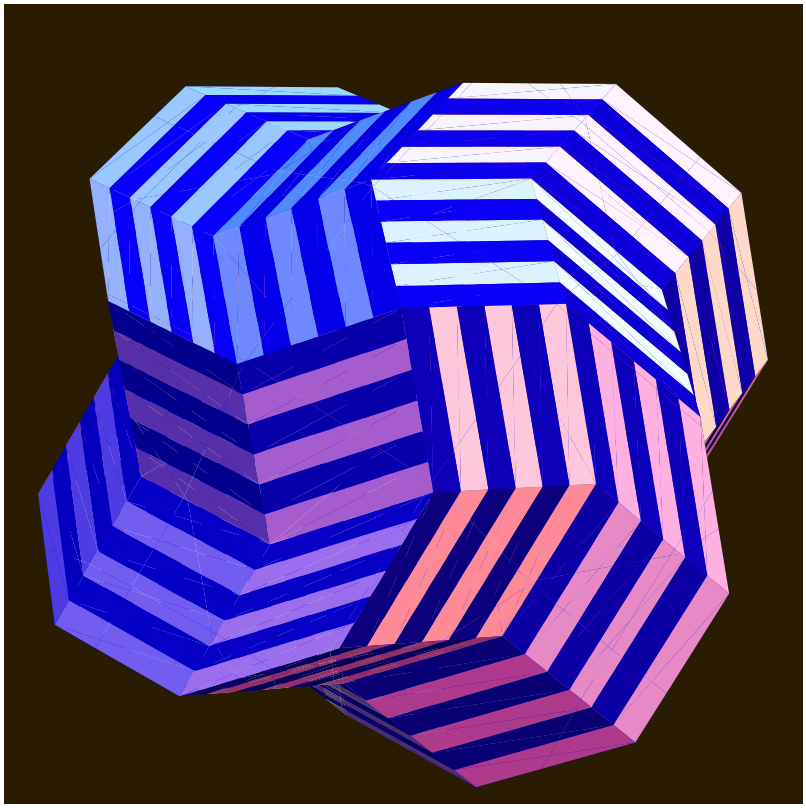
Spoštovani,

Pred vami je prva številka 27. letnika revije Logika in razvedrilna matematika. Bolj kot na vsebino te številke, ki se ne razlikuje veliko od vsebin številk zadnjih nekaj let, bi vas radi opozorili na starejše številke revije, ki so zdaj dostopne na spletu, bodisi v celoti, bodisi le delno. Tule je seznam teh številk:

Letnik	Dostopne številke
2.	4, 5, 6
3.	1, 2, 4
4.	1, 4, 5, 6
6.	1, 4
16.-26.	1, 2, 3, 4

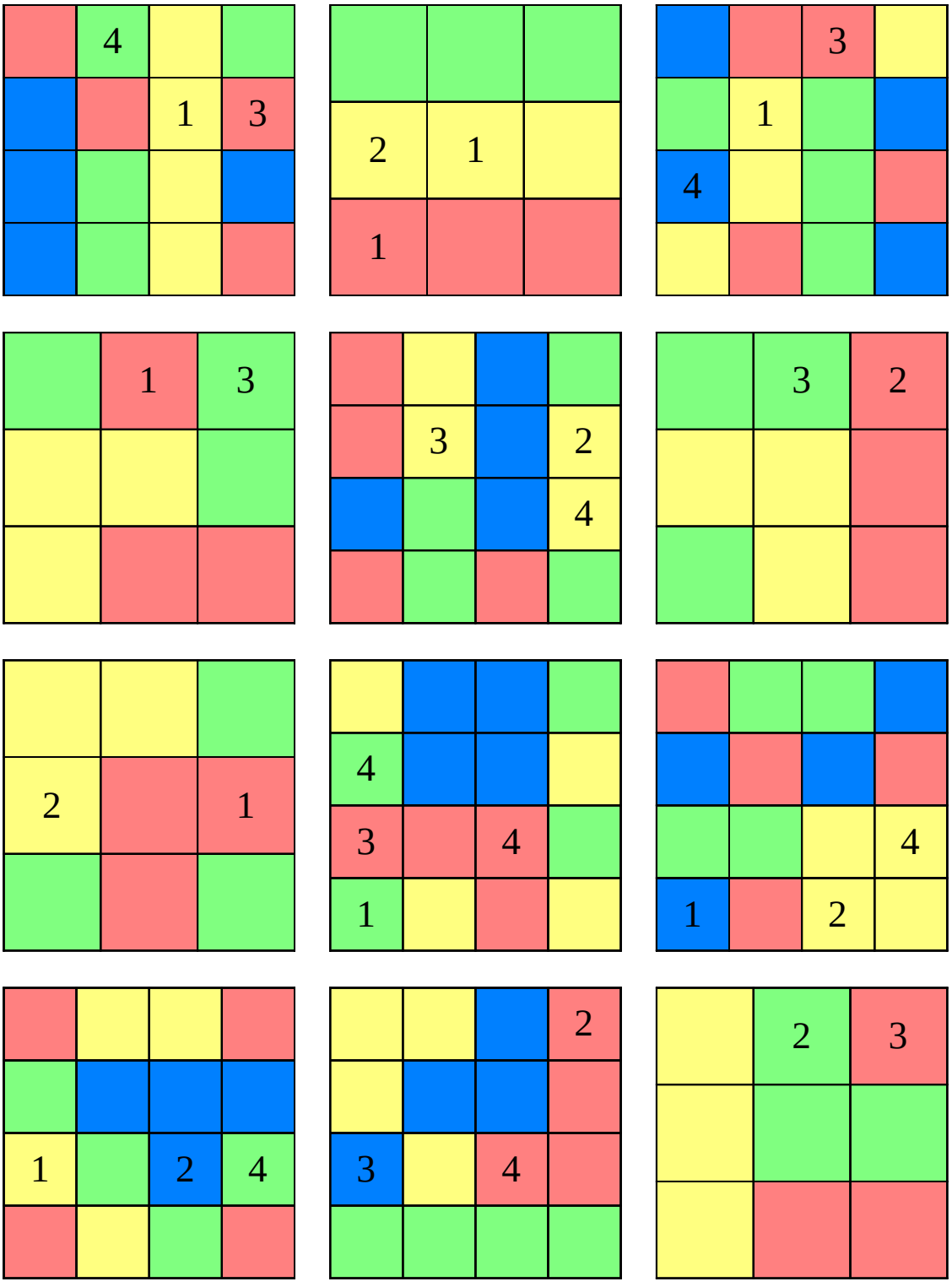
Do teh številk pridete prek povezave: http://www.logika.si/revija/vsebine.htm
Naloge, ki jih najdete tu, bodo lahko služile za pripravo na tekmovanje iz logike (https://www.zotks.si/), iz razvedrilne matematike (https://www.dmfa.si/), na tekmovanje Matemček in na tekmovanje za priznanje logične pošasti (http://www.mathema.si/).
Še bolj so te naloge koristne za vsakdanje urjenje možganov, ki tako kot telo potrebujejo nekaj vsakdanje telovadbe, potrebujejo kakšno logično nalogo za jutranji zagon naših misli.
Na spletni strani logika.si boste našli še vrsto člankov iz preteklih številk revije, ki dajejo nekaj teoretičnih izhodišč in definicij, povezanih z logiko, ter več zbirk tipičnih logičnih nalog. Ustrezna povezava je: http://www.logika.si/sklop_logika/index.html
Gradiva v zvezi s poliedri boste našli na naslovu: http://www.logika.si/poliedriCDsl/index.html



