Spoštovani,

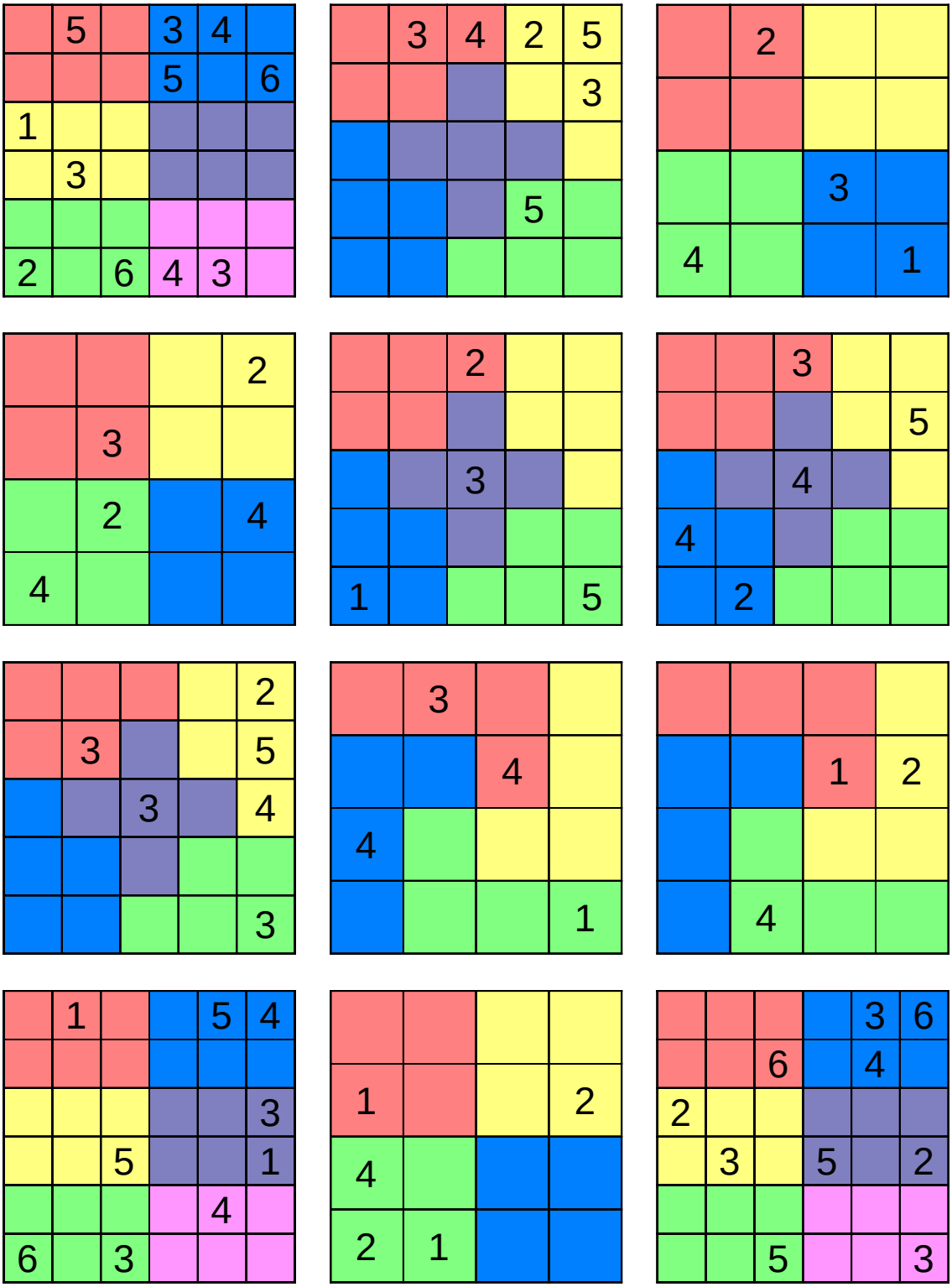
Pred vami je prva številka 30. letnika revije Logika in razvedrilna matematika. Spet bi vas radi opozorili na starejše številke revije, ki so zdaj dostopne na spletu, bodisi v celoti, bodisi le delno. Do teh številk pridete prek povezave: http://www.logika.si/revija/vsebine.htm
Na spletni strani http://www.logika.si/ smo pripravili štiri sklope nalog, ki bodo lahko služile za pripravo na tekmovanje iz logike (https://www.zotks.si/), iz razvedrilne matematike (https://www.dmfa.si/), na tekmovanje Matemček in na tekmovanje Logična pošast (https://miss.mathema.si/).
Osmi kongres evropskih matematikov je prestavljen na julij 2021. To nam omogoča, da šole pripravijo dodatne projekte, ki bi jih predstavile na kongresu ali že prej ob dnevu matematike 14.3. 2021. Tule navajamo nekaj možnosti.
Poliedrske vitrine z glavnimi skupinami poliedrov ali pa samo s posebnimi skupinami. Večino mrež za izdelavo papirnatih modelov je na voljo na strani:
https://sites.google.com/view/mrezepoliedrov/domov
Razstave modelov poliedrov (plastičnih, papirnatih, 3D tisk, …)
Osončje iz polidrskih modelov planetov in njihovih lun:
https://sites.google.com/view/zemljanapoliedrih/doma%C4%8Da-stran
Zbirke kalejdocikov: https://sites.google.com/view/vrteci-obroci/doma%C4%8Da-stran
Labirinti na poliedrih: https://sites.google.com/view/labirintinamrezahpoliedrov/doma%C4%8Da-stran
Poliedrski koledarji: http://www.mathema.si/, https://sites.google.com/view/poliedrski-koledarji-2020/doma%C4%8Da-stran.
Posebni poliedri (enostabilni, premakljivi, Swartzov polieder, …)
Razdelitve likov (plastični, kartonski, leseni modeli)
Leto 2021 bi lahko začeli s poliedrskimi jelkami. Zato prosimo, da nam slike poliedrskih jelk pošljete do 15.1.2021 na naslov Logika d.o.o., Svetčeva pot 11, 1241 Kamnik.



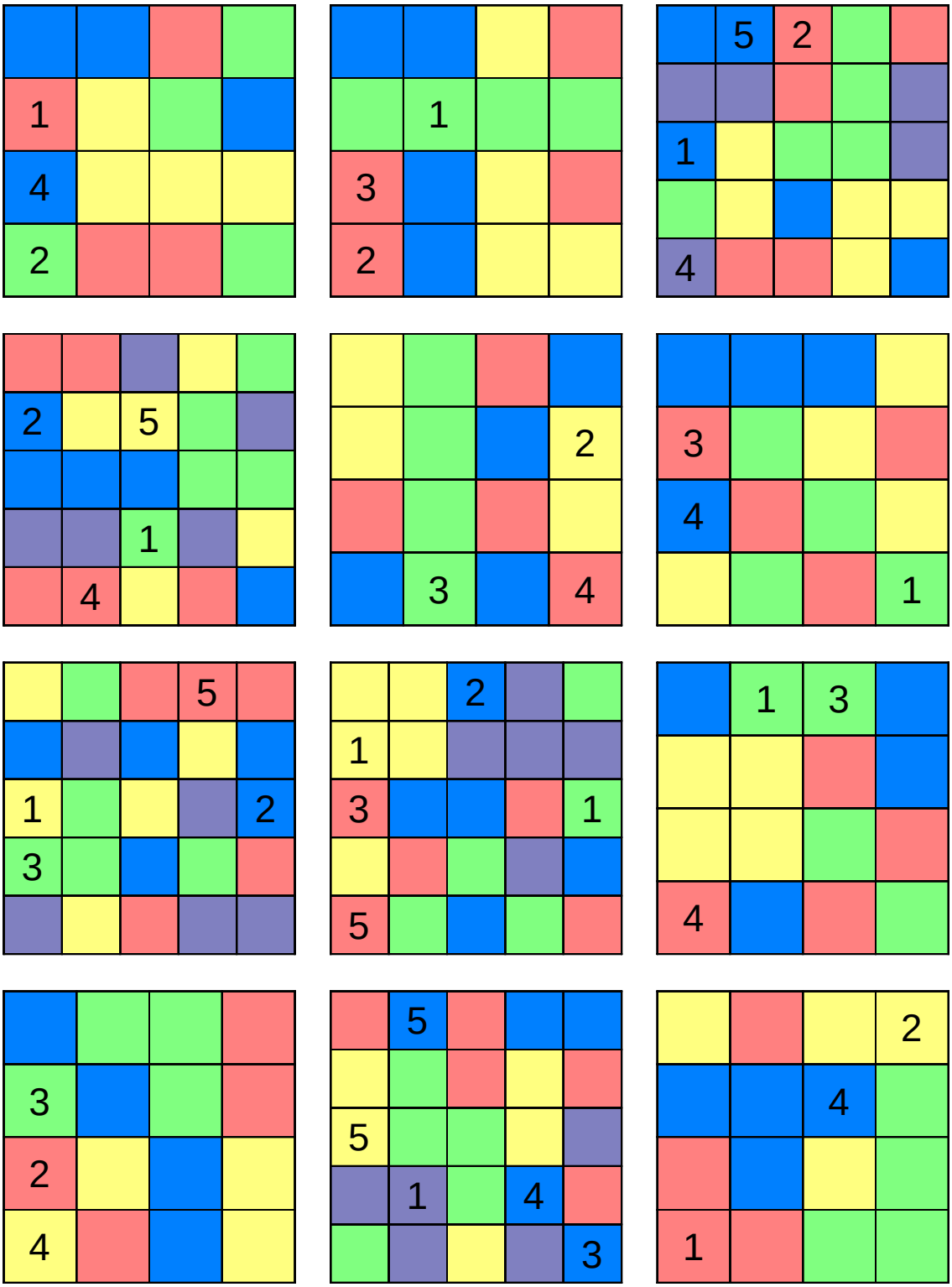
Barvni sudoku

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih iste barve nastopalo vseh n števil.

1.



2.



Latinski kvadrati

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetne številke 1, 2, 3, … tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu nastopalo vseh n številk.

1			
	1		
	3	4	
4			

		1		4
1	5			
		4		5
				1
3				

4				
				2
	4		1	
3	2		4	
	3		2	

3			
4	3		
			1

	1			
				4
4			5	1
		5	1	2
5				

2				
	4			
3		4		
		1		

1		4	3
3			1
4		1	

	3	1		
				4
4		3	2	
			1	2

	3	4		1
	1	3		
	5			
1	4	5		3

		1	
3	2		
2			

	5		4	
			1	
				2
2	3			
				4

3	2		
			1
	3		

Sudoku s črkami

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih z isto črko nastopalo vseh n števil.

E	C	A 5	D	E 4
A 2	E	C	D	B
C	D	D	C	E
E 1	B	B	A	B
D	C	A	A	B

E	E	C 4	C	D
D 3	B	A	E	D
B	A 5	A	B	A
C	A	E	C	B
B	E	D 1	C	D

A	D 1	D	A 4	A 5
B	C	C	B	C
C	C	B	E	E
E	B	E	A 2	A
B	D	E	D	D

E	C	D 2	C	E
C	B	D	E	E
B 4	A	C 5	A	B
C	A	B	A	A
D 3	B	D	E	D

E	B	E	E 5	E
A 1	A	D	D	C
A	B	A	D	D
B	B	E	D	C
B	C 2	A 4	C	C

B	C 3	C 4	C	E
B 1	B	C	E	B
E	D 5	D	D	D
A	C	D	A	A
E	B	A	A	E

D	B 4	D 5	A	D
E	E	E	C	E
B	C	E	B	C
B 3	A	D	A	C
B 1	C	A	A	D

A	E	B	A	D
B 1	E	C	E	E
A 3	B	D	C 2	C
A 4	E	C	C	B
D	D	D	B	A

B	C	B	C	C
E	D	B	C	E
E	E	B	A	D 2
E	D 3	B	A	A
D 1	A	C	D 5	A

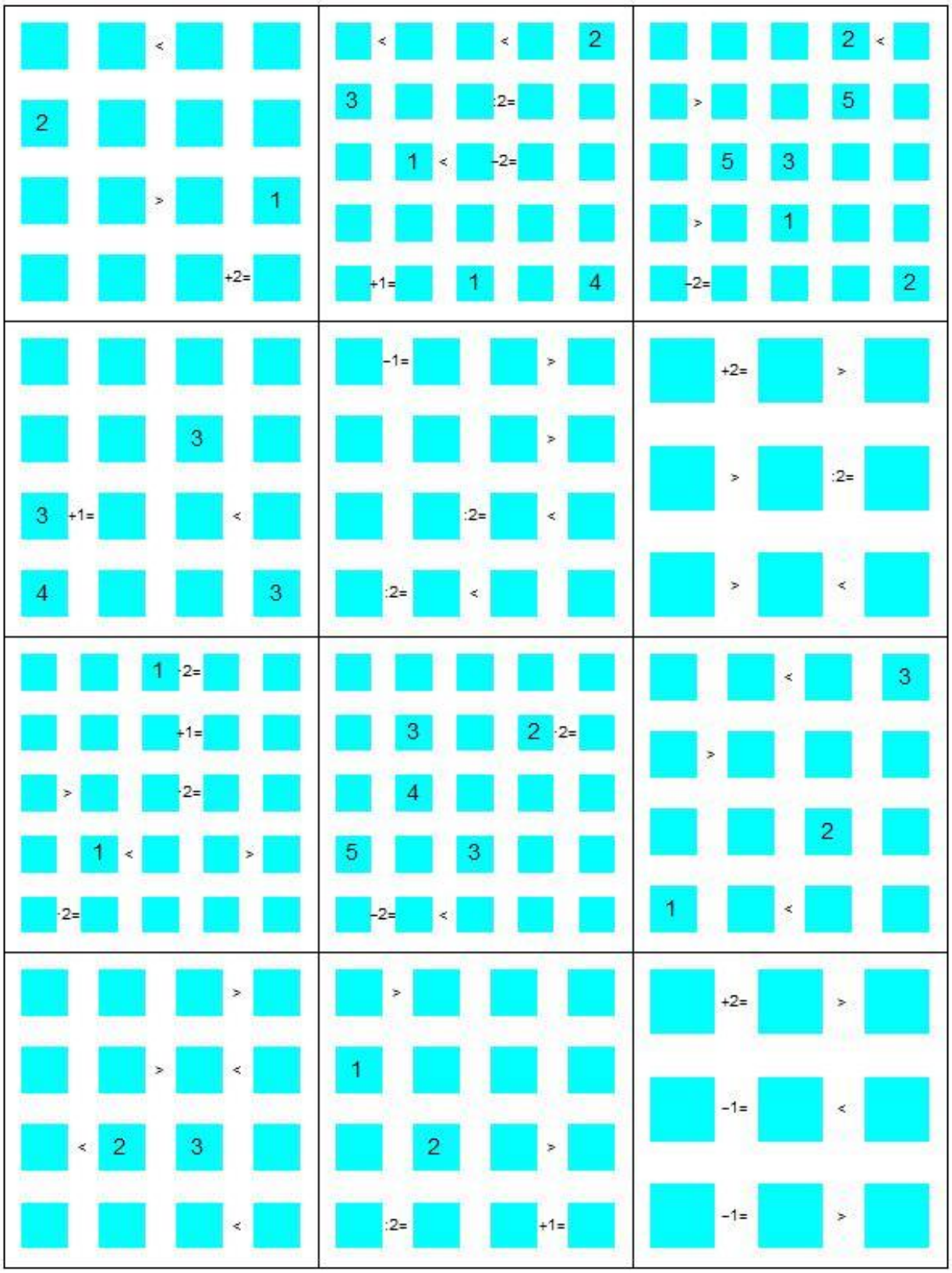
B	E 5	D	E 4	E 3
C 2	A	D	D	C
B	A	E	D	B
D	C	B	E	C
C	A	B	A	A

B	E 1	D	B	E
E	D	E	B	D
E 5	D	B	A	A
C	D	C	A	C
C	A	B 3	C	A 2

D	C	D	D	D
A	E	C	A	A
B	C	E	E	B
B	E 1	C	E 4	D
B 5	C	B	A	A 2

Futoshiki

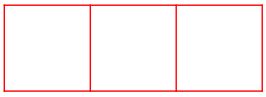
V n × n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n tako, da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopalo vseh n števil ter da bodo izpolnjene vse relacije.



Določi razpored



A JE SOSEDA OD C.	N
A JE LEVO OD C.	N



B JE SOSEDA OD C.	N
B JE DESNO OD C.	N
A JE LEVO OD B.	N



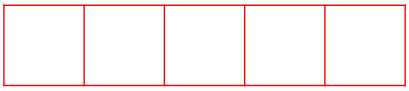
C JE DESNO OD D.	N
A JE SOSEDA OD D.	N
A JE LEVO OD D.	N



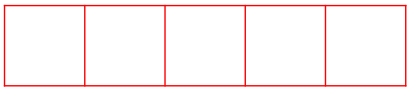
B JE LEVO OD C.	N
A JE DESNO OD B.	R
B JE SOSEDA OD D.	R
A JE SOSEDA OD B.	N



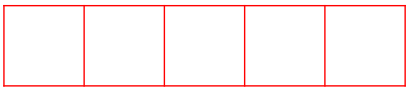
B JE LEVO OD C.	N
A JE LEVO OD D.	R
C JE DESNO OD D.	R
C JE LEVO OD E.	R
B JE LEVO OD E.	N



B JE LEVO OD C.	R
C JE DESNO OD D.	N
A JE LEVO OD D.	N
A JE LEVO OD C.	N
B JE DESNO OD E.	R
B JE SOSEDA OD D.	N



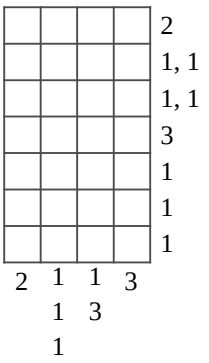
A JE DESNO OD C.	N
D JE DESNO OD E.	R
A JE SOSEDA OD C.	N
C JE LEVO OD D.	R
A JE DESNO OD B.	R

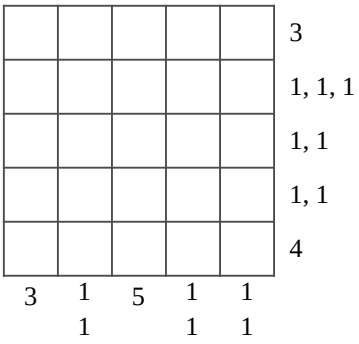


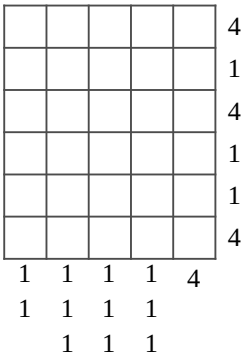
D JE DESNO OD E.	R
B JE DESNO OD D.	R
B JE SOSEDA OD D.	N
A JE DESNO OD E.	R
C JE LEVO OD D.	R
D JE SOSEDA OD E.	N

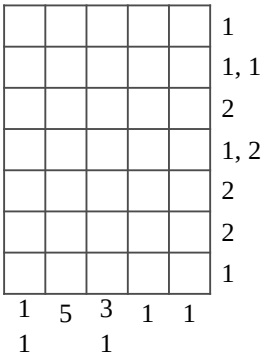
Gobelini

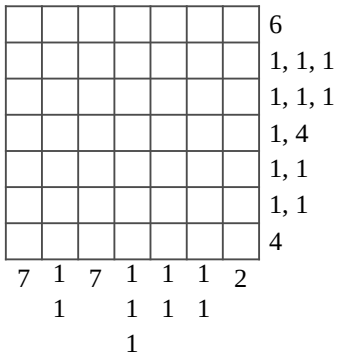
Kvadratke v razpredelnici moraš pobarvati sivo tako, da bo zaporedje sivih pasov v vrstici ustrezalo zaporedju števil na desni in da bo zaporedje sivih pasov v stolpcu ustrezalo zaporedju števil pod njim.

