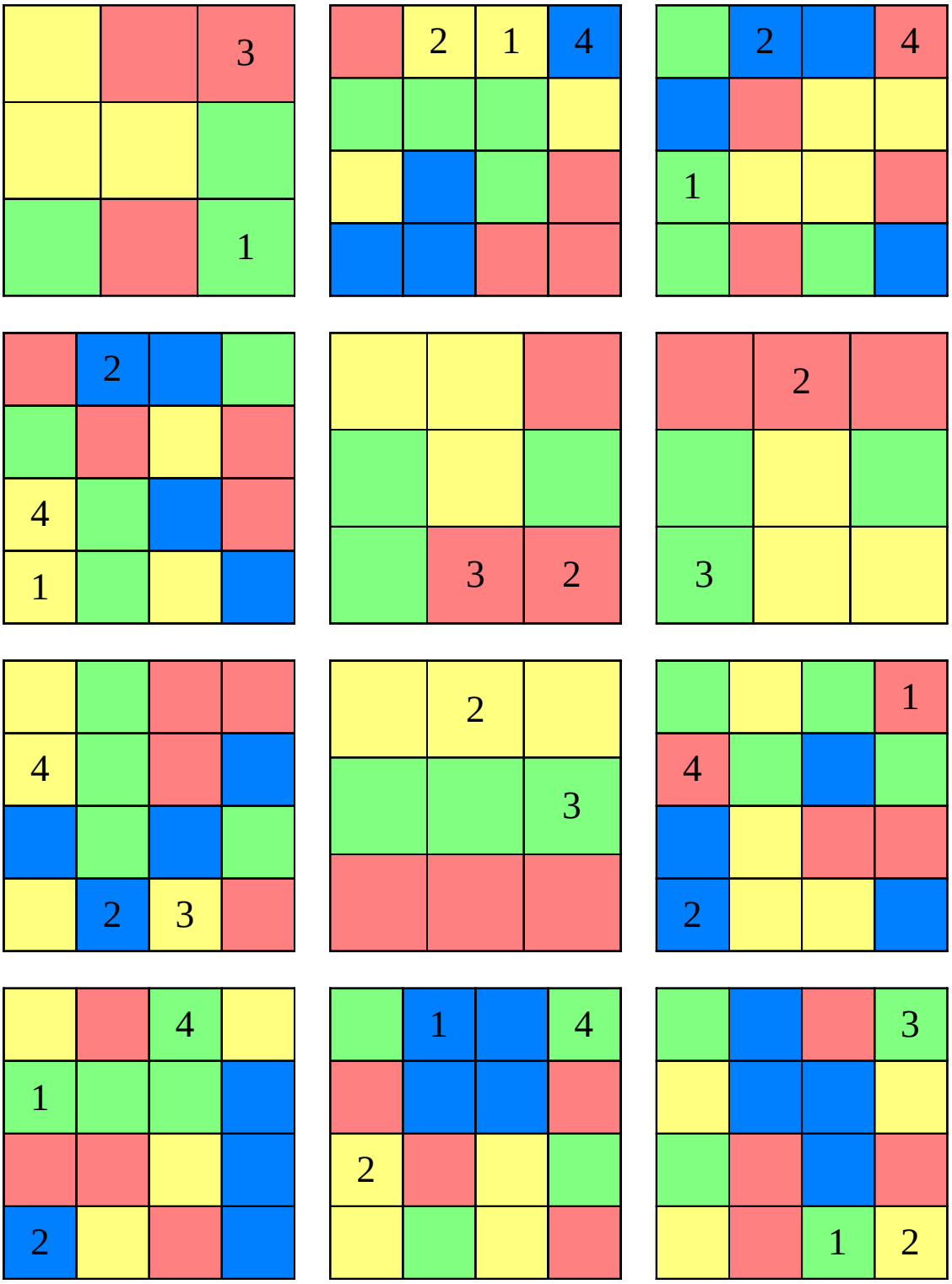
Barvni sudoku

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih iste barve nastopalo vseh n števil.

1.

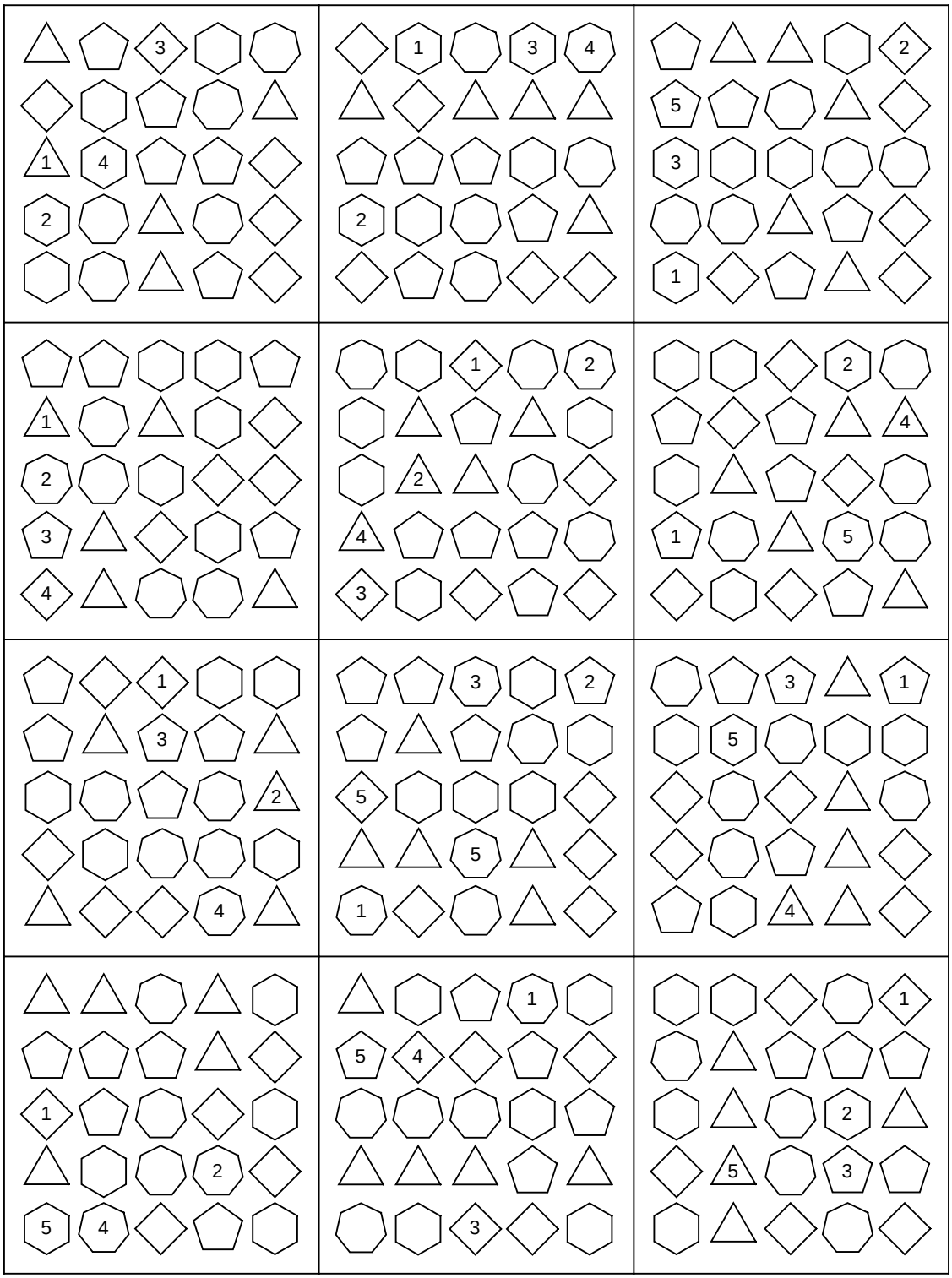


2.



Sudoku z večkotniki

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v skladnih večkotnikih nastopalo vseh n števil.



Latinski kvadrati

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetne številke 1, 2 … tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu nastopalo vseh n številk.

	B		
			C
B	D		

D				
	C			E
			E	A
A		B		

A	D			E
		A		
		D	B	
D				
				C

		A	B
C			
		B	

D			A
A		B	
		A	C

	C	B	
D			
C		A	

A			
		B	D
			B

			D
D			B
	A		

D			B	
C				B
				A
B		E	C	

D	B			
E				B
	D	A	E	
	A			

		D	C	
D	E			
			B	
				E
	B			

			C	A
C				
		E		B
			D	
E				

Sudoku s črkami

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih z isto črko nastopalo vseh n števil.

E	E 4	C 2	B 5	C
C	A	C 1	C	E
B	A	A	B	A
A	B	D	E	B
D	D	D	D	E

B	C	D 5	C 2	C
E 1	C	E	A	A
E 3	A	A	E	B
D	B	D	E	D
A	C	D	B	B

A	E 3	B	A	D 4
C 1	D	C	A	E
E 5	B	B	E	B
C	C	C	D	A
A	D	E	D	B

E	E 2	E 3	E	A 1
D	A	C	B	C
D	B	C	C	D
C	E	D	B	A
A 5	D	B	B	A

E	D	B	D	A
E 4	E	B	B	B
D 3	D	D	B	A
C 1	C	E	C	A
C 2	E	C	A	A

C	E	B	D	D 5
C	E	A	C	E
B 1	B	E	A	E
A 3	D	D	B	D
A 2	A	C	C	B

B	D	C	B	E
D	E	D	C	C
B	B	B	E	A 4
E 1	A	D	A	A
C	C 2	D	E 5	A

C	A	C	C	A
D	A	E	D	D
B	E	C	C	A 5
B 2	D	B	B	E 3
B 5	E 4	A	D	E

A	A	B	E	C
A 5	D	E	B	D
C	E	C	E	B 3
C	B	D	A	C
A	E 2	B 4	D	D

D	B 3	E	B	E
A 4	B	E	B	C
A 1	E	C	A	E
A 5	D	D	A	D
C	D	C	B	C

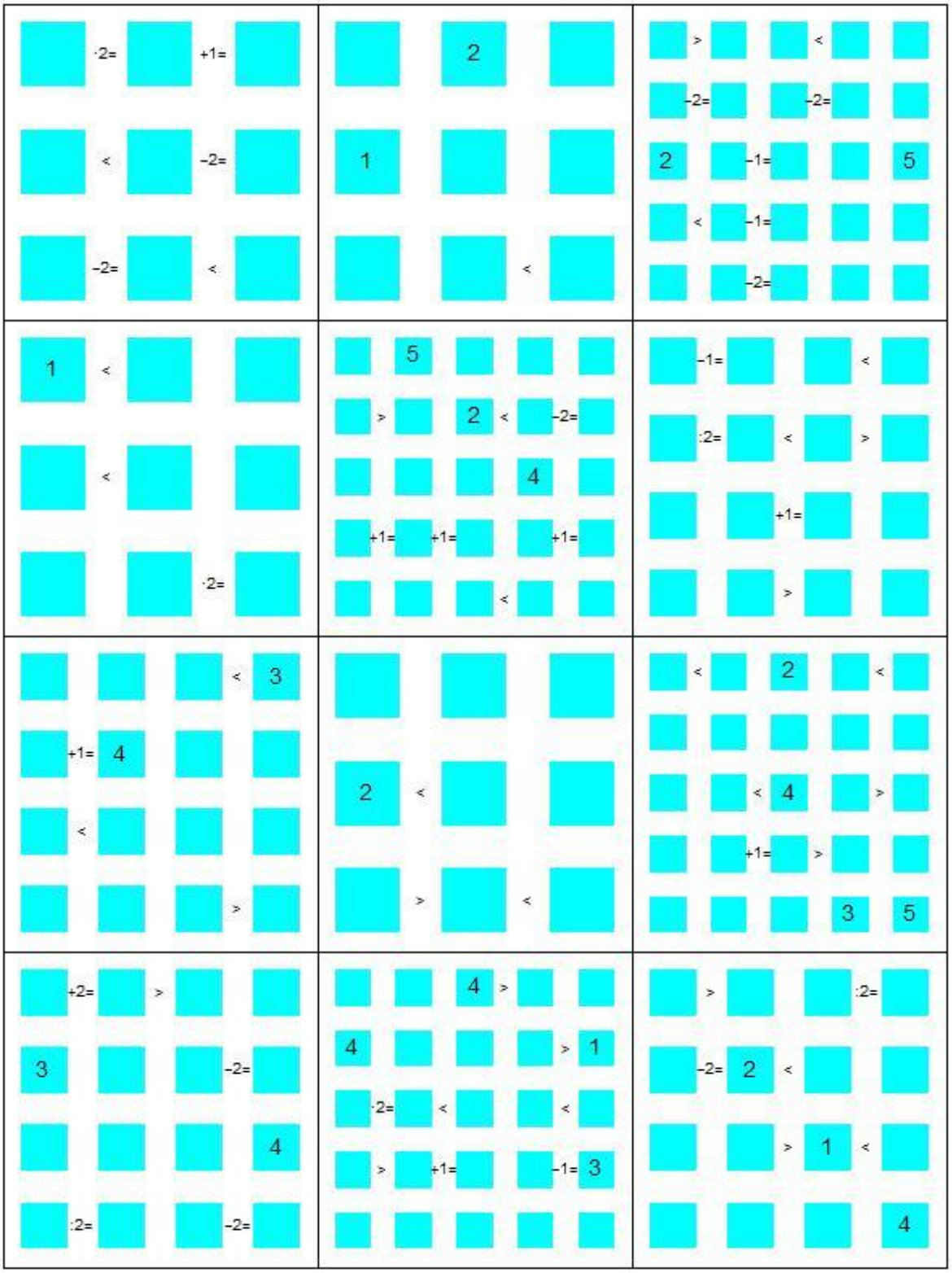
B	A 1	E	C	D 5
C	B	C	D	D
E 4	A	E	A	B
B	C	A	E	C
B 3	E	D	A	D

D	D	C 4	E	A 2
D	B 2	A	E	A
C 5	E	C	C	B
B 3	A	E	B	E
D	D	C	B	A

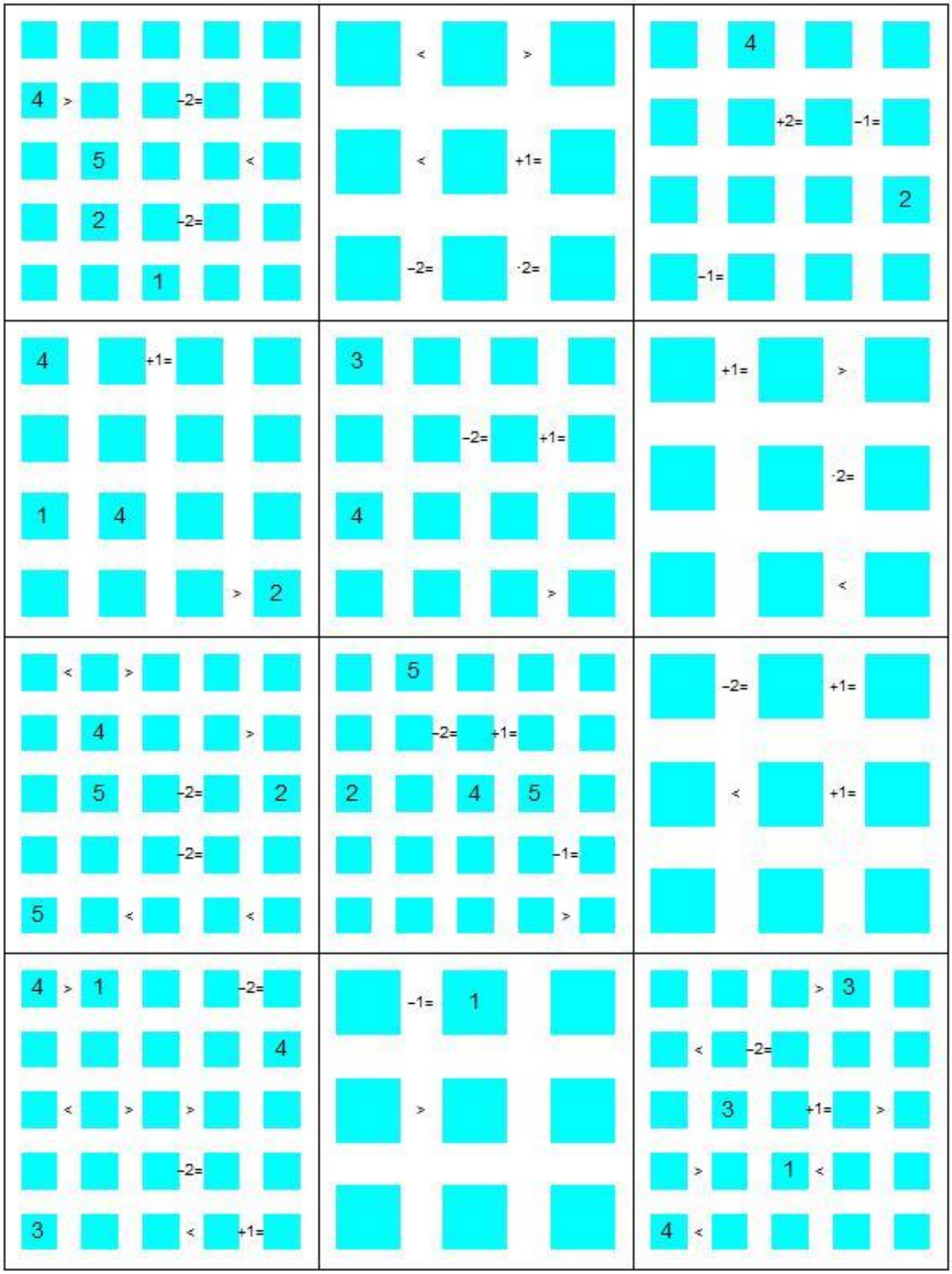
Futoshiki

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n tako, da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopalo vseh n števil ter da bodo izpolnjene vse relacije. Tu a ≡k b pomeni, da je razlika med a in b deljiva s k.

1.



2.


4 > −2=
5 <
2 −2=
1
< >
< +1=
−2= ·2=
4
+2= −1=
2
−1=
4 +1=
1 4
> 2
3
−2= +1=
4
>
+1= >
·2=
<
< >
4 >
5 −2= 2
−2=
5 <
5
−2= +1=
2 4 5
−1=
>
−2= +1=
< +1=
4 > 1 −2=
4
< > >
−2=
3 <
−1= 1
>
> 3
< −2=
3 +1= >
> 1 <
4 <

Določi razpored



A JE LEVO OD *B*.	R
A JE SOSEDA OD *B*.	N
B JE DESNO OD *C*.	R



A JE SOSEDA OD *C*.	N
A JE DESNO OD *C*.	N



A JE LEVO OD *C*.	N
C JE DESNO OD *D*.	R
A JE DESNO OD *B*.	N



A JE LEVO OD *B*.	R
A JE DESNO OD *C*.	R
A JE SOSEDA OD *C*.	R
A JE SOSEDA OD *D*.	R



B JE SOSEDA OD *D*.	R
A JE DESNO OD *B*.	R
A JE LEVO OD *E*.	R
C JE DESNO OD *E*.	R
B JE LEVO OD *D*.	R



A JE SOSEDA OD *C*.	N
B JE DESNO OD *C*.	R
B JE DESNO OD *D*.	N
A JE DESNO OD *E*.	N
A JE DESNO OD *D*.	R



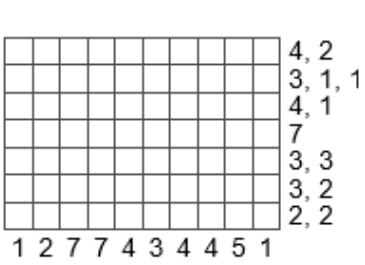
A JE SOSEDA OD *B*.	R
B JE DESNO OD *E*.	R
C JE SOSEDA OD *D*.	R
B JE LEVO OD *D*.	N
A JE SOSEDA OD *D*.	R

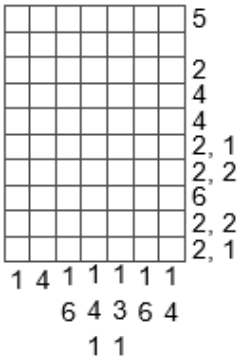


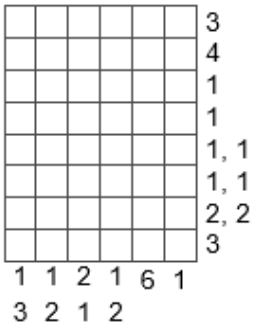
C JE SOSEDA OD *E*.	N
B JE LEVO OD *D*.	N
B JE SOSEDA OD *D*.	R
A JE LEVO OD *E*.	N
B JE LEVO OD *C*.	R
A JE SOSEDA OD *D*.	R

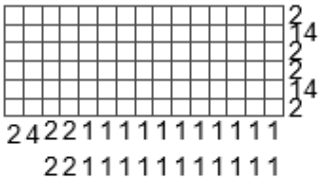
Gobelini

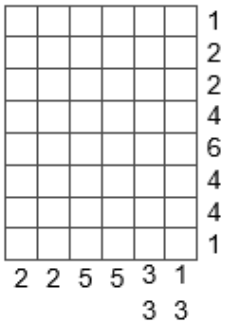
Kvadratke v razpredelnici moraš pobarvati sivo tako, da bo zaporedje sivih pasov v vrstici ustrezalo zaporedju števil na desni in da bo zaporedje sivih pasov v stolpcu ustrezalo zaporedju števil pod njim.