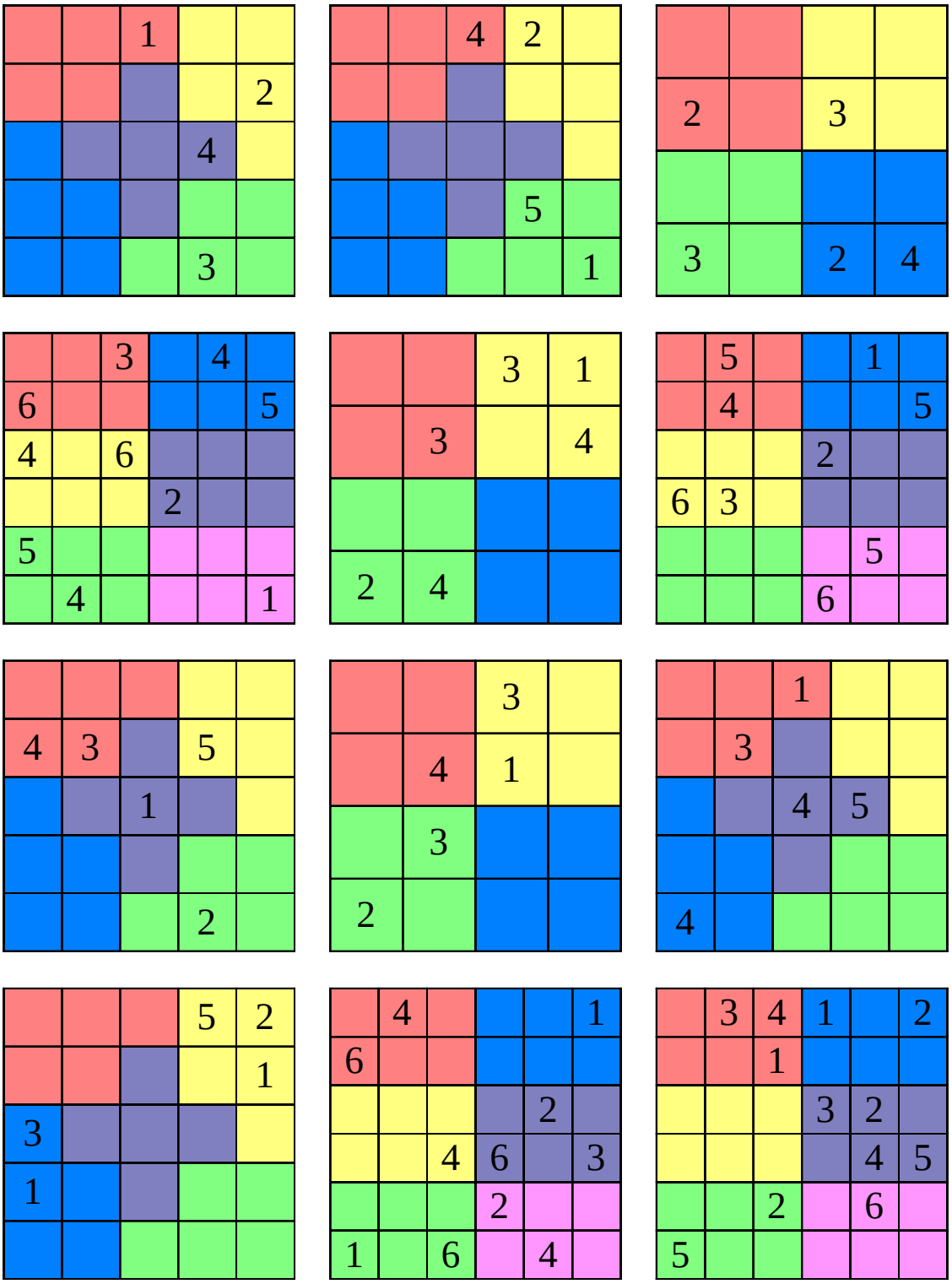
Barvni sudoku

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih iste barve nastopalo vseh n števil.

1.



2.


1
2
4
3
4 2
5
1
2 3
3 2 4
3 4
6 5
4 6
2
5
4 1
3 1
3 4
2 4
5 1
4 5
2
6 3
5
6
3
4 3 5
1
2
3
4 1
3
2
1
3
4 5
4
5 2
1
3
1
4
6
2
1 6 4
3 4 1 2
1
3 2
4 5
2 6
5

Latinski kvadrati

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetne številke 1, 2, 3, … tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu nastopalo vseh n številk.

3			
4			3
2		3	4

				2
		5	3	1
	2	4		
			5	
1				

	2	5		
4			2	
		2		1
			4	
	1			

		2	
4			
	1		
	3		2

2		4	
4			
	1		

		1		
			2	
2				
5	3			
4		2		3

		2	
4			
		1	3
	3		

3			4
			2
	3	2	

5				
	2			
	3			5
		4		
4		1		

4	2			
			4	
		3		
	3		5	
2		5		

	3		
4			2
			4

	3		
4			
	1	3	

Sudoku s črkami

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih z isto črko nastopalo vseh n števil.