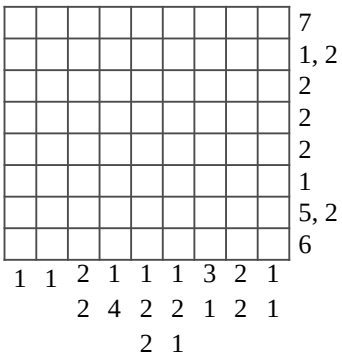


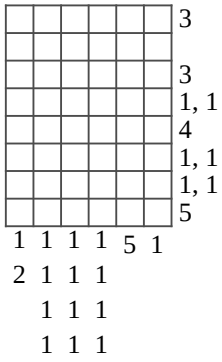


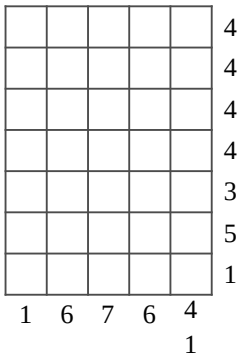


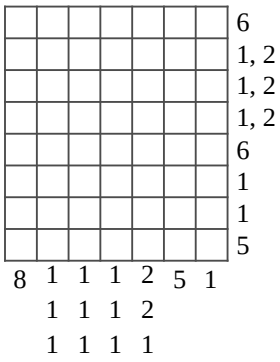


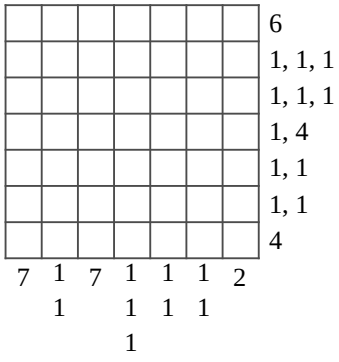


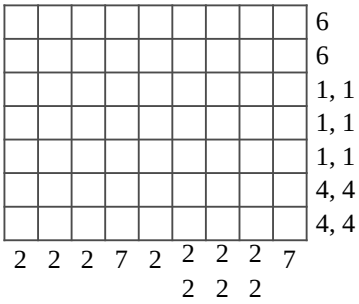


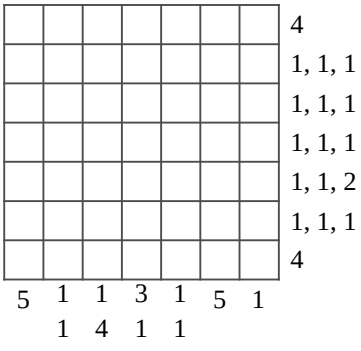






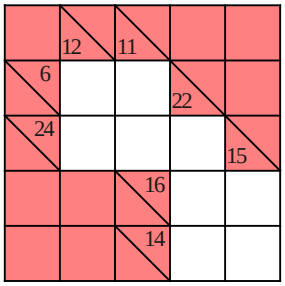


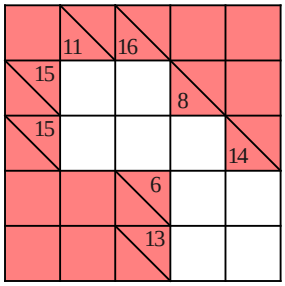


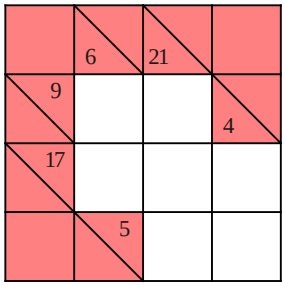


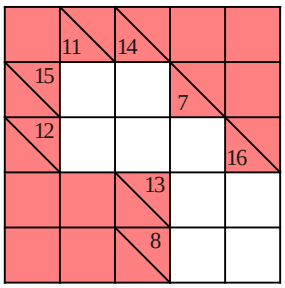
Križne vsote

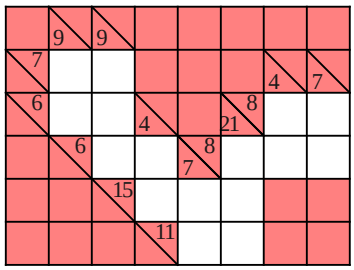
Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števkami od 1 do 9 tako, da je vsota števk v zaporednih belih kvadratkih po vrsticah in stolpcih enaka številu, ki je zapisano v rdečem kvadratku na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem pa morajo biti vse števke v posamezni vrstici (stolpcu) različne.

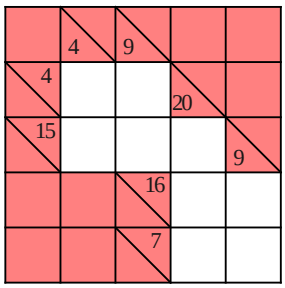


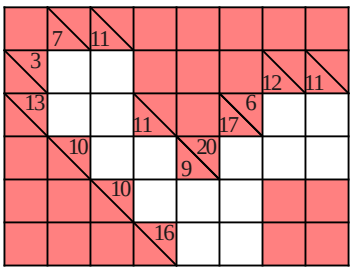


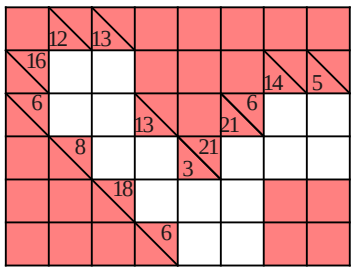


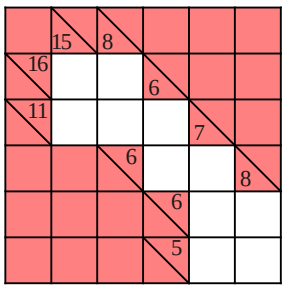


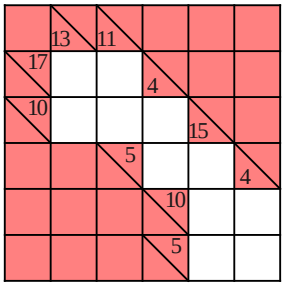


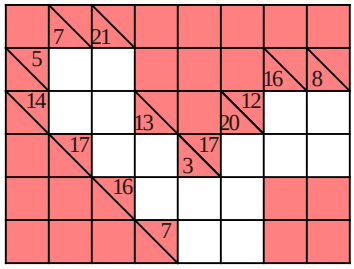


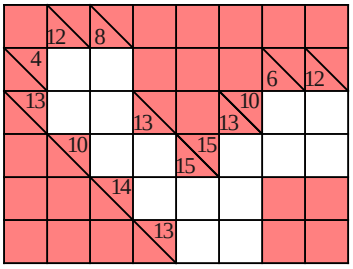






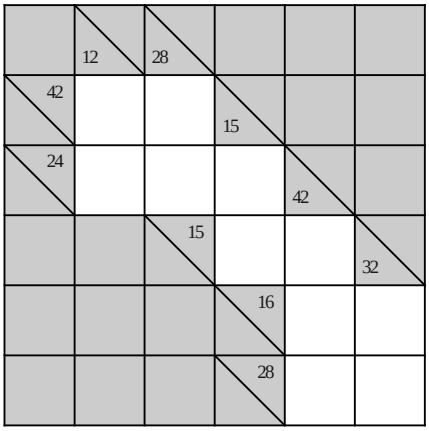


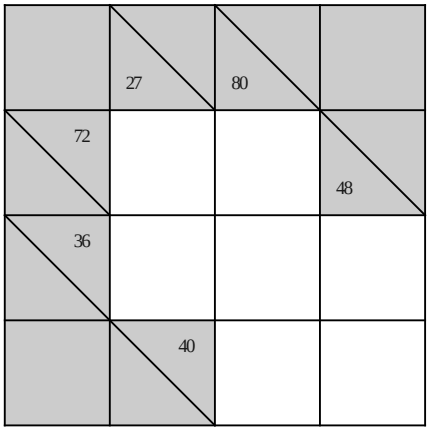


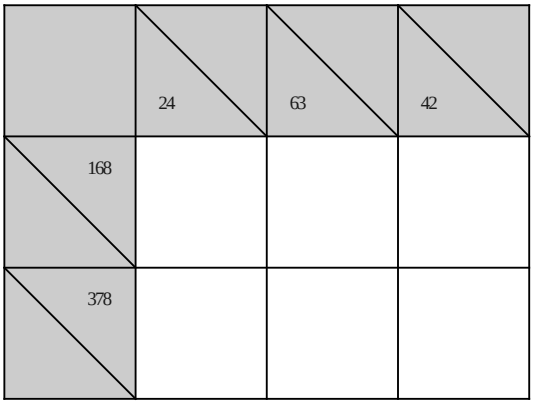


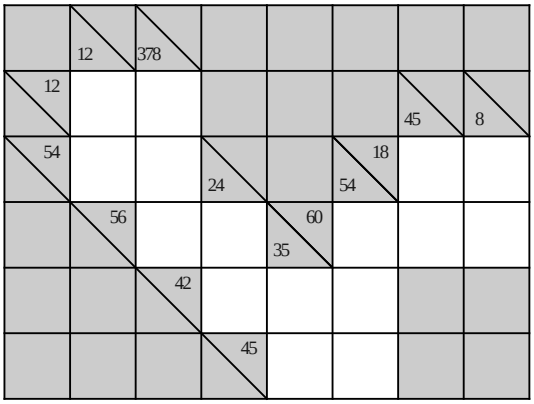
Križni produkti

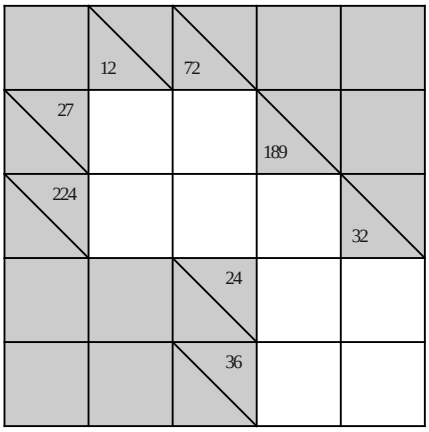
Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števkami od 2 do 9 tako, da bo zmnožek števk v zaporednih belih kvadratkih po vrsticah in stolpcih enak številu, ki je zapisano v sivem kvadratku na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem pa morajo biti vse števke v posamezni vrstici (stolpcu) različne.

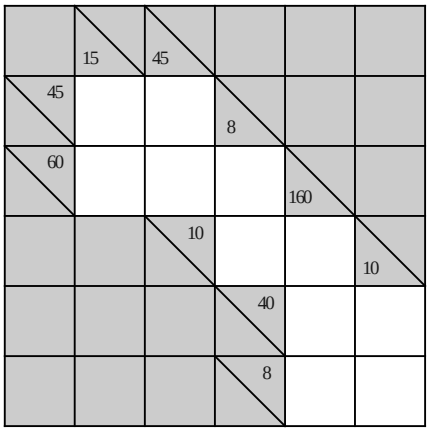






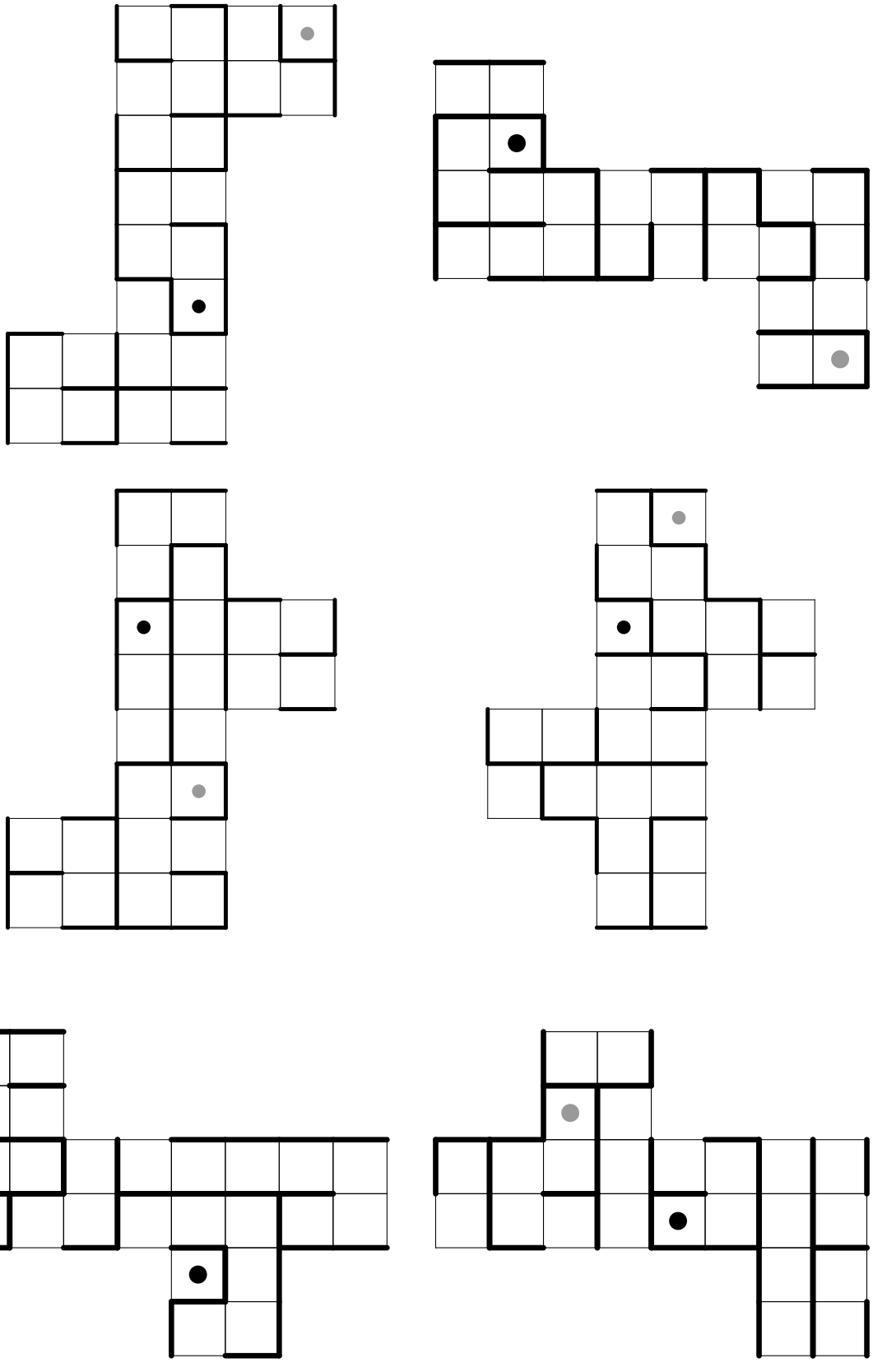






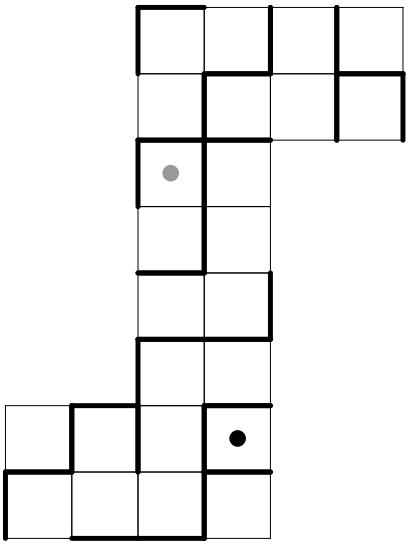
Labirint na kocki

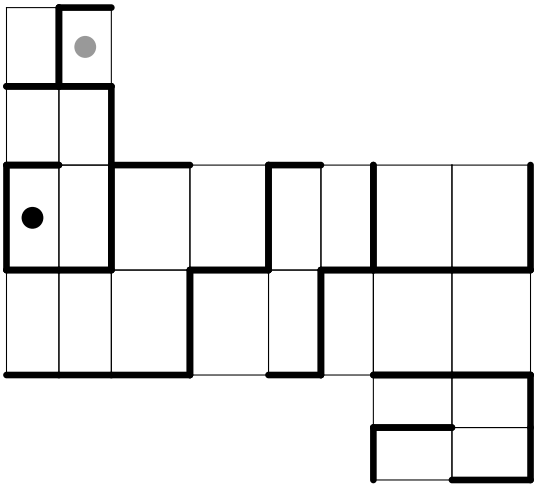
Poveži točki na kocki:

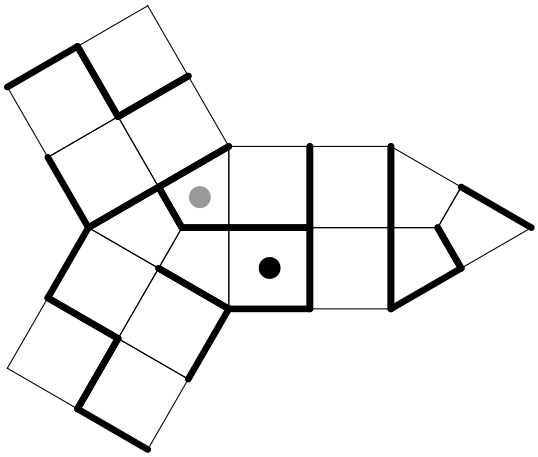


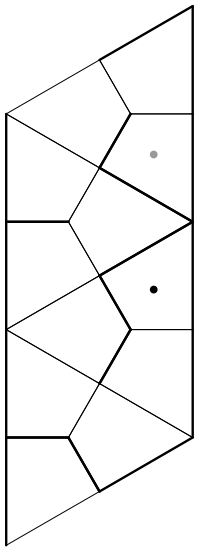
Labirinti na enostavnih poliedrih

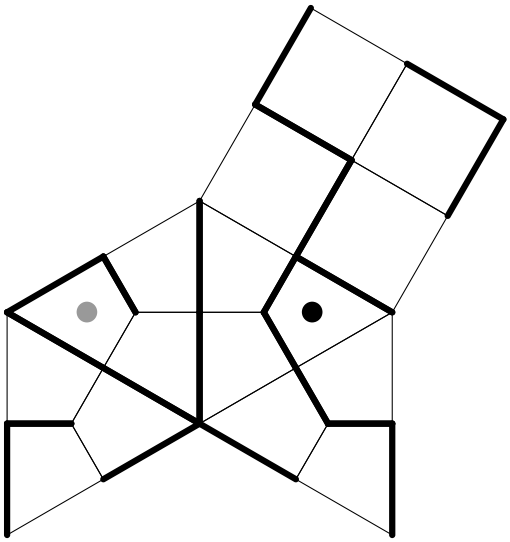
Poveži točki na poliedru:

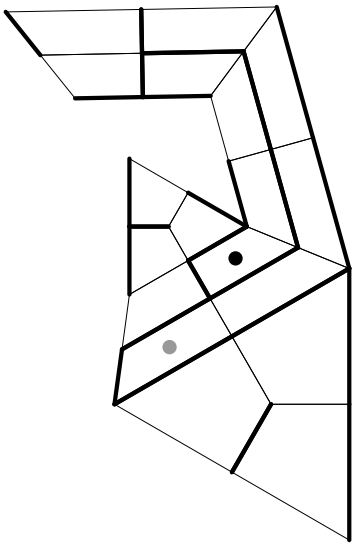








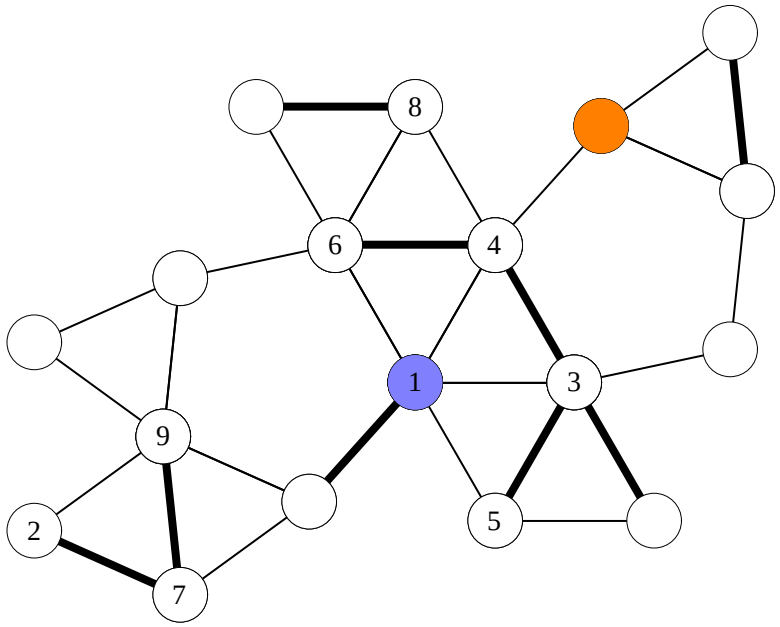




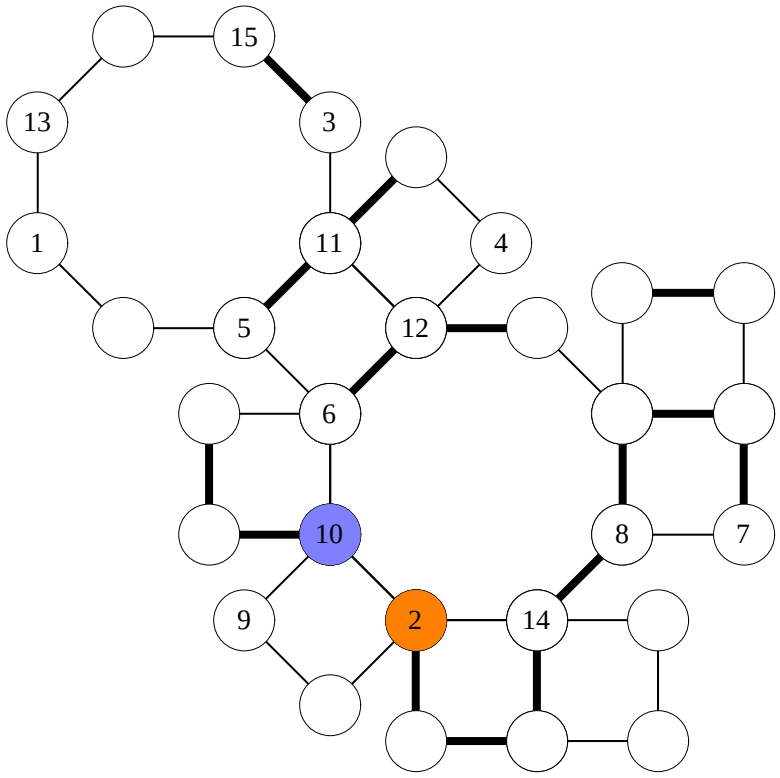
Labirinti na robovih poliedra

V naslednjih nalogah moramo povezati dve oglišči poliedra, ki je podan z mrežo. Poiskati moramo pot od oranžne do modre točke. Iz ene točke lahko gremo do druge točke, če je med njima debelejša črta ali pa točki predstavljata isto oglišče poliedra.