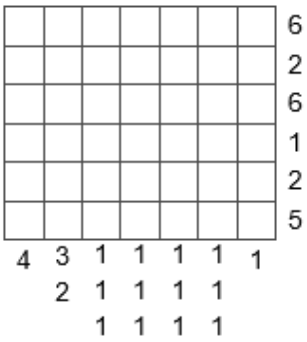


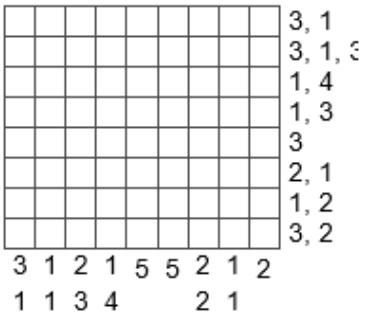


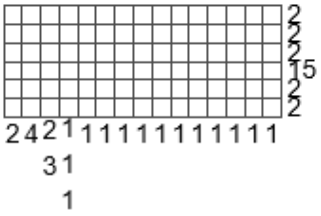


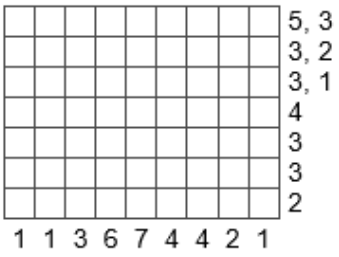


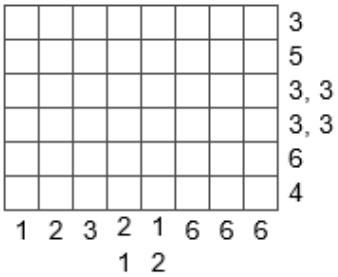


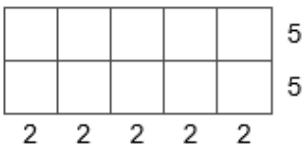


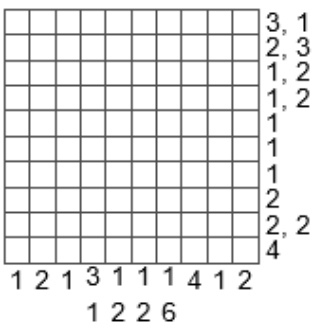






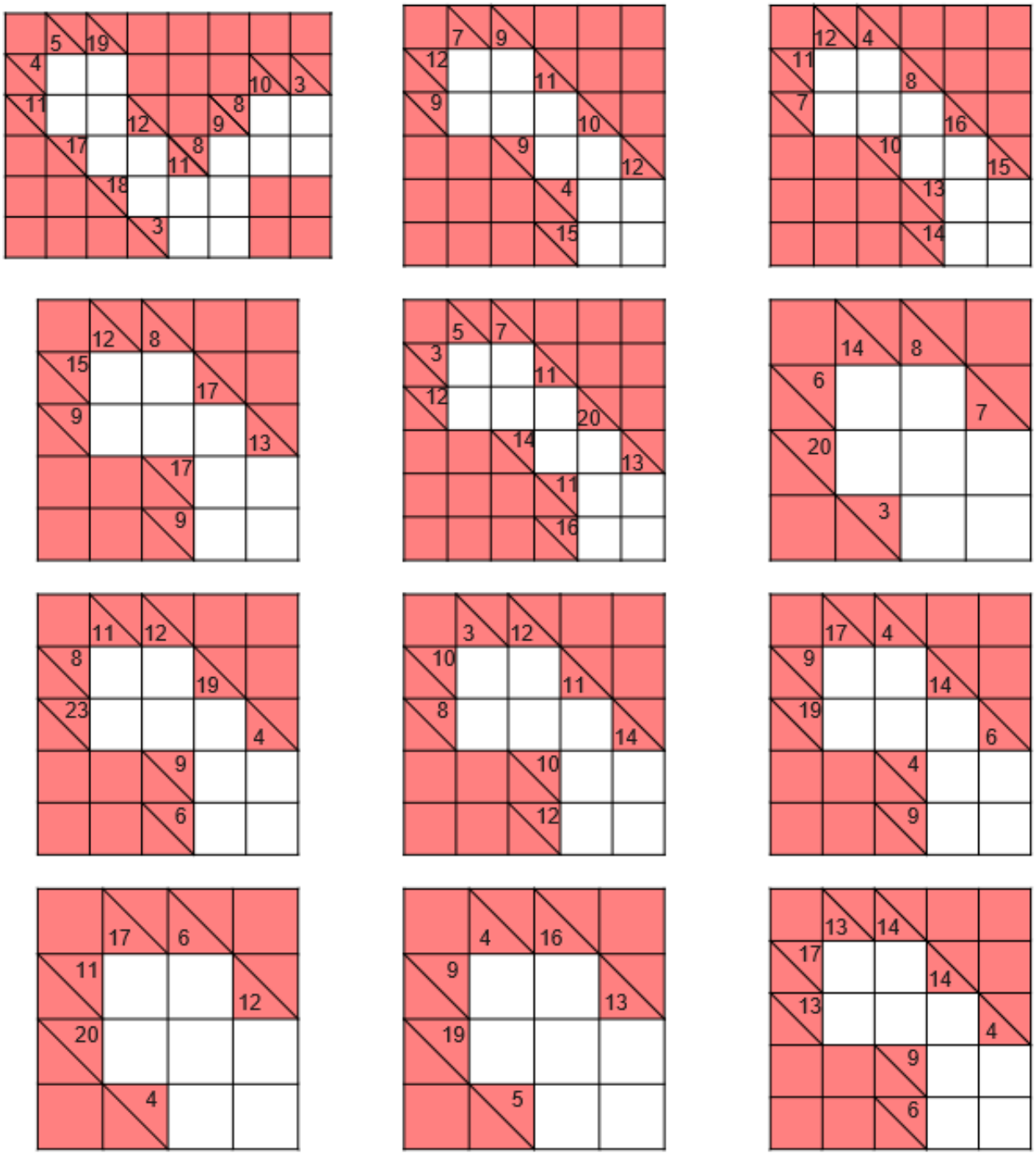






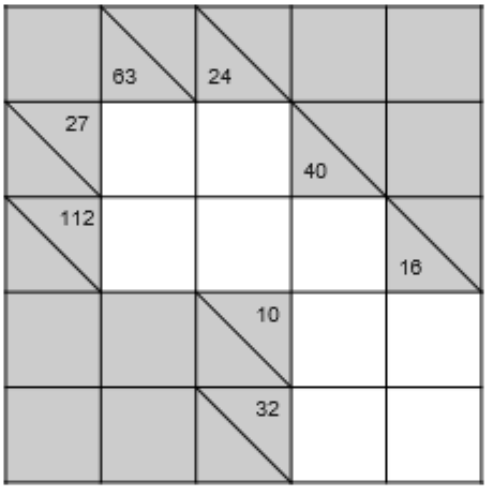
Križne vsote

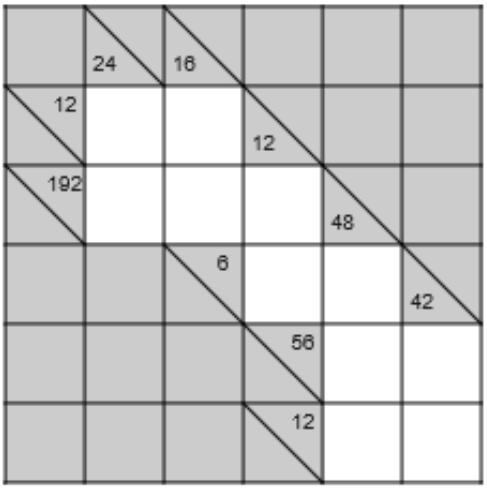
Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števkami od 1 do 9 tako, da je vsota števk v zaporednih belih kvadratkih po vrsticah in stolpcih enaka številu, ki je zapisano v rdečem kvadratku na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem pa morajo biti vse števke v posamezni vrstici (stolpcu) različne.

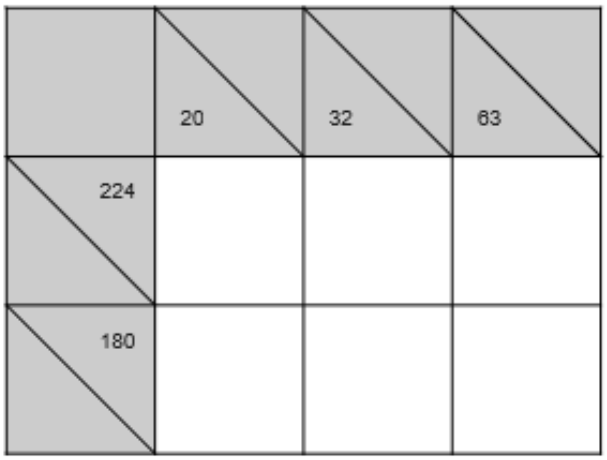


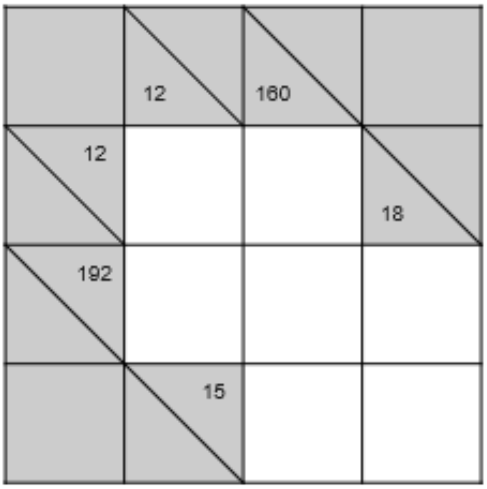
Križni produkti

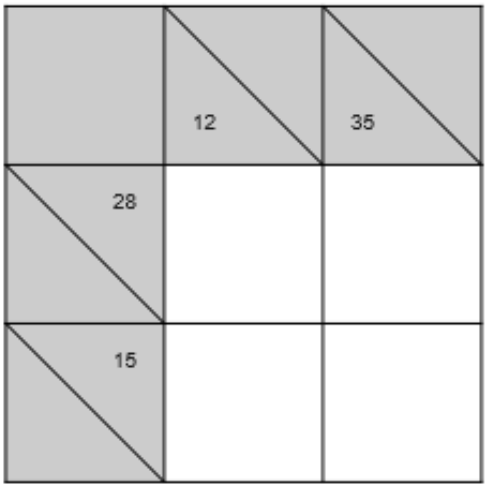
Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števkami od 2 do 9 tako, da bo zmnožek števk v zaporednih belih kvadratkih po vrsticah in stolpcih enak številu, ki je zapisano v sivem kvadratku na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem pa morajo biti vse števke v posamezni vrstici (stolpcu) različne.

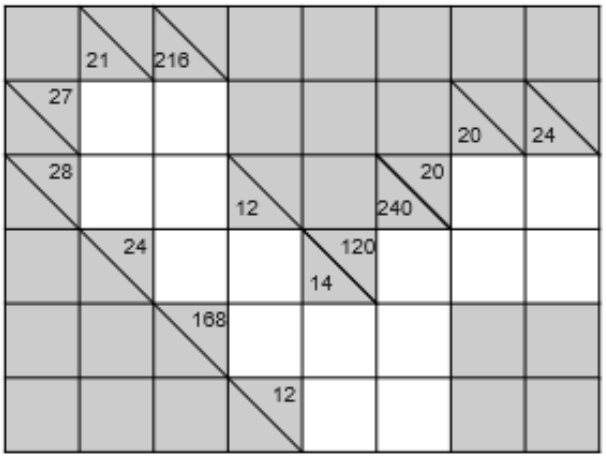






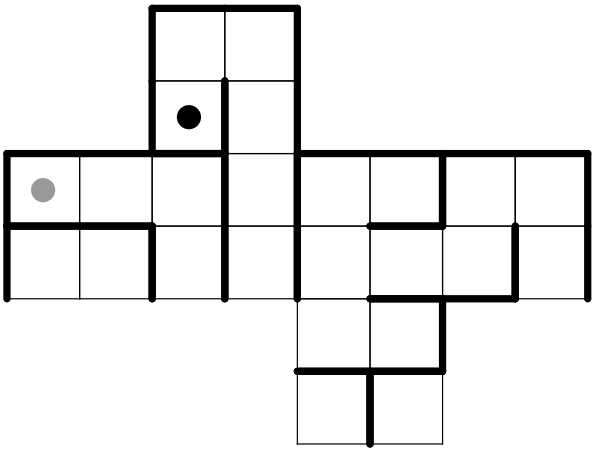


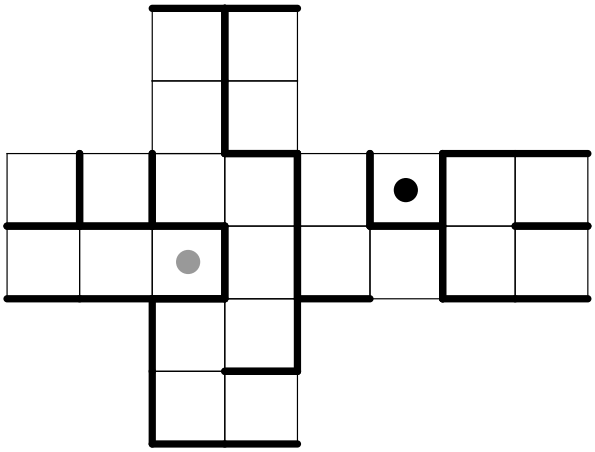


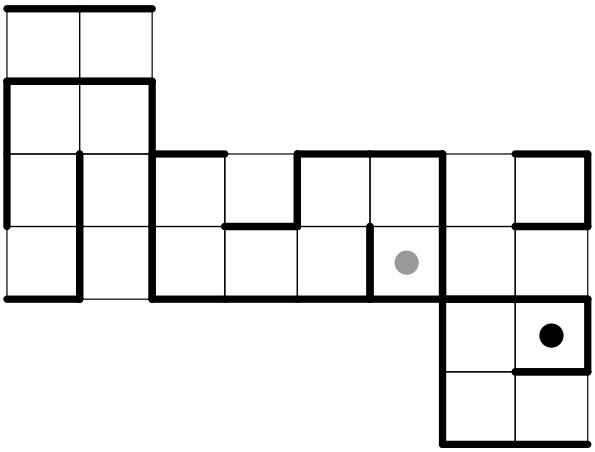


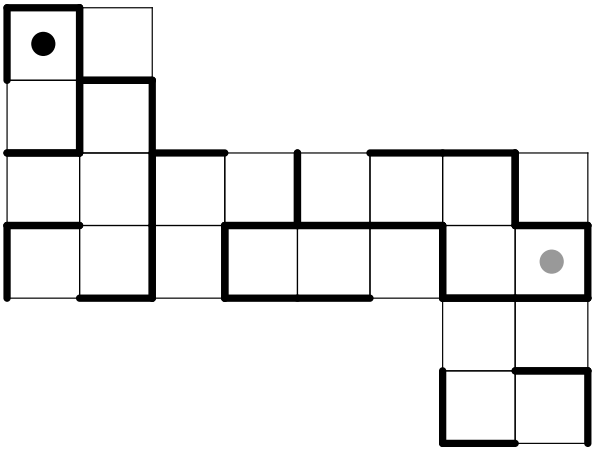
Labirint na kocki

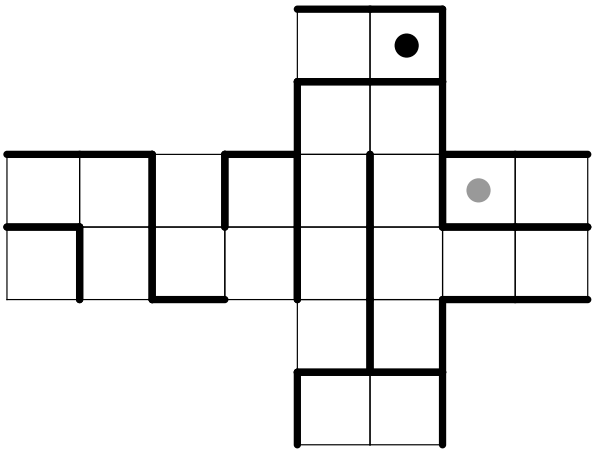
Poveži točki na kocki:

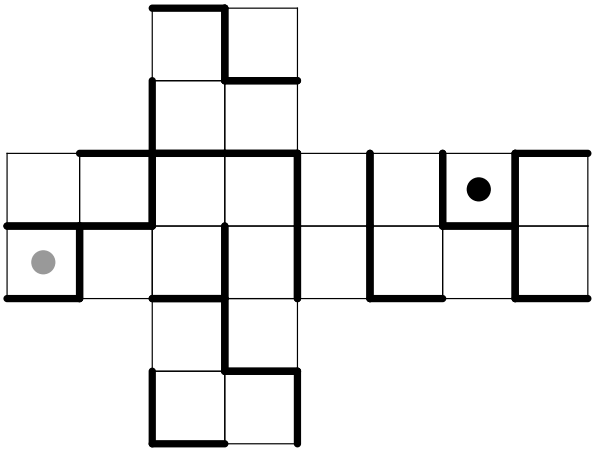






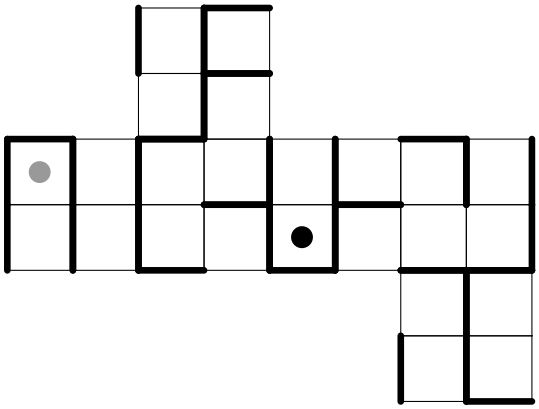


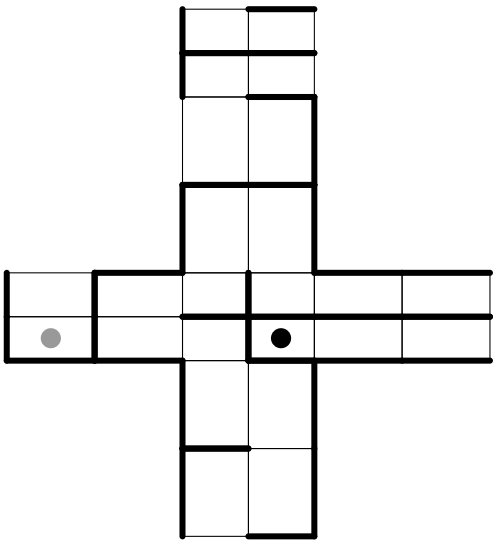


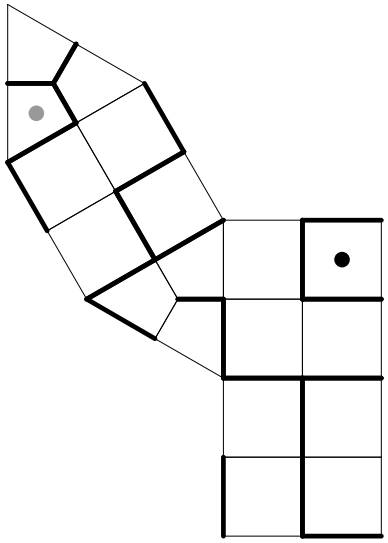


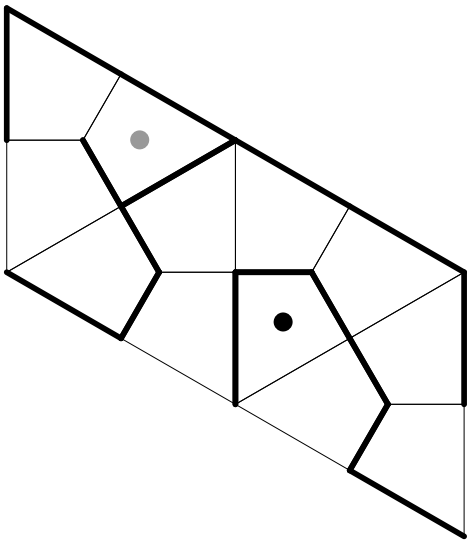
Labirinti na enostavnih poliedrih

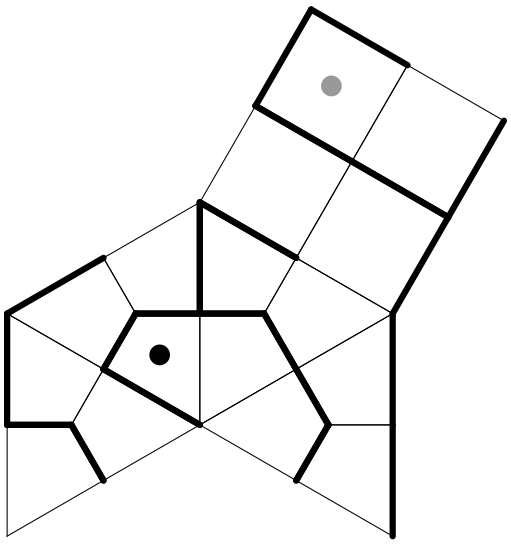
Poveži točki na poliedru:

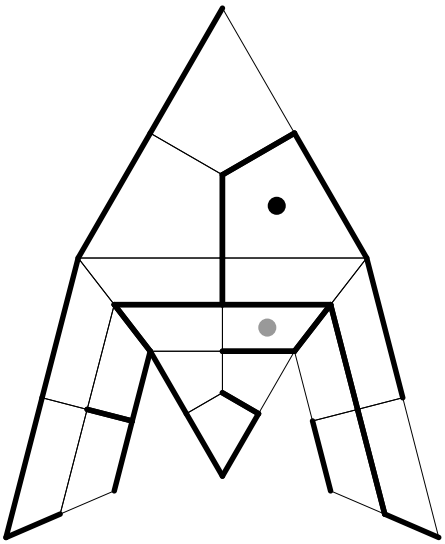








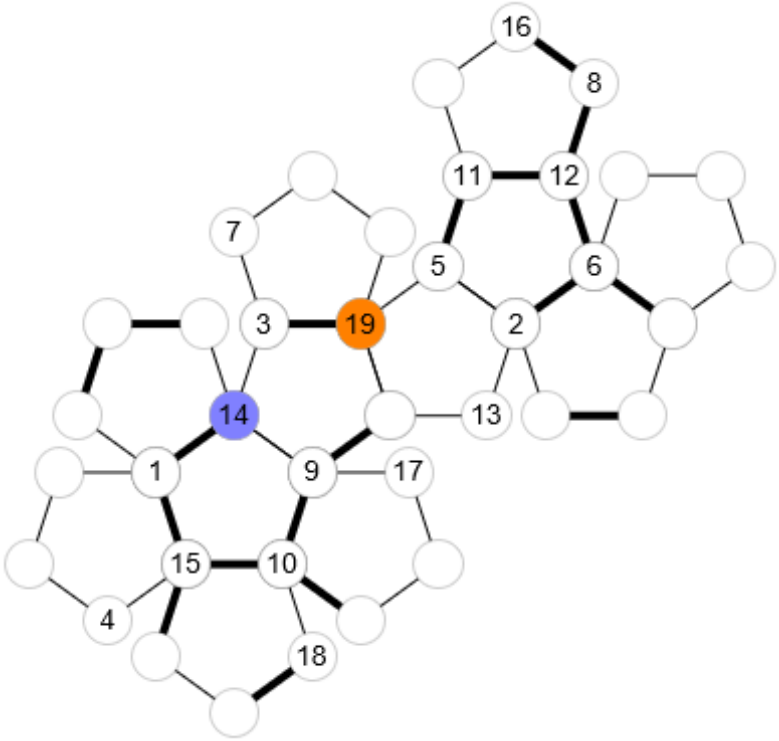




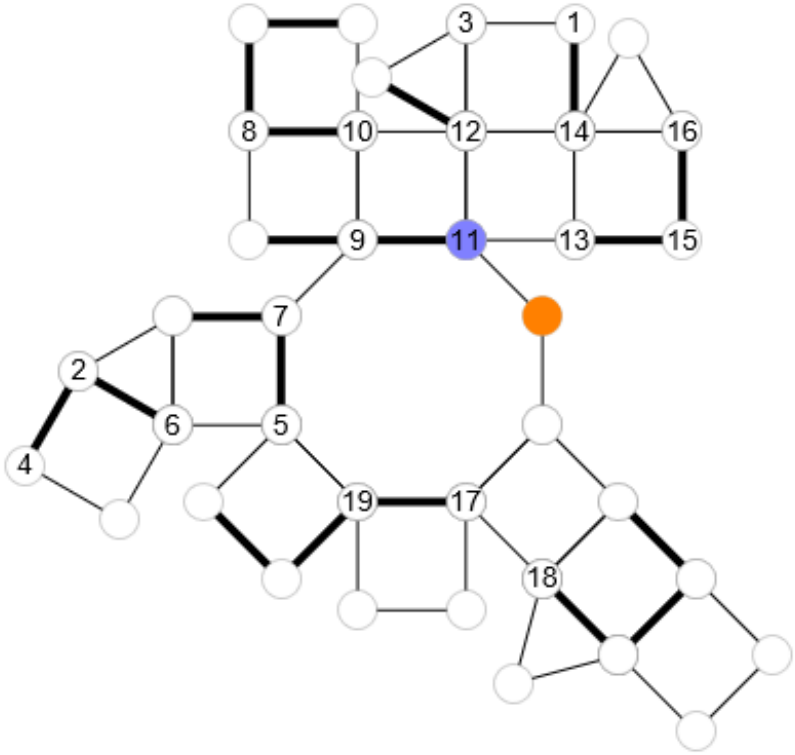
Labirinti na robovih poliedra

V naslednjih nalogah moramo povezati dve oglišči poliedra, ki je podan z mrežo. Poiskati moramo pot od oranžne do modre točke. Iz ene točke lahko gremo do druge točke, če je med njima debelejša črta ali pa točki predstavljata isto oglišče poliedra.

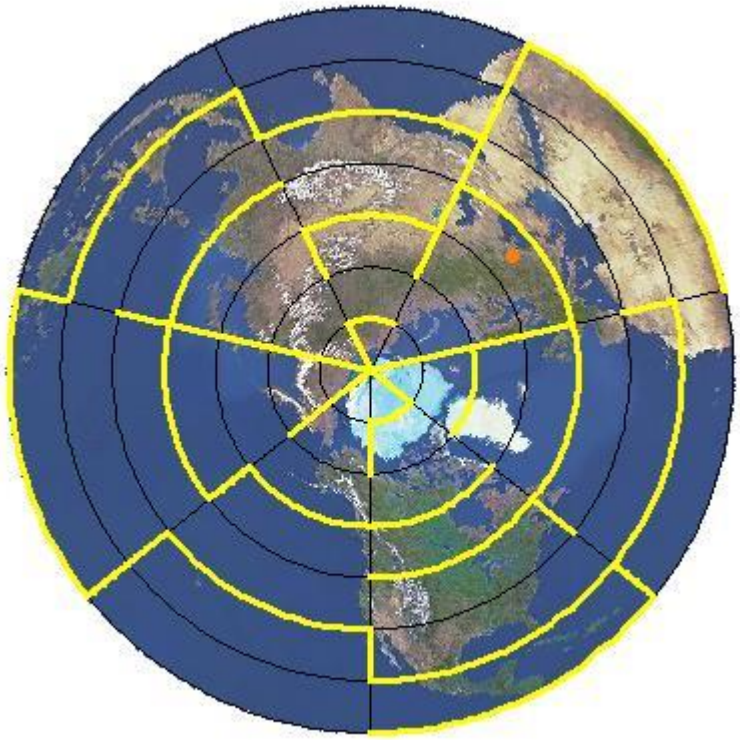
1.

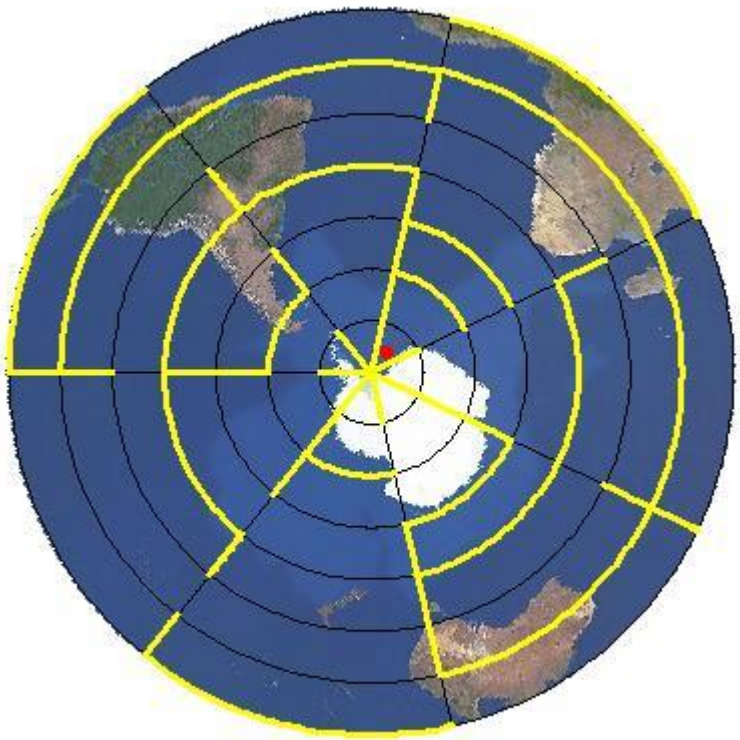


2.



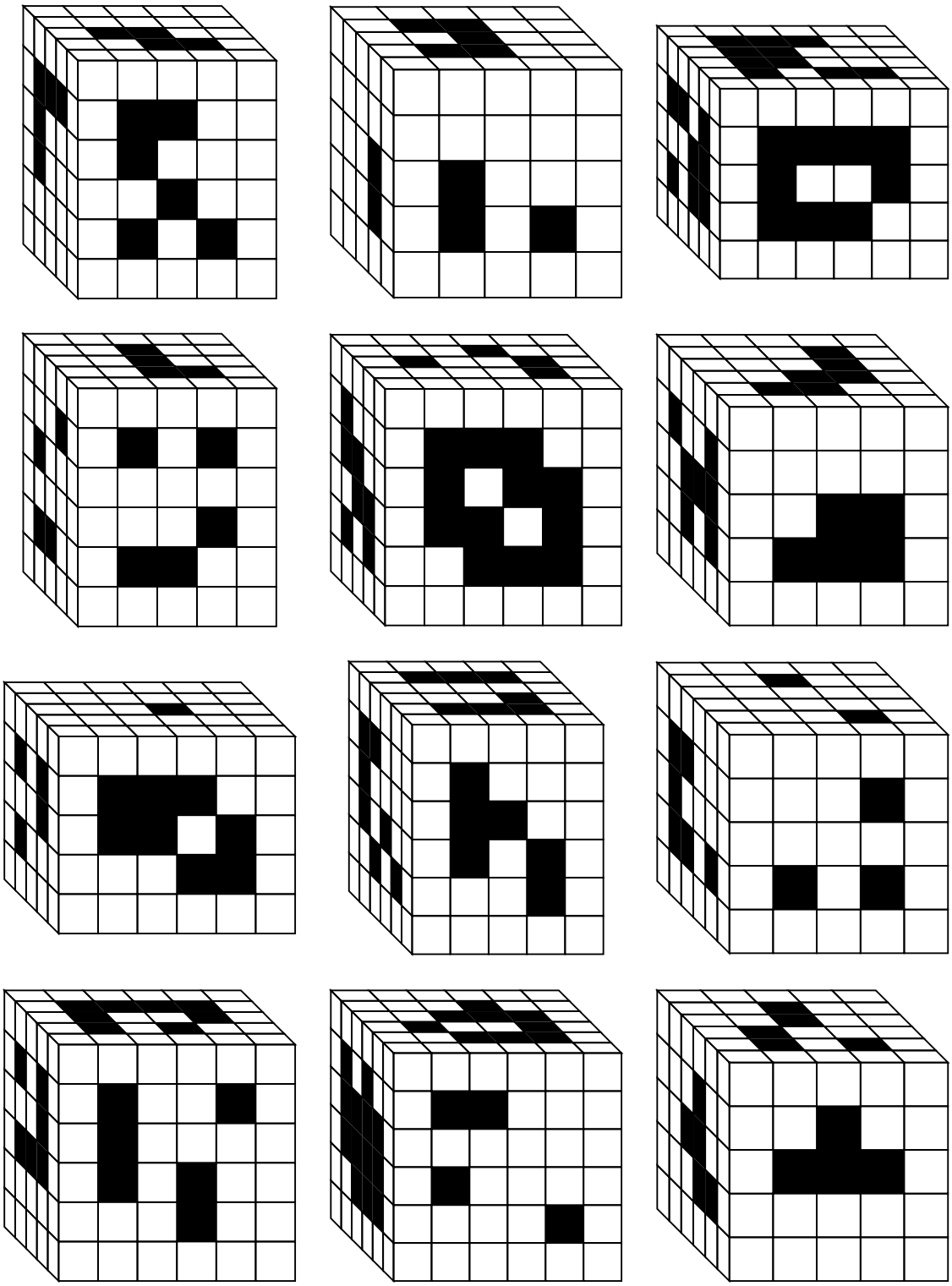
Labirint na zemljevidu





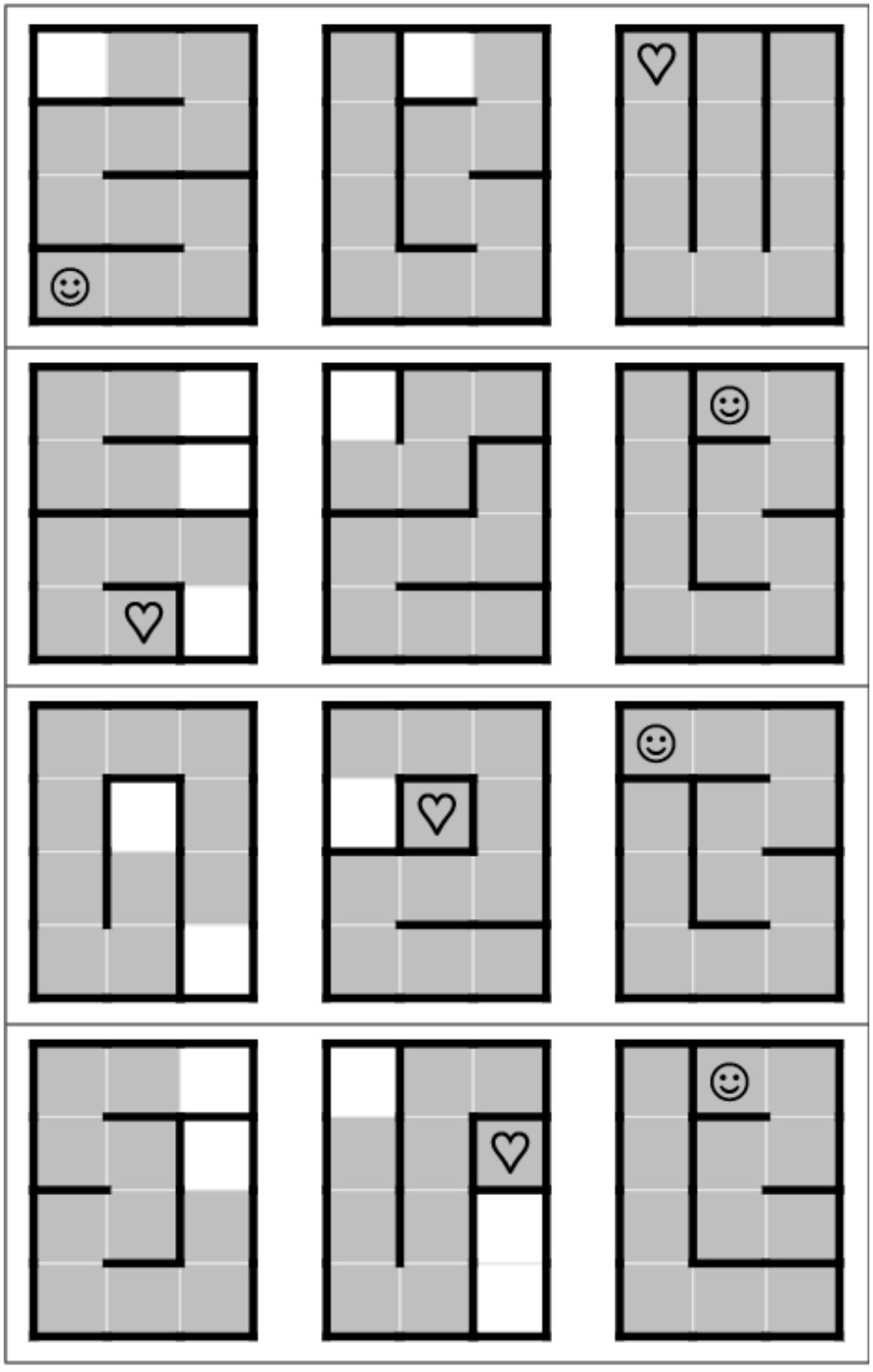
Odstranjene kocke

Dan je kvader, ki sestoji iz kockic. Odstranimo vse kocke, ki so zaznamovane črno od vrha do dna, od leve do desne in od spredaj do zadaj. Koliko kock smo odstranili?



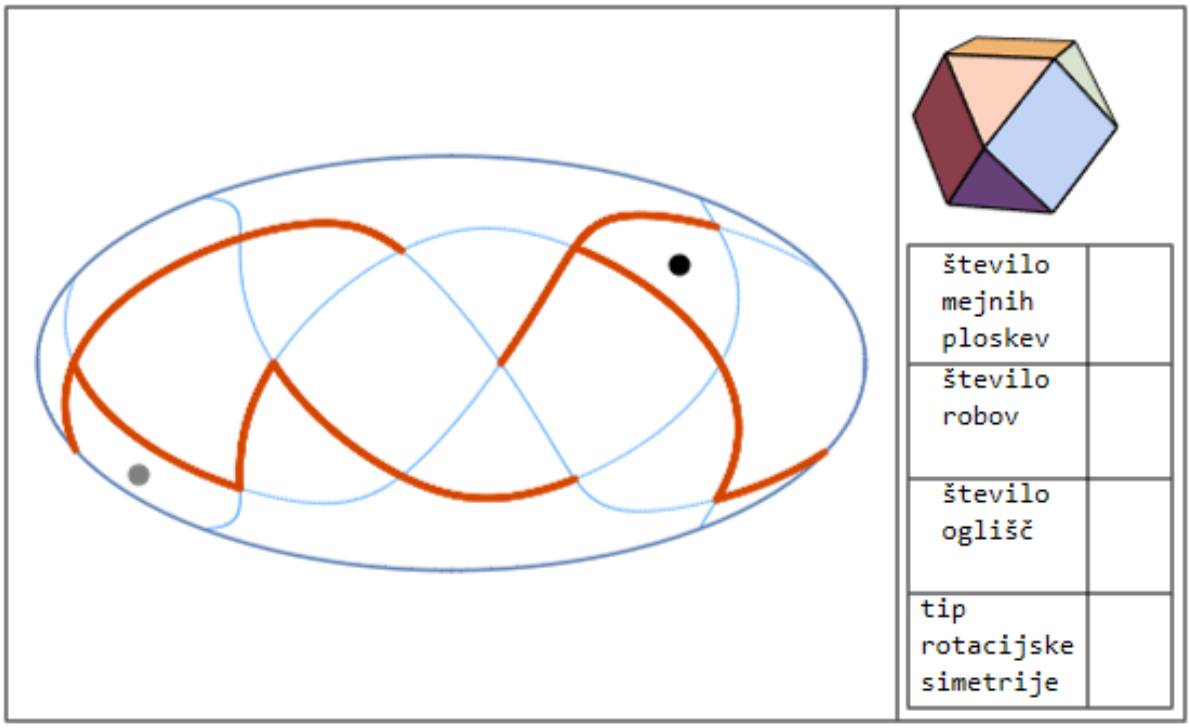
Labirint v kvadru

Kvader sestoji iz vodoravnih slojev kockastih oddelkov (zgornji, srednji in spodnji sloj so dani od leve proti desni). Odebeljene črte preprečujejo prehajanje med sosednjima oddelkoma istega sloja. Med oddelkom in oddelkom neposredno pod njim lahko prehajamo, če in samo če je prvi pobarvan belo.
Poišči najkrajšo pot od oddelka s smeškom do oddelka s srcem! Pot označi z zaporednimi naravnimi števili. Prvi oddelek označi z 1, vsak naslednji sosednji oddelek (kocko) pa s številom, večjim za 1.

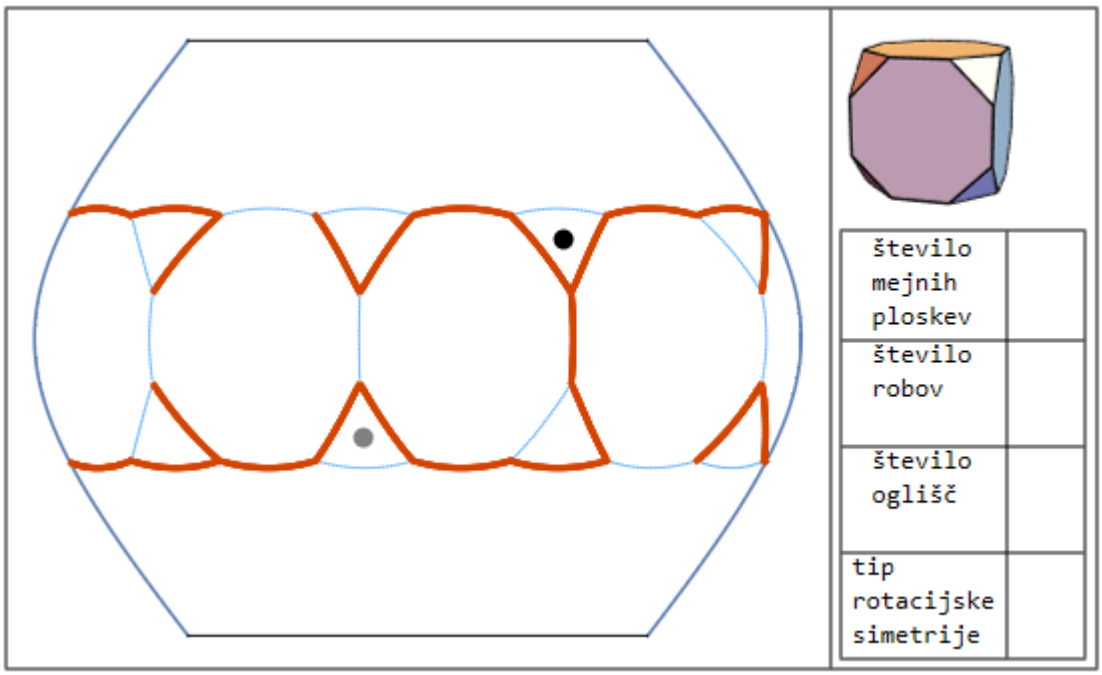


Labirinti na projekcijah teles

Telo je projicirano v ravnino. Na projekciji je podan labirint, kjer odebeljene črte preprečujejo prehod iz projekcije mejne ploskve na projekcijo sosednje mejne ploskve.