A	C	A	A	C 4
C	E	B	E	D
B 3	B 1	A	E	D
E	A	B	C	C
D	E	D	B 5	D

D	C 1	A	A 2	A
B	D	C	C	A
D	E	B	B 4	D 3
C	B	C	E	A
E	E	B	D	E

A	E	A	B	D
B	D 4	E	E	D
C 2	E 1	A	C	D
B	B 5	A	D	C
E	A	C	B	C

A	D	B 3	C	D
E	E	C 1	D 5	A
E	C	D	C	B
B 4	C	A	D	A
B	E	E	B	A

D	B 2	B 1	B	A 4
A 5	E	E	D	C
C	E	D	B	E
E	C	C	A	A
B	C	D	A	D

B	D	B	A	B
A	C	E	D	E 2
D	C	B	A	A
B	E	E	E	D
C 3	C	D	A 5	C 4

D	E	C 5	D	E 1
B	B	B	A	B
D	C	C	D	E
A 3	A	D	A	C
B	C 4	A	E	E

C	E	E	D	B
E 5	C	E	B	D
A 1	A	D	D	C
A 3	A	E	B	A
C 2	B	D	C	B

B	C	D	E 1	A
B	D	B	E	C
A	B	C 2	D	A 5
E	E 4	C	E	D
D	A	C	A	B

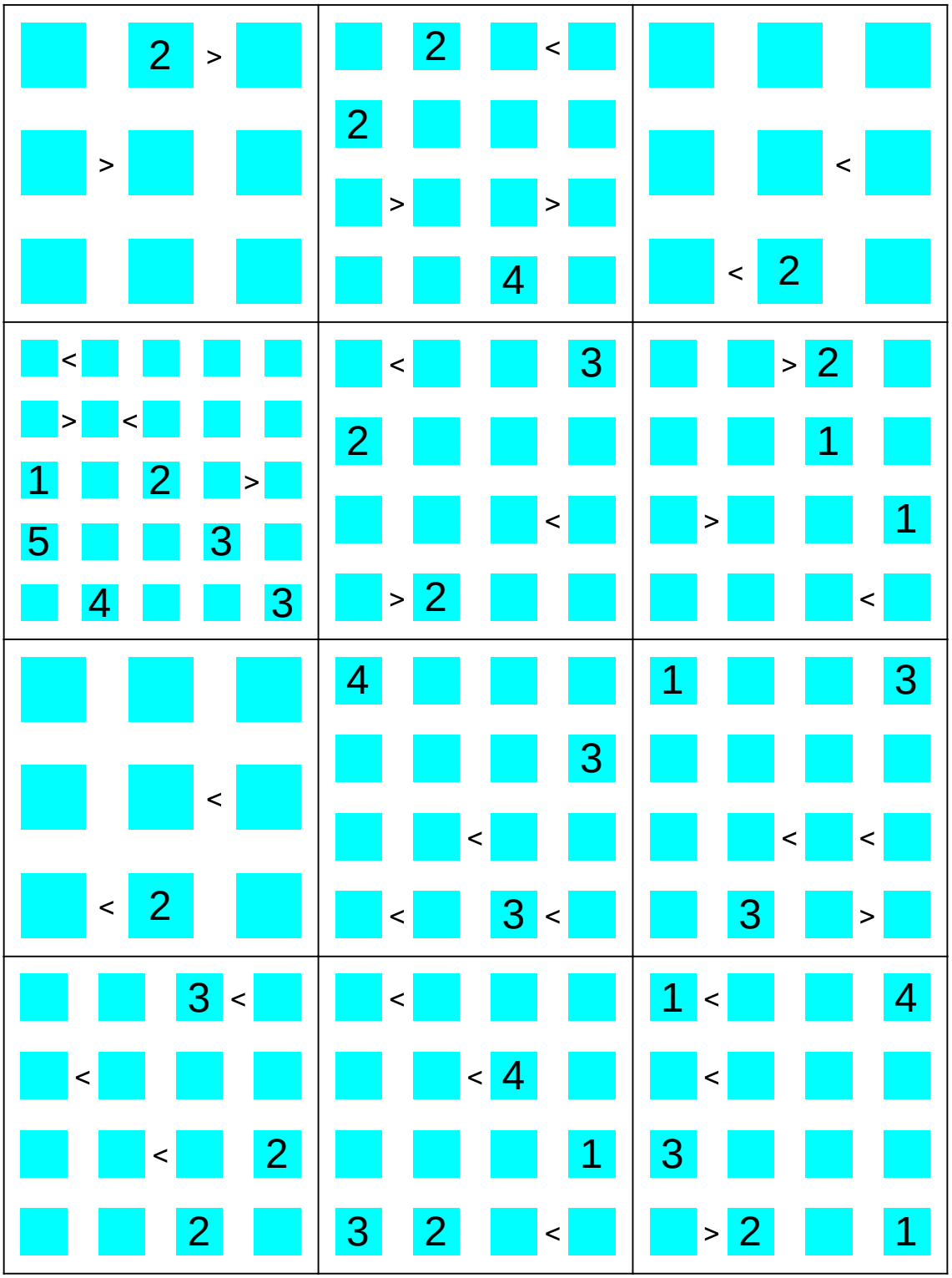
B	E	E	C	E
B	D 1	C	A 3	C
D	C	E	B	A
B	A	A	E 4	A
C	D	D	B	D 2

D	E	E	B 4	C 2
C 3	E	B	B	A
E	D	A	A	C
D	D	D	A	E
A 5	C	C	B	B

A	C 5	B 2	C 4	C
B	C	B	C	A
A 1	D	D	B	A
E	D	A	E	E
E	D	D 5	B	E

Futoshiki

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n tako, da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopalo vseh n števil ter da bodo izpolnjene vse relacije.