1.

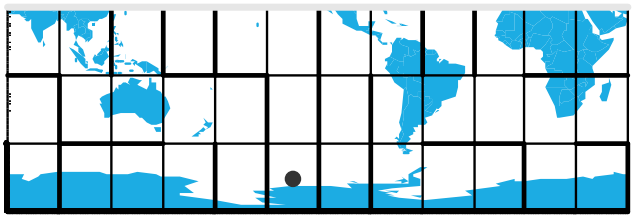


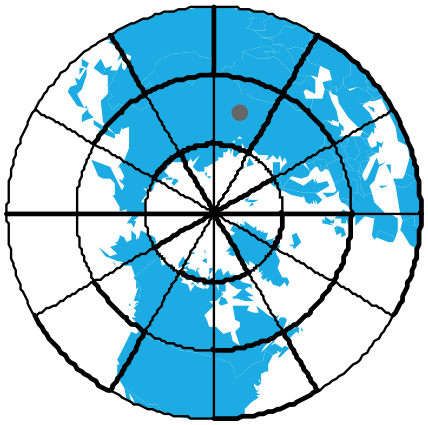
2.



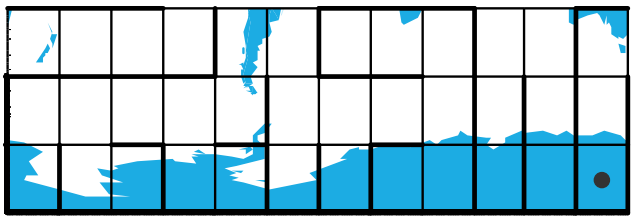
Večdelni labirinti na zemljevidu

1.



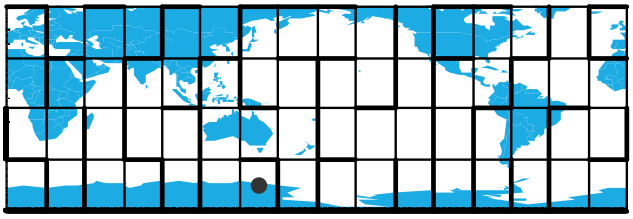


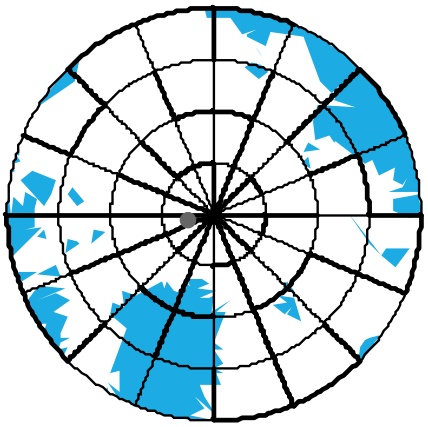
2.





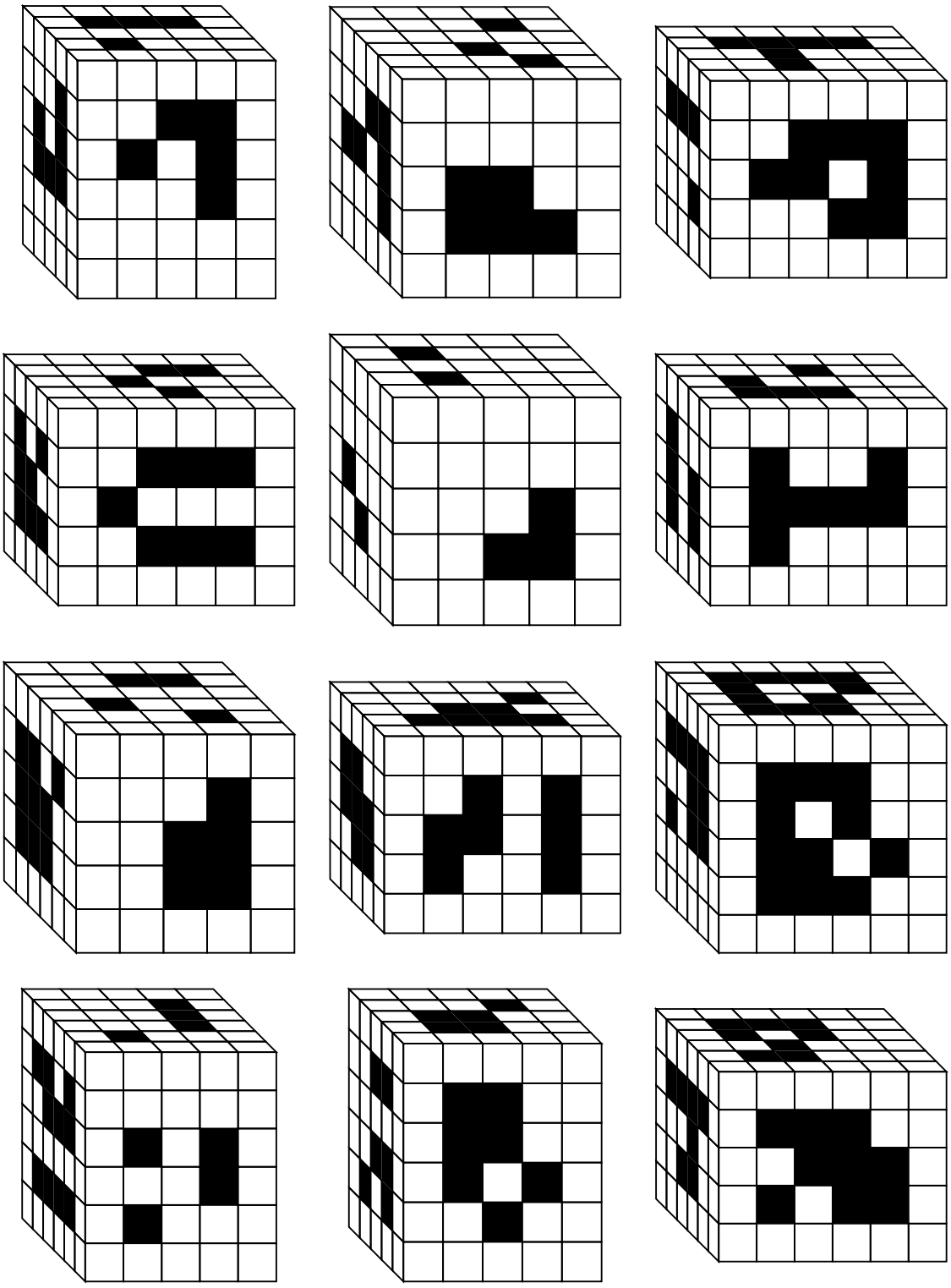
3.





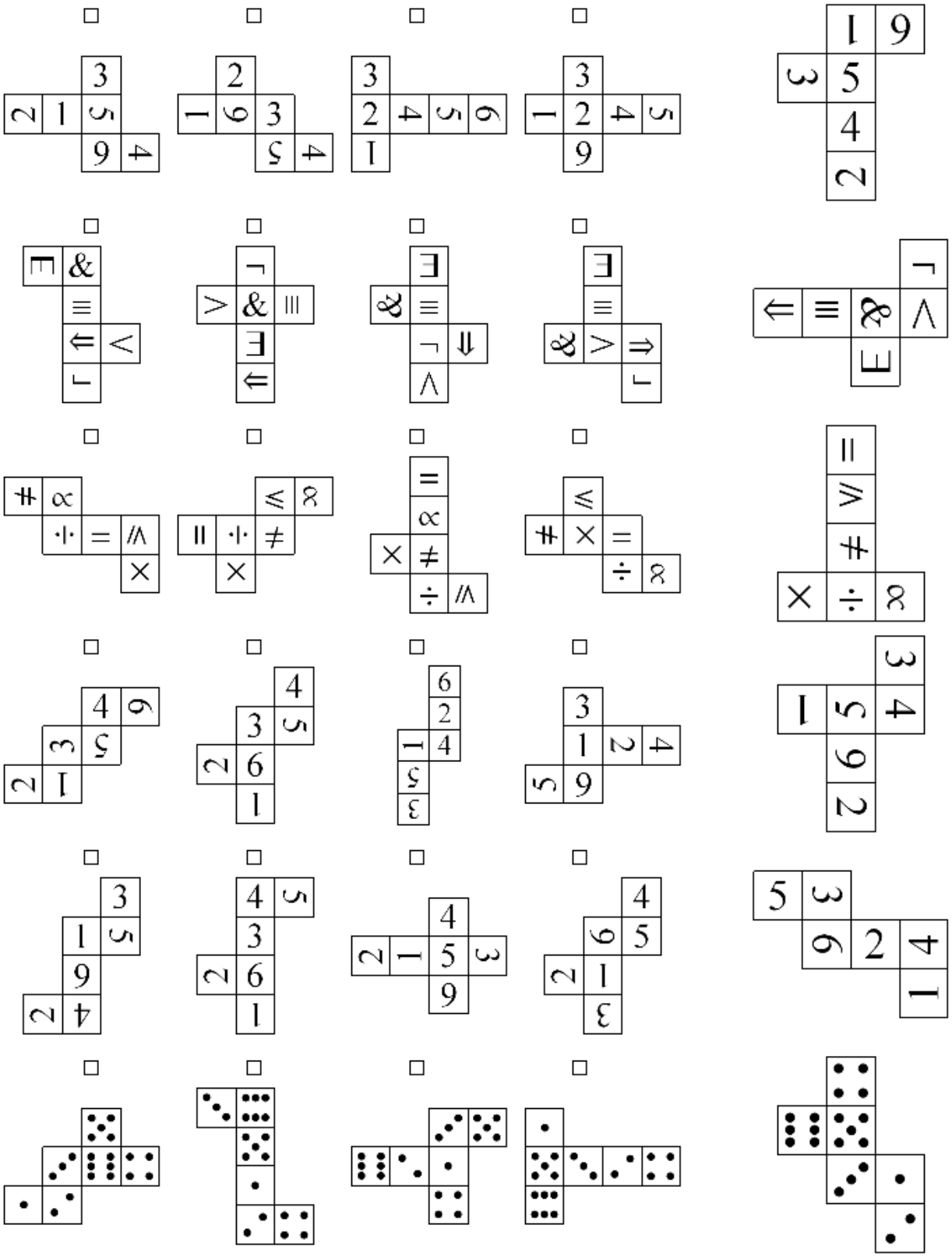
Odstranjene kocke

Dan je kvader, ki sestoji iz kockic. Odstranimo vse kocke, ki so zaznamovane črno od vrha do dna, od leve do desne in od spredaj do zadaj. Koliko kock smo odstranili?



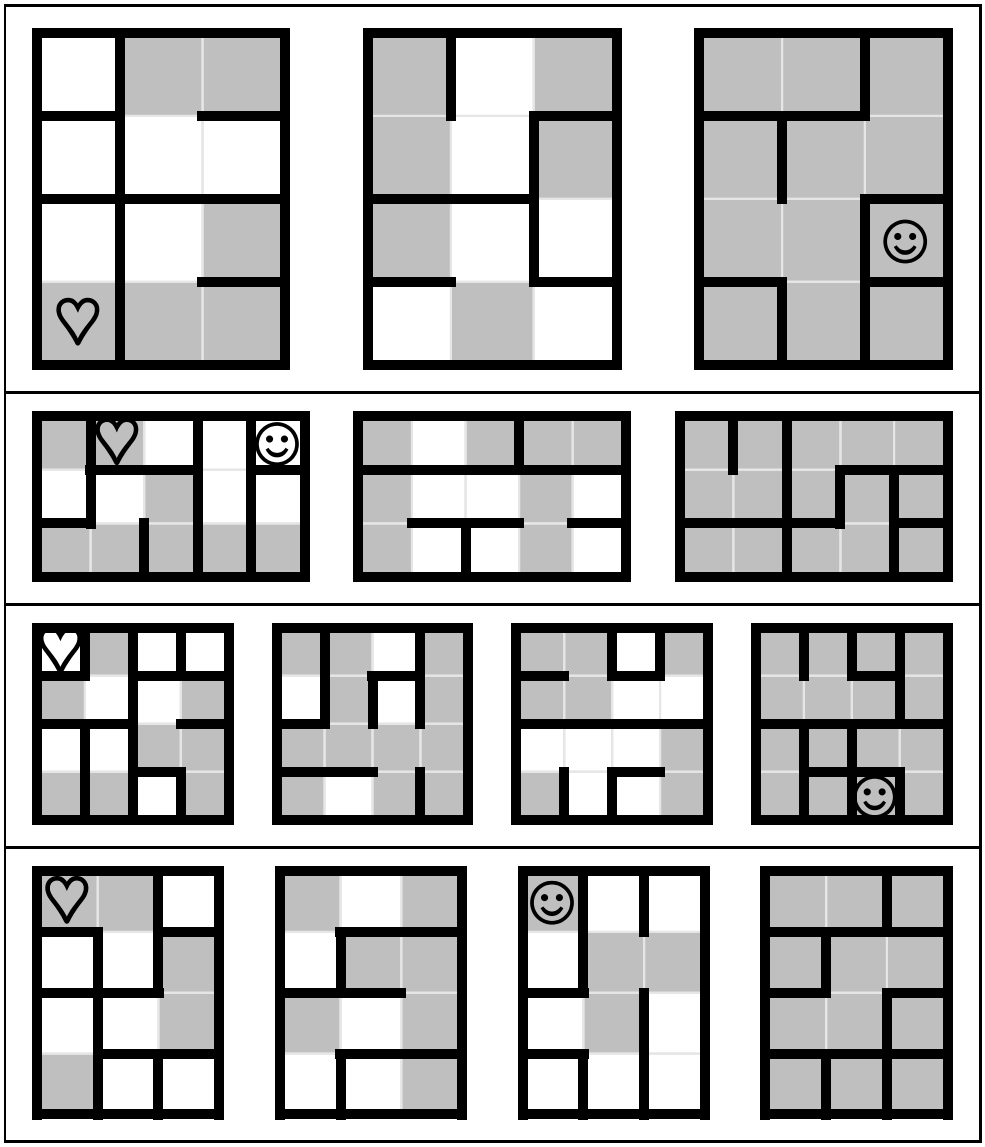
Kocki določi mrežo

Vsaki mreži na desni (večja mreža) določi mrežo iste kocke na levi.



Labirint v kvadru

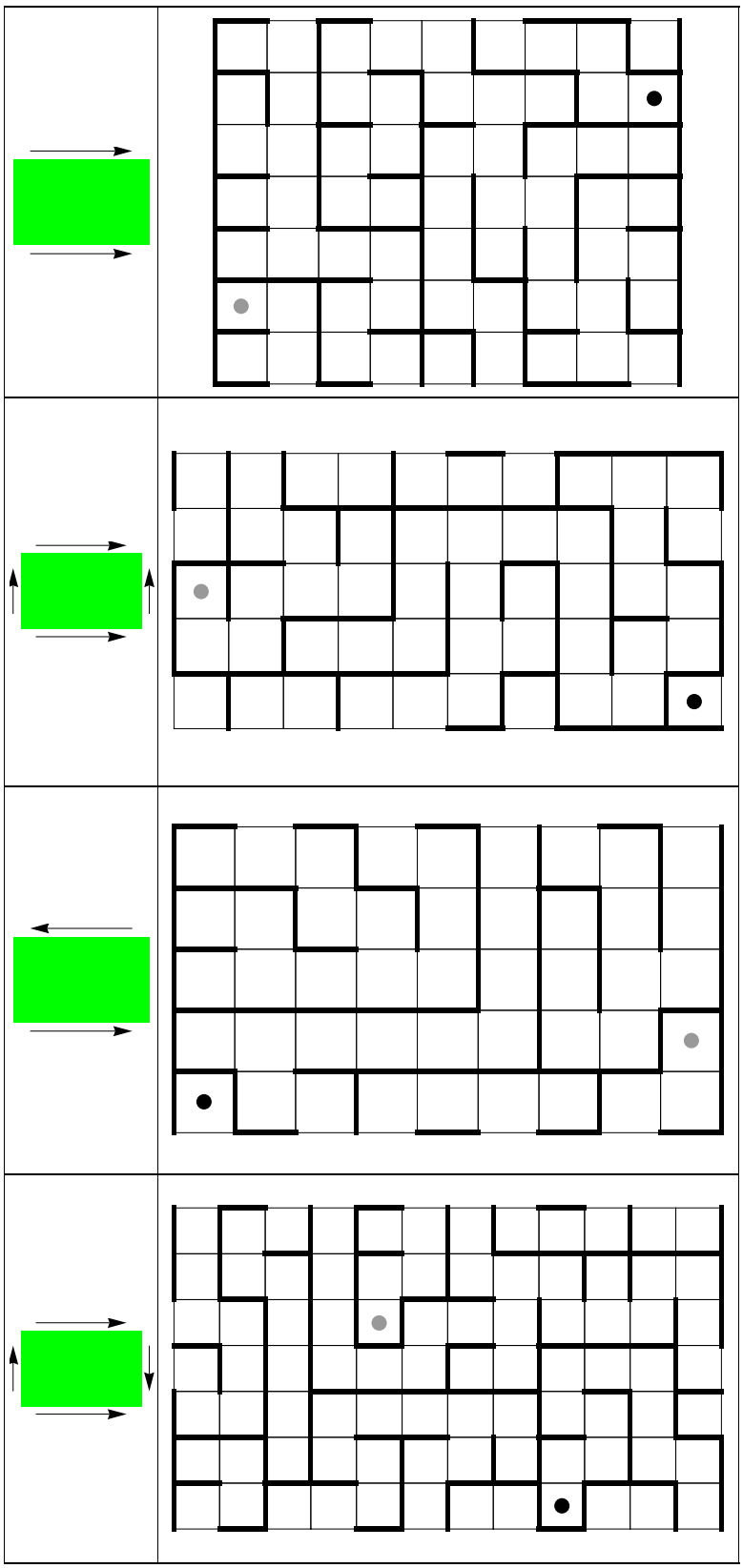
Kvader sestoji iz vodoravnih slojev kockastih oddelkov (zgornji, srednji in spodnji sloj so dani od leve proti desni). Odebeljene črte preprečujejo prehajanje med sosednjima oddelkoma istega sloja. Med oddelkom in oddelkom neposredno pod njim lahko prehajamo, če in samo če je prvi pobarvan belo.
Poišči najkrajšo pot od oddelka s smeškom do oddelka s srcem! Pot označi z zaporednimi naravnimi števili. Prvi oddelek je že označi z 1, vsak naslednji sosednji oddelek (kocko) pa s številom, večjim za 1.





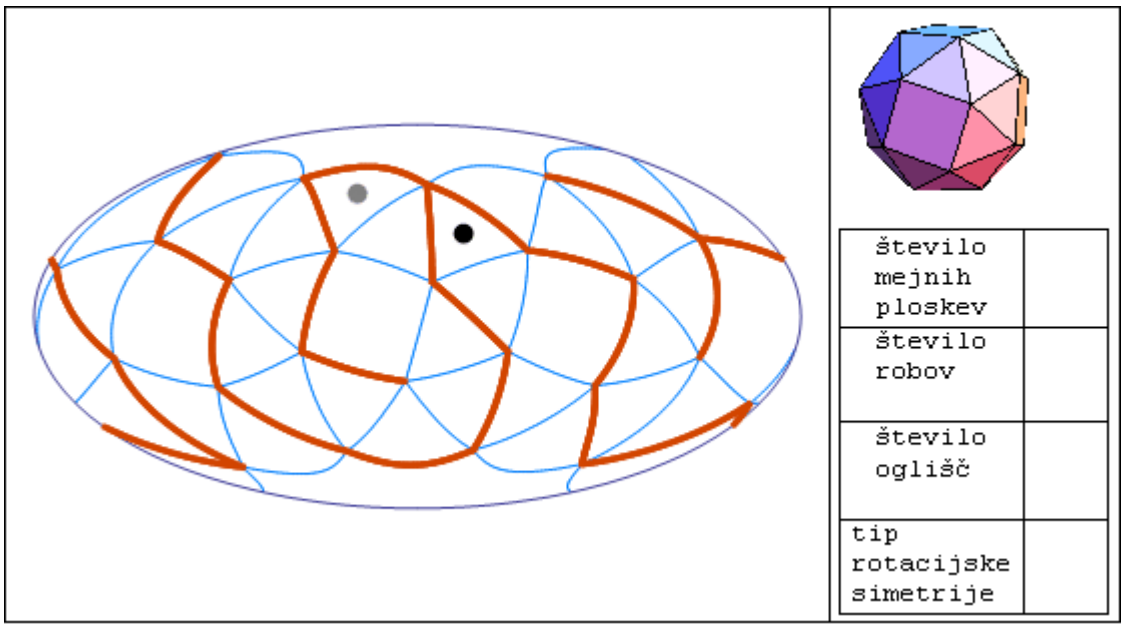
Labirinti na ploskvah

Podan je labirint na pravokotniku. Moramo poiskati pot od temnejše do svetlejše pike. Prehod med sosednjimi kvadratki je možen, če med njima ni odebeljene črte. Skica na levi pomeni, kako sta nasprotni stranici pravokotnika povezani (miselno ju moramo zlepiti).