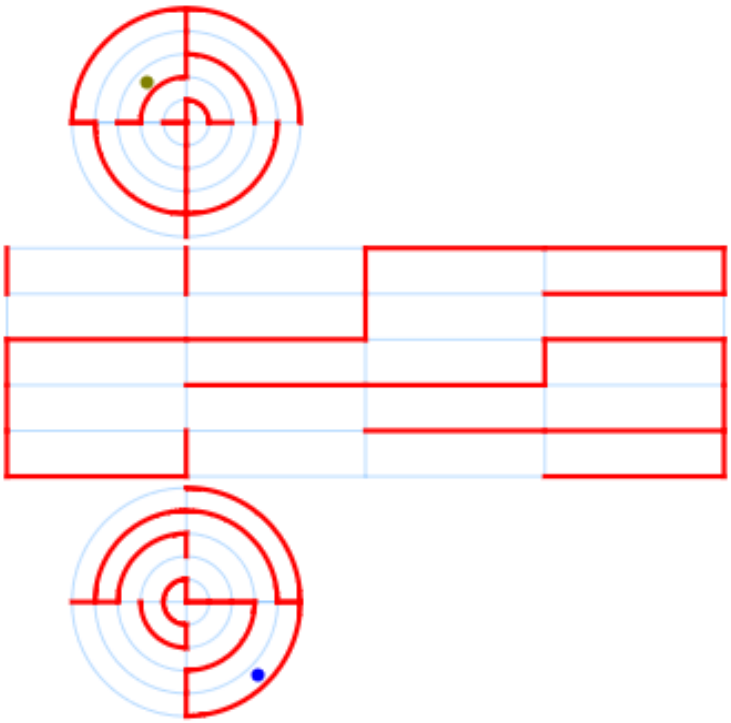
število mejnih ploskev	
število robov	
število oglišč	
tip rotacijske simetrije	



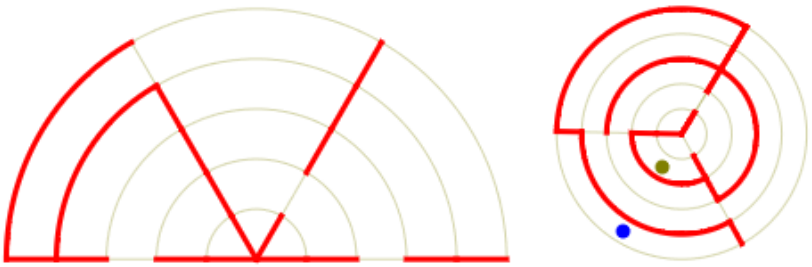
število mejnih ploskev	
število robov	
število oglišč	
tip rotacijske simetrije	

Labirinti na mreži valja in stožca

1.

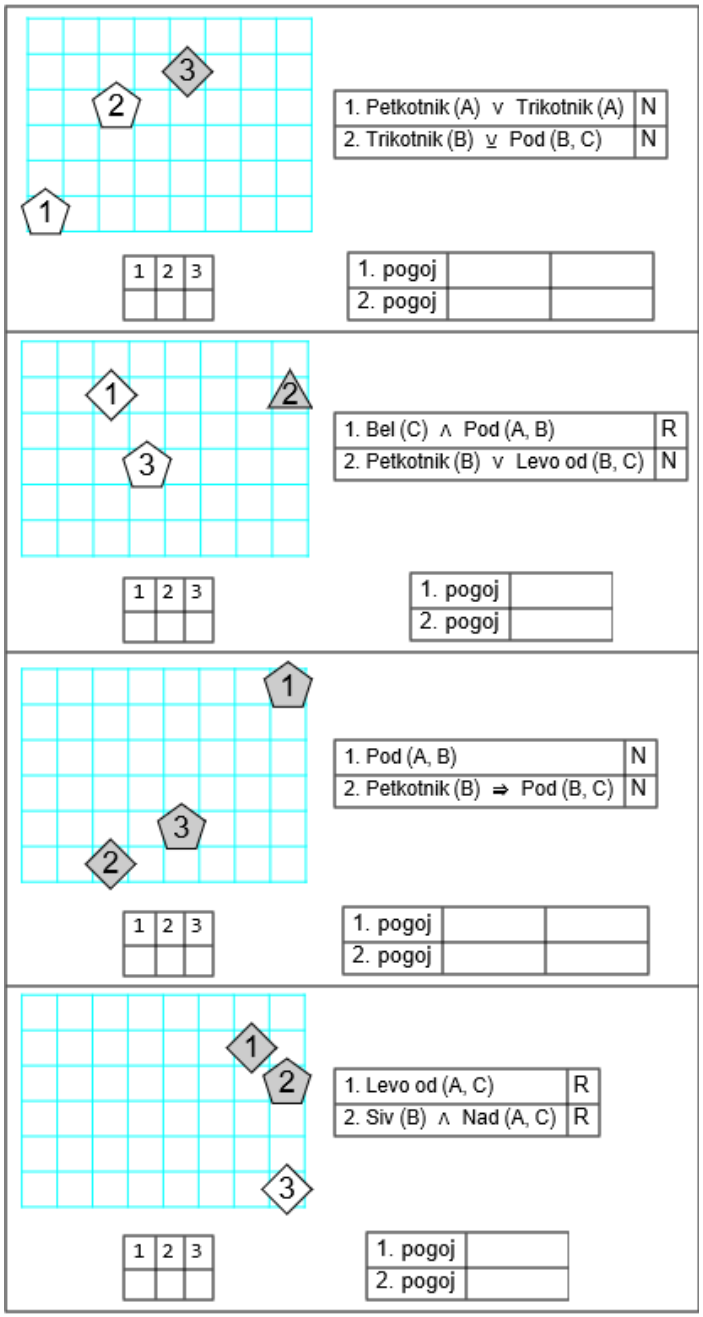


2.



Analiziraj pogoje nalog

Dobro definirana naloga je naloga, pri kateri so njeni pogoji potrebni in zadostni za njeno rešitev. To pomeni, da noben pogoj ni odveč in da ima naloga enolično rešitev. Pri zastavljeni nalogi imamo lahko več možnosti:
Naloga nima rešitve, pogoji so protislovni.
Naloga ima več rešitev, to je, pogoji niso zadostni (za enolično rešitev).
Naloga ima enolično rešitev, vendar pogoji niso potrebni (vsaj en pogoj bi lahko izpustili in bi naloga še vedno imela enolično rešitev).
Naloga ima enolično rešitev in pogoji so potrebni (neodvisni) in seveda zadostni. Naloga je dobro definirana.
V naslednjih nalogah moramo ugotoviti, kako je s pogoji naloge.
Poiskati moramo imena A, B,C, … likov, ki so označeni z 1, 2, 3, …, če so izpolnjeni pogoji na desni strani slike. Ugotoviti moramo tudi, ali so pogoji neodvisni.



Logična naloga

Štiri prijateljice (Ana, Pika, Eva, Ada) imajo različne konje (Viharnik, Tornado, Pongo, Reno), ki so različnih pasem (poni, lipicanec, lisec, vranec).
Za vsako določi ime, ime konja in njegovo pasmo.

1. Viharnik ni ne poni ne lipicanec.
2. Ada nima ne lisca ne ponija.
3. Reno je vranec.
4. Eva nima lipicanca.
5. Ada nima lipicanca.
6. Pika nima Ponga.
7. Eva nima Ponga.
8. Pongo ni lipicanec.

	Viharnik	Tornado	Pongo	Reno	poni	lipicanec	lisec	vranec
Ana								
Pika								
Eva								
Ada								
poni								
lipicanec								
lisec								
vranec								

ime	konj	pasma
Ana		
Pika		
Eva		
Ada		

Naloga v esperantu

Kvar amikinoj (Maja, Masxa, Jana, Nina) havas kvar cxevalojn (Sxtormo, Tornado, Kingo, Floberto) de diversaj rasoj (lipizzaner, arabo, vulpo, islandano).
Divenu iliajn nomojn kaj la nomojn kaj bredojn de iliaj cxevaloj.

1. Kingo estas nek islandano nek lipizzaner.
2. Floberto estas nek lipizzaner nek vulpo.
3. Masxa havas nek Sxtormon nek Kingon.
4. Tornado ne estas islandano.
5. Maja cxevalo estas arabo.
6. Floberto ne estas islandano.
7. Nina ne havas islandanon.

	Sxtormo	Tornado	Kingo	Floberto	lipizzaner	arabo	vulpo	islandano
Maja								
Masxa								
Jana								
Nina								
lipizzaner								
arabo								
vulpo								
islandano								

nomo	cxevalo	raso
Maja		
Masxa		
Jana		
Nina		

Naloge z eno izjavo, ki je oseba ne more dati

Na otoku vitezov in oprod imamo dve osebi A in B. V prejšnji številki smo obravnavali primera, ko oseba A da eno izjavo. Lahko bi rekli tudi, da oseba A lahko da to izjavo. Kaj pa, če oseba A ne more dati te izjave. Mišljeno je, da logično ni mogoče, da A da to izjavo. Kaj lahko sklepamo? Koliko je možnih izjav, če je uporabljena le ena izjavna povezava: konjunkcija, disjunkcija, implikacija ali ekvivalenca. Oseba A lahko da eno od 32 izjav, kot smo obravnavali v članku iz prejšnje revije. Oseba A ne more dati izjave P v dveh primerih: A je vitez in P ni resnična izjava ali A je oproda in P je resnična izjava. To je ravno negacija, da A lahko da izjavo P. Pri zadnji možnosti je bil pogoj naloge $A \Leftrightarrow P$. Negacijo $A \Leftrightarrow P$ lahko zapišemo $A \veebar P$, beremo pa "Ali A ali P." Tej izjavni povezavi rečemo izključujoča disjunkcija.

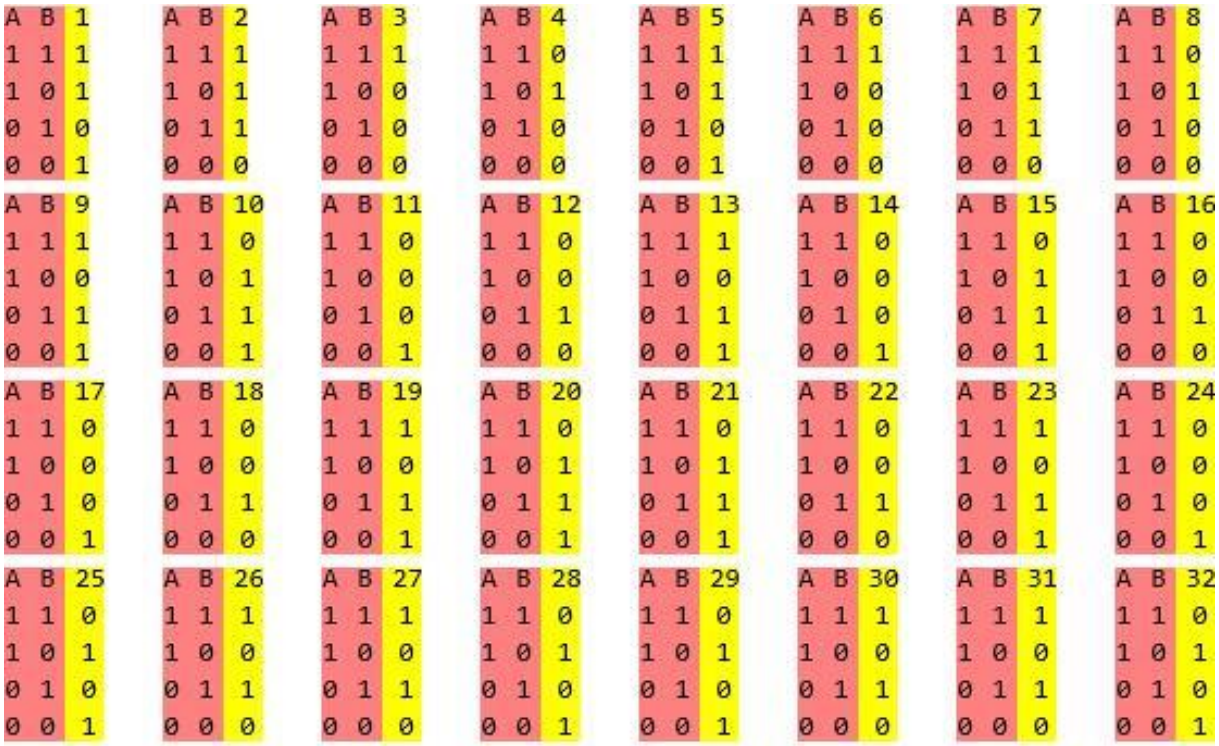
1. $A \veebar (\neg A \wedge \neg B)$	9. $A \veebar (\neg A \vee \neg B)$	17. $A \veebar (\neg A \Rightarrow \neg B)$	25. $A \veebar (\neg A \Leftrightarrow \neg B)$
2. $A \veebar (\neg A \wedge B)$	10. $A \veebar (\neg A \vee B)$	18. $A \veebar (\neg A \Rightarrow B)$	26. $A \veebar (B \Leftrightarrow \neg A)$
3. $A \veebar (A \wedge \neg B)$	11. $A \veebar (A \vee \neg B)$	19. $A \veebar (A \Rightarrow \neg B)$	27. $A \veebar (A \Leftrightarrow \neg B)$
4. $A \veebar (A \wedge B)$	12. $A \veebar (A \vee B)$	20. $A \veebar (A \Rightarrow B)$	28. $A \veebar (A \Leftrightarrow B)$
5. $A \veebar (\neg B \wedge \neg A)$	13. $A \veebar (\neg B \vee \neg A)$	21. $A \veebar (\neg B \Rightarrow \neg A)$	29. $A \veebar (\neg A \Leftrightarrow \neg B)$
6. $A \veebar (\neg B \wedge A)$	14. $A \veebar (\neg B \vee A)$	22. $A \veebar (\neg B \Rightarrow A)$	30. $A \veebar (A \Leftrightarrow \neg B)$
7. $A \veebar (B \wedge \neg A)$	15. $A \veebar (B \vee \neg A)$	23. $A \veebar (B \Rightarrow \neg A)$	31. $A \veebar (B \Leftrightarrow \neg A)$
8. $A \veebar (B \wedge A)$	16. $A \veebar (B \vee A)$	24. $A \veebar (B \Rightarrow A)$	32. $A \veebar (A \Leftrightarrow B)$

Rešitve nalog so dane v spodnjih dveh tabelah. Spodnje rešitve so v minimalni obliki.

1. $A \vee (\neg A \wedge \neg B)$	9. $(A \wedge B) \vee \neg A$	17. $\neg A \wedge \neg B$	25. $\neg B$
2. $A \vee (\neg A \wedge B)$	10. $(A \wedge \neg B) \vee \neg A$	18. $\neg A \wedge B$	26. B
3. $A \wedge B$	11. $\neg A \wedge \neg B$	19. $(A \wedge B) \vee \neg A$	27. B
4. $A \wedge \neg B$	12. $\neg A \wedge B$	20. $(A \wedge \neg B) \vee \neg A$	28. $\neg B$
5. $(B \wedge A) \vee \neg B$	13. $B \vee (\neg B \wedge \neg A)$	21. $(B \wedge \neg A) \vee \neg B$	29. $\neg B$
6. $B \wedge A$	14. $\neg B \wedge \neg A$	22. $B \wedge \neg A$	30. B
7. $B \vee (\neg B \wedge A)$	15. $(B \wedge \neg A) \vee \neg B$	23. $B \vee (\neg B \wedge \neg A)$	31. B
8. $\neg B \wedge A$	16. $B \wedge \neg A$	24. $\neg B \wedge \neg A$	32. $\neg B$

1. $A \vee \neg B$	9. $\neg A \vee B$	17. $\neg A \wedge \neg B$	25. $\neg B$
2. $A \vee B$	10. $\neg A \vee \neg B$	18. $\neg A \wedge B$	26. B
3. $A \wedge B$	11. $\neg A \wedge \neg B$	19. $\neg A \vee B$	27. B
4. $A \wedge \neg B$	12. $\neg A \wedge B$	20. $\neg A \vee \neg B$	28. $\neg B$
5. $A \vee \neg B$	13. $\neg A \vee B$	21. $\neg A \vee \neg B$	29. $\neg B$
6. $A \wedge B$	14. $\neg A \wedge \neg B$	22. $\neg A \wedge B$	30. B
7. $A \vee B$	15. $\neg A \vee \neg B$	23. $\neg A \vee B$	31. B
8. $A \wedge \neg B$	16. $\neg A \wedge B$	24. $\neg A \wedge \neg B$	32. $\neg B$

S pravilnostnimi tabelami rešitve izgledajo takole:



A	B	1
1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	1

A	B	2
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

A	B	3
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

A	B	4
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	0

A	B	5
1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	1

A	B	6
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

A	B	7
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

A	B	8
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	0

A	B	9
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

A	B	10
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

A	B	11
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

A	B	12
1	1	0
1	0	0
0	1	1
0	0	0

A	B	13
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

A	B	14
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

A	B	15
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

A	B	16
1	1	0
1	0	0
0	1	1
0	0	0

A	B	17
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

A	B	18
1	1	0
1	0	0
0	1	1
0	0	0

A	B	19
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

A	B	20
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

A	B	21
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

A	B	22
1	1	0
1	0	0
0	1	1
0	0	0

A	B	23
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

A	B	24
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

A	B	25
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	1

A	B	26
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	0

A	B	27
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	0

A	B	28
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	1

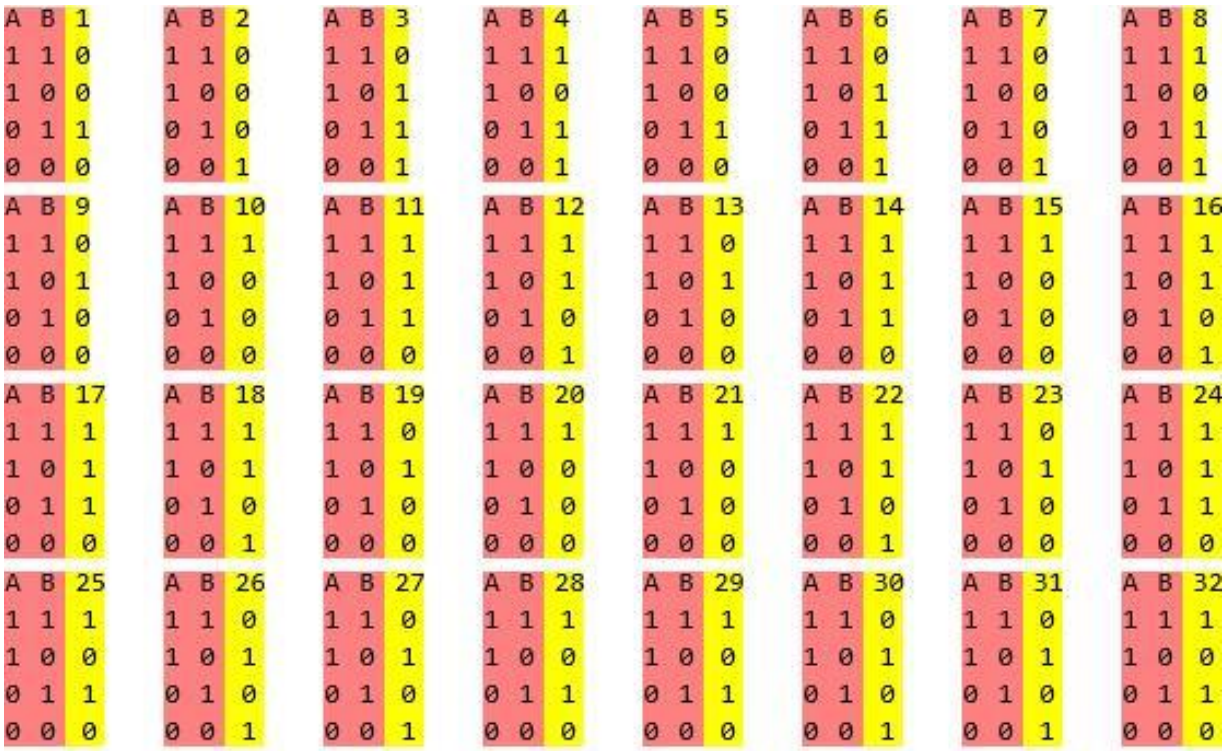
A	B	29
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	1

A	B	30
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	0

A	B	31
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	0

A	B	32
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	1

Ko primerjamo to z rešitvami iz prve številke tega šolskega leta, ki so podane spodaj, vidimo, da so rešitve tiste možnosti, ki niso rešitve v drugem primeru.



A	B	1
1	1	0
1	0	0
0	1	1
0	0	0

A	B	2
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

A	B	3
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

A	B	4
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

A	B	5
1	1	0
1	0	0
0	1	1
0	0	0

A	B	6
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

A	B	7
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

A	B	8
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

A	B	9
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	0

A	B	10
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

A	B	11
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

A	B	12
1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	1

A	B	13
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	0

A	B	14
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

A	B	15
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

A	B	16
1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	1

A	B	17
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

A	B	18
1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	1

A	B	19
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	0

A	B	20
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

A	B	21
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

A	B	22
1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	1

A	B	23
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	0

A	B	24
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

A	B	25
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	0

A	B	26
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	1

A	B	27
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	1

A	B	28
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	0

A	B	29
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	0

A	B	30
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	1

A	B	31
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	1

A	B	32
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	0

Rešitev 1. Naloge, to je, da A ne more reči, da sta oba oprodi, je: “oba sta viteza ali A je vitez in B oproda ali oba sta oprodi. Medtem ko je rešitev naloge, da A lahko reče, da sta oba oprodi: “A je oproda in B je vitez.”

Tekmovanje v hitrostnem sestavljanju poliedrov

Učiteljice matematike smo na povezavi http://www.logika.si/revija/29.htm videle opis tekmovanja v hitrostnem sestavljanju poliedrov. Strinjale smo se, da poskusimo tudi pri nas. V 9. razredu smo se pri uri utrjevanja piramid pogovorili, katera telesa so platonska, vsi rešili učni list z naslovom Platonska telesa in izvedli tekmovanje.

1. PLATONSKA TELESA

Poznamo različna geometrijska telesa, danes nas zanimajo platonska.