Lastnosti lika

Ugotoviti moramo lastnosti lika. Lik ima obliko (trikotnik, kvadrat, petkotnik), velikost (majhen, srednji, velik), barvo (rumen, oranžen, moder) in debelino (tanek, debel). Lahko si izberemo tudi le nekaj prvih lastnosti. Dano je nekaj stavkov v simbolni obliki in njihova resničnostna vrednost (R za resničen in N za neresničen). Stavki so lahko enostavni, na primer, "Rumen" pomeni, da je lik rumen, ali sestavljeni, na primer, "Velik $\wedge$ Moder" pomeni, da je lik velik in moder; "Petkotnik $\vee$ Tanek", pomeni, da je lik petkotnik ali tanek;
"Debel $\veebar$ Oranžen" pomeni, da je lik ali debel ali oranžen; "Tanek $\Rightarrow$ Rumen" pomeni: če je lik tanek, potem je rumen; "Moder $\Leftrightarrow$ Velik" pomeni: lik je moder, če in samo če je velik).

Velik	R
Kvadrat	R
Trikotnik $\Rightarrow$ Petkotnik	R

oblika	
velikost	

Kvadrat	N
Majhen $\veebar$ Petkotnik	N
Trikotnik $\veebar$ Velik	R
Trikotnik $\veebar$ Velik	R

oblika	
velikost	

Petkotnik	N
Tanek	R
Trikotnik $\wedge$ Tanek	R
Srednji $\Leftrightarrow$ Tanek	N
Oranžen $\wedge$ Petkotnik	N
Velik $\Rightarrow$ Moder	N
Oranžen $\Leftrightarrow$ Srednji	N

oblika	
velikost	
barva	
debelina	

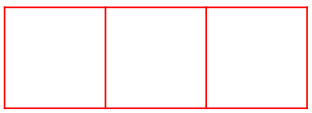
Oranžen $\Leftrightarrow$ Petkotnik	N
Oranžen $\veebar$ Srednji	N
Kvadrat $\Leftrightarrow$ Majhen	N
Kvadrat $\veebar$ Rumen	N

oblika	
velikost	
barva	

Določi razpored



1 JE LEVO OD 2.	R
2 JE LEVO OD 3.	R



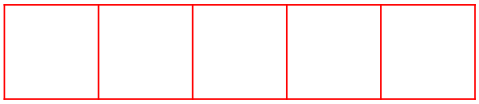
1 JE SOSEDA OD 3.	R
2 JE LEVO OD 3.	R
1 JE LEVO OD 3.	N



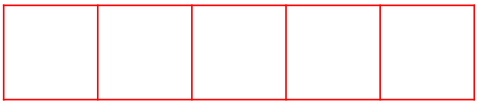
1 JE SOSEDA OD 2.	R
3 JE SOSEDA OD 4.	R
1 JE SOSEDA OD 4.	R
2 JE LEVO OD 4.	R



1 JE SOSEDA OD 2.	N
2 JE SOSEDA OD 4.	R
1 JE DESNO OD 2.	R
3 JE LEVO OD 4.	R



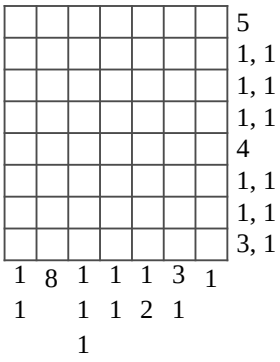
2 JE DESNO OD 4.	R
3 JE SOSEDA OD 4.	R
3 JE SOSEDA OD 5.	R
1 JE DESNO OD 3.	R
1 JE SOSEDA OD 4.	R

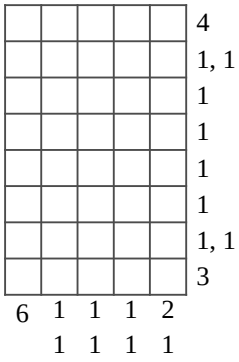


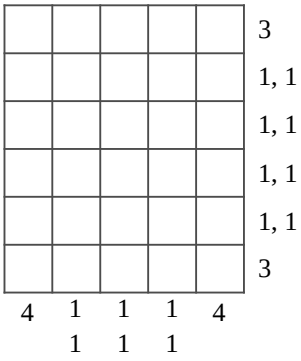
3 JE LEVO OD 4.	R
4 JE DESNO OD 5.	N
2 JE DESNO OD 3.	N
2 JE SOSEDA OD 3.	N

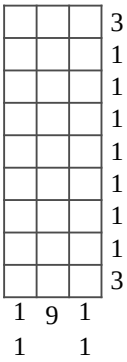
Gobelini

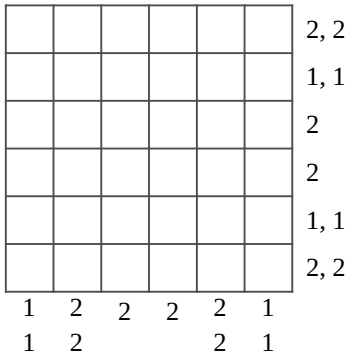
Kvadratke v razpredelnici moraš pobarvati sivo tako, da bo zaporedje sivih pasov v vrstici ustrezalo zaporedju števil na desni in da bo zaporedje sivih pasov v stolpcu ustrezalo zaporedju števil pod njim.