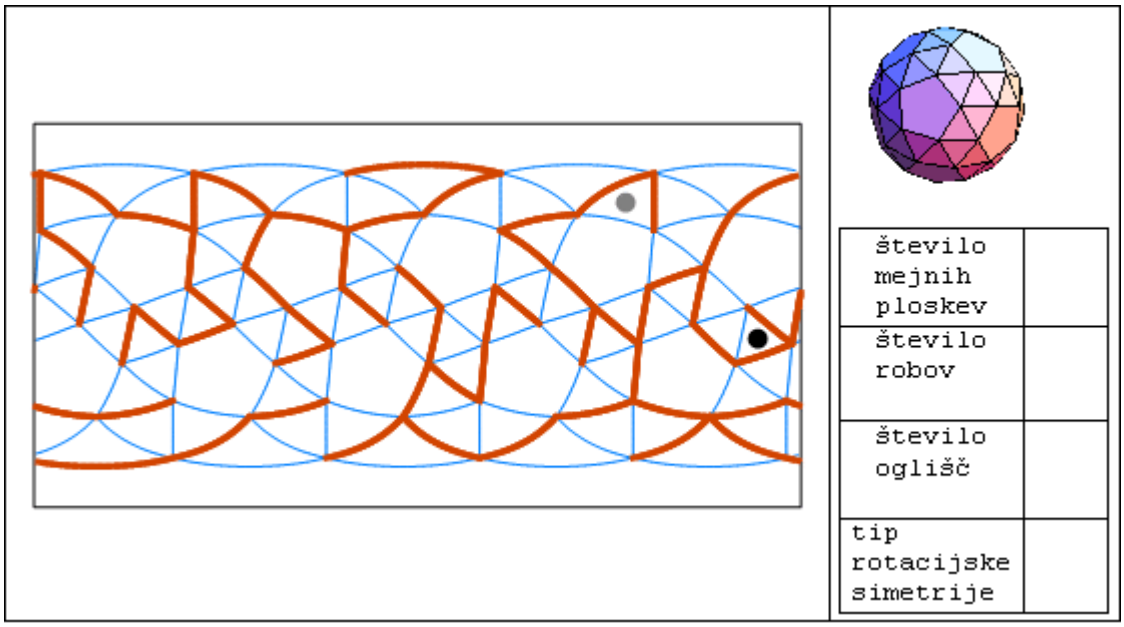


Labirinti na projekcijah teles

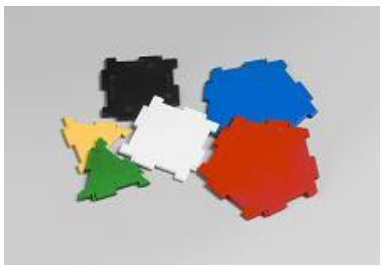
Telo je projicirano v ravnino. Na projekciji je podan labirint, kjer odebeljene črte preprečujejo prehod iz projekcije mejne ploskve na projekcijo sosednje mejne ploskve.



število mejnih ploskev	
število robov	
število oglišč	
tip rotacijske simetrije	

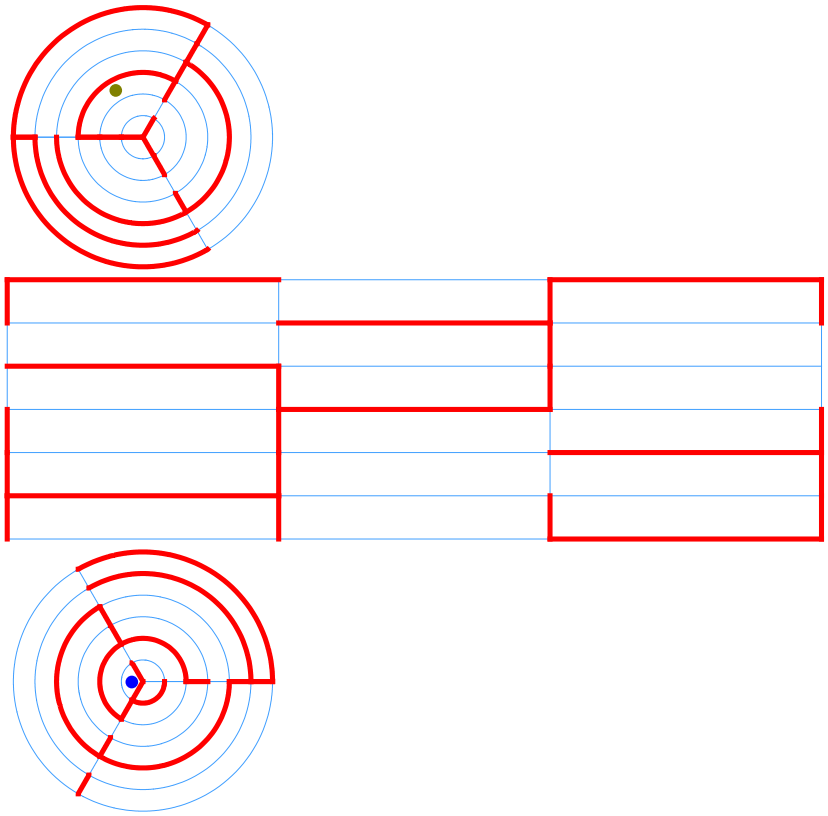


število mejnih ploskev	
število robov	
število oglišč	
tip rotacijske simetrije	

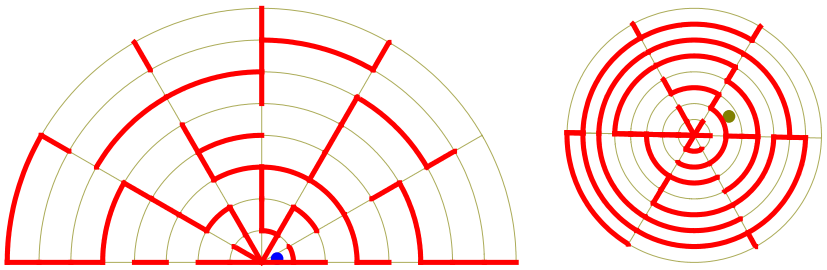


Labirinti na mreži valja in stožca

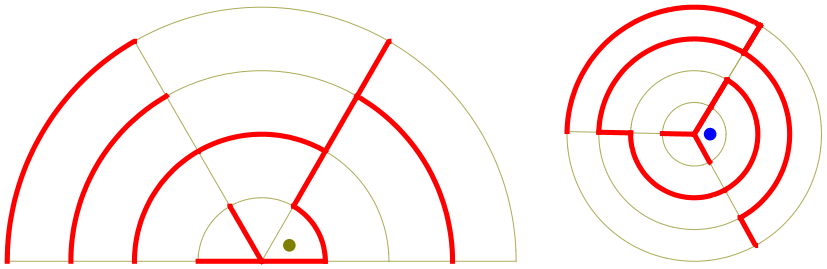
1.



2.

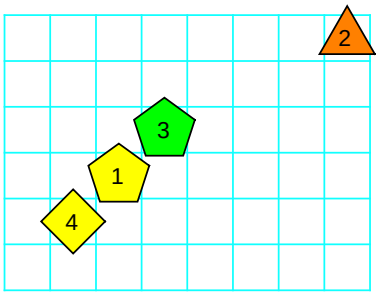


3.

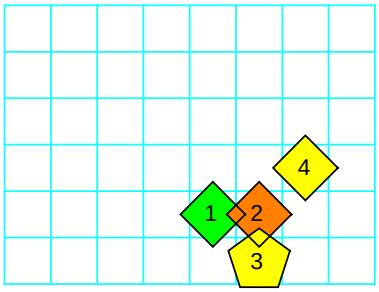


Analiziraj pogoje nalog

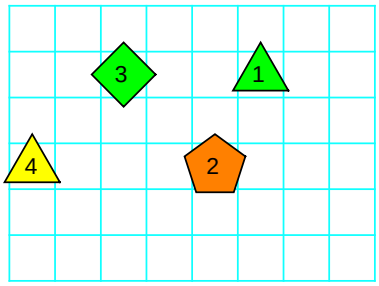
Dobro definirana naloga je naloga, pri kateri so njeni pogoji potrebni in zadostni za njeno rešitev. To pomeni, da noben pogoj ni odveč in da ima naloga enolično rešitev. Pri zastavljeni nalogi imamo lahko več možnosti:
Naloga nima rešitve, pogoji so protislovni.
Naloga ima več rešitev, to je, pogoji niso zadostni (za enolično rešitev).
Naloga ima enolično rešitev, vendar pogoji niso potrebni (vsaj en pogoj bi lahko izpustili in bi naloga še vedno imela enolično rešitev).
Naloga ima enolično rešitev in pogoji so potrebni (neodvisni) in seveda zadostni. Naloga je dobro definirana.
V naslednjih nalogah moramo ugotoviti, kako je s pogoji naloge.
Poiskati moramo imena A, B,C, … likov, ki so označeni z 1, 2, 3, …, če so izpolnjeni pogoji na desni strani slike. Ugotoviti moramo tudi, ali so pogoji neodvisni.



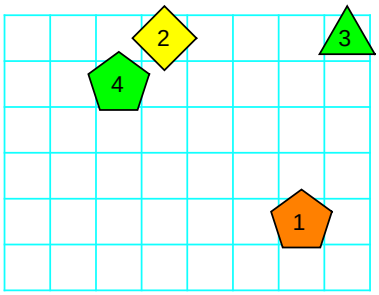
1. Lik B je petkotnik, če in samo če je lik A kvadrat.	N
2. Lik D je petkotnik ali je lik A rumen.	N
3. Lik C je rumen in lik C je petkotnik.	R



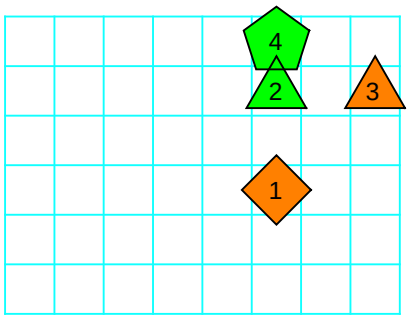
1. Lik A je rumen, če in samo če je lik A oranžen.	R
2. Lik D je petkotnik ali je lik A trikotnik.	R
3. Ali je lik C rumen ali je lik D zelen.	N



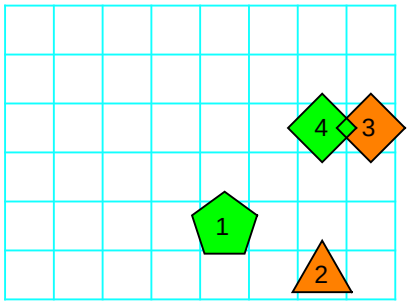
1. Če je lik A oranžen, potem je lik A rumen.	N
2. Lik C je petkotnik, če in samo če je lik D trikotnik.	N
3. Lik B je zelen, če in samo če je lik B trikotnik.	R



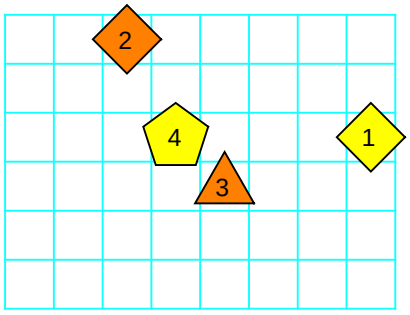
1. Lik D je zelen.	N
2. Lik A je kvadrat ali je lik C trikotnik.	R
3. Ali je lik B rumen ali je lik D trikotnik.	R



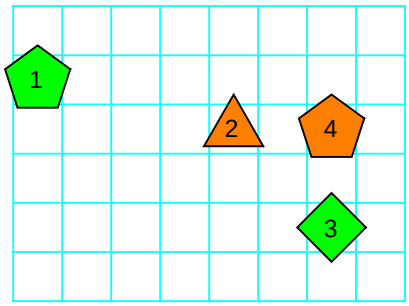
1. ¬Trikotnik (C)	R
2. Petkotnik (D) ∨ Oranžen (A)	R
3. Trikotnik (B) ⊻ Kvadrat (D)	N
4. Oranžen (A) ∧ Trikotnik (D)	N



1. Kvadrat (B)	N
2. Levo od (A, D)	N
3. Kvadrat (C) ⇔ Kvadrat (B)	R
4. Zelen (B) ⇒ Trikotnik (B)	N



1. ¬Oranžen (C)	R
2. Levo od (B, D)	N
3. Petkotnik (A) ∧ Rumen (A)	N
4. Rumen (C) ⇔ Oranžen (A)	N



1. Kvadrat (A) ∧ Trikotnik (C)	N
2. Kvadrat (A) ⊻ Trikotnik (B)	R
3. Rumen (B) ⇔ Oranžen (B)	N
4. Trikotnik (D) ∨ Trikotnik (C)	R



Nagradni nalogi

V letošnjim šolskem letu bomo imeli dve nagradni uganki: nagradno logično nalogo in nalogo v esperantu. Za vsako bomo med pravilnimi rešitvami izžrebali tri nagrajence. Edina nagrada bo komplet *poševna prizma in drugi modeli*. Imamo še dve knjigi Esperanto, ki ju bosta dobili šoli z največjim število reševalcev naloge v esperantu in doslej te nagrade šola še ni dobila. Knjigi je prispevala Zveza organizacij za tehnično kulturo Slovenije (ZOTKS). Reševalce prosimo, da ob rešitvi čitljivo napišejo svoj **domači** (in ne šolski naslov), na katerega bomo poslali morebitno nagrado. Po žrebu bodo vsi ti podatki uničeni. Rešitve pošljite z **navadno** in ne priporočeno pošto. Če naloge rešujete v okviru pouka, vse rešitve posamezne naloge pošljite v **eni kuverti** (ni treba dati za vsakega učenca v posebno kuverto). Če rešujete dve ali tri naloge, zberite posamezne naloge v manjše kuverte in vse pošljite v eni večji kuverti. Posamezniki lahko pošljete vse rešitve v eni kuverti, vendar mora biti vsaka rešitev na svojem listu in opremljena s čitljivim naslovom. Rešitev nagradne uganke pošljite do 1.11.2020 na naslov Logika d.o.o., Svetčeva pot 11, 1241 Kamnik, s pripisom »Nagradna uganka«. Prosimo vas, da napišete domači in ne šolski naslov, da vam, če boste izžrebani, pošljemo nagrado.

Poševna prizma in drugi modeli je komplet 40 okvirjev Polydron (20 enakostraničnih trikotnikov, 18 kvadratov in 2 pravokotna enakostranična trikotnika). Tako boste lahko sestavili dvajseterec, osmerec, četverec in kocko, če naštejemo le nekaj možnosti.





Nagradna logična naloga

Štiri prijateljice (Maja, Dora, Jana, Eva) imajo različne konje (Mistral, King, Pongo, Flobert), ki so različnih pasem (poni, lipicanec, lisjak, islandec). Za vsako določi ime, ime konja in njegovo pasmo.

1. King ni ne poni ne islandec.
2. Maja nima ne lipicanca ne ponija.
3. Dora nima ne lipicanca ne ponija.
4. Mistral je lisjak.
5. Dora nima Mistrala.
6. Flobert ni islandec.
7. Eva nima lipicanca.

	Mistral	King	Pongo	Flobert	poni	lipicanec	lisjak	islandec
Maja								
Dora								
Jana								
Eva								
poni								
lipicanec								
lisjak								
islandec								

ime	konj	pasma
Maja		
Dora		
Jana		
Eva		







Nagradna naloga v esperantu

Kvar amikinoj (Amelio, Belindo, Izabela, Kristina) kun diversaj familiaj nomoj (Dupont, Smith, Novak, MacDonald) havas diversajn profesiojn (kemiistino, policistino, verkistino, juristino).
Divenu iliajn nomojn, familiajn nomojn kaj profesiojn.

1. Belindo estas juristino.
2. Sinjorino Dupont estas nek verkistino nek kemiistino.
3. Sinjorino MacDonald estas nek verkistino nek kemiistino.
4. La familia nomo de Izabela ne estas Novak.
5. Izabela ne estas policistino.
6. La profesio de sinjorino Novak ne estas kemiistino.
7. Kristina ne estas verkistino.
8. La profesio de sinjorino Dupont ne estas juristino.

	Dupont	Smith	Novak	MacDonald	kemiistino	policistino	verkistino	juristino
Amelio								
Belindo								
Izabela								
Kristina								
kemiistino								
policistino								
verkistino								
juristino								

nomo	famnom	profesio
Amelio		
Belindo		
Izabela		
Kristina		

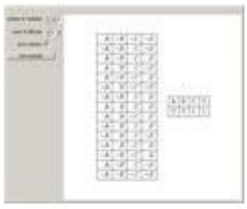


Vsebine za izobraževanje na daljavo 2

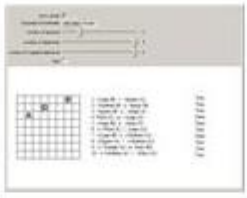
Izobraževane na daljavo sestoji iz naslednjih elementov: predavanj, ki jih učenci spremljajo na domačih računalnikih, in vprašanj, ki jih zastavljajo učenci; navodil, nalog, učbenikov itn., ki jih učenec naloži s spletne strain; preverjanje znanja na daljavo. Drugo točko bi bilo bolje imenovati samoizobraževanje. Najpomebnejši del tega so spletni učbeniki, če pa teh ni, pdf oblika običajnih učbenikov. Ker pa običajno spletni učbeniki niso dostopni (recimo, da so predragi), pridejo v poštev tudi vsebine, ki so brezplačno na spletu. Njihov problem je, da so raztresene po spletu in jih težko zberemo v neko koherentno celoto za določen predmet.
Učitelji, ki šele prihajajo z universe, bi morali biti usposobljeni za vse tri točke. Za starejše učitelje pa bi bili potrebni seminarji za izobraževanje na daljavo, medtem ko od njih priprave didaktičnih spletnih strani ni mogoče zahtevati.
Zbiranje in tudi izdelavo ter kritično ocenjevanje spletnih strani bi morale prevzeti institucije, ki izobražujejo bodoče učitelje.
V tem sestavku prestavljamo skupek več kot 12000 t.i. demonstracij na spletni strani
https://demonstrations.wolfram.com/
Da bi izvajali te dinamične vsebine, morate naložiti brezplačni Wolfram Player s strani:
https://www.wolfram.com/player/



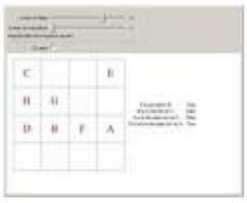
Na računalnik naložite player in demonstracije, ki jih z njim izvajate.
Oglejmo si primer enostavnejše demonstracije. Player smo že naložili. Katere demonstracije so na voljo, vidimo na: https://demonstrations.wolfram.com/
Iščemo logiko (https://demonstrations.wolfram.com/search.html?query=logic) in dobimo več rezultatov:



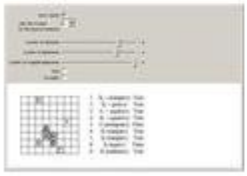
Normal Forms for Logic Problems



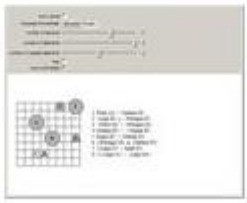
Propositional Logic Test



2D Logic Game with Letters



First-Order Logic Test

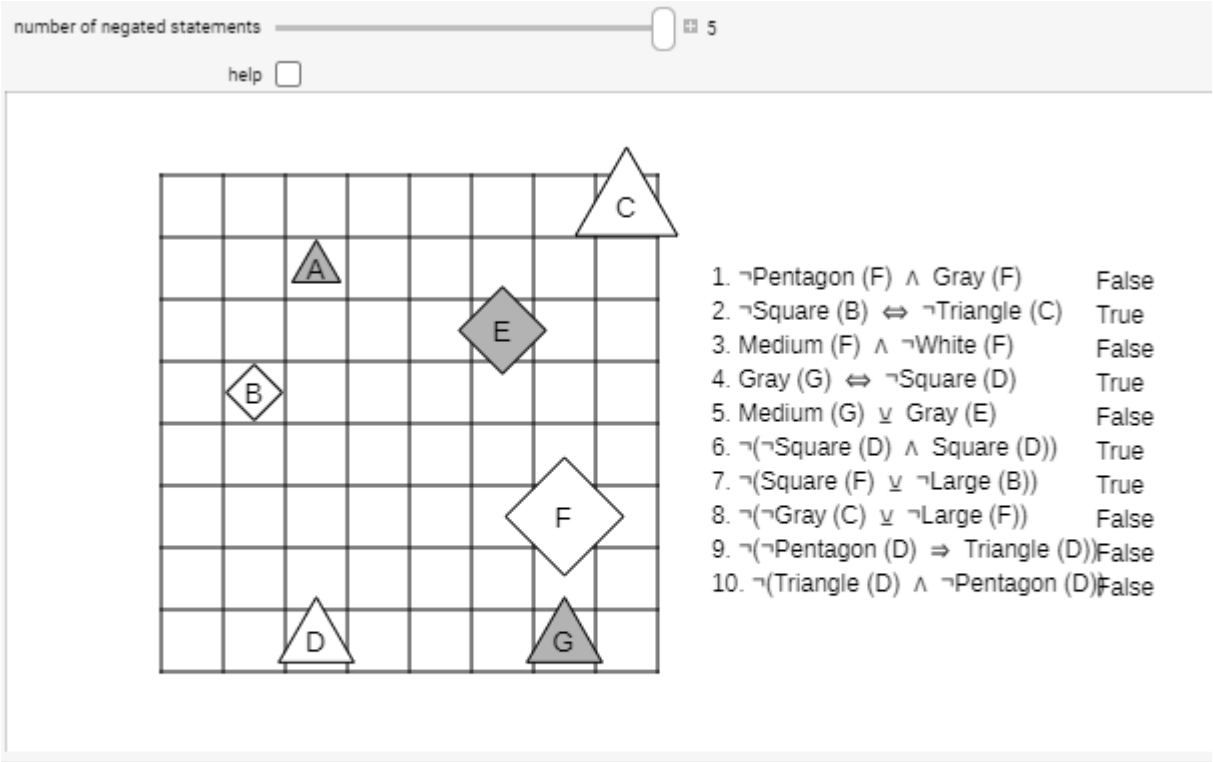


Kleene's Three-Valued Logic

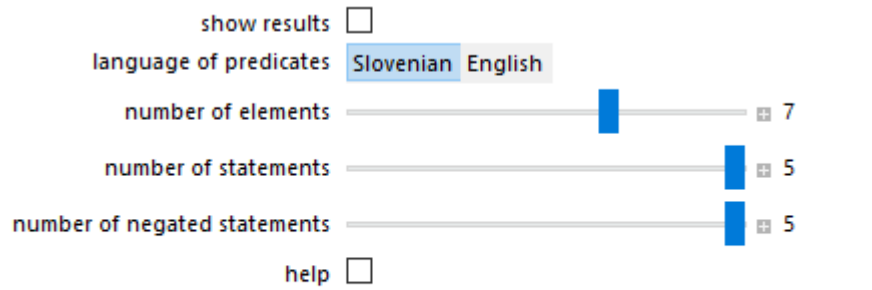


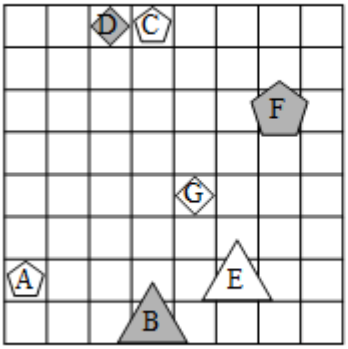
Logic Metapuzzle Generator

Izberemo drugo: https://demonstrations.wolfram.com/PropositionalLogicTest/ in jo naložimo in shranimo na računalnik ter jo nato poženemo s Wolfram playerjem.