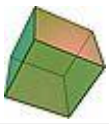
Na mizi so poliedri. Z mize odstrani telesa, ki niso platonska in upoštevaj:



- **Platonsko telo (ali pravilno telo) je izbočen polieder.**
- **Ploskve so skladni pravilni večkotniki.**
- **Imajo enake dolžine vseh robov.**
- **V vsakem oglišču se stika isto število ploskev.**

2. UČNI LIST PLATONSKA TELESA

a) Obstaja pet platonskih teles. Izpolni tabelo kot prikazuje primer.

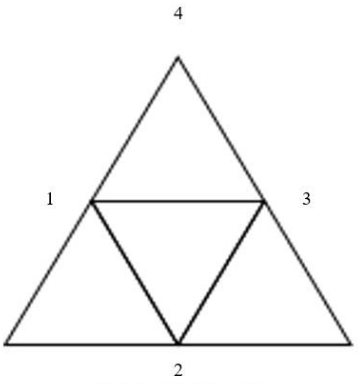
Ime, slika	Večkotnik ploskve	Število ploskev	Število robov	Število oglišč	Število ploskev, ki se stikajo v vsakem oglišču
TETRAEDER 					
KOCKA (heksaeder) 					
OKTAEDER 					
DODEKAEDER 	Pravilni petkotnik	12	30	20	3
IKOZAEDER 					

ZANIMIVOST: št. ploskev + št. oglišč = št. robov – 2

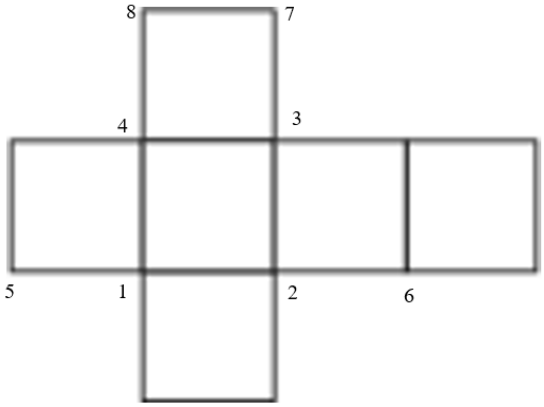
b) Dane so mreže platonskih teles.

Tiste stranice lika, ki tvorijo isti rob, pobarvaj z enako barvo.

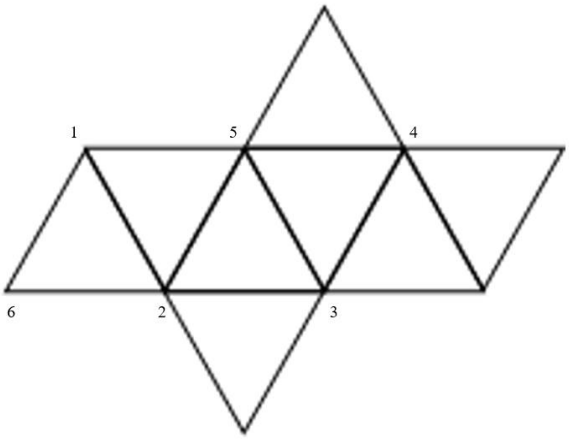
Tista oglišča lika, ki tvorijo isto oglišče telesa, oštevilči enako, kot kažejo primeri.



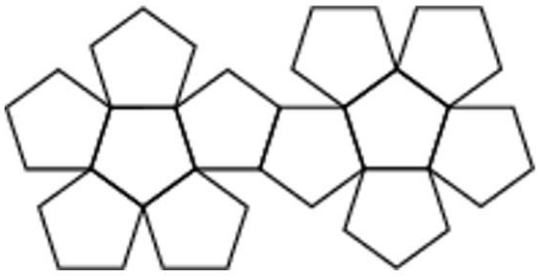
Mreža 1: TETRAEDER



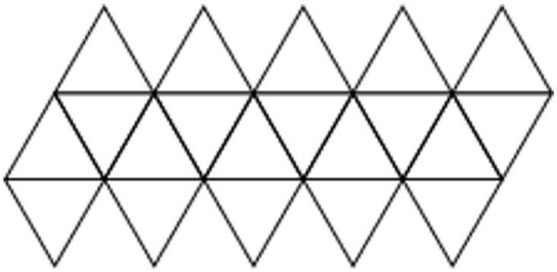
Mreža 2: KOCKA



Mreža 3: OKTAEDER



Mreža 4: DODEKAED



Mreža 5: IKOZAEDER

Pri nekaterih mrežah so si učenci pomagali tako, da so si mrežo izrezali iz papirja in jo zložili v telo.

3. TEKMOVANJE HITROSTNO SESTAVLJANJE POLIEDROV



Naslednji dan sem učence vprašala, kdo bo tekmoval v hitrostnem sestavljanju poliedrov. Tekmovali so: Vid, Aljaž, Lovro, Rebeka, Val in Tician. Tekmovalci so sedeli v vrsti eden ob drugem pri mizah. Ahmed in Gal sta merila in zapisovala čas. Ostali učenci so reševali učni list z naslovom Prizme in piramide, tako so ponavljali in utrjevali svoje znanje. Tekmovalci so ta učni list rešili doma.

Tekmovalcem sem pokazala model, dala vsakemu 4 trikotne ploščice in potem so sestavili tetraeder. Enako smo nadaljevali s kocko, oktaedrom, dodekaedrom in ikozaedrom. Pri zadnjih dveh so si pomagali s slikama mrež na učnem listu.

Vsi tekmovalci so sestavljali istočasno in bilo je napeto, saj se je videlo, kdo hitreje napreduje. S ploščicami so sestavljali prvič in imeli nekaj težav, ali ploščica ni bila prav obrnjena ali pa se je kdaj tudi kaj razdrlo. Nekateri tekmovalci so si ploščice postavili kot mrežo, a sta Gal in Ahmed ploščice pomešala. Skrbela sta, da so imeli vsi enake pogoje. Po tekmovanju sta vsakemu tekmovalcu seštela vse čase in razglasila rezultate. Najboljši seštevek je bil 236 sekund. Tekmovanje v hitrostnem sestavljanju je trajalo celo šolsko uro.

Predlagam več stopenj tekmovanja:

- **reševanje tekmovalnega lista,**
- **tekmovanje v sestavljanju znanih poliedrov,**
- **tekmovanje v sestavljanju neznanih poliedrov.**

MNENJE UDELEŽENCEV TEKMOVANJA



Nisem vedel, da bom tako hiter pri sestavljanju poliedrov. Premagal sem tiste, ki imajo pri matematiki višjo oceno od mene, in zmagal.
Vid



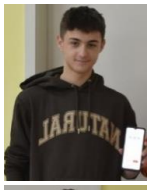
Na 2. mesto v sestavljanju poliedrov sem zelo ponosen, še posebno, ker se je to zgodilo pri matematiki.
Aljaž



Novo tekmovanje mi je zelo všeč. Snov je predstavljena na drugačen, primeren in zanimiv način. Vsi smo bili zelo zadovoljni.
Rebeka



Tekmovanje v hitrostnem sestavljanju poliedrov je zabavna in poučna igra. Pri tekmovanju smo uživali. Vsi smo bili dobri v svojih spretnostih.
Val



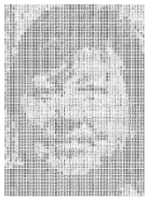
Zelo sem užival, ko sva z Galom skrbela za merjenje in zapisovanje časa. Tekmovanje je bilo zanimivo in napeto.
Ahmed



Zelo sem bil srečen, ko me je učiteljica izbrala za merilca in zapisovalca časa. Tekmovanje je bilo zelo dobro in ga priporočam.
Gal

V čast mi je, da sem lahko tekmoval v hitrostnem sestavljanju poliedrov. Bilo je zabavno. Mislim, da bi morali to tekmovanje imeti po vseh šolah.
Lovro

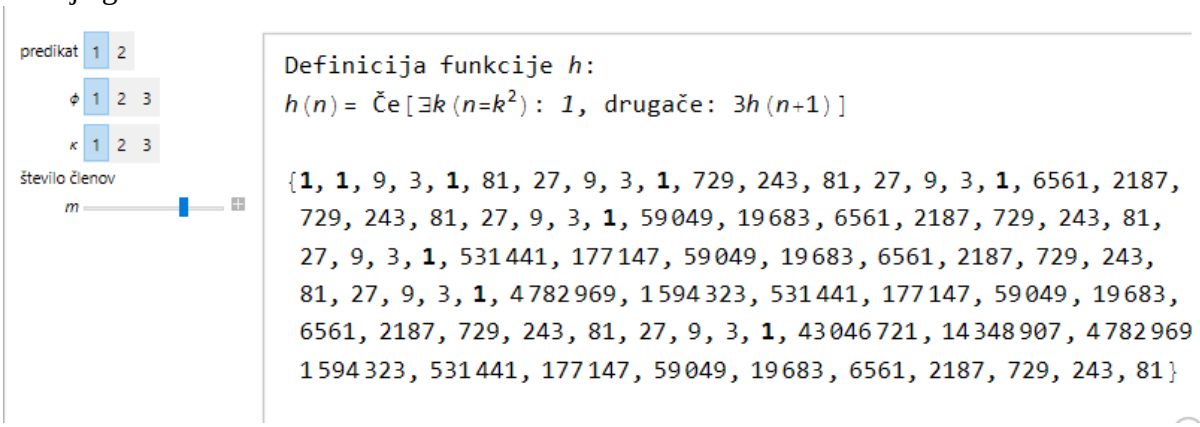
Tekmovanje je bilo ves čas zelo napeto. Menim, da smo se vsi odlično odrezali.
Tician



Hitrostno sestavljanje poliedrov je tekmovanje, ki navdušuje udeležence. Sestavljanje poliedrov zelo priporočam vsem osnovnošolcem.
Marija Ahčin

Regresivna rekurzija

V tem prispevku bomo obravnavali naravna števila, ki jim dodamo še število 0. Zanimale na bodo funkcije, katerih definicijsko območje in zaloga vrednosti so elementi te množice. Funkcije bodo lahko tudi večmestne.
Z dvema stavkoma (v sistemih, kot je mathematica) lahko definiramo funkcijo *fakulteta*:
$0! = 1$;
$n!=n\times(n-1)!$.
Takšni definiciji rečemo (osnovna) rekurzija.
Ta dva stavka (ukaza) lahko tolmačimo takole:
Če je $n=0$: 1, drugače: $n\times(n-1)!$.
Prvi stavek je začetni pogoj, drugi pa rekurzivni pogoj.
Tu beseda *rekurzija* pomeni ponovno javljanje, v našem primeru funkcijskega znaka !
To pa ne pomeni krožne definicije, to je, da ! definiramo samim s seboj.
Vrednost $0! = 1$ nam da začetni pogoj. Vrednost $1!=1\times0!= 1\times1=1$ pa izpeljemo iz prve vrednosti in rekurzivnega pogoja.
Zdaj pa vzemimo, da imamo neko naraščajočo funkcijo τ in definiramo predikat
$P(n) \Leftrightarrow (\exists k)(n = \tau(k))$
Ker je τ naraščajoča funkcija, bomo imeli neskončno mnogo števil n oblike $\tau(k)$, vendar pa tu ne bodo vedno vsa števila.
Zdaj pa imejmo še dve enomestni funkciji ϕ in κ. Definirajmo novo funkcijo po shemi:
$h(n)$ = Če$[P(n)$: $\phi(n)$, drugače: $\kappa(h(n+1))]$.
To je shema za definicijo funkcije z regresivno rekurzijo (za nazaj delujočo rekurzijo ali vzvratno rekurzijo).
Če velja $P(n)$ izračunamo $\phi(n)$. Drugače pa moramo najprej izračunati $h(n+1)$, to je vrednost pri naslednjiku od n, to je pri $n+1$, nato pa je $h(n) = \kappa(h(n+1))$.
Gremo torej v obratni smeri kot pri osnovni rekurziji.
V logiki prvega reda bi definicijo zapisali v eni od oblik:
$m = h(n) \Leftrightarrow (P(n) \Rightarrow m = \phi(n)) \wedge (\neg P(n) \Rightarrow m = \kappa(h(n+1)))$
$m = h(n) \Leftrightarrow (P(n) \wedge m = \phi(n)) \vee (\neg P(n) \wedge m = \kappa(h(n+1)))$
$m = h(n) \Leftrightarrow (m = \phi(n) \Leftarrow P(n)) \wedge (m = \kappa(h(n+1)) \Leftarrow \neg P(n))$
Nekaj zgledov:



predikat 1 2

ϕ 1 2 3

κ 1 2 3

število členov

m

Definicija funkcije h:

$h(n) =$ Če $[\exists k\,(n=2^k) : n+1,$ drugače: $3h(n+1)]$

{6, **2**, **3**, 15, **5**, 243, 81, 27, **9**, 37179, 12393, 4131, 1377, 459,
153, 51, **17**, 473513931, 157837977, 52612659, 17537553,
5845851, 1948617, 649539, 216513, 72171, 24057, 8019, 2673}

predikat 1 2

ϕ 1 2 3

κ 1 2 3

število členov

m

Definicija funkcije h:

$h(n) =$ Če $[\exists k\,(n=2^k) : n+1,$ drugače: $(h(n+1))^2]$

{4, **2**, **3**, 25, **5**, 43046721, 6561, 81, **9**,
31438508665248587260582831903168193798224918146861981871 ⁞
343795372991732345781536726224251645729386355831780309674 ⁞
298407083784970278050966323510245488971991041 ,
5607005320601059253161325667991103602003892399764752527847 ⁞
859167616581809464321 }

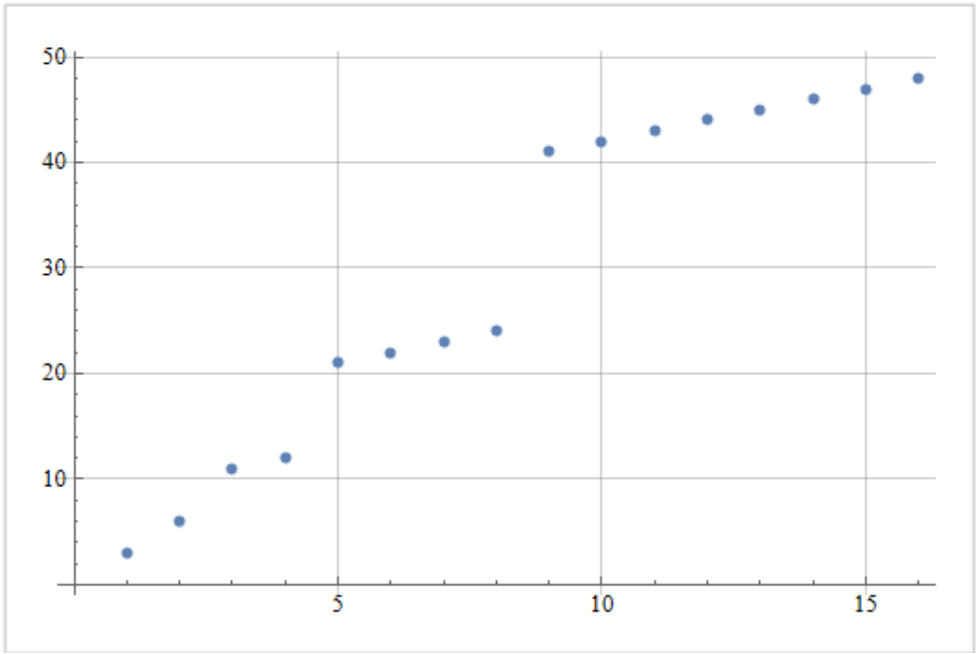
Tokrat uporabimo nekoliko drugačne oznake:

$$F(x)=\begin{cases} G(x) & \text{če } \exists\, z(x=\phi(z)) \\ H(x,\, F(x+1)) & \text{drugače} \end{cases}$$

ϕ-s $2^{\#1}$ & $\#1^2$ & $5\#1$ &

H-s Function[{x, y}, y - 1] Function[{x, y}, y + 1] Function[{x, y}, y]

G-s #1 & $3\#1$ & #1 - 1 &



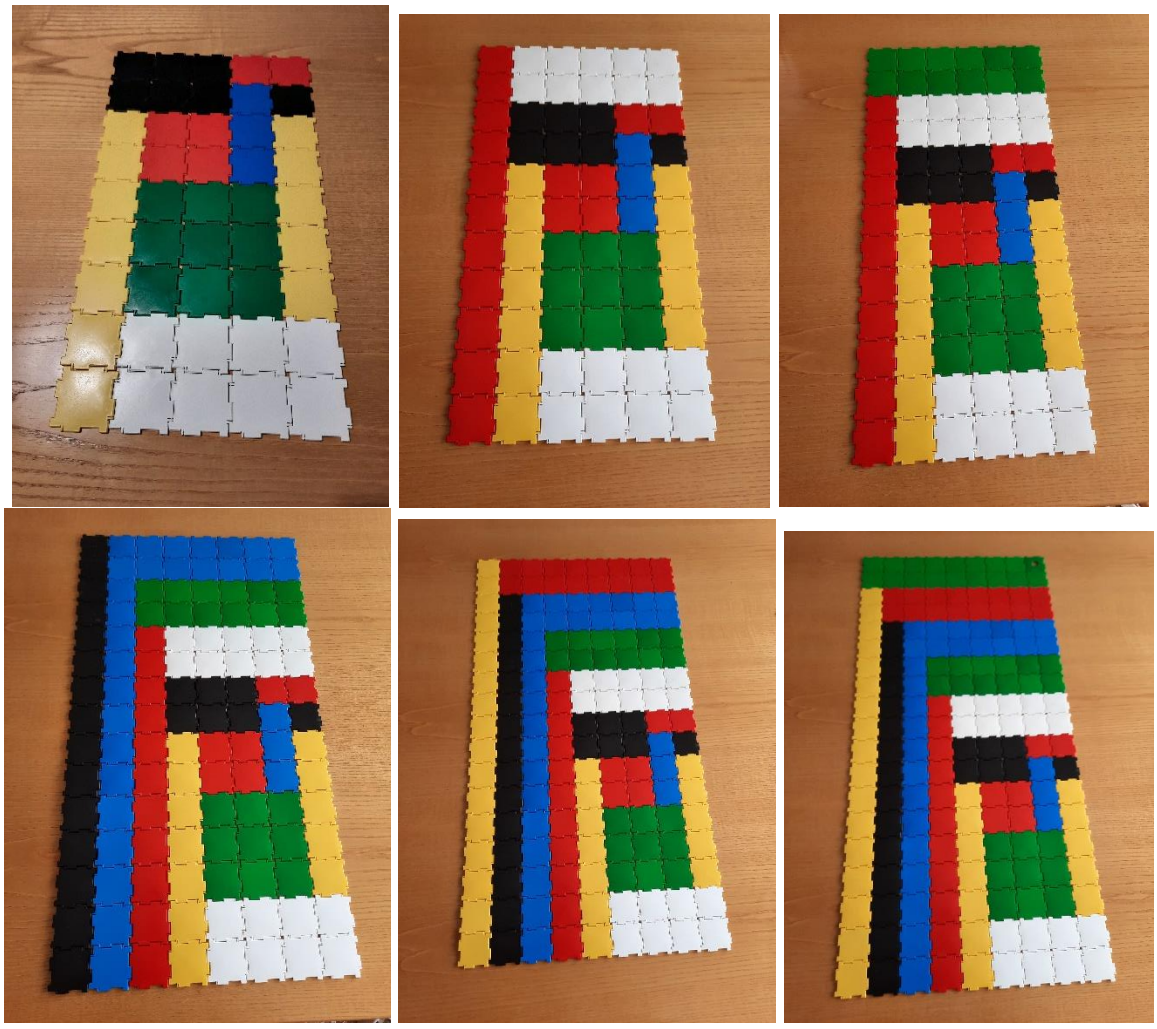
V programskem sistemu mathematica lahko funkcije podamo na različne načine:
Izraz f=#^{2}& pomeni isto kot f, ki je definiran z identiteto f(x)=x^2,

izraz g=Function[{x,y},x^2-y] pa pomeni kot bi g definirali z identiteto g(x,y)=x^2-y.