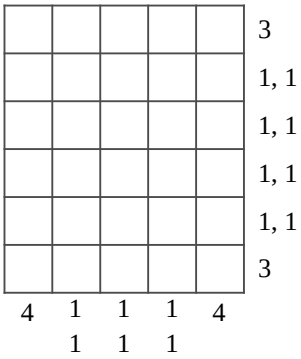


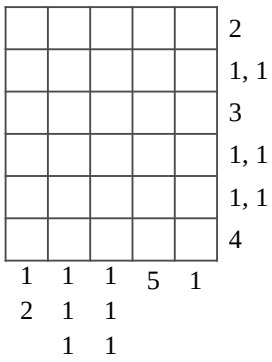


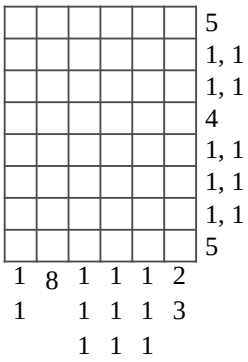


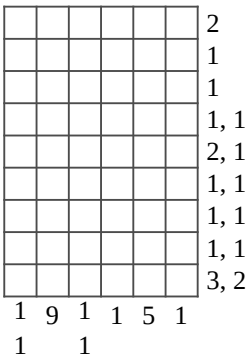


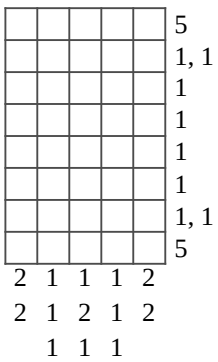


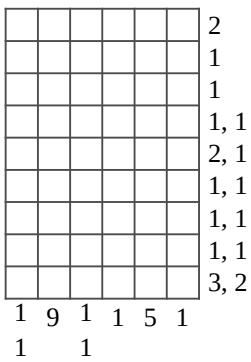


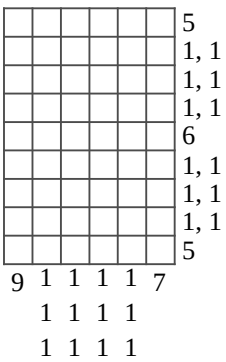






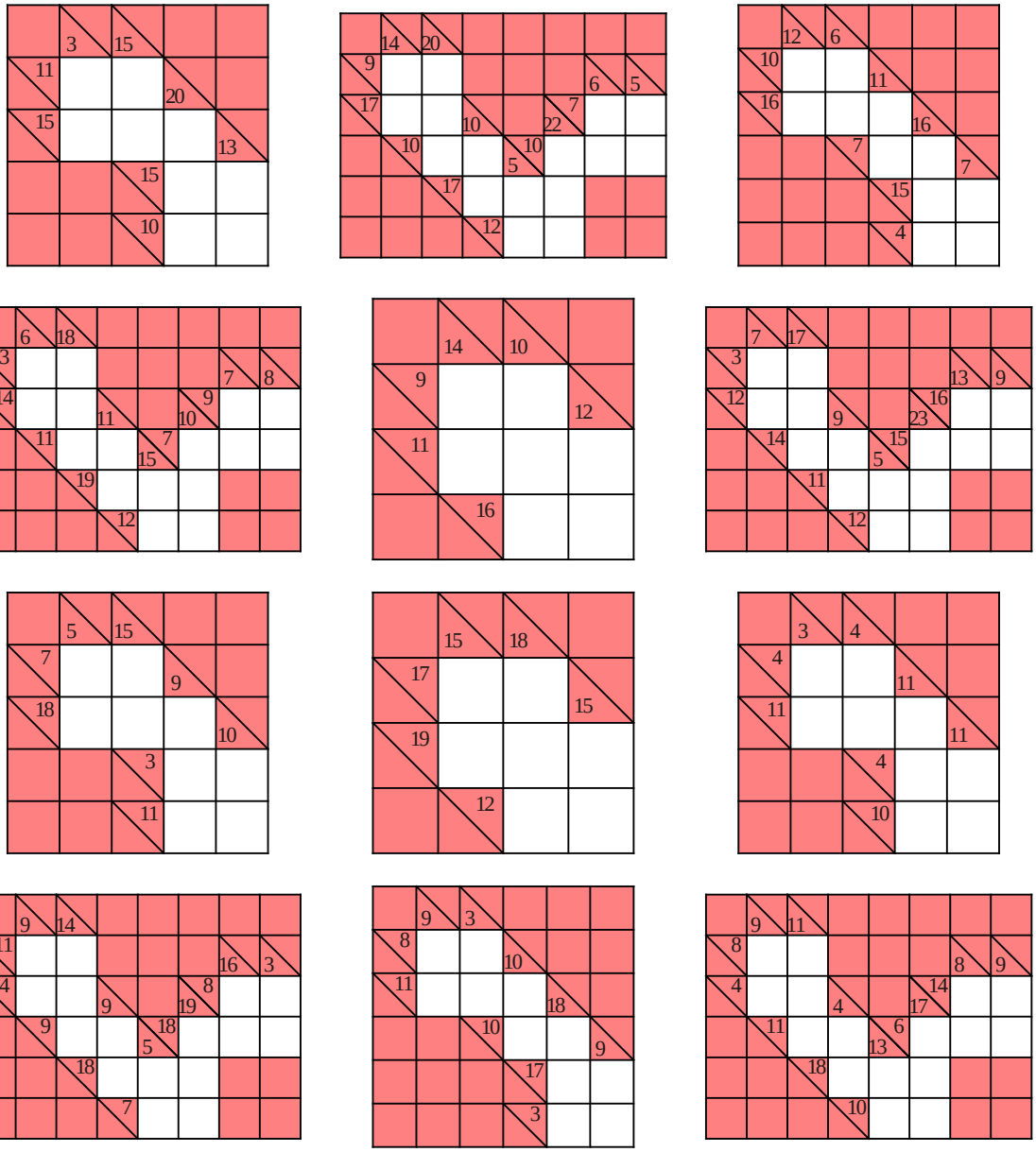






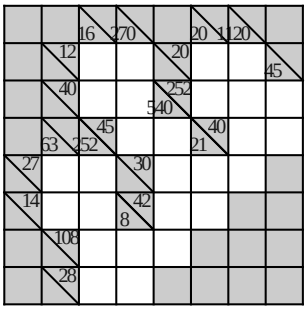
Križne vsote

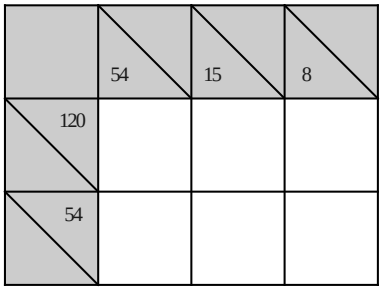
Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števkami od 1 do 9 tako, da je vsota števk v zaporednih belih kvadratkih po vrsticah in stolpcih enaka številu, ki je zapisano v rdečem kvadratku na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem pa morajo biti vse števke v posamezni vrstici (stolpcu) različne.