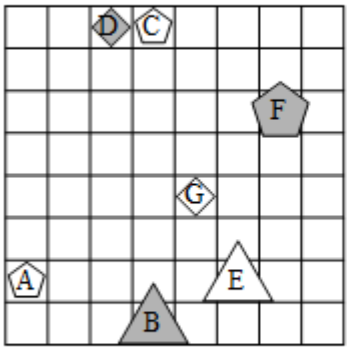
Ko poženemo player in naložimo demonstracijo, se pojavi program v mathematici (ki ga ne moremo spreminjati) in okno demonstracije. Lahko menjamo število elementov in stavkov in tako dobimo novo nalogo.





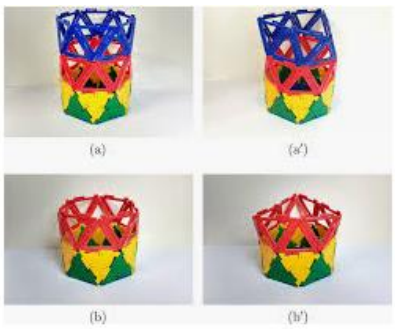
1. ¬Velik (B) ⊻ Velik (A)
2. ¬Srednje (B) ∨ ¬Velik (C)
3. ¬Kvadrat (F) ∨ Kvadrat (G)
4. Petkotnik (G) ⇔ Petkotnik (B)
5. Majhen (E) ∨ Kvadrat (A)
6. ¬(¬Majhen (F) ∧ Kvadrat (B))
7. ¬(¬Kvadrat (F) ⇒ Kvadrat (B))
8. ¬(¬Trikotnik (G) ∧ Siv (D))
9. ¬(Bel (E) ∨ Siv (C))
10. ¬(Siv (D) ⊻ ¬Velik (A))

Izračunamo resničnostne vrednosti stavkov in preverimo rezultate.



1. ¬Velik (B) ⊻ Velik (A)
2. ¬Srednje (B) ∨ ¬Velik (C)
3. ¬Kvadrat (F) ∨ Kvadrat (G)
4. Petkotnik (G) ⇔ Petkotnik (B)
5. Majhen (E) ∨ Kvadrat (A)
6. ¬(¬Majhen (F) ∧ Kvadrat (B))
7. ¬(¬Kvadrat (F) ⇒ Kvadrat (B))
8. ¬(¬Trikotnik (G) ∧ Siv (D))
9. ¬(Bel (E) ∨ Siv (C))
10. ¬(Siv (D) ⊻ ¬Velik (A))

False
True
True
True
False
True
True
False
False
True



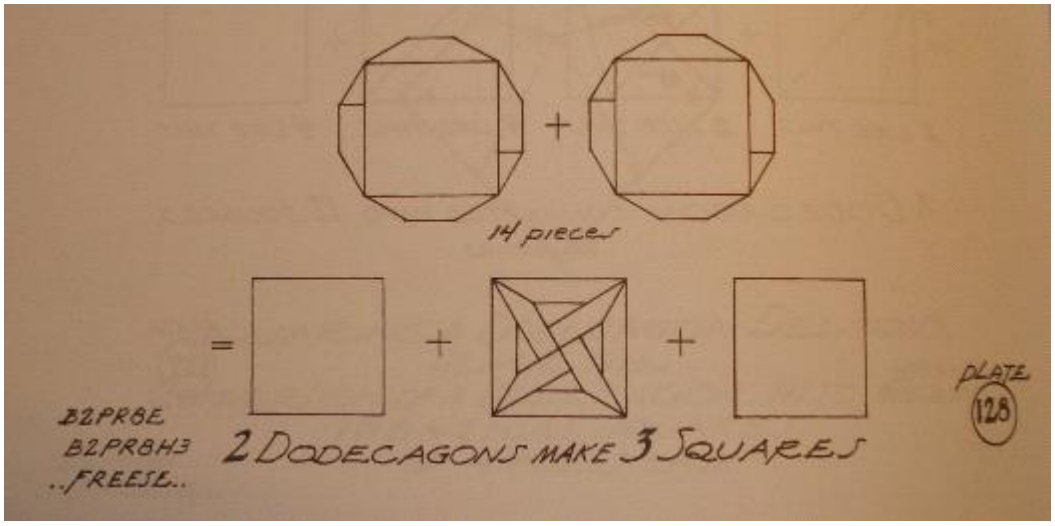


Freseejeve razdelitve

Ernest Irving Freese's Geometric Transformations The Man, the Manuscript, the Magnificent Dissections!, World Scientific, New Jersey, 2018, je že četrta knjiga geometrijskih razdelitev, ki jo je napisal Greg Frederickson.



Odkar je v prvi polovici 19. stoletja nekaj matematikov dokazalo, da sta poljubna dva večkotnika z enako ploščino enako sestavljiva, je to področje prešlo v domeno zabavne matematike. Osnovna naloga je, da se razdelitev izvede s čim manjšim številom delov. Večje zanimanje za to problematiko je bilo zaznano sredi prejšnjega stoletja. Freese (1886-1957) je bil znan arhitekt v Los Angelesu in je na strokovnem področju objavil številne prispevke.
Malo pred smrtjo je dopolnil 200 strani dolg rokopis geometrijskih disekcij. Če bi bil material objavljen, bi bila to prva knjiga za to področje. Ta rokopis je v bistvu zbirka 200 elegantnih in domiselnih risb. Po Freeseovi smrti je rokopis ležal pozabljen na podstrešju njegove hiše, kjer ga je l. 2003 uspel dobiti Frederickson. Nekaj risb je Frederickson analiziral že v svoji tretji knjigi Piano-Hinged Dissections iz leta 2006. Nova knjiga ima 197 strani, vsebuje pa vseh 200 Freesejevih risb, katerih strani pa niso oštevilčene.
Kot primer si oglejmo fotografski posnetek, iz knjige, dela 128 risbe.

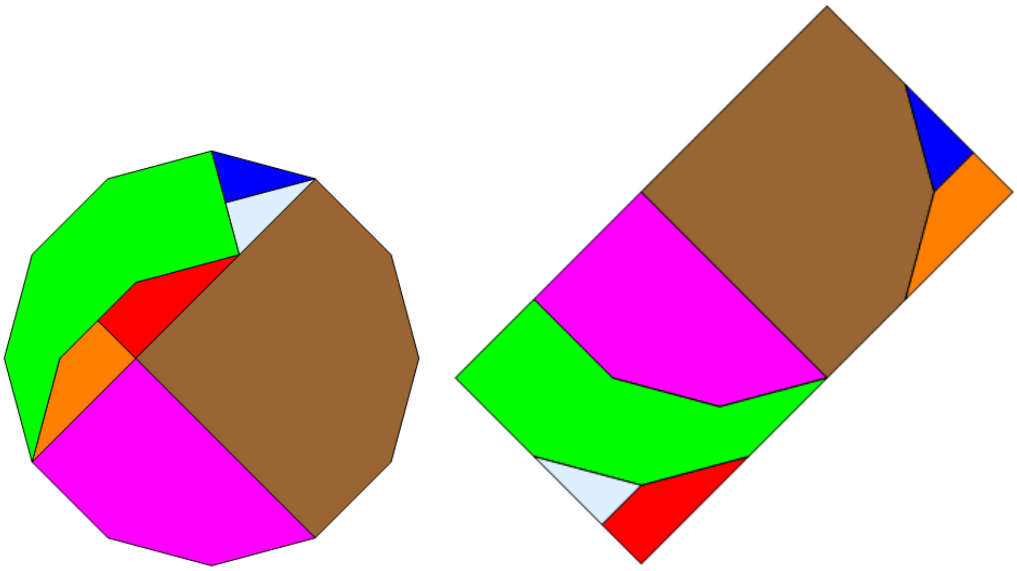


Tu si bomo ogledali nekaj Freesejevij disekcij, ki so objavljene na
http://demonstrations.wolfram.com/index.php

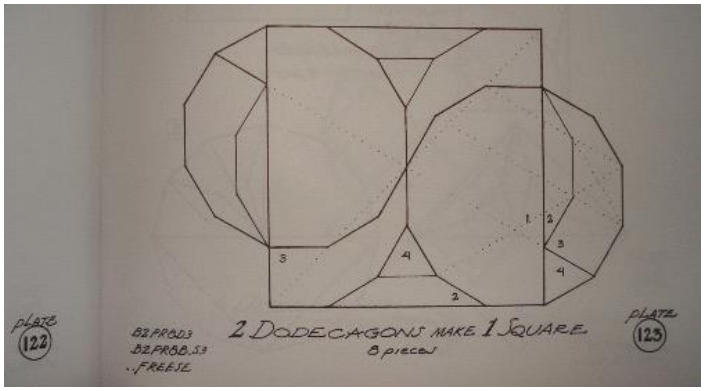
Razdelitev dveh dvanajstkotnikov v tri kvadrate

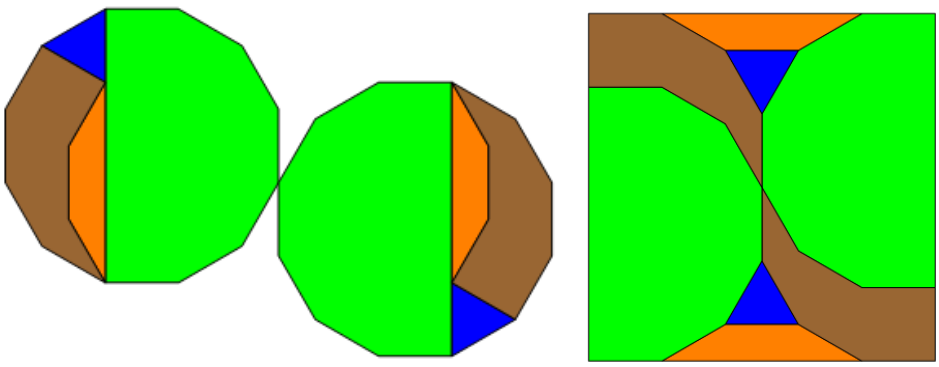


Razdelitev dvanajstkotnika v dva kvadrata

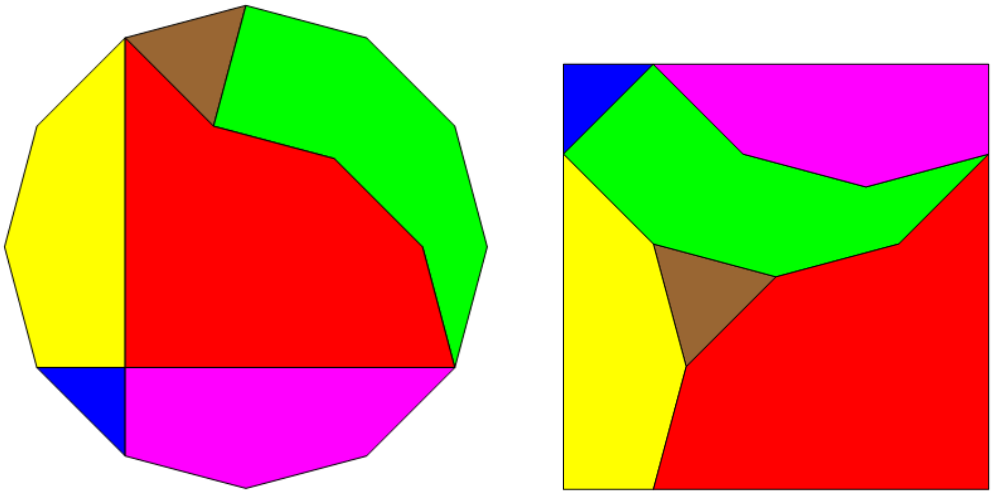


Razdelitev dveh dvanajstkotnikov v kvadrat

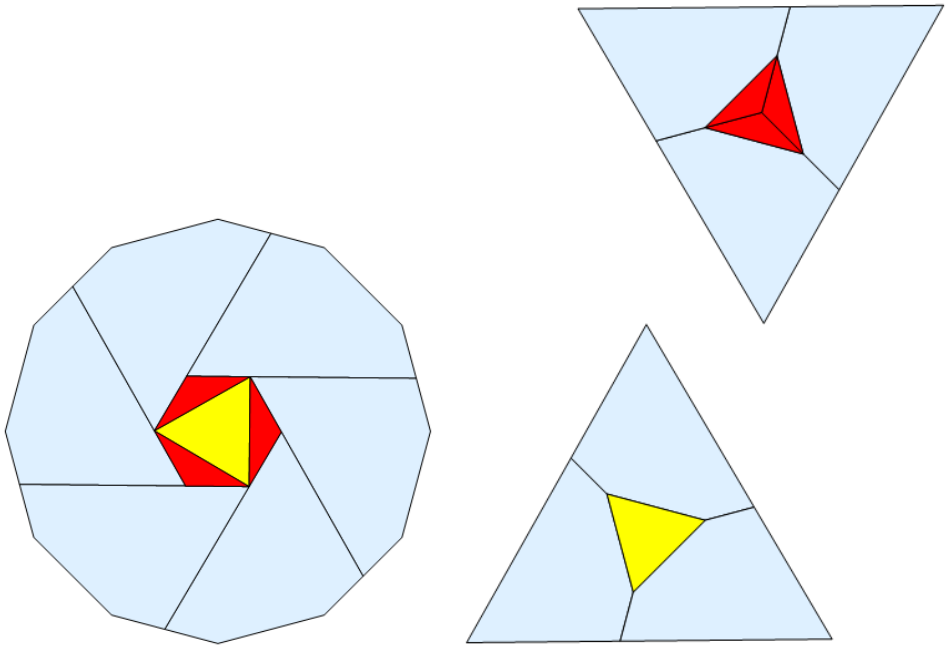




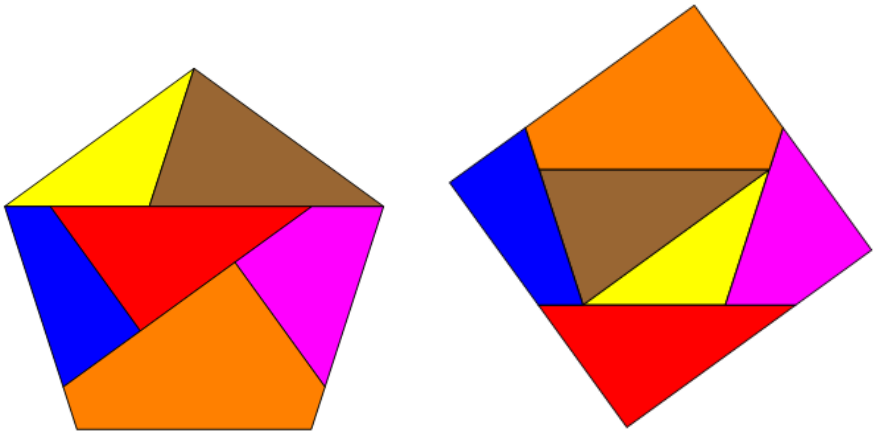
Razdelitev dvanajstkotnika v kvadrat



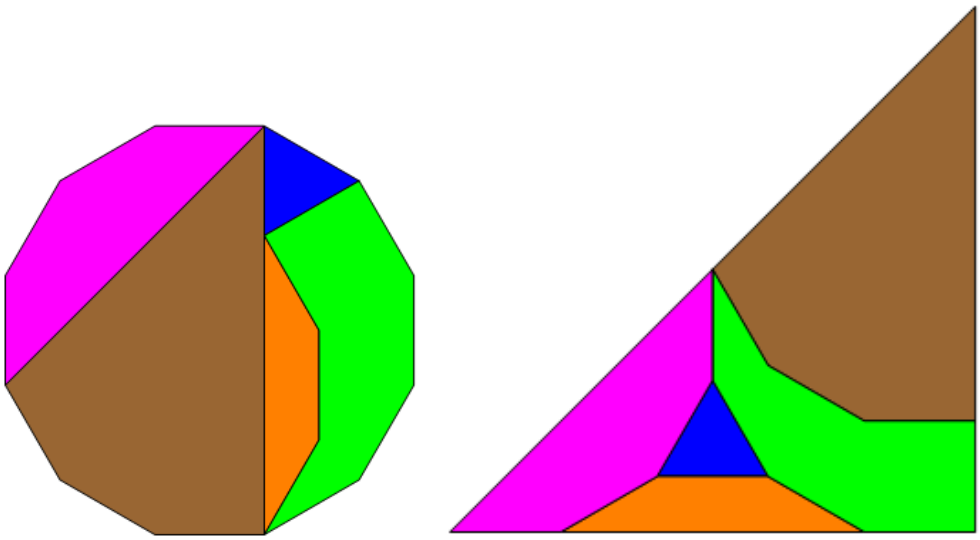
Razdelitev dvanajstkotnika v dva trikotnika



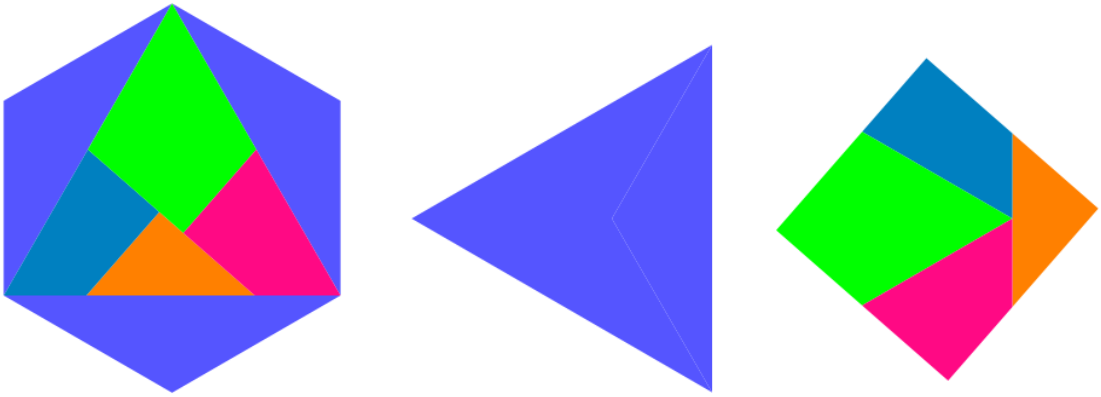
Razdelitev petkotnika v kvadrat



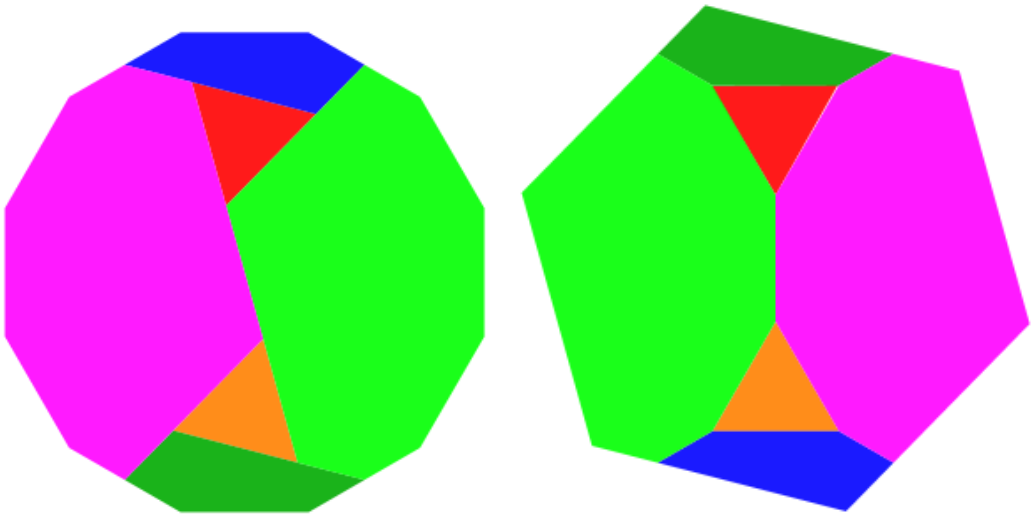
Razdelitev dvanajstkotnika v pravokotni enakokraki trikotnik