Referenca:

[1] I. Hafner, Regressive Recursion, *Mathematica Balcanica*, &:13(1976), 75-77.
[2] Izidor Hafner"Regressive Recursion"
http://demonstrations.wolfram.com/RegressiveRecursion/
Wolfram Demonstrations Project
Published: April 18 2018

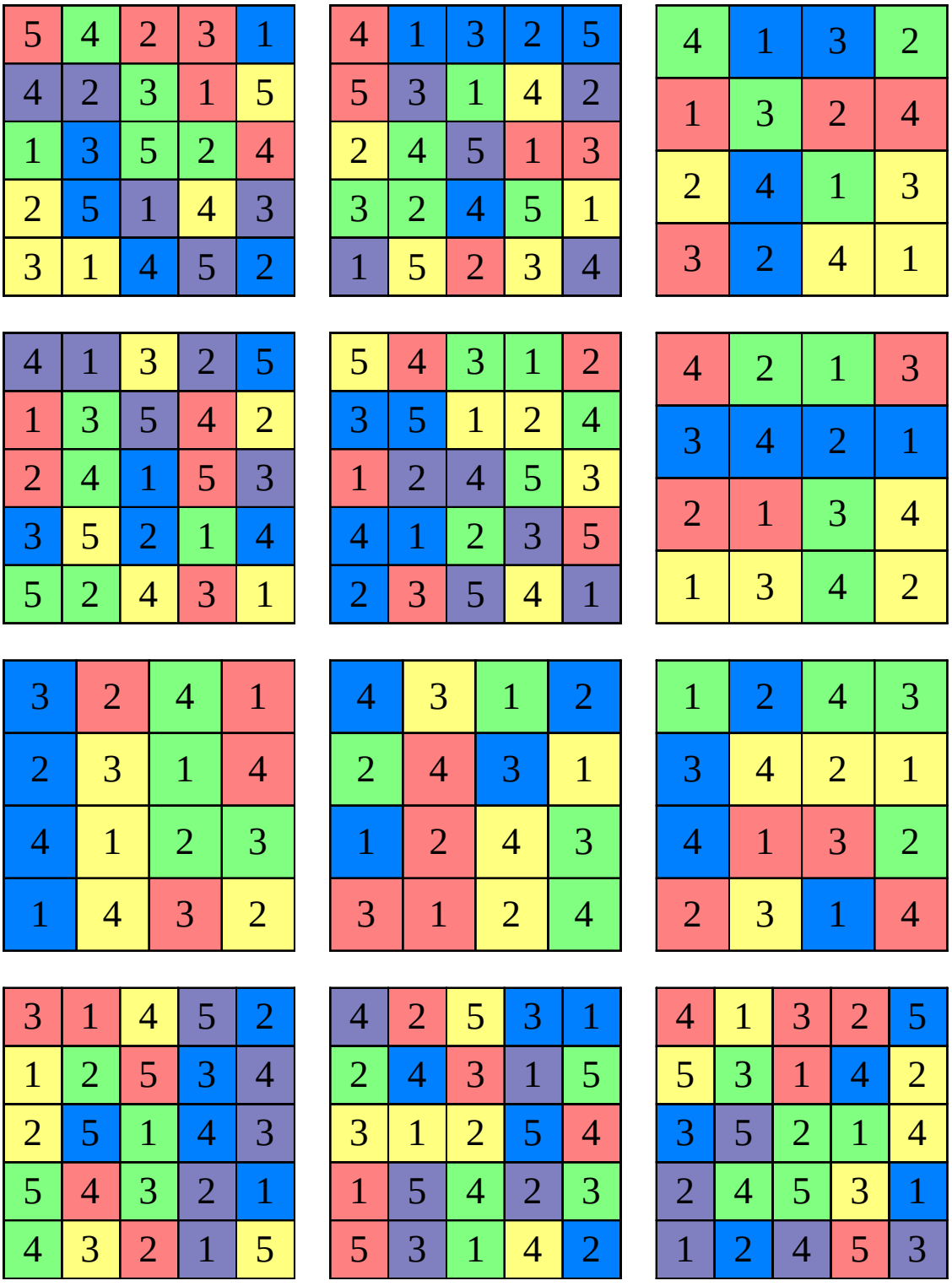
Razdelitev pravokotnika na pravokotnike



Rešitve

Barvni sudoku

1.



2.

2	1	3
1	3	2
3	2	1

3	2	1	4
1	4	2	3
4	1	3	2
2	3	4	1

3	2	1	4
4	3	2	1
1	4	3	2
2	1	4	3

3	2	4	1
2	1	3	4
4	3	1	2
1	4	2	3

3	2	1
2	1	3
1	3	2

1	2	3
2	3	1
3	1	2

2	4	1	3
4	3	2	1
3	1	4	2
1	2	3	4

3	2	1
2	1	3
1	3	2

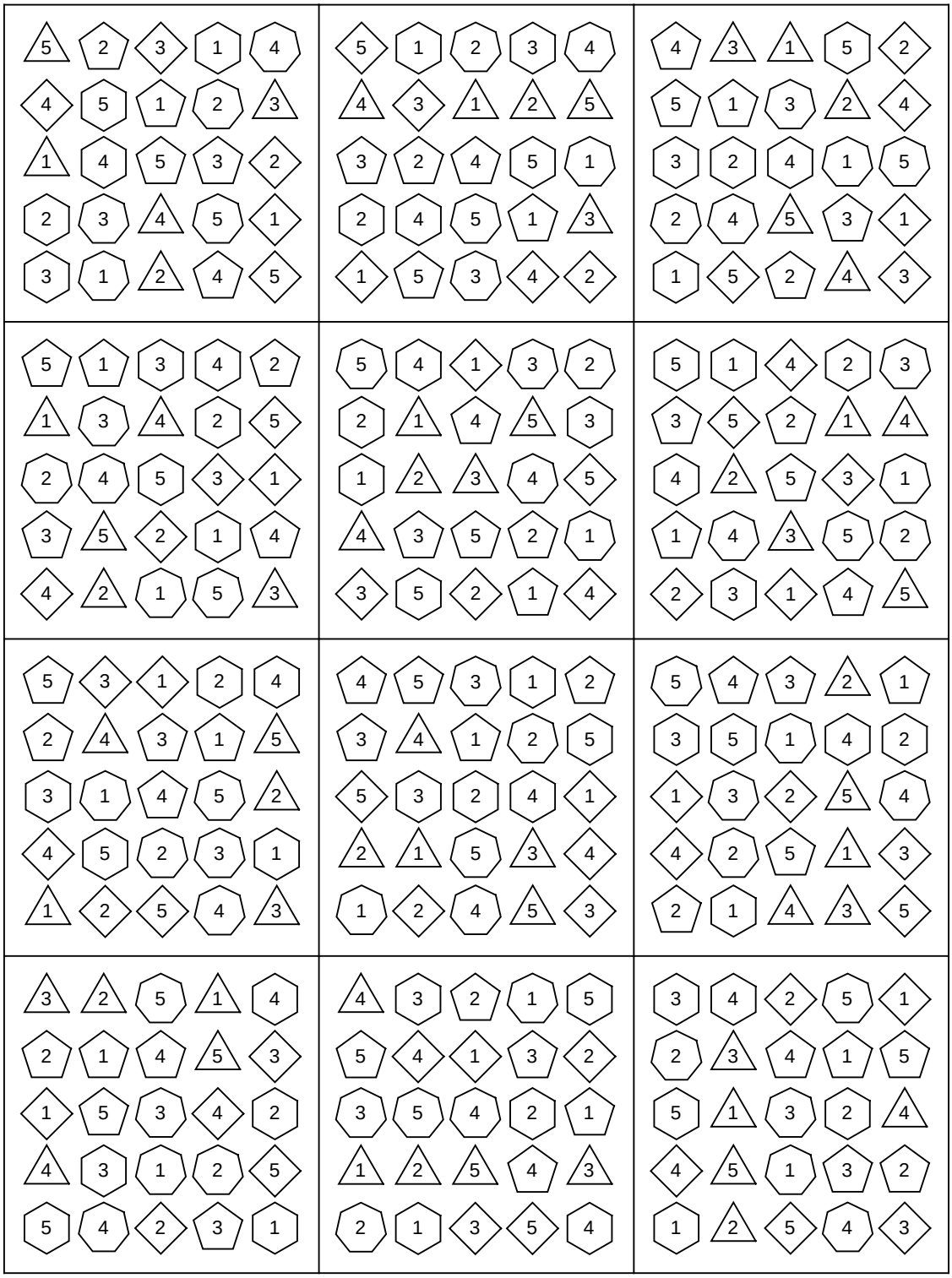
3	2	4	1
4	1	3	2
1	4	2	3
2	3	1	4

3	1	4	2
1	3	2	4
4	2	1	3
2	4	3	1

3	1	2	4
1	3	4	2
2	4	3	1
4	2	1	3

4	1	2	3
1	2	3	4
2	3	4	1
3	4	1	2

Sudoku z večkotniki



Latinski kvadrati

C	B	A	D
A	C	D	B
D	A	B	C
B	D	C	A

D	A	E	B	C
E	D	C	A	B
B	C	A	D	E
C	B	D	E	A
A	E	B	C	D

A	D	B	C	E
C	B	A	E	D
E	C	D	B	A
D	E	C	A	B
B	A	E	D	C

D	C	A	B
C	B	D	A
A	D	B	C
B	A	C	D

D	B	C	A
A	C	B	D
C	A	D	B
B	D	A	C

B	A	D	C
A	C	B	D
D	B	C	A
C	D	A	B

B	D	C	A
A	B	D	C
C	A	B	D
D	C	A	B

A	B	C	D
D	C	A	B
C	D	B	A
B	A	D	C

D	C	A	B	E
C	E	D	A	B
E	B	C	D	A
A	D	B	E	C
B	A	E	C	D

A	E	C	B	D
D	B	E	C	A
E	C	D	A	B
B	D	A	E	C
C	A	B	D	E

E	A	D	C	B
D	E	B	A	C
C	D	E	B	A
B	C	A	D	E
A	B	C	E	D

B	E	D	C	A
C	A	B	E	D
D	C	E	A	B
A	B	C	D	E
E	D	A	B	C

Sudoku s črkami

E 1	E 4	C 2	B 5	C 3
C 5	A 3	C 1	C 4	E 2
B 3	A 5	A 4	B 2	A 1
A 2	B 1	D 5	E 3	B 4
D 4	D 2	D 3	D 1	E 5

B 4	C 1	D 5	C 2	C 3
E 1	C 5	E 2	A 3	A 4
E 3	A 2	A 1	E 4	B 5
D 2	B 3	D 4	E 5	D 1
A 5	C 4	D 3	B 1	B 2

A 2	E 3	B 1	A 5	D 4
C 1	D 5	C 3	A 4	E 2
E 5	B 4	B 2	E 1	B 3
C 4	C 2	C 5	D 3	A 1
A 3	D 1	E 4	D 2	B 5

E 4	E 2	E 3	E 5	A 1
D 1	A 3	C 2	B 4	C 5
D 2	B 5	C 4	C 1	D 3
C 3	E 1	D 5	B 2	A 4
A 5	D 4	B 1	B 3	A 2

E 5	D 4	B 3	D 1	A 2
E 4	E 3	B 1	B 2	B 5
D 3	D 2	D 5	B 4	A 1
C 1	C 5	E 2	C 3	A 4
C 2	E 1	C 4	A 5	A 3

C 4	E 1	B 2	D 3	D 5
C 5	E 4	A 1	C 2	E 3
B 1	B 3	E 5	A 4	E 2
A 3	D 2	D 4	B 5	D 1
A 2	A 5	C 3	C 1	B 4

B 3	D 1	C 5	B 4	E 2
D 5	E 4	D 2	C 1	C 3
B 2	B 5	B 1	E 3	A 4
E 1	A 3	D 4	A 2	A 5
C 4	C 2	D 3	E 5	A 1

C 1	A 2	C 3	C 5	A 4
D 4	A 3	E 5	D 2	D 1
B 3	E 1	C 2	C 4	A 5
B 2	D 5	B 4	B 1	E 3
B 5	E 4	A 1	D 3	E 2

A 4	A 3	B 2	E 5	C 1
A 5	D 4	E 3	B 1	D 2
C 2	E 1	C 5	E 4	B 3
C 3	B 5	D 1	A 2	C 4
A 1	E 2	B 4	D 3	D 5

D 2	B 3	E 1	B 4	E 5
A 4	B 2	E 3	B 5	C 1
A 1	E 4	C 5	A 3	E 2
A 5	D 1	D 4	A 2	D 3
C 3	D 5	C 2	B 1	C 4

B 2	A 1	E 3	C 4	D 5
C 1	B 4	C 5	D 3	D 2
E 4	A 3	E 2	A 5	B 1
B 5	C 2	A 4	E 1	C 3
B 3	E 5	D 1	A 2	D 4

D 1	D 5	C 4	E 3	A 2
D 4	B 2	A 5	E 1	A 3
C 5	E 4	C 3	C 2	B 1
B 3	A 1	E 2	B 4	E 5
D 2	D 3	C 1	B 5	A 4

Futoshiki

1.

1	2	3
2	3	1
3	1	2

3	2	1
1	3	2
2	1	3

3	1	2	5	4
4	2	5	3	1
2	4	3	1	5
1	5	4	2	3
5	3	1	4	2

1	2	3
2	3	1
3	1	2

2	5	4	3	1
4	1	2	5	3
1	2	3	4	5
3	4	5	1	2
5	3	1	2	4

4	3	1	2
2	1	4	3
1	2	3	4
3	4	2	1

4	1	2	3
3	4	1	2
1	2	3	4
2	3	4	1

1	2	3
2	3	1
3	1	2

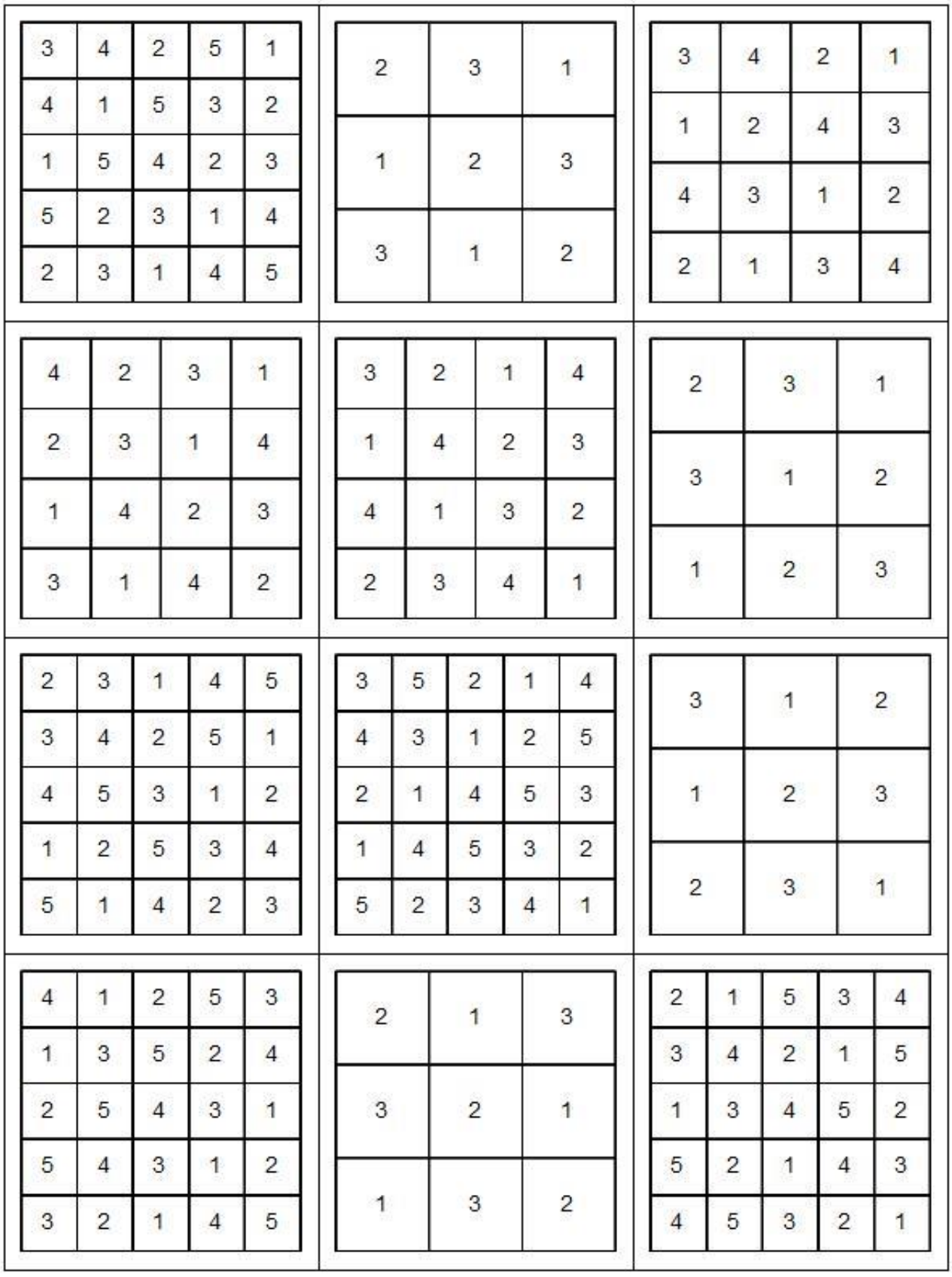
3	5	2	1	4
5	1	3	4	2
2	3	4	5	1
1	4	5	2	3
4	2	1	3	5

2	4	1	3
3	1	4	2
1	3	2	4
4	2	3	1

2	3	4	1	5
4	5	3	2	1
1	2	5	3	4
5	1	2	4	3
3	4	1	5	2

3	1	4	2
4	2	3	1
2	4	1	3
1	3	2	4

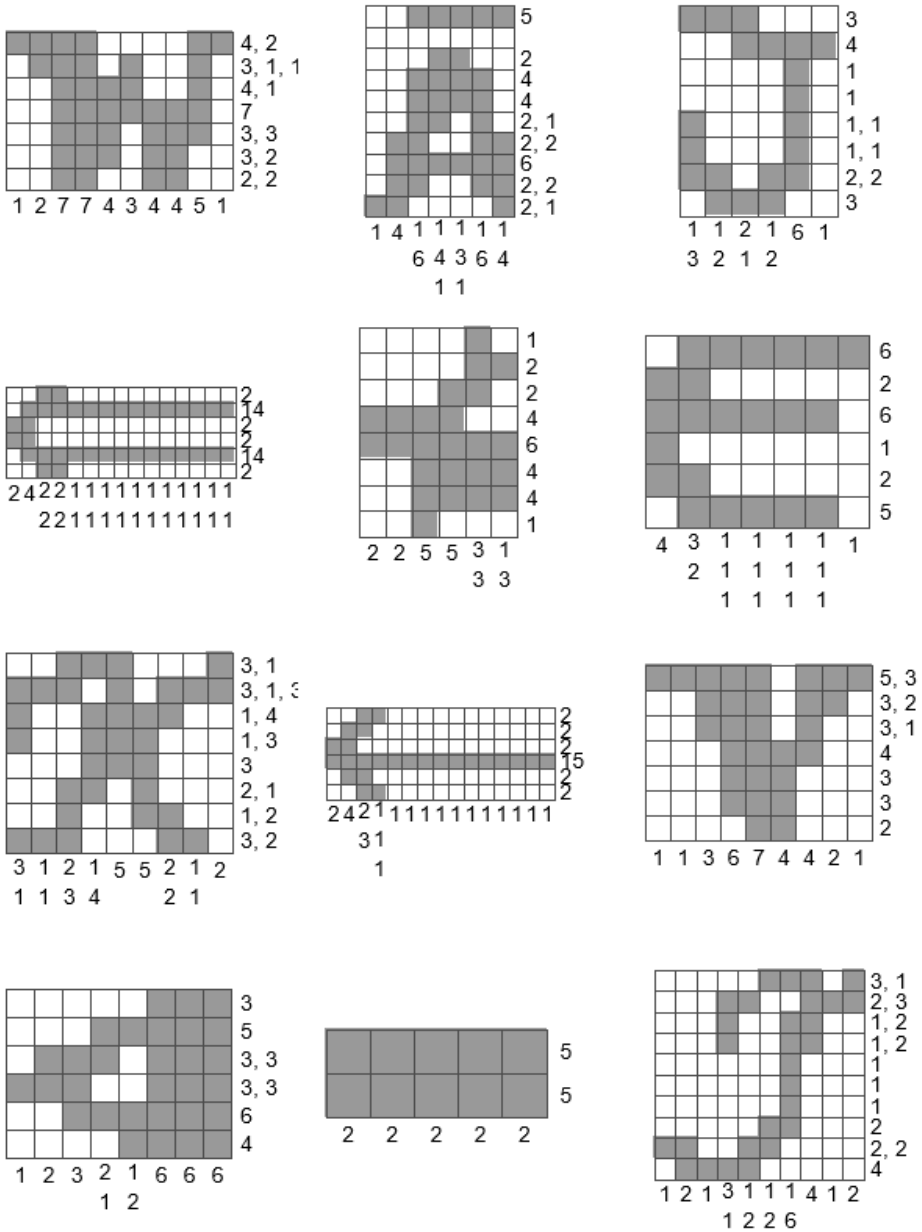
2.