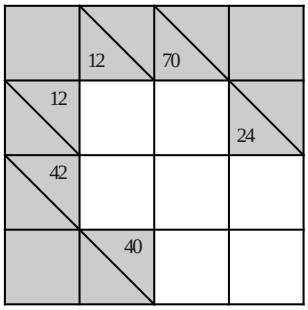


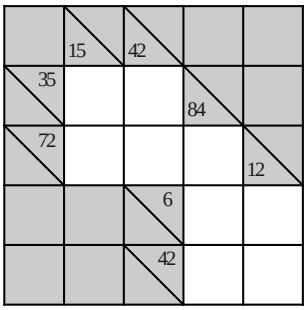
Križni produkti

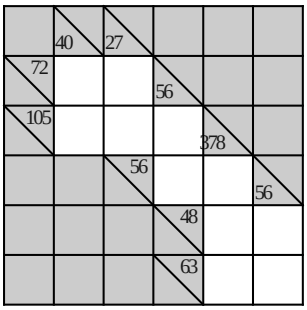
Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števkami od 2 do 9 tako, da bo zmnožek števk v zaporednih belih kvadratkih po vrsticah in stolpcih enak številu, ki je zapisano v sivem kvadratku na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem pa morajo biti vse števke v posamezni vrstici (stolpcu) različne.

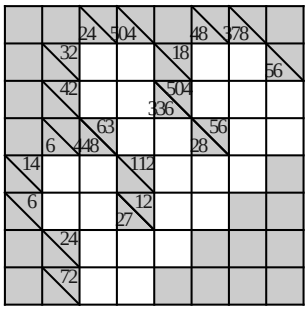


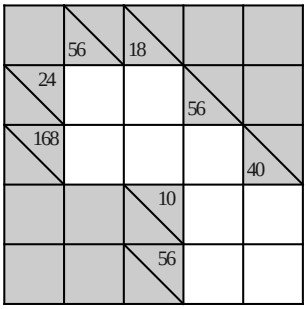


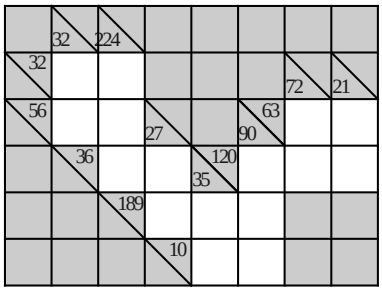


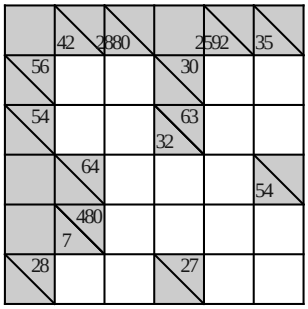


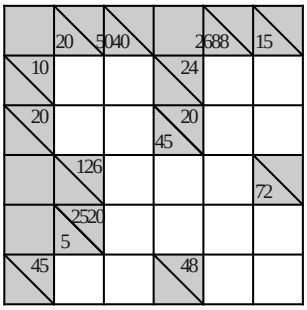


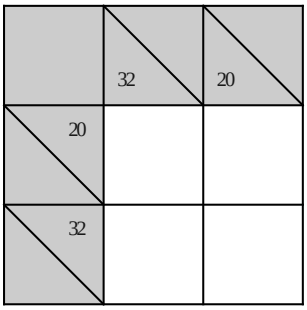


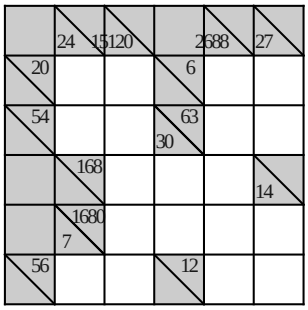






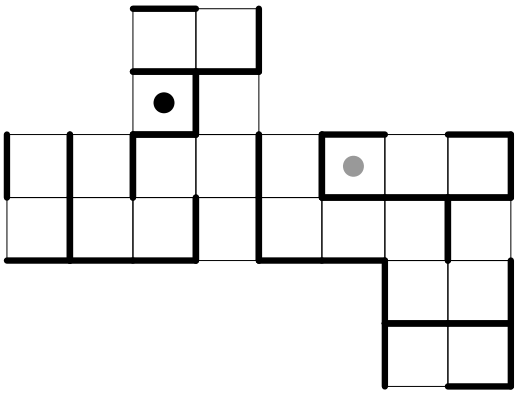


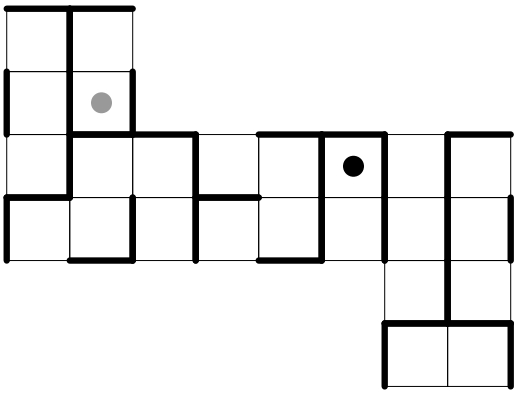


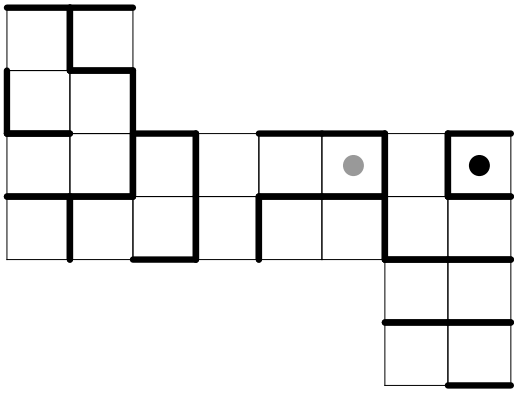


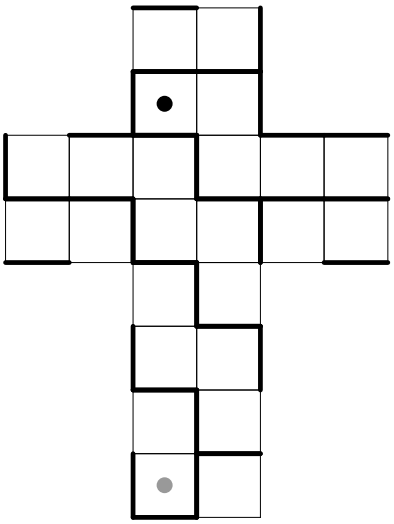
Labirint na kocki

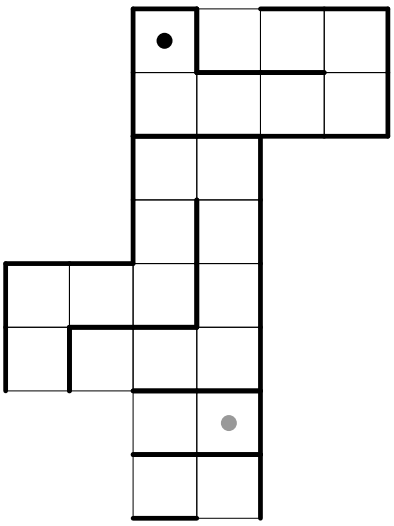
Poveži točki na kocki:

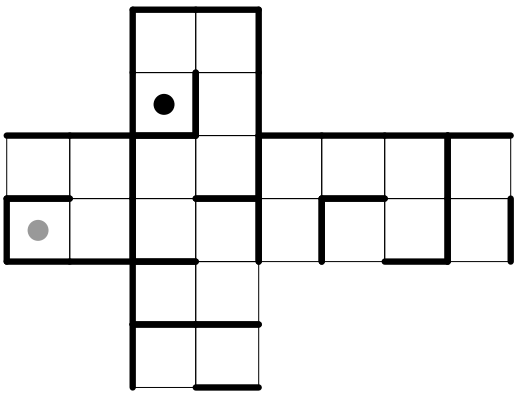






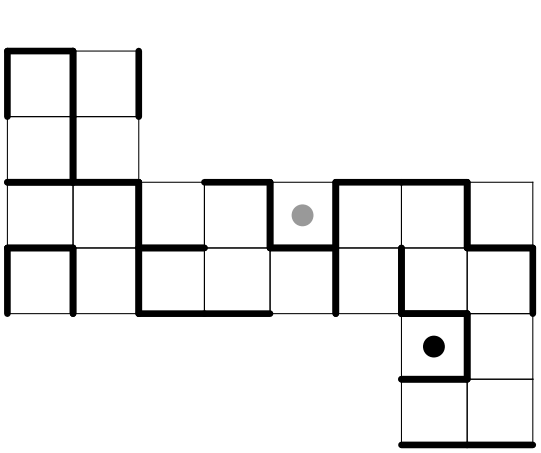


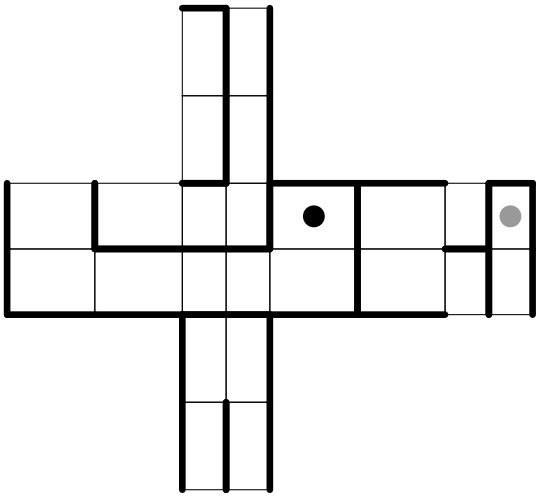


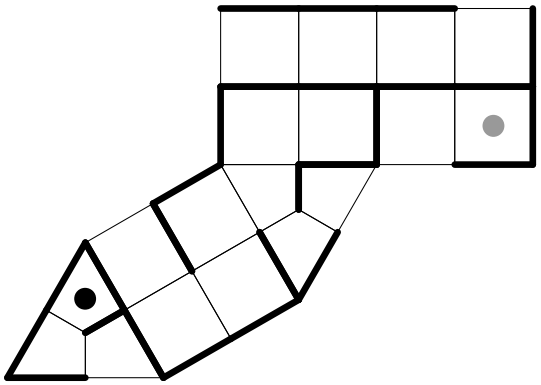


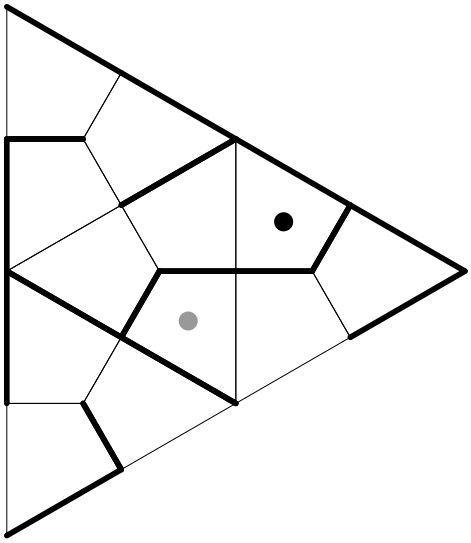
Labirinti na enostavnih poliedrih

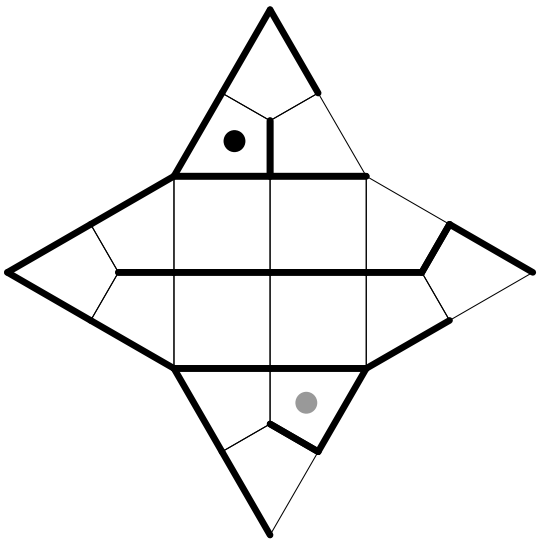
Poveži točki na poliedru:

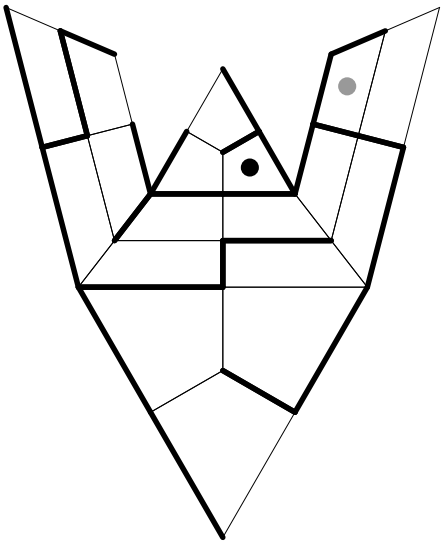




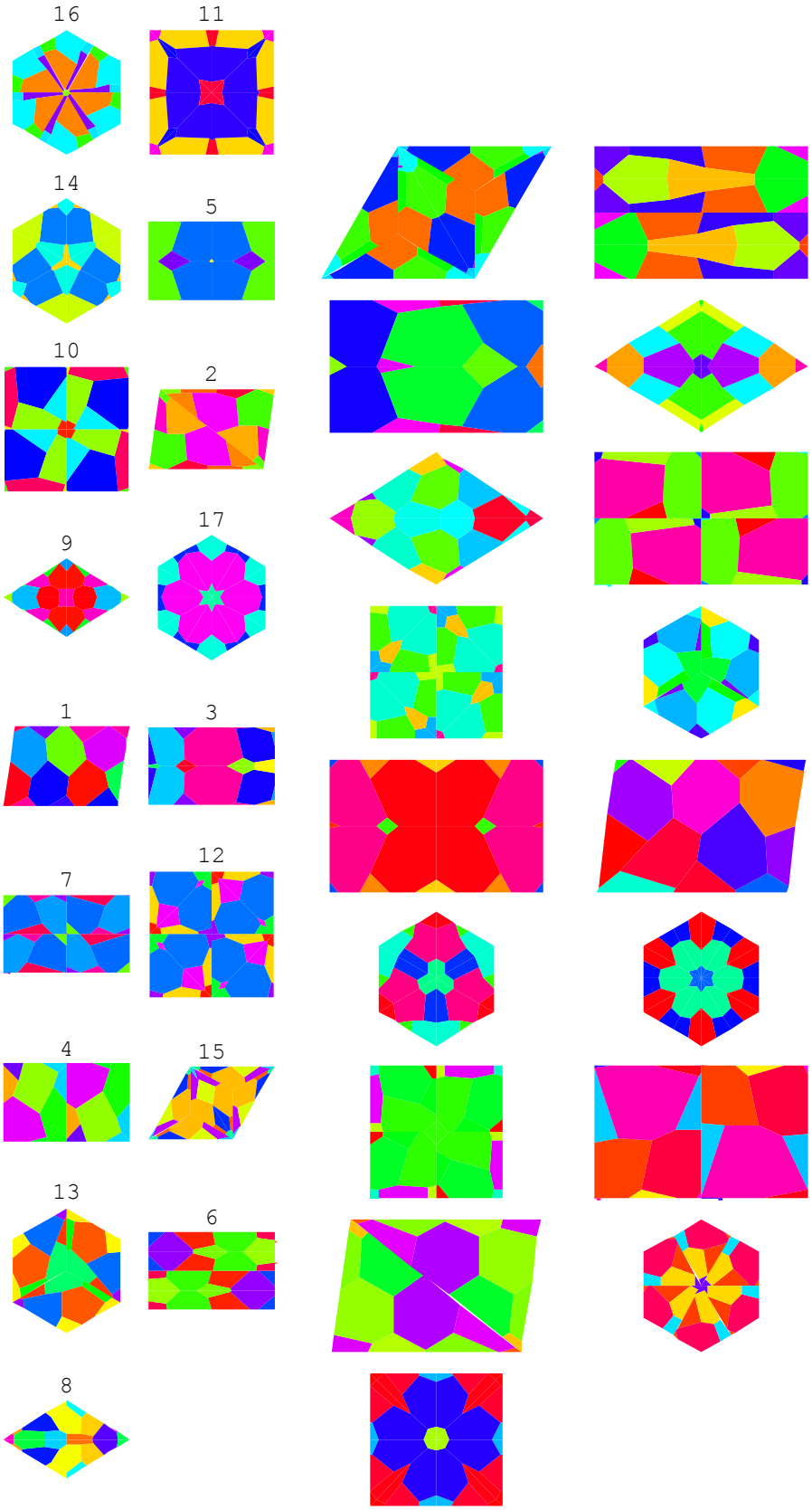






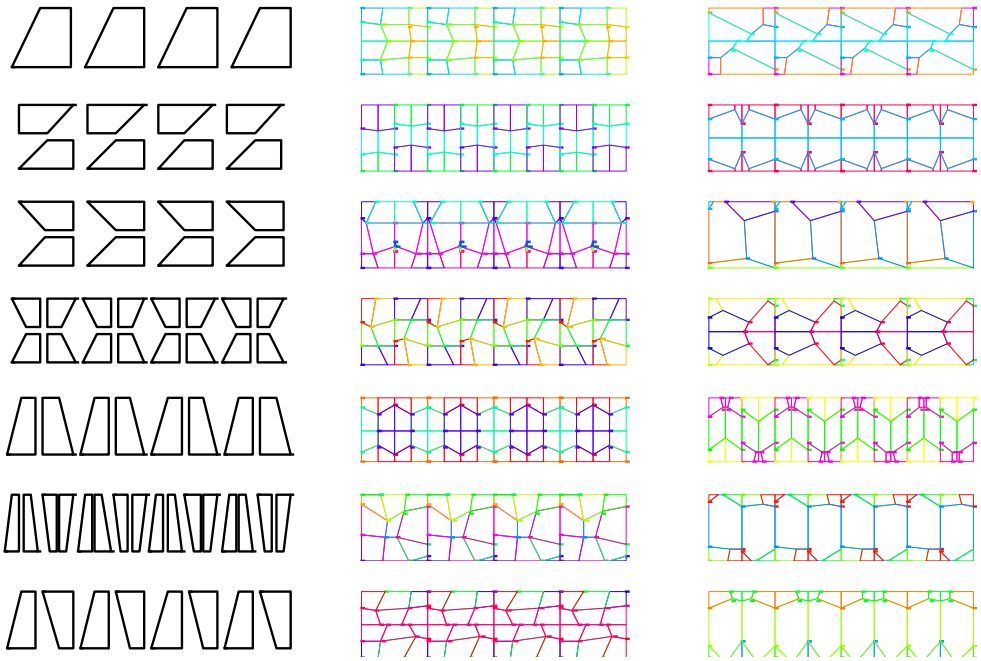


Poveži sličici, ki pripadata isti grupi