Razdelitev šestkotnika v trikotnik in kvadrat



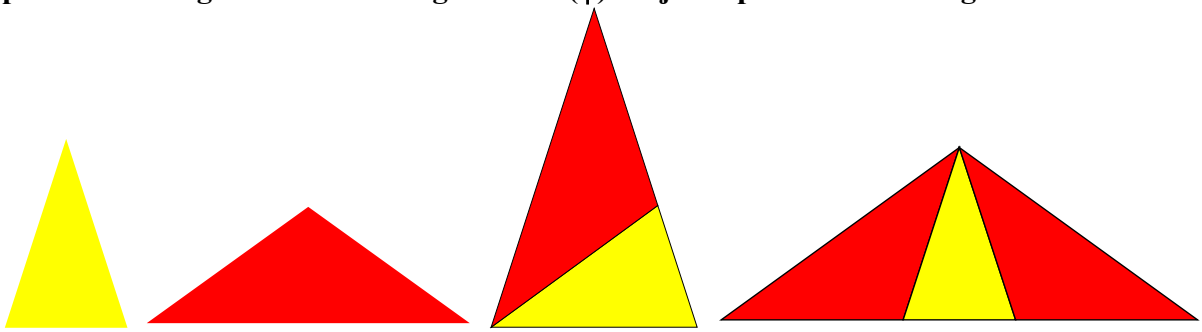
Razdelitev dvanajstkotnika v šestkotnik



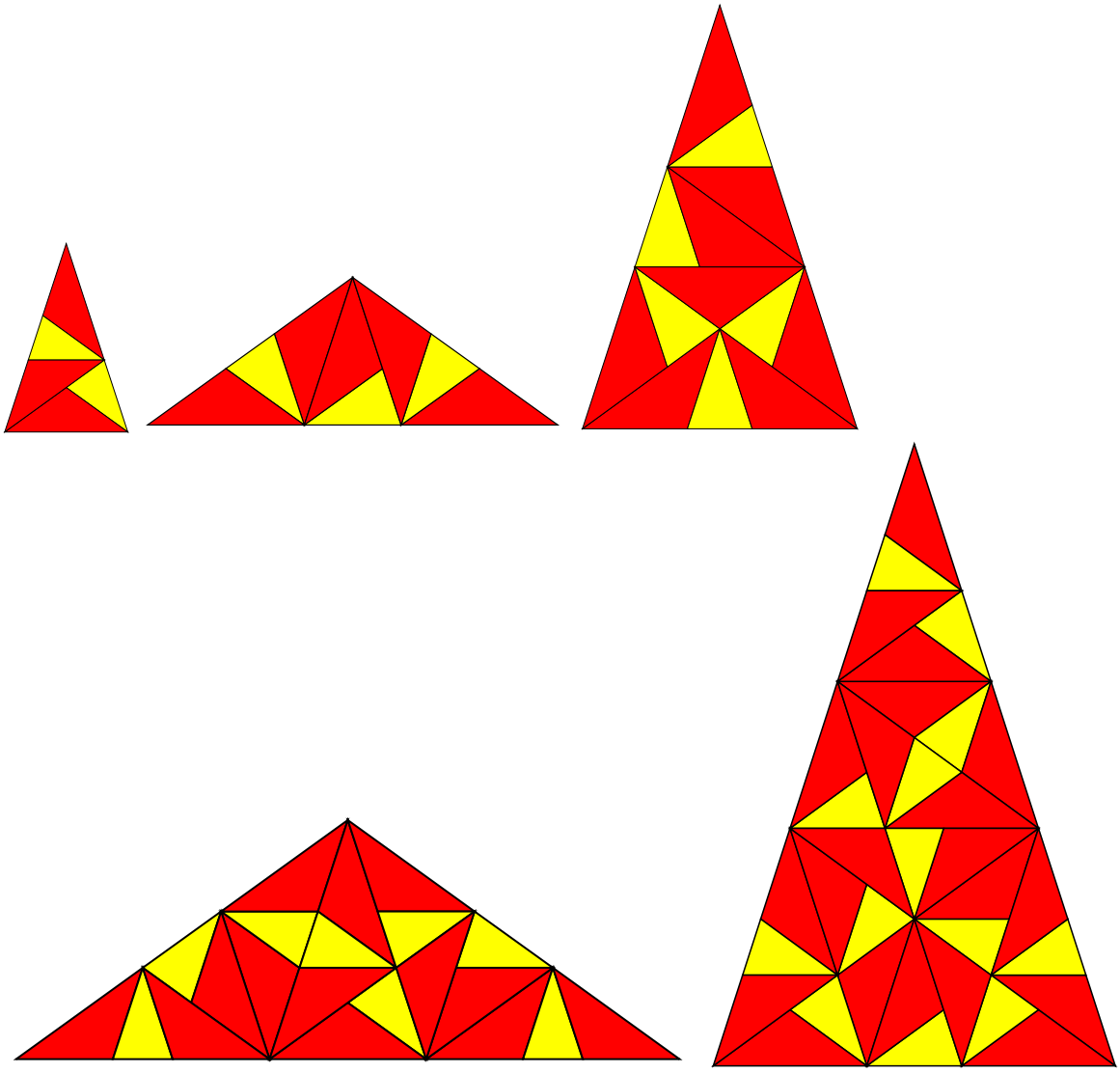
Referenca:
https://demonstrations.wolfram.com/search.html?query=Freese&start=21&limit=20

Posebno Fibonaccijevo zaporedje

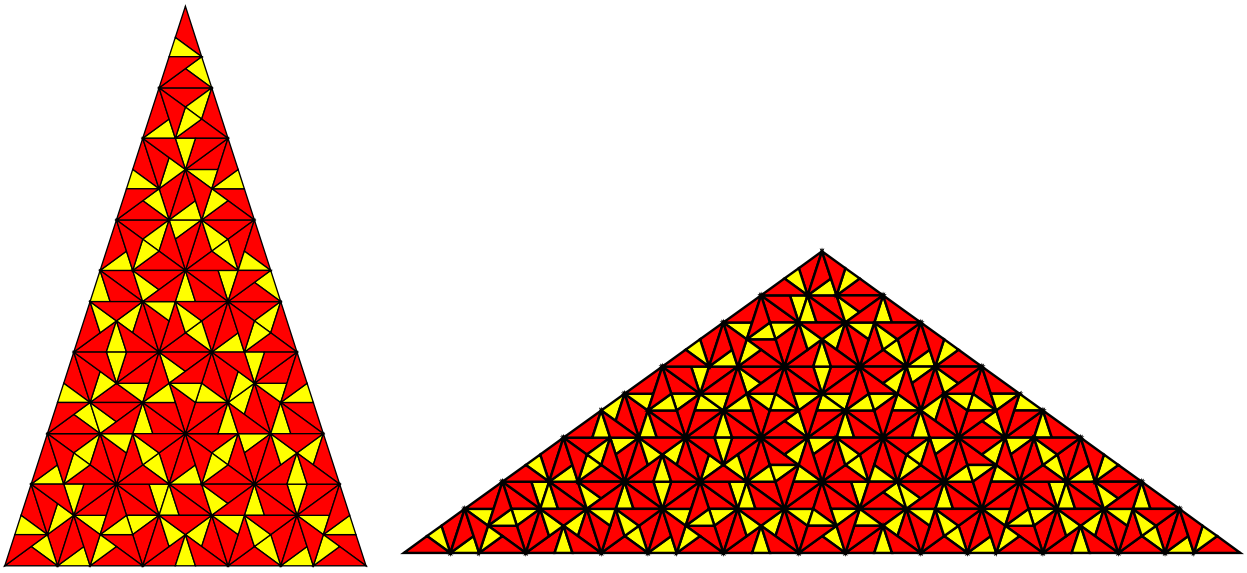
Enakokraki trikotnik, ki ima pri vrhu kot 36 stopinj, ima to lastnost, da ga lahko razdelimo na podoben enakokrak trikotnik (rumen), ki ima za faktor zlatega števila manjše stranice od prvotnega ter na enakokrak trikotnik, ki ima pri vrhu kot 108 stopinj (rdeč). Pri tem je ploščina rdečega za faktor zlatega števila (φ) večja od ploščine rumenega trikotnika.



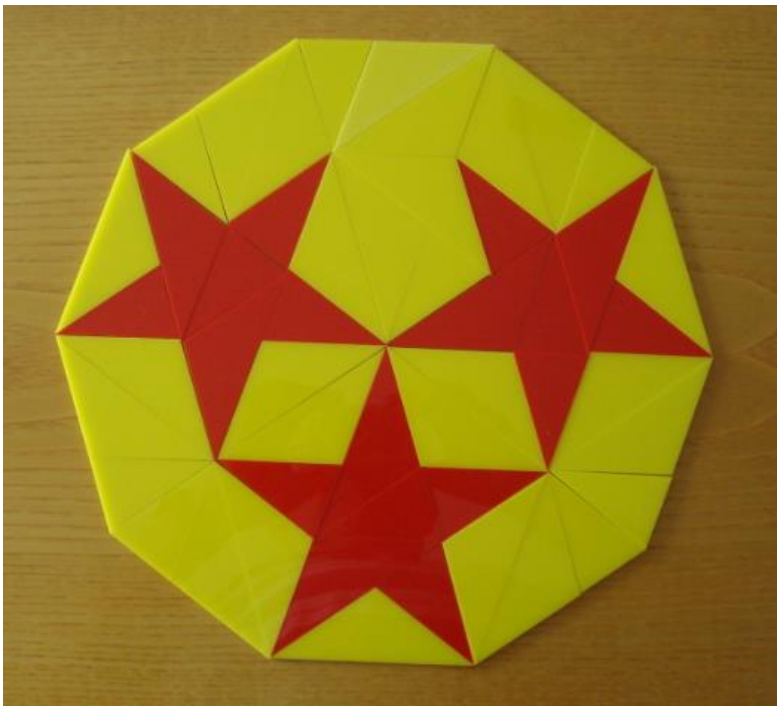
Vidimo, da smo tretji trikotnik na zgornji sliki dobili z združitvijo prvih dveh, četrtega pa z združitvijo drugega in tretjega. Ta postopek nadaljujemo in po nekaj korakih dobimo naslednje trikotnike (slike smo pomanjšali).



Tako bi lahko nadaljevali in prišli do naslednjih trikotnikov.

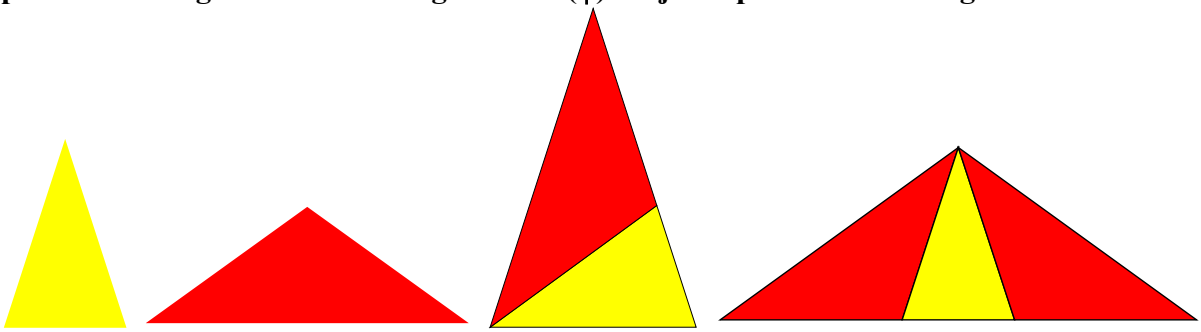


Vzemimo, da je ploščina rumenega trikotnika enaka 1. Potem je ploščina rdečega enaka φ (zlato število). Ker ploščine naslednjih dobimo s seštevanjem predhodnih dveh členov, so ploščine prvih 9 trikotnikov enake: 1, φ, 1+φ, 1+2φ, 2+3φ, 3+5φ, 5+8φ, 8+13φ, 13+21φ, 21+34φ. Zaporedju, ki ga dobimo tako, da izberemo prva dva člena, naslednje pa dobimo z vsoto dveh predhodnih členov, pravimo posplošeno Fibonaccijeva zaporedje (če sta prva dva člena enaka 1, je to Fibonaccijevo zaporedje). Zlato število je pozitivna rešitev enačbe $x^2=x+1$, zato je naše zaporedje enako geometrijskemu zaporedju 1, φ, φ^2, φ^3, φ^4, φ^5, φ^6, φ^7, φ^8, φ^9. Iz števila lahko tudi sklepamo, na primer ploščina 8+13φ pove, da je trikotnik sestavljen iz 8 rumenih in 13 rdečih trikotnikov.
Ker bi lahko konstrukcijo nadaljevali, vidimo, da na ta način dobimo pokritje ravnine z rumenimi in rdečimi trikotniki.
Seveda lahko iz teh trikotnikov sestavimo tudi druge like. V spodnjem desetkotniku imamo tudi rdeče trikotnike prve in rumene trikotnike druge vrste.

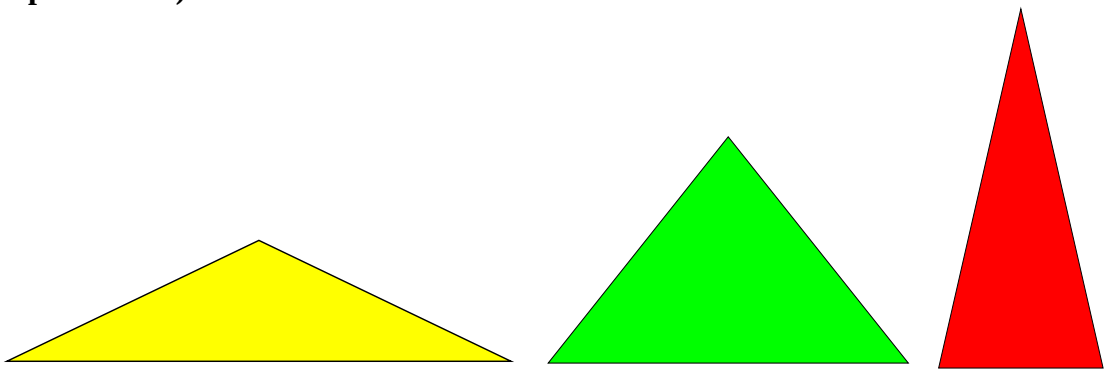


Izo-hepta trikotniki

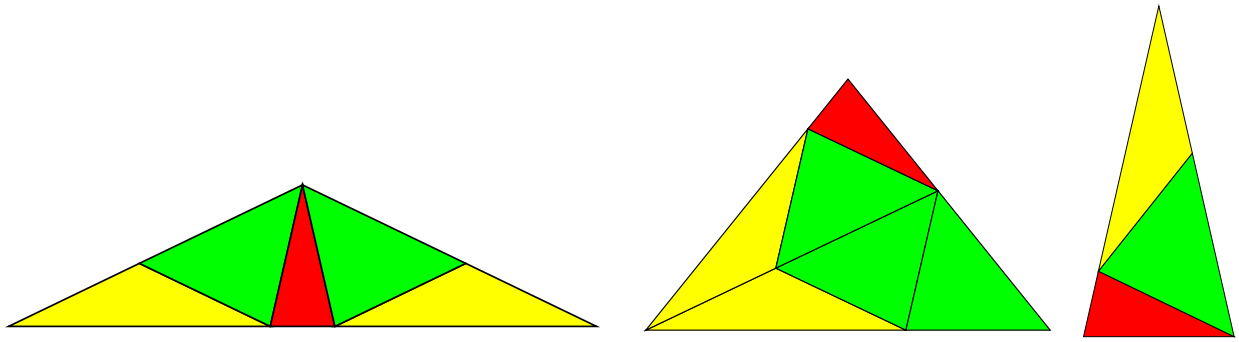
Enakokraki trikotnik, ki ima pri vrhu kot 36 stopinj, ima to lastnost, da ga lahko razdelimo na podoben enakokrak trikotnik (rumen), ki ima za faktor zlatega števila manjše stranice od prvotnega, ter na enakokrak trikotnik, ki ima pri vrhu kot 108 stopinj (rdeč). Pri tem je ploščina rdečega za faktor zlatega števila (φ) večja od ploščine rumenega trikotnika.



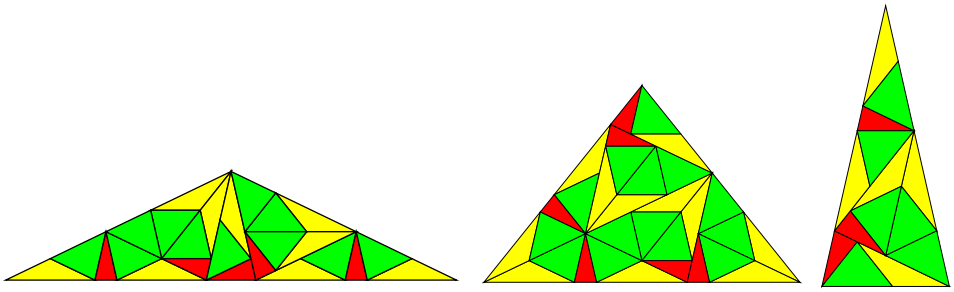
Nekaj podobnega velja za tri enakokrake trikotnike, ki imajo kote ob osnovnici: π/7, 2π/7 in 3π/7. Frederickson je imenoval te trikotnike izo-hepta trikotniki (iz isosceles=enakokrak, hepta=sedem).



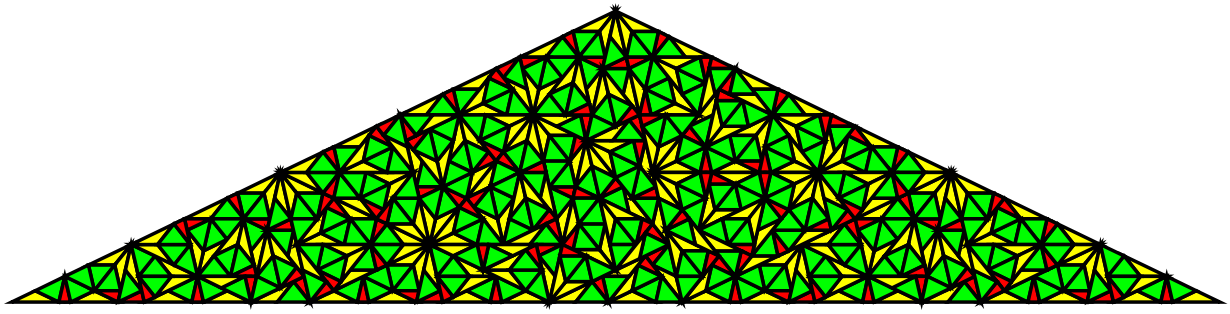
Zgornje trikotnike lahko razdelimo na manjše podobne trikotnike. Faktor zmanjšanja je približno 0.445042, natančno pa je to recipročna vrednost od $(2\cos(\pi/7))^2-1$. Razdelitve so prikazane na spodnjih slikah.