3 4 2 5 1
4 1 5 3 2
1 5 4 2 3
5 2 3 1 4
2 3 1 4 5
2 3 1
1 2 3
3 1 2
3 4 2 1
1 2 4 3
4 3 1 2
2 1 3 4
4 2 3 1
2 3 1 4
1 4 2 3
3 1 4 2
3 2 1 4
1 4 2 3
4 1 3 2
2 3 4 1
2 3 1
3 1 2
1 2 3
2 3 1 4 5
3 4 2 5 1
4 5 3 1 2
1 2 5 3 4
5 1 4 2 3
3 5 2 1 4
4 3 1 2 5
2 1 4 5 3
1 4 5 3 2
5 2 3 4 1
3 1 2
1 2 3
2 3 1
4 1 2 5 3
1 3 5 2 4
2 5 4 3 1
5 4 3 1 2
3 2 1 4 5
2 1 3
3 2 1
1 3 2
2 1 5 3 4
3 4 2 1 5
1 3 4 5 2
5 2 1 4 3
4 5 3 2 1

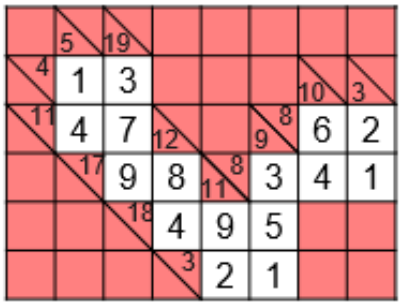
Razpored znakov

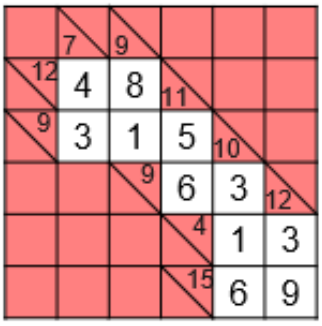
A C B	A B C
D C A B	C A D B
B D A E C	C B D A E
E C D A B	E A D B C

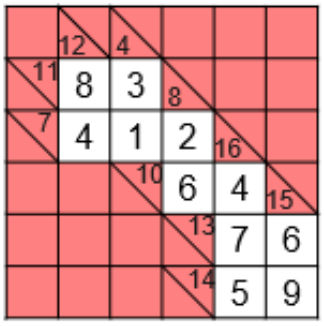
Gobelini

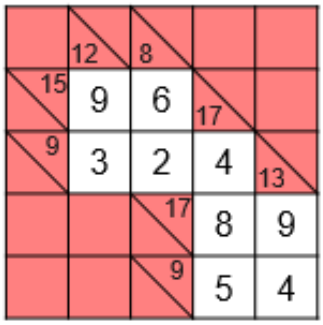


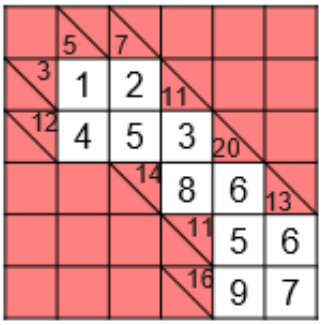
Križne vsote

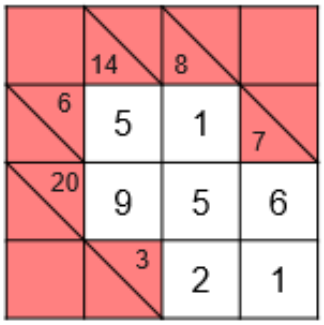


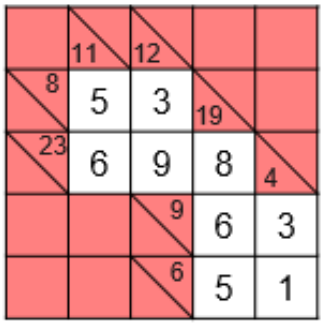


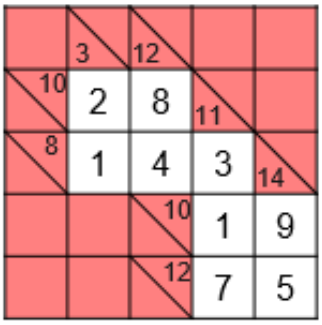


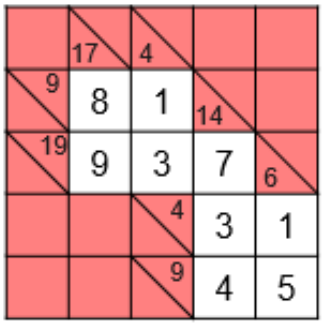


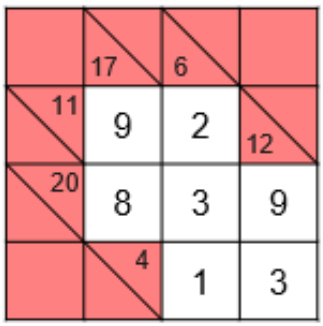


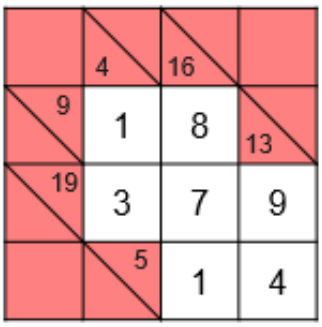


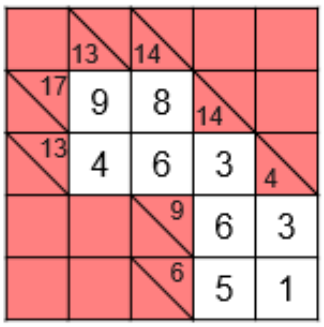




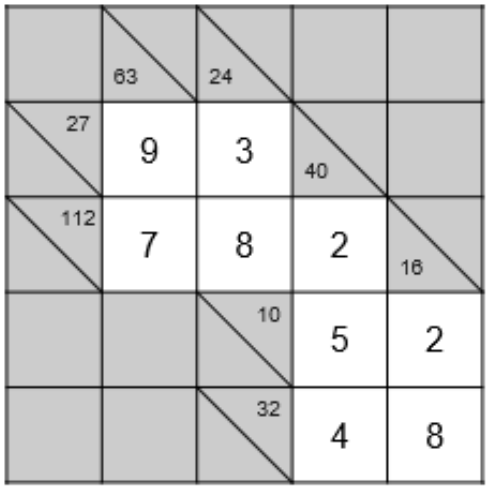


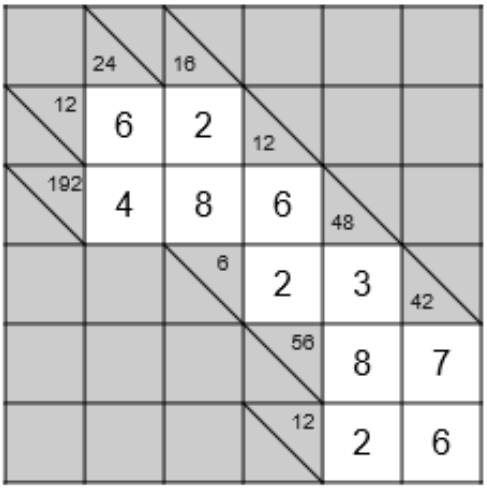


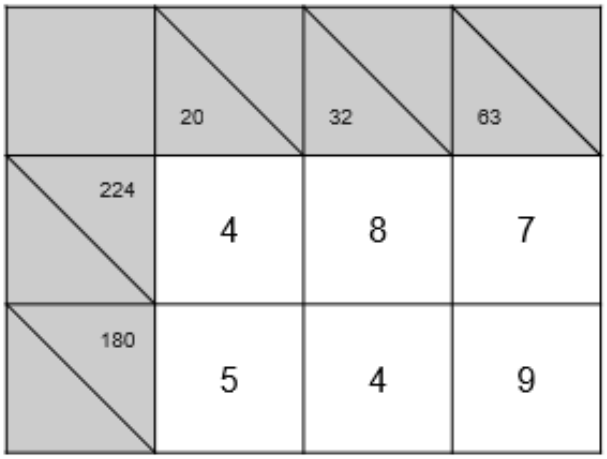


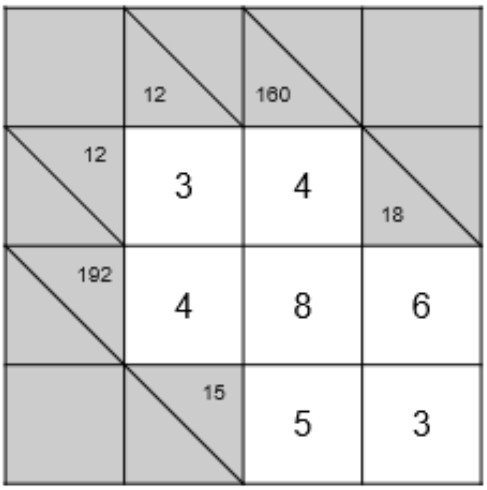


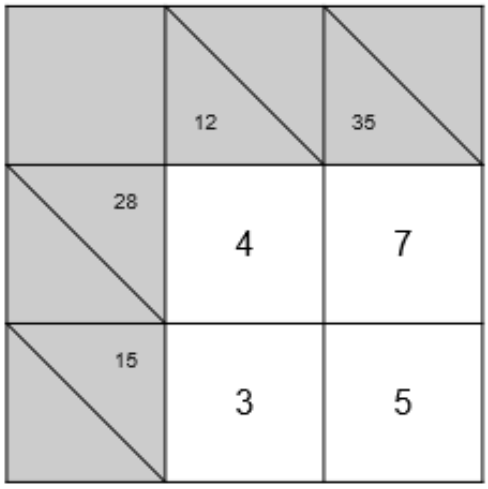
Križni produkti

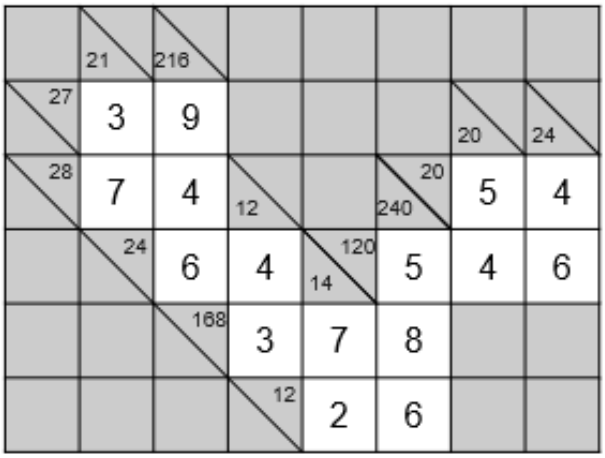




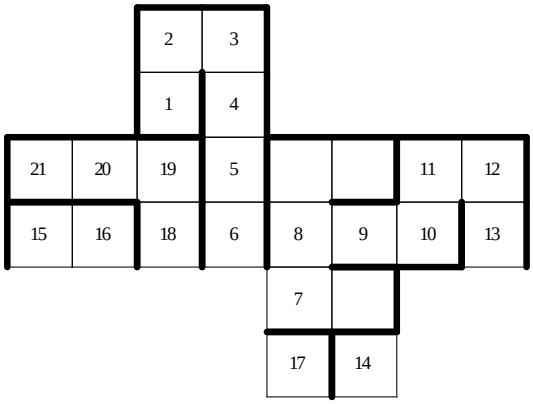


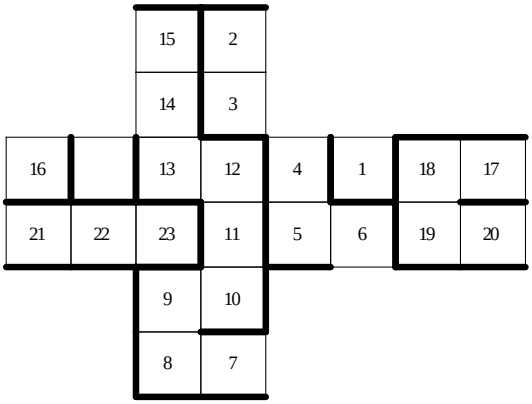


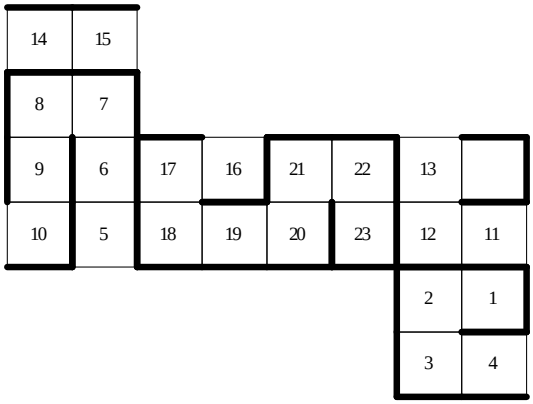


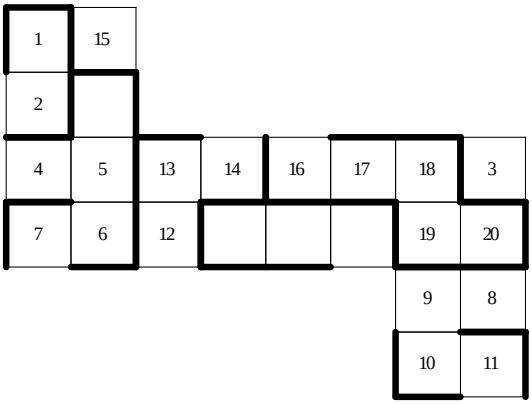


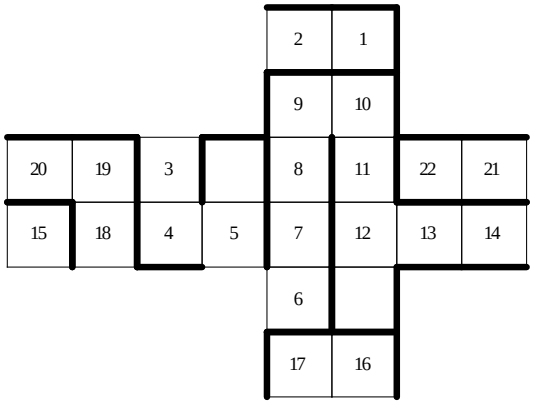
Labirint na kocki

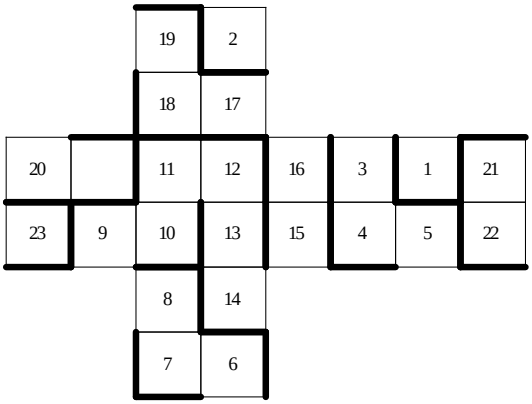




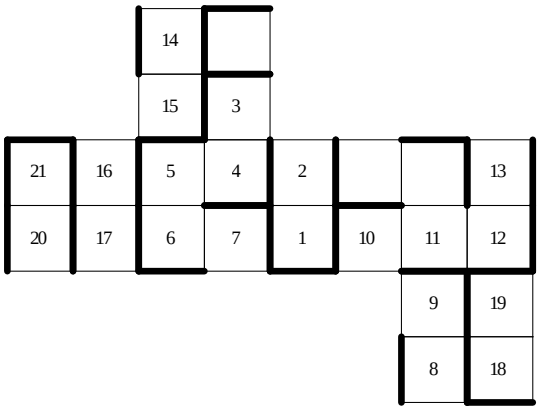


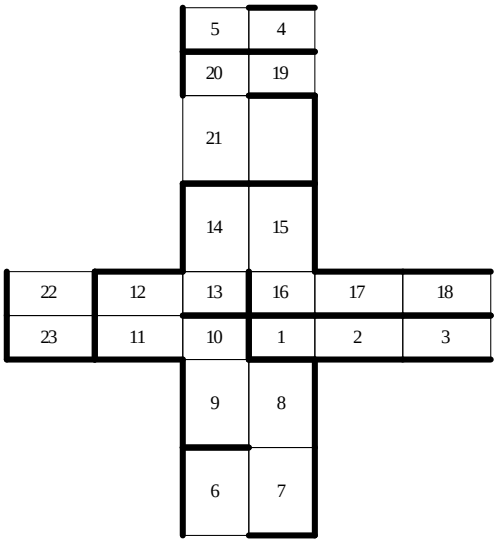


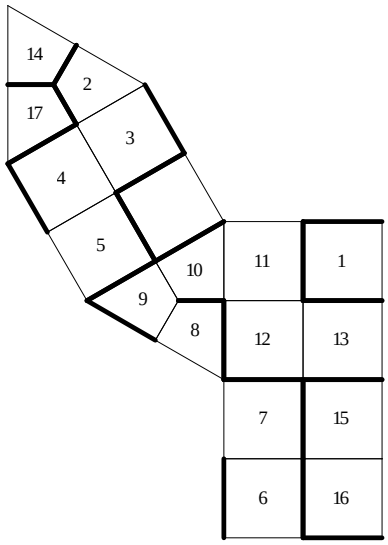


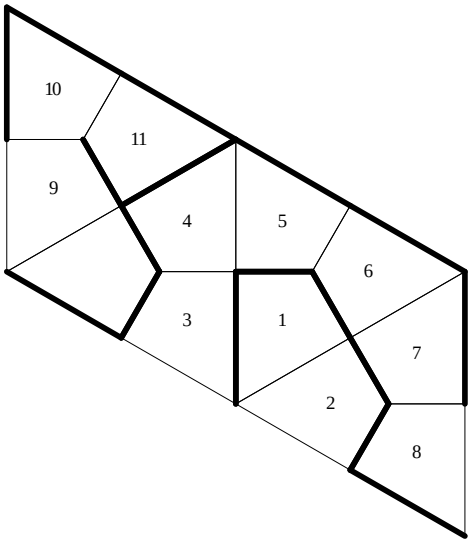


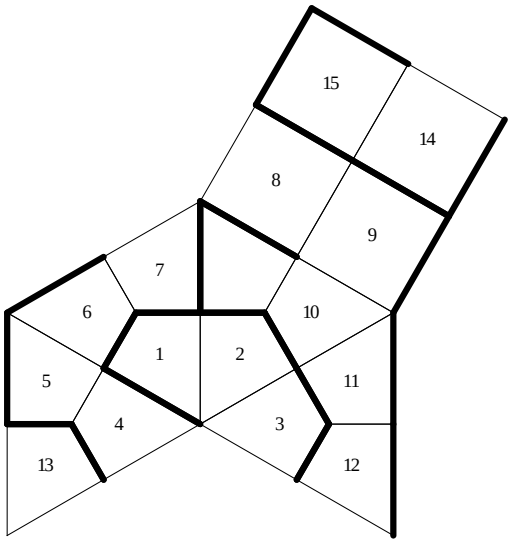
Labirinti na enostavnih poliedrih

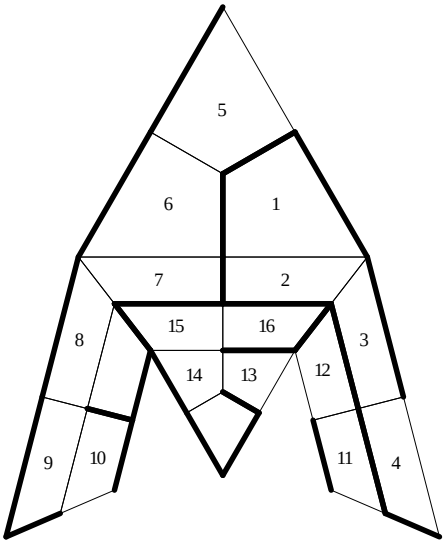






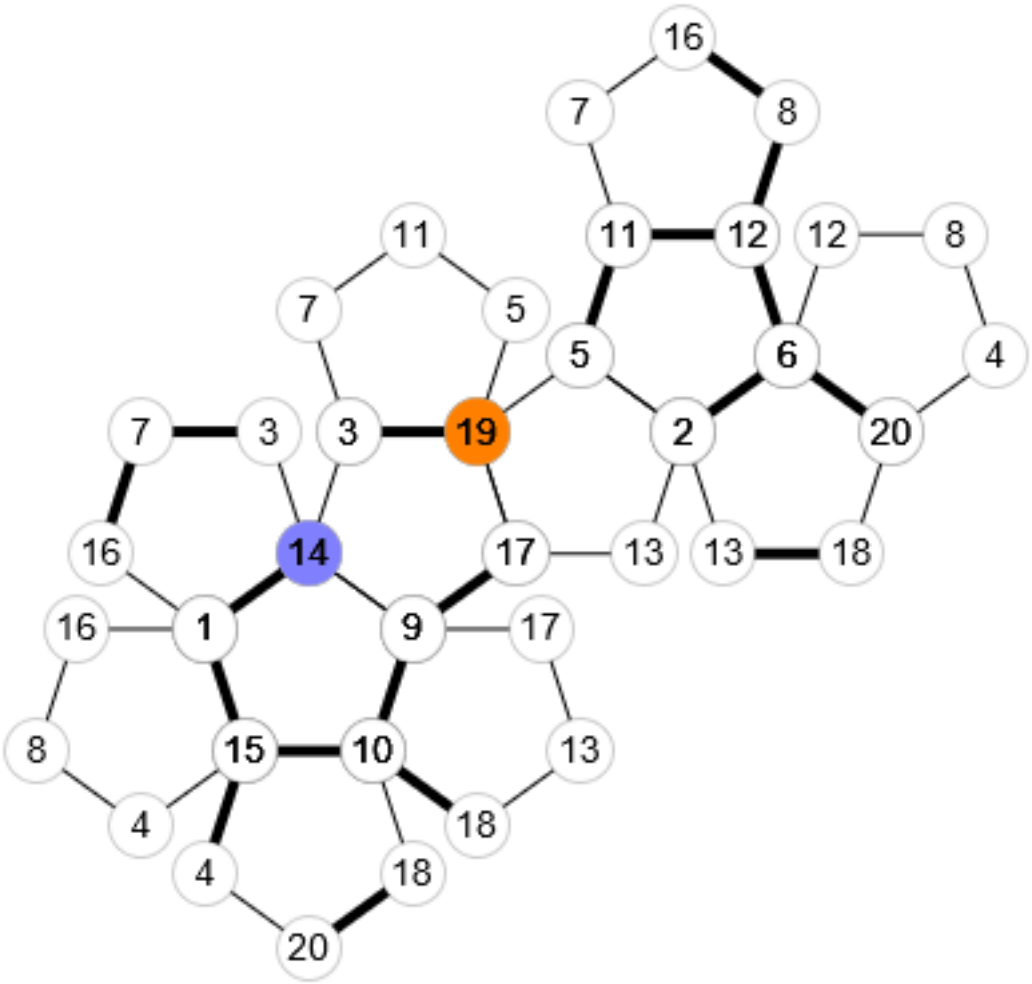






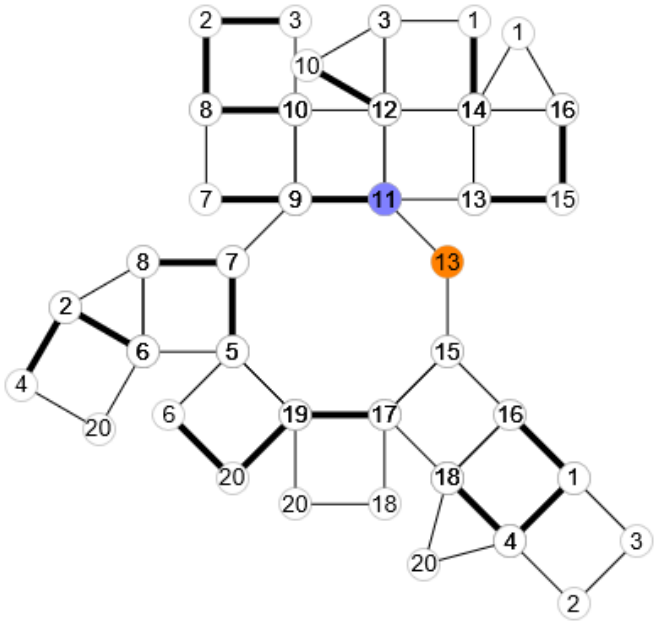
Labirinti na robovih poliedra

1.