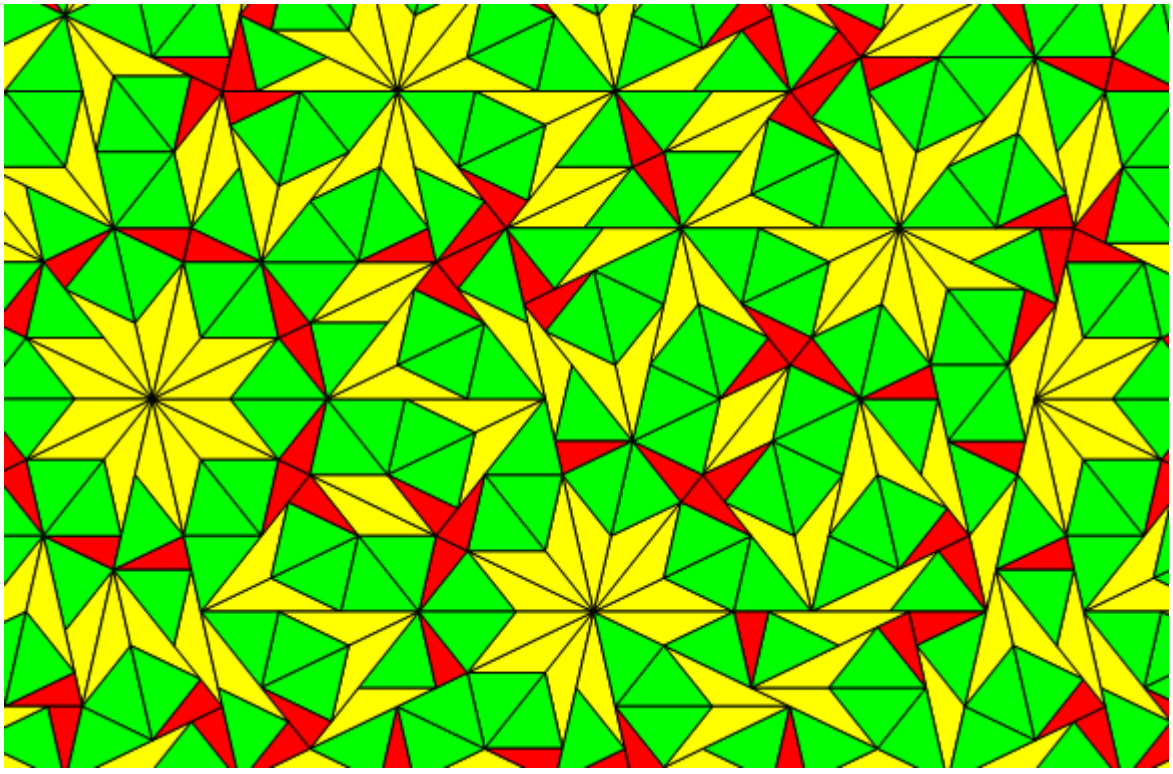
Spet razdelimo trikotnike po istem principu in dobimo:



Naredimo za prvim še dva koraka in povečajmo sliko:



Zdaj pa vzemimo, da imamo na razpolago neomejeno količino izo-hepta tlakovcev. Naredimo iz nekaj tlakovcev enega od trikotnikov. Zdaj pa vzamemo, da je ta trikotnik del enega od treh večjih trikotnikov. Ta večji trikotnik je treba dopolniti s tlakovanjem manjših. To nadaljujemo v neskončno in dobimo tlakovanje ravnine.



Referenca:
G.F.Frederickson, Dissections: Plane & Fancy, Cambridge University Press, Cambridge, 2002.

Rešitve

Barvni sudoku

1.

6	5	1	3	4	2
4	2	3	5	1	6
1	6	4	2	5	3
5	3	2	1	6	4
3	4	5	6	2	1
2	1	6	4	3	5

1	3	4	2	5
5	2	1	4	3
2	4	5	3	1
3	1	2	5	4
4	5	3	1	2

1	2	4	3
3	4	1	2
2	1	3	4
4	3	2	1

1	4	3	2
2	3	4	1
3	2	1	4
4	1	2	3

3	1	2	5	4
4	5	1	3	2
5	2	3	4	1
2	4	5	1	3
1	3	4	2	5

2	5	3	4	1
1	4	2	3	5
5	3	4	1	2
4	1	5	2	3
3	2	1	5	4

4	5	1	3	2
2	3	4	1	5
5	1	3	2	4
3	2	5	4	1
1	4	2	5	3

1	3	2	4
3	1	4	2
4	2	1	3
2	4	3	1

3	2	4	1
4	3	1	2
2	1	3	4
1	4	2	3

3	1	2	6	5	4
4	5	6	1	3	2
1	6	4	5	2	3
2	3	5	4	6	1
5	2	1	3	4	6
6	4	3	2	1	5

3	2	1	4
1	4	3	2
4	3	2	1
2	1	4	3

5	4	2	1	3	6
3	1	6	2	4	5
2	5	1	3	6	4
6	3	4	5	1	2
4	2	3	6	5	1
1	6	5	4	2	3

2.

3	1	2	4
1	4	3	2
4	2	1	3
2	3	4	1

1	3	2	4
4	1	3	2
3	2	4	1
2	4	1	3

3	5	2	1	4
2	1	5	4	3
1	4	3	2	5
5	2	4	3	1
4	3	1	5	2

5	2	4	1	3
2	3	5	4	1
4	1	3	5	2
3	5	1	2	4
1	4	2	3	5

4	2	1	3
3	1	4	2
2	4	3	1
1	3	2	4

1	2	3	4
3	4	1	2
4	1	2	3
2	3	4	1

2	1	3	5	4
5	2	1	4	3
1	4	5	3	2
3	5	4	2	1
4	3	2	1	5

4	3	2	1	5
1	5	3	4	2
3	4	5	2	1
2	1	4	5	3
5	2	1	3	4

2	1	3	4
3	4	2	1
1	2	4	3
4	3	1	2

1	4	2	3
3	2	1	4
2	3	4	1
4	1	3	2

4	5	3	2	1
2	4	1	3	5
5	3	2	1	4
3	1	5	4	2
1	2	4	5	3

4	3	1	2
3	2	4	1
2	1	3	4
1	4	2	3

Latinski kvadrati

1	4	3	2
3	1	2	4
2	3	4	1
4	2	1	3

5	3	1	2	4
1	5	2	4	3
2	1	4	3	5
4	2	3	5	1
3	4	5	1	2

4	1	2	5	3
1	5	4	3	2
2	4	3	1	5
3	2	5	4	1
5	3	1	2	4

3	1	2	4
4	3	1	2
1	2	4	3
2	4	3	1

2	1	4	3	5
1	5	3	2	4
4	3	2	5	1
3	4	5	1	2
5	2	1	4	3

2	1	3	4
1	4	2	3
3	2	4	1
4	3	1	2

1	2	4	3
3	4	2	1
4	3	1	2
2	1	3	4

2	3	1	4	5
5	1	2	3	4
4	5	3	2	1
1	2	4	5	3
3	4	5	1	2

2	3	4	5	1
5	1	3	4	2
3	5	2	1	4
1	4	5	2	3
4	2	1	3	5

4	3	1	2
3	2	4	1
2	1	3	4
1	4	2	3

1	5	2	4	3
4	2	3	1	5
5	4	1	3	2
2	3	4	5	1
3	1	5	2	4

3	2	1	4
2	4	3	1
4	1	2	3
1	3	4	2

Sudoku s črkami

E 3	C 1	A 5	D 2	E 4
A 2	E 5	C 3	D 4	B 1
C 4	D 3	D 1	C 5	E 2
E 1	B 4	B 2	A 3	B 5
D 5	C 2	A 4	A 1	B 3

E 1	E 3	C 4	C 5	D 2
D 3	B 1	A 2	E 4	D 5
B 4	A 5	A 3	B 2	A 1
C 2	A 4	E 5	C 1	B 3
B 5	E 2	D 1	C 3	D 4

A 3	D 1	D 2	A 4	A 5
B 5	C 2	C 3	B 1	C 4
C 1	C 5	B 4	E 3	E 2
E 4	B 3	E 5	A 2	A 1
B 2	D 4	E 1	D 5	D 3

E 5	C 4	D 2	C 3	E 1
C 2	B 5	D 1	E 4	E 3
B 4	A 3	C 5	A 1	B 2
C 1	A 2	B 3	A 5	A 4
D 3	B 1	D 4	E 2	D 5

E 4	B 1	E 3	E 5	E 2
A 1	A 3	D 5	D 2	C 4
A 5	B 4	A 2	D 3	D 1
B 2	B 5	E 1	D 4	C 3
B 3	C 2	A 4	C 1	C 5

B 5	C 3	C 4	C 2	E 1
B 1	B 2	C 5	E 4	B 3
E 3	D 5	D 2	D 1	D 4
A 4	C 1	D 3	A 5	A 2
E 2	B 4	A 1	A 3	E 5

D 2	B 4	D 5	A 3	D 1
E 4	E 2	E 3	C 1	E 5
B 5	C 3	E 1	B 2	C 4
B 3	A 1	D 4	A 5	C 2
B 1	C 5	A 2	A 4	D 3

A 2	E 1	B 4	A 5	D 3
B 1	E 2	C 3	E 4	E 5
A 3	B 5	D 1	C 2	C 4
A 4	E 3	C 5	C 1	B 2
D 5	D 4	D 2	B 3	A 1

B 3	C 5	B 2	C 4	C 1
E 5	D 4	B 1	C 2	E 3
E 4	E 1	B 5	A 3	D 2
E 2	D 3	B 4	A 1	A 5
D 1	A 2	C 3	D 5	A 4

B 1	E 5	D 2	E 4	E 3
C 2	A 3	D 5	D 1	C 4
B 5	A 4	E 1	D 3	B 2
D 4	C 1	B 3	E 2	C 5
C 3	A 2	B 4	A 5	A 1

B 4	E 1	D 5	B 2	E 3
E 2	D 3	E 4	B 5	D 1
E 5	D 2	B 1	A 3	A 4
C 3	D 4	C 2	A 1	C 5
C 1	A 5	B 3	C 4	A 2

D 1	C 5	D 3	D 2	D 4
A 4	E 2	C 1	A 5	A 3
B 2	C 4	E 5	E 3	B 1
B 3	E 1	C 2	E 4	D 5
B 5	C 3	B 4	A 1	A 2

Futoshiki

1	3	4	2
2	1	3	4
3	4	2	1
4	2	1	3

1	5	3	4	2
3	4	2	1	5
5	1	4	2	3
4	2	5	3	1
2	3	1	5	4

1	4	5	2	3
3	1	2	5	4
2	5	3	4	1
4	2	1	3	5
5	3	4	1	2

2	3	4	1
1	2	3	4
3	4	1	2
4	1	2	3

4	3	2	1
1	4	3	2
3	2	1	4
2	1	4	3

1	3	2
3	2	1
2	1	3

3	5	1	2	4
1	2	4	5	3
5	3	2	4	1
4	1	5	3	2
2	4	3	1	5

4	5	2	1	3
1	3	5	2	4
2	4	1	3	5
5	2	3	4	1
3	1	4	5	2

2	1	4	3
4	3	1	2
3	4	2	1
1	2	3	4

2	3	4	1
3	4	1	2
1	2	3	4
4	1	2	3

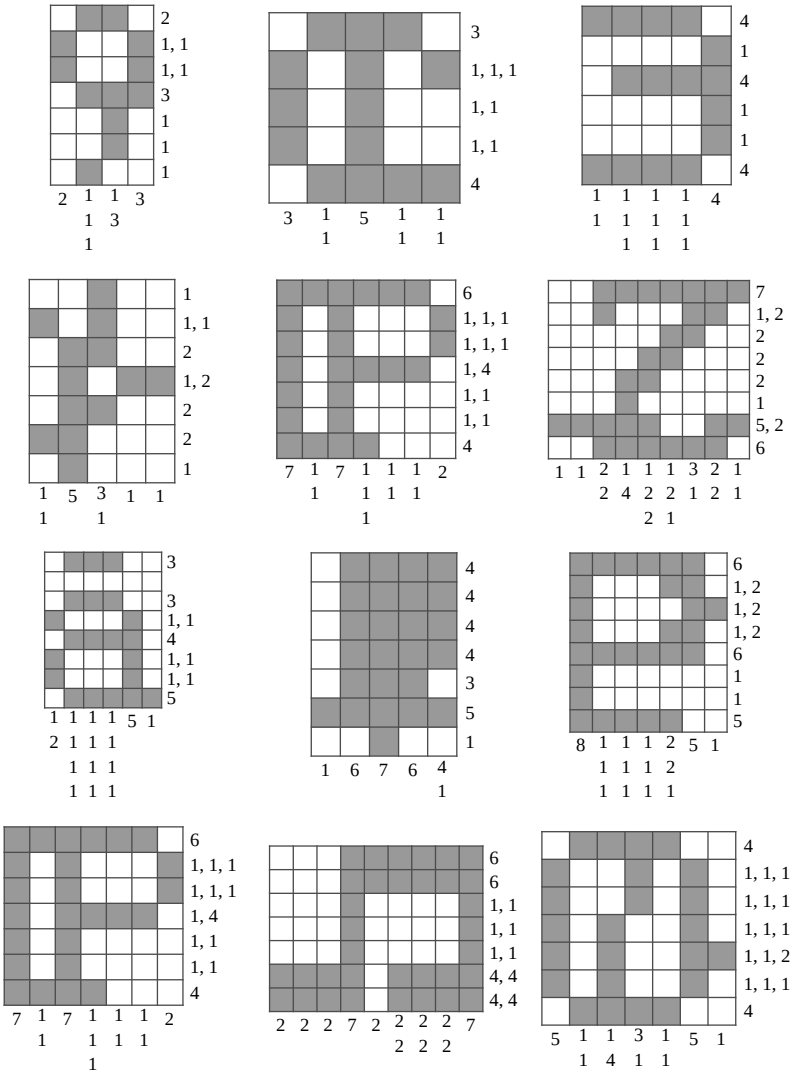
4	3	1	2
1	4	2	3
3	2	4	1
2	1	3	4

1	3	2
2	1	3
3	2	1

Razpored znakov

C B A	B A C
C D B A	C B D A
A D C E B	E B C D A
B A E C D	E C D A B

Gobelini



Križne vsote

	12	11		
6	4	2	22	
24	8	9	7	15
		16	9	7
		14	6	8

	11	16		
15	6	9	8	
15	5	7	3	14
		6	1	5
		13	4	9

	6	21	
9	1	8	4
17	5	9	3
	5	4	1

	11	14		
15	7	8	7	
12	4	6	2	16
		13	4	9
		8	1	7

	9	9					
7	4	3				4	7
6	5	1	4		8 21	3	5
	6	5	1	8 7	5	1	2
		15	3	5	7		
			11	2	9		

	4	9		
4	3	1	20	
15	1	8	6	9
		16	9	7
		7	5	2

	7	11					
3	2	1				12	11
13	5	8	11		6 17	4	2
	10	2	8	20 9	3	8	9
		10	3	2	5		
			16	7	9		

	12	13					
16	7	9				14	5
6	5	1	13		6 21	5	1
	8	3	5	21 3	8	9	4
		18	8	1	9		
			6	2	4		

	15	8			
16	9	7	6		
11	6	1	4	7	
		6	2	4	8
			6	1	5
			5	2	3

	13	11			
17	8	9	4		
10	5	2	3	15	
		5	1	4	4
			10	9	1
			5	2	3

	7	21					
5	1	4				16	8
14	6	8	13		12 20	7	5
	17	9	8	17 3	5	9	3
		16	5	2	9		
			7	1	6		

	12	8					
4	3	1				6	12
13	9	4	13		10 13	1	9
	10	3	7	15 15	7	5	3
		14	6	7	1		
			13	8	5		






Križni produkti

	12	28			
42	6	7	15		
24	2	4	3	42	
		15	5	3	32
			16	2	8
			28	7	4

	27	80	
72	9	8	48
36	3	2	6
	40	5	8

	24	63	42
168	4	7	6
378	6	9	7

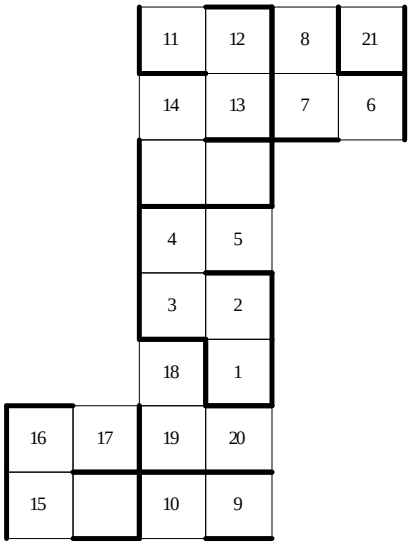
	12	378					
12	2	6				45	8
54	6	9	24		18 54	9	2
	56	7	8	60 35	3	5	4
		42	3	7	2		
			45	5	9		

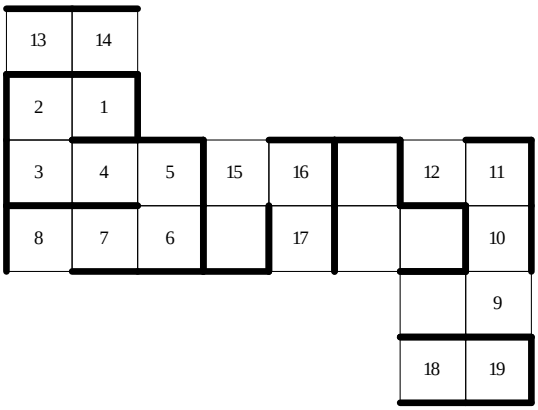
	12	72		
27	3	9	189	
224	4	8	7	32
		24	3	8
		36	9	4

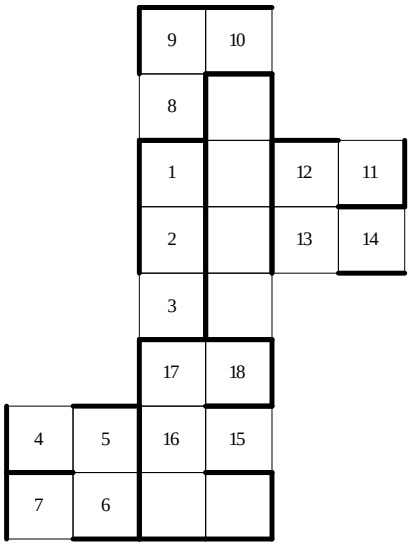
	15	45			
45	5	9	8		
60	3	5	4	160	
		10	2	5	10
			40	8	5
			8	4	2