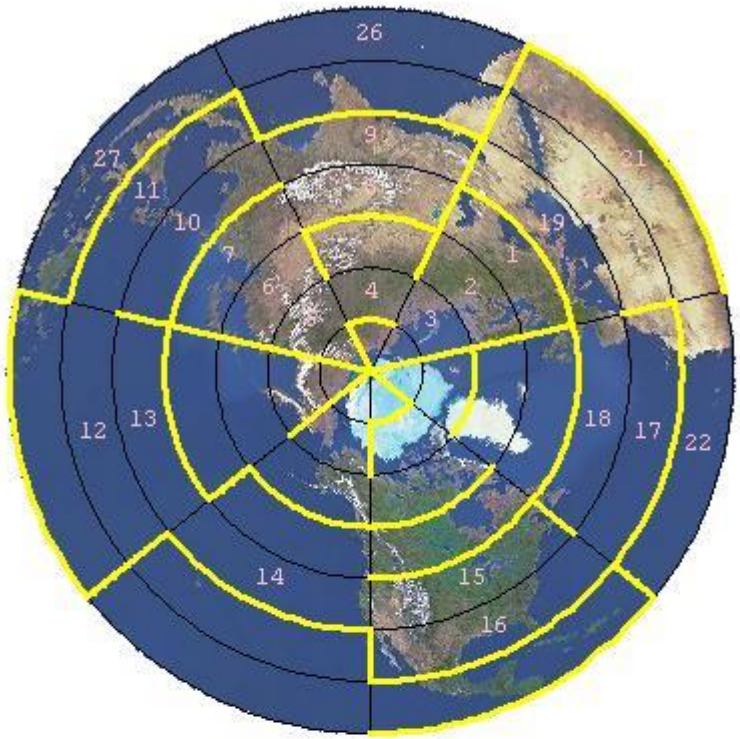
{19,3,7,16,8,12,6,20,18,10,15,1,14}

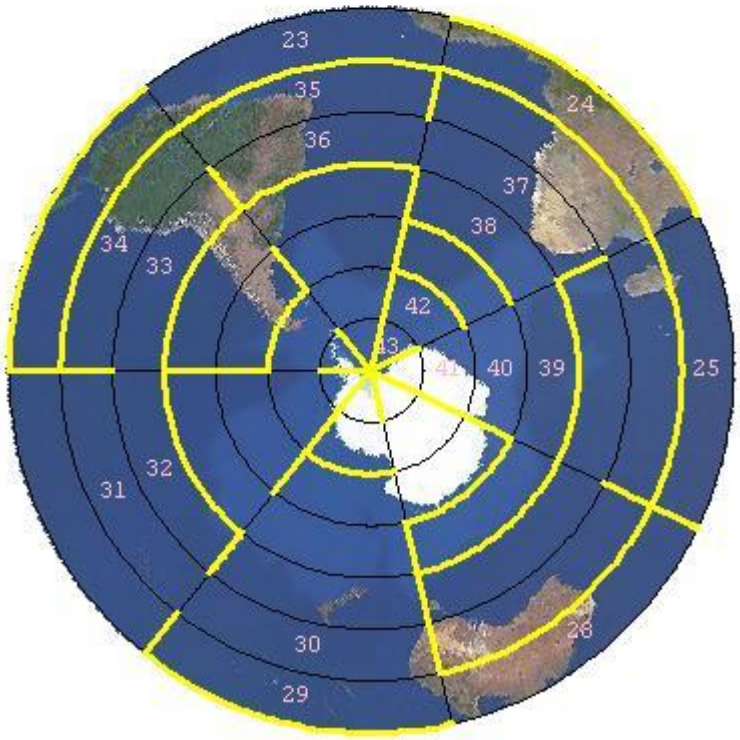
2.



{13,15,16,1,4,2,8,7,9,11}

Labirint na zemljevidu

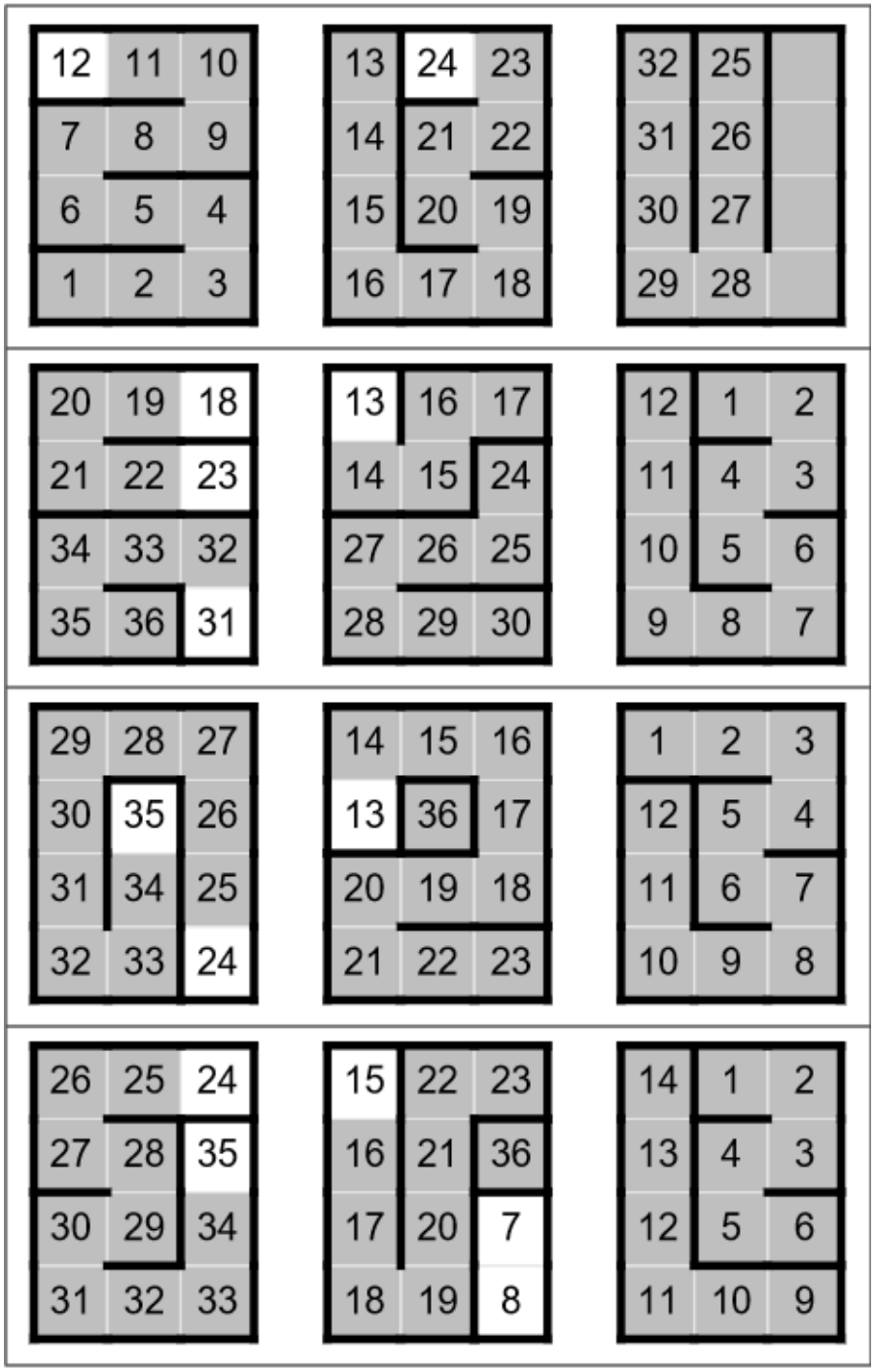




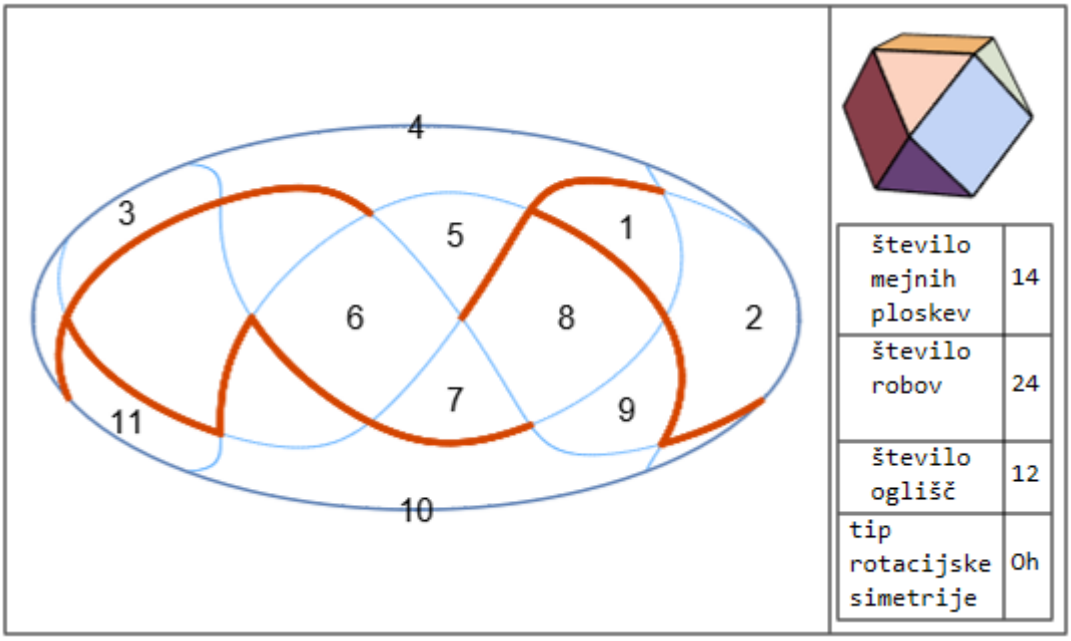
Odstranjene kocke

```
62  41  100
56  93   68
56  83   45
81 114   56
```

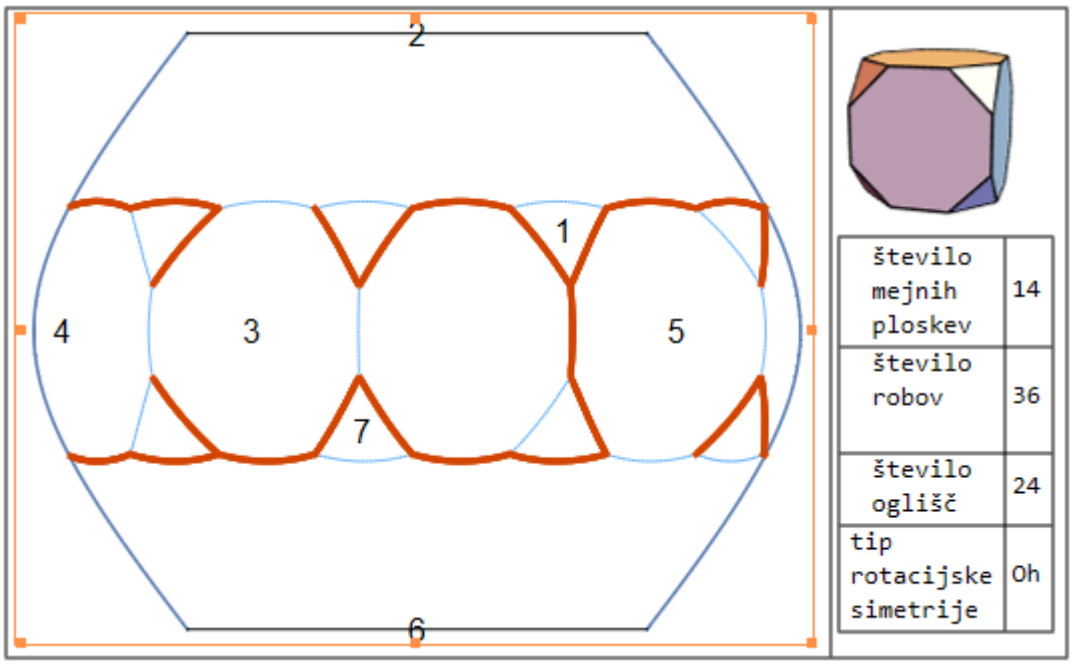
Labirint v kvadru



Labirint na projekcijah teles



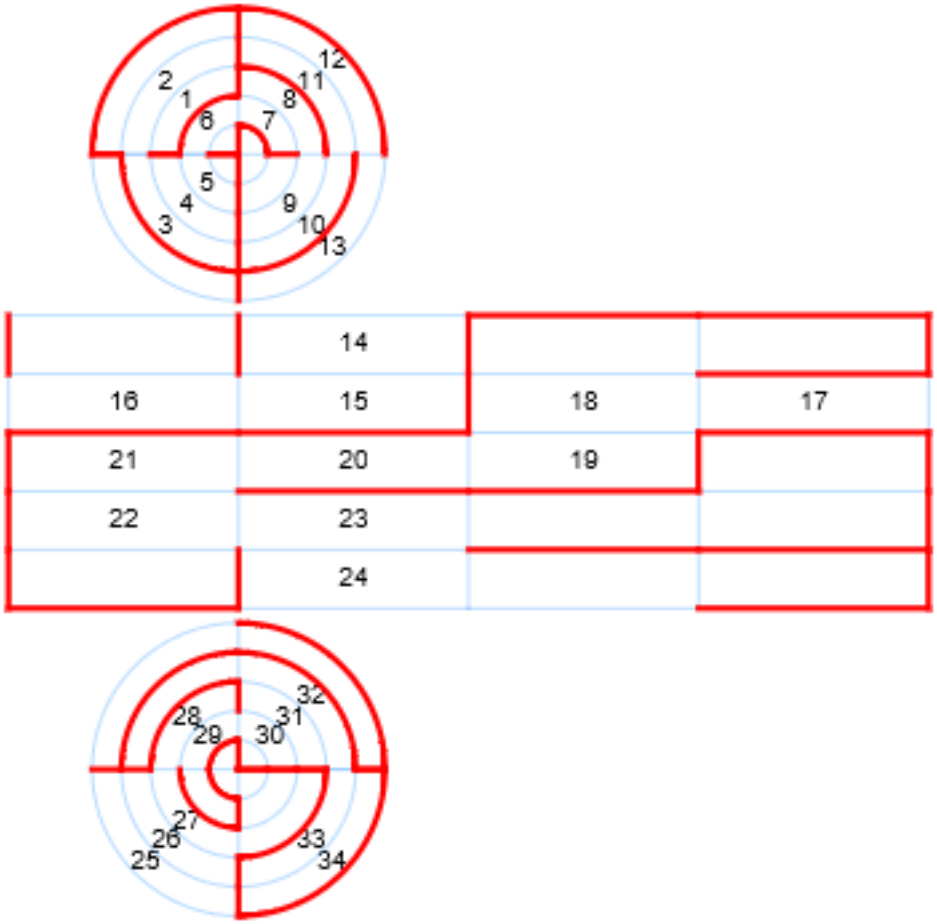
število mejnih ploskev	14
število robov	24
število oglišč	12
tip rotacijske simetrije	Oh



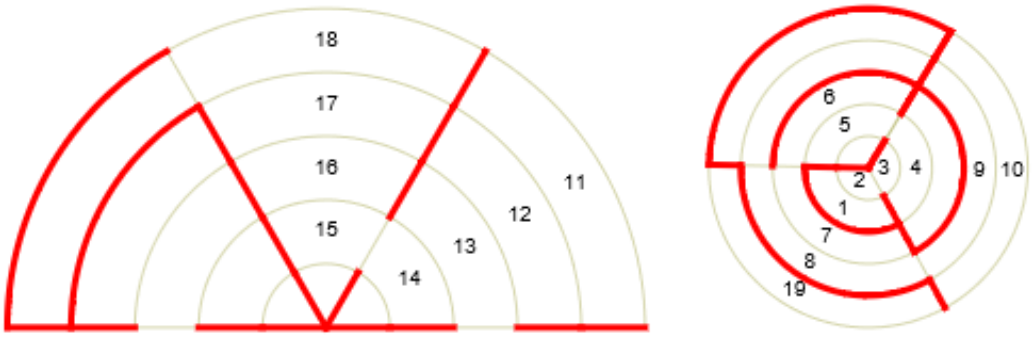
število mejnih ploskev	14
število robov	36
število oglišč	24
tip rotacijske simetrije	Oh

Labirinti na mreži valja in stožca

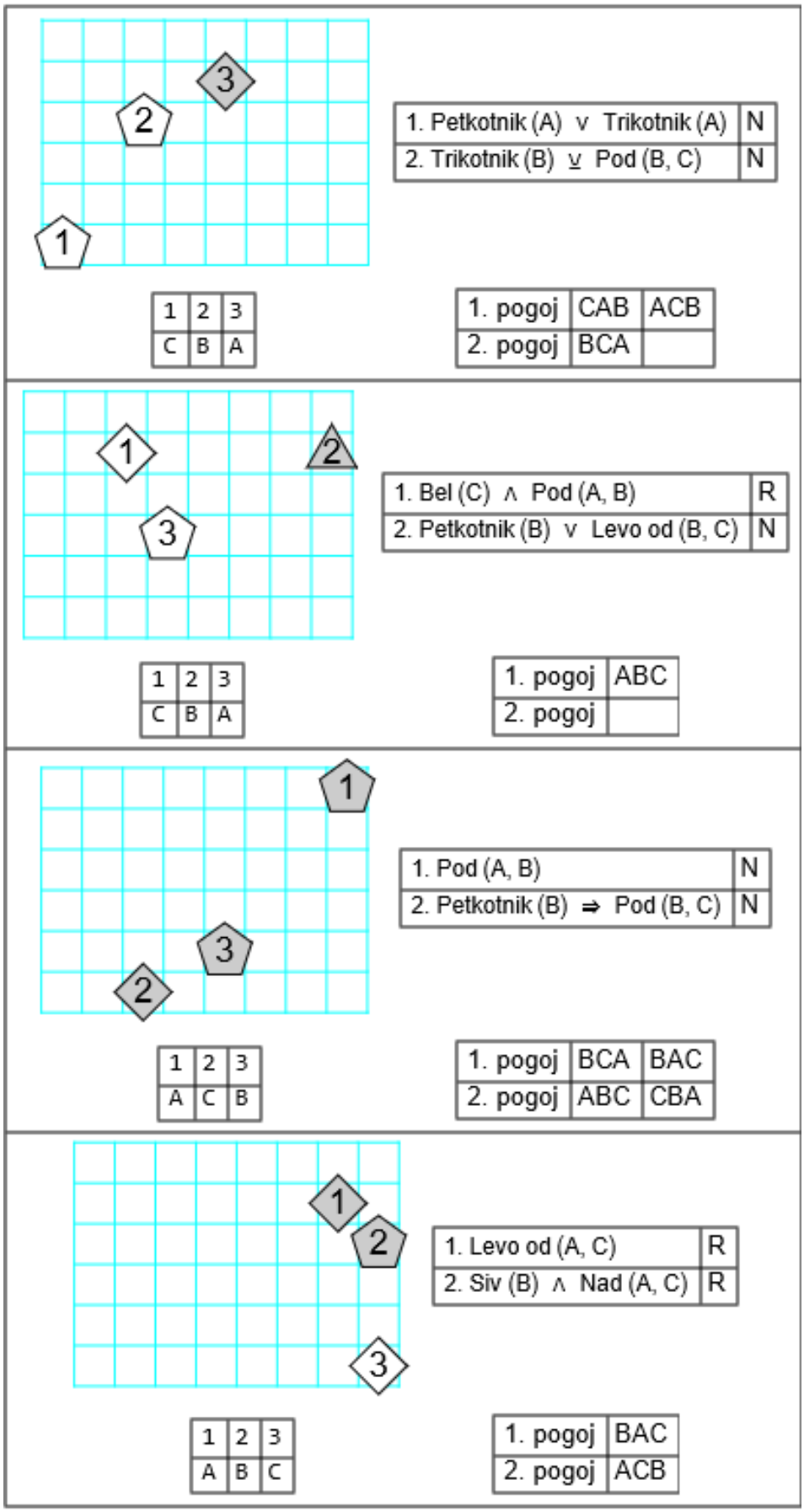
1.



2.



Analiziraj pogoje nalog



Logična naloga

```
Ada, Blisk, poni
Maja, Reno, frizijec
Eva, Mistral, arabec
Ana, Tornado, lisec
```

Naloga v esperantu

```
Nina, Mistralo, poneo
Lana, Sxtormo, arabo
Ada, Tornado, vulpo
Ella, Kingo, islandano
```

Izdaja: Založniško podjetje **LOGIKA d.o.o., Svetčeva pot 11, 1241 Kamnik**. Poslovni račun pri NLB: 02312-0016592829. Davčna številka: SI56917309. Podjetje je zavezanec za DDV po zakonu o DDV.
Za izdajatelja*: Izidor Hafner*.
E-mail: **info @logika.si**
Spletna stran: **http://www.logika.si**.
Revija *Logika & razvedrilna matematika* je vpisana v register medijev pri Ministrstvu za kulturo pod številko 759.
Strokovna pokrovitelja: UP FAMIT in *Slovensko društvo za diskretno in uporabno matematiko*.

Glavni in odgovorni urednik: *dr. Izidor Hafner* (**http://mat03.fe.uni-lj.si/html/people/izidor/homepage/**)
Člana časopisnega sveta: *prof. dr. Tomaž Pisanski in prof. dr. Darjo Felda.*
Oblikovanje: *Ana Hafner*
Jezikovni pregled: *Besana*
Naslovnica: *Maša Bratkovič*

Za objavljene prispevke ne plačujemo honorarjev.

© 2022 LOGIKA d.o.o.
ISSN 2350-532X
LOGIKA & RAZVEDRILNA MATEMATIKA, letnik XXXI, št. 4 od 4, 2021/2022
Elektronska izdaja. Cena revije: 0 €.