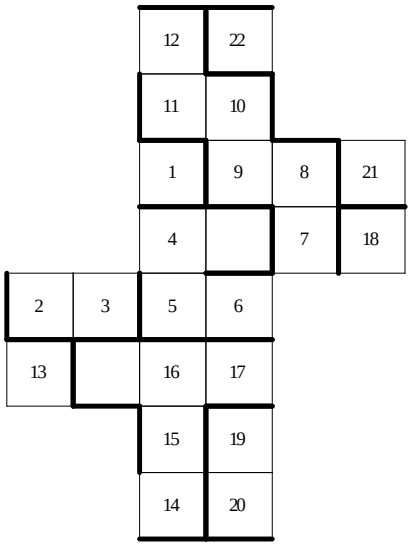


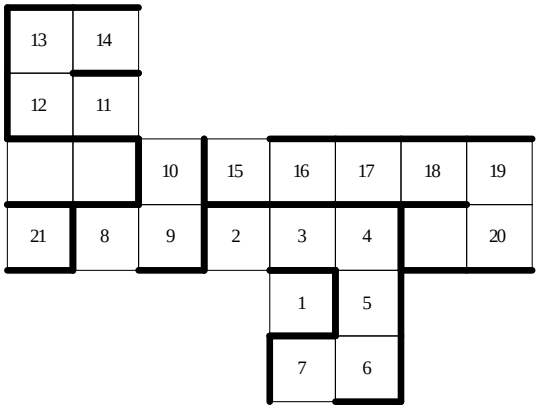
Labirint na kocki

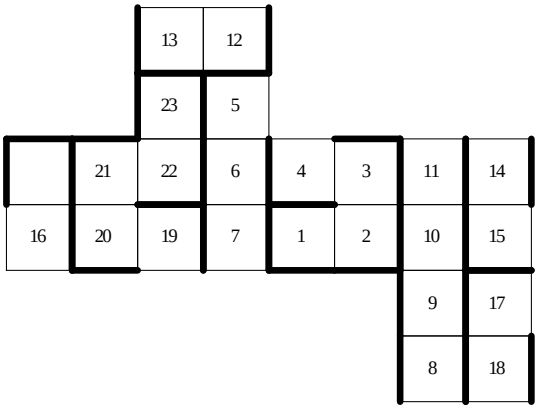




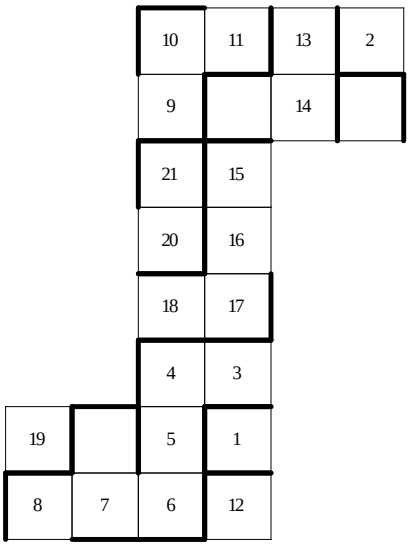


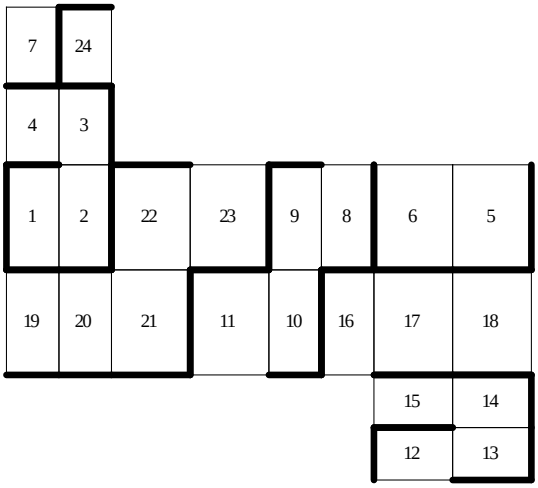


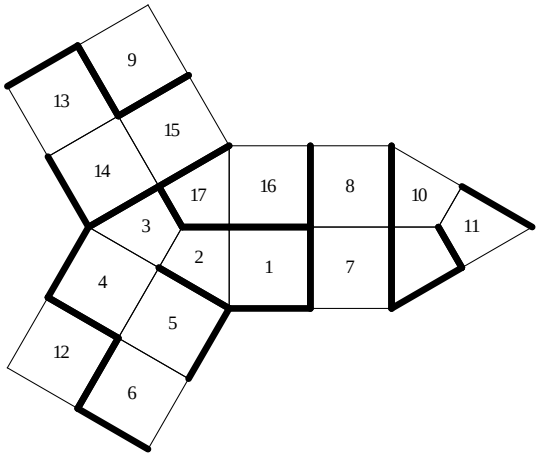


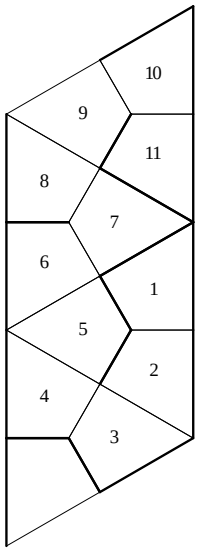


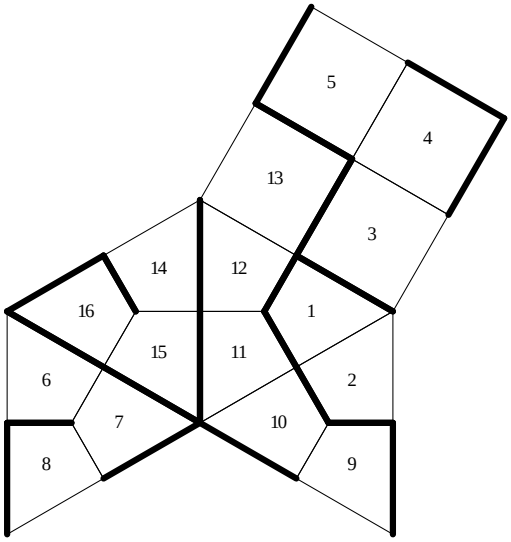
Labirinti na enostavnih poliedrih

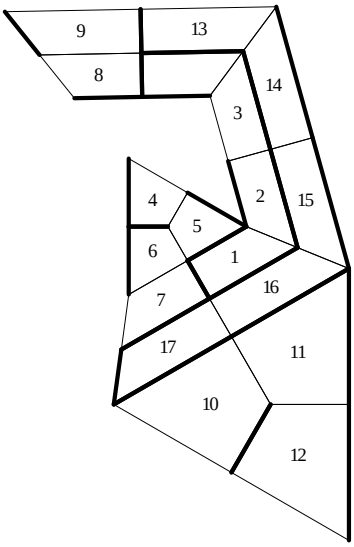






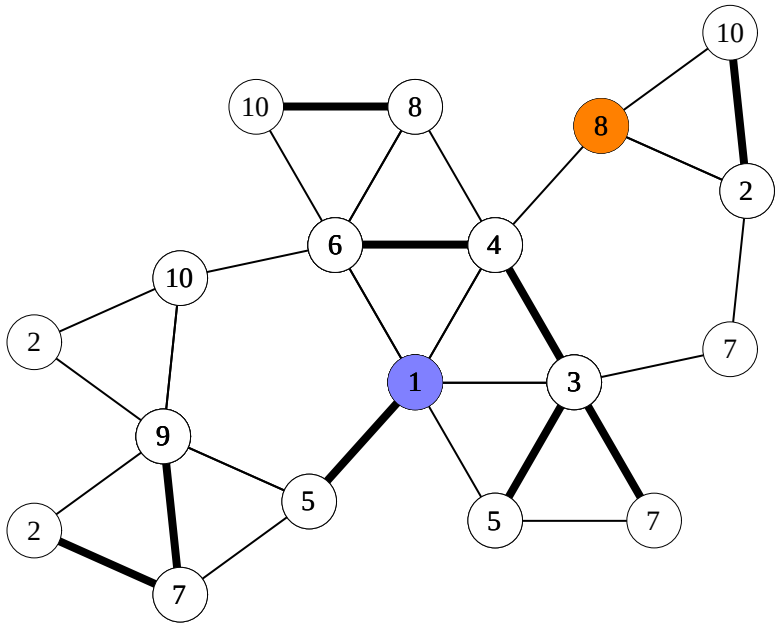






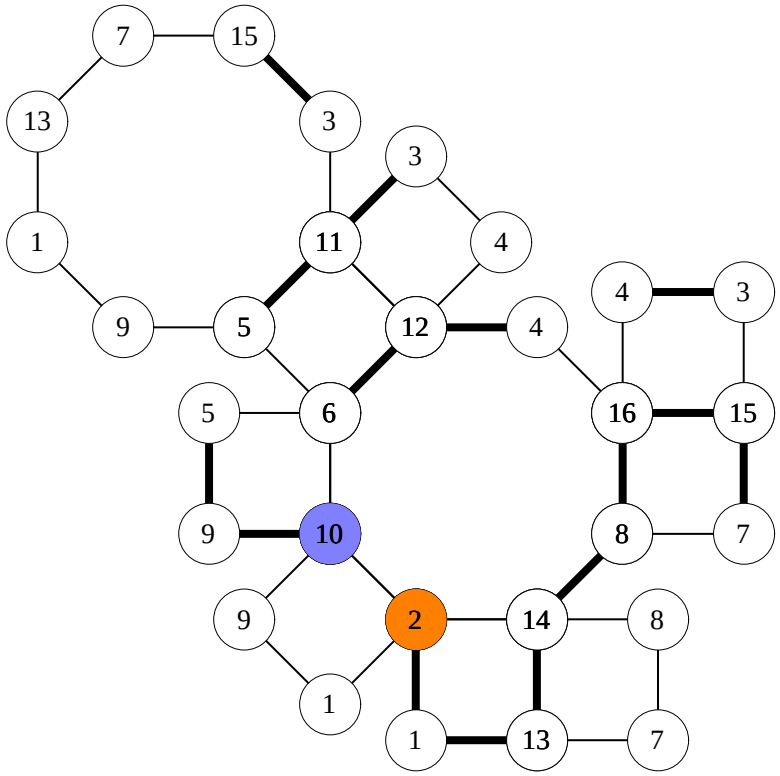
Labirinti na robovih poliedra

1.



{8,10,2,7,3,5,1}

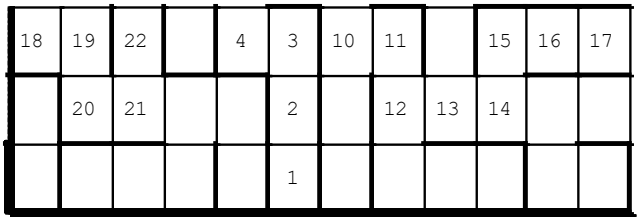
2.

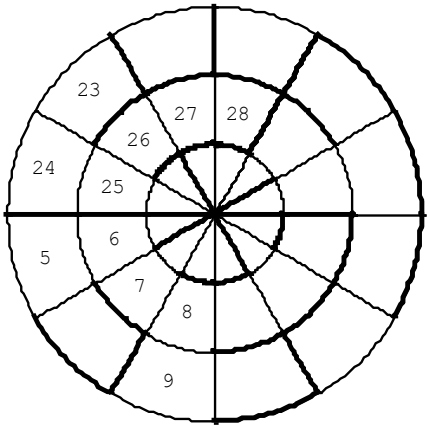


{2,1,13,14,8,16,15,3,11,5,9,10}

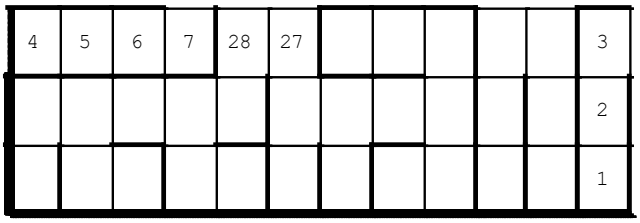
Večdelni labirinti na zemljevidu

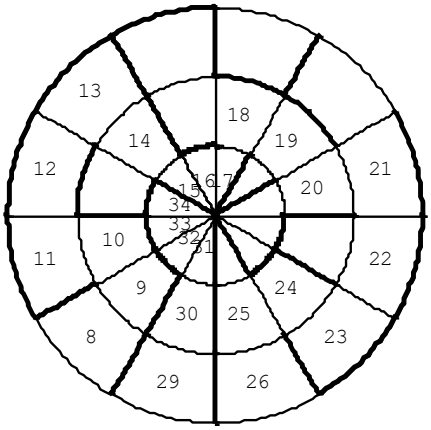
1.



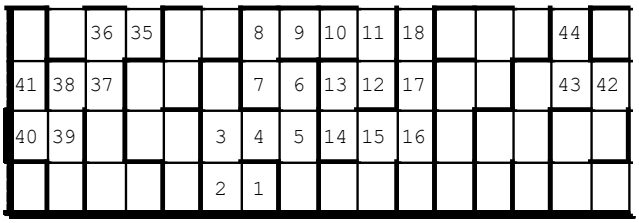


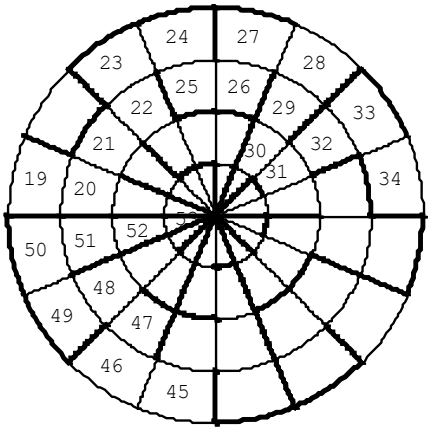
2.





3.





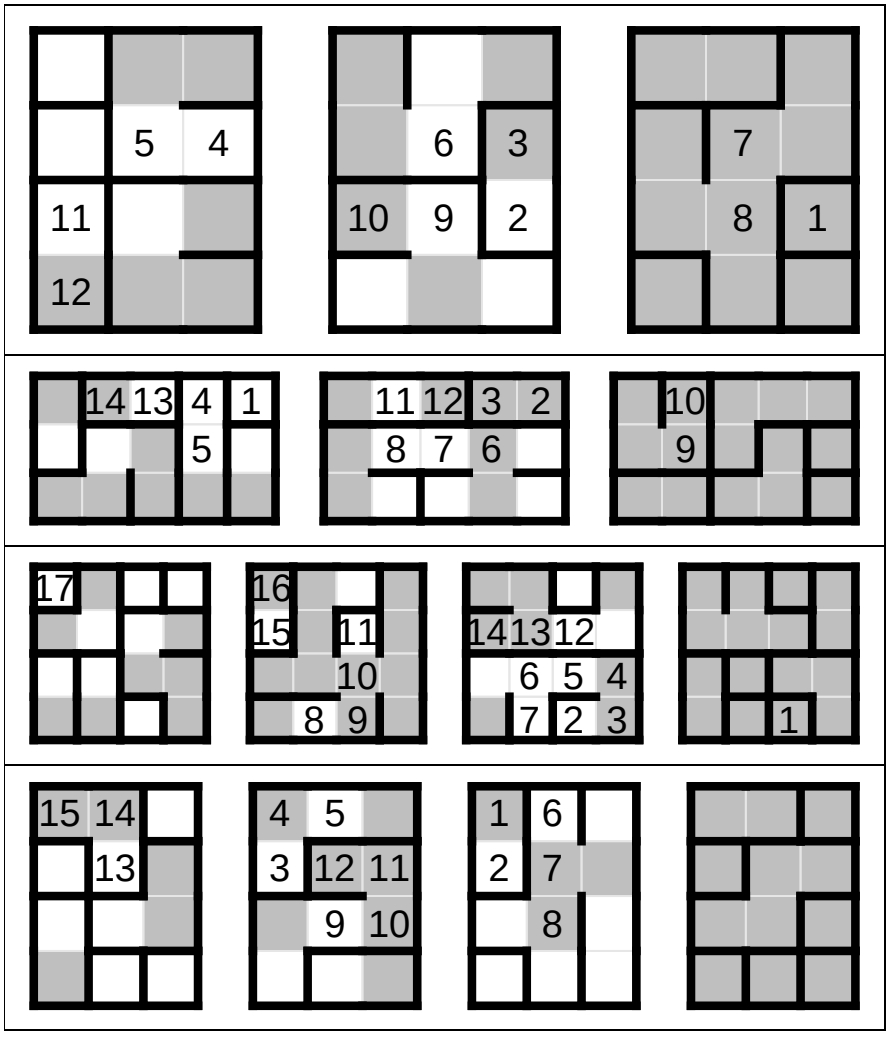
Odstranjene kocke

```
59  58  69
69  31  65
69  76  122
74  68  96
```

Kocki določi mrežo

{4, 3, 1, 1, 3, 4}

Labirint v kvadru



Labirint na ploskvah

	27		16	15	5	4	3	
	26			14	13		2	1
	25			11	12			
	24			10				
	23	22	21	9				
30	29	19	20	8	7			
	28	18	17		6			

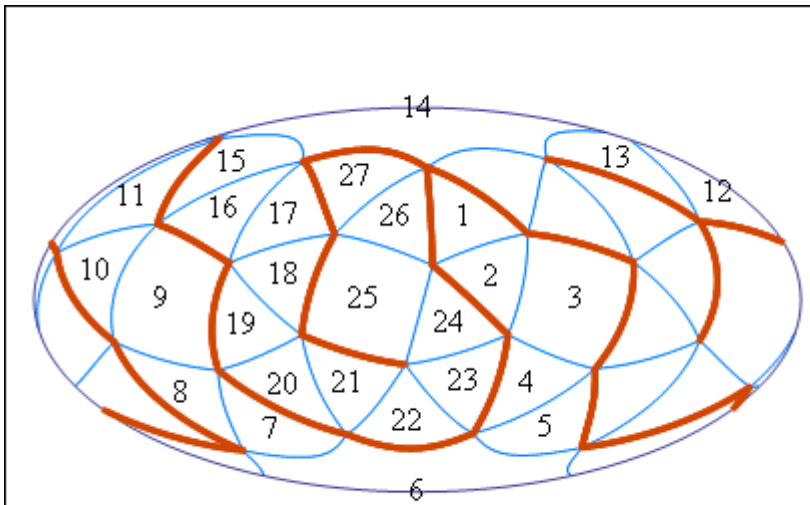
3	29	26	25					7	6
4	30	31			19	18	17	8	5
36	33	32			20		16	9	10
35	34				21		15	12	11
2	28	27	24	23	22		14	13	1

	30	29	22	23	18	8	7	2
		28	27	24	17		6	3
			26	25	16		5	4
	11	12	13	14	15			33
1	10	9	19	20	21		31	32

			33		45	22	19	18	17	14	13
			32	47	46	23	24				
			31	48	27	26	25				
			30	29	28			6	7	8	
			38	39	40	41		5	4	9	
			37	36	43	42		2	3	10	11
			34	35	44	21	20	1	16	15	12

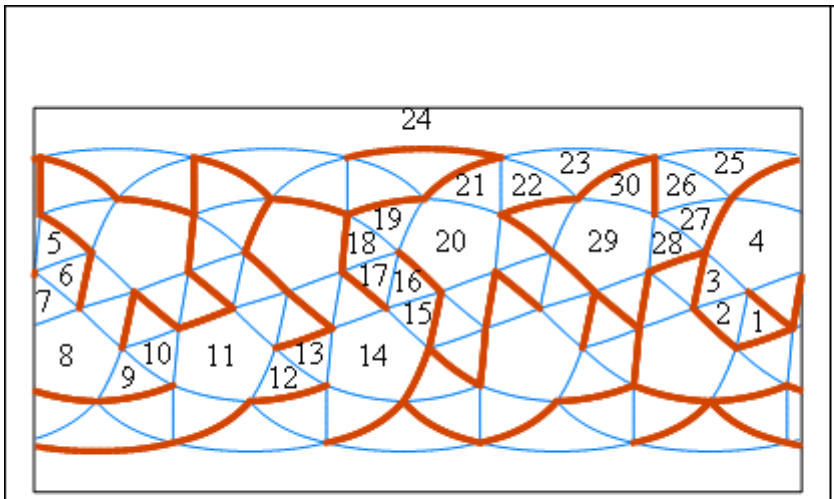


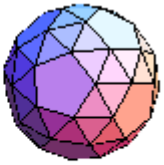
Labirint na projekcijah teles





število mejnih ploskev	38
število robov	60
število oglišč	24
tip rotacijske simetrije	



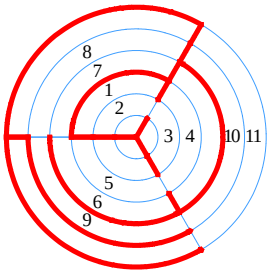


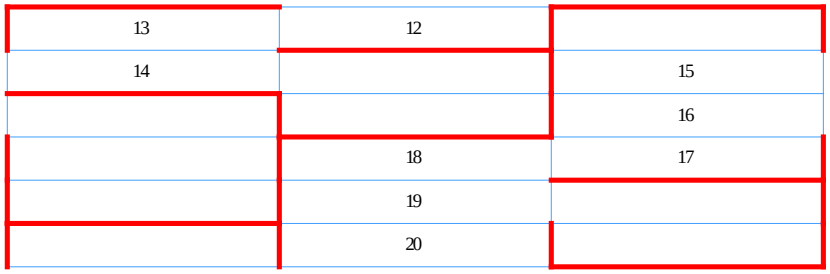
število mejnih ploskev	92
število robov	150
število oglišč	60
tip rotacijske simetrije	

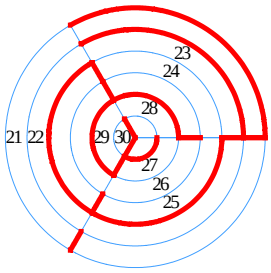


Labirinti na mreži valja in stožca

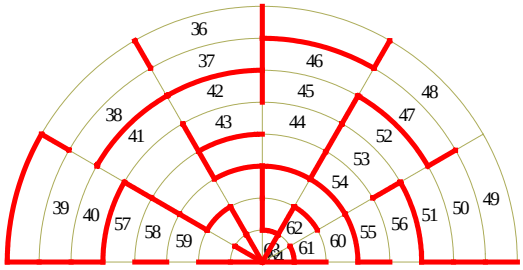
1.

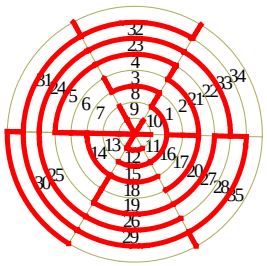




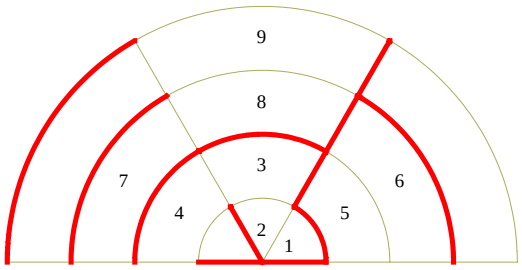


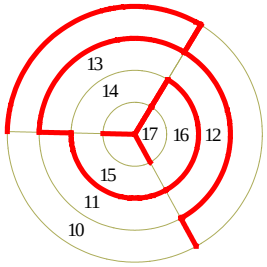
2.





3.





Analiziraj pogoje nalog

C A B D	CBAD CDAB CBDA BACD BCAD BDAC
A C D B	BCDA CBDA CADB ACBD ABDC
B A C D	ABCD CBAD DBAC DBCA BCDA BADC CABD DABC DACB
D B C A	CADB BADC ABCD DBAC BDCA DACB DABC ADCB
D B A C	BCAD BACD DABC CADB BADC CBAD CABD CDAB BDAC
B C A D	DACB BCDA BDAC BACD BDCA CBAD
A D B C	BCAD BACD ABDC CDBA BDAC CDAB BADC CABD
C D A B	DCAB ADCB ACDB BDAC DBCA CBDA ABCD ABDC



Izdaja: Založniško podjetje **LOGIKA d.o.o., Svetčeva pot 11, 1241 Kamnik**. Poslovni račun pri NLB: 02312-0016592829. Davčna številka: SI56917309. Podjetje je zavezanec za DDV po zakonu o DDV.
Za izdajatelja*: Izidor Hafner*.
E-mail: **info@logika.si**
Spletna stran: **http://www.logika.si**.
Revija *Logika & razvedrilna matematika* je vpisana v register medijev pri Ministrstvu za kulturo pod številko 759. Strokovni pokrovitelj: *Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko - oddelek za teoretično računalništvo*.

Glavni in odgovorni urednik: *dr. Izidor Hafner* (**http://mat03.fe.uni-lj.si/html/people/izidor/homepage/**)
Člana časopisnega sveta: *prof. dr. Tomaž Pisanski in Darjo Felda, prof.*
Sodelavci: *dr. Urška Demšar, dr. Meta Lah, Hiacinta Klemenčič, mag. Katka Šenk in dr. Aleš Vavpetič*.
Oblikovanje: *Ana Hafner*
Naslovnica: *Maša Bratkovič*
Jezikovni pregled: *Besana*

Za objavljene prispevke ne plačujemo honorarjev.

© 2020 LOGIKA d.o.o.
ISSN 2350-532X
LOGIKA & RAZVEDRILNA MATEMATIKA, letnik XXX, št. 1 od 4, 2020/2021
Elektronska izdaja. Cena revije: 0 €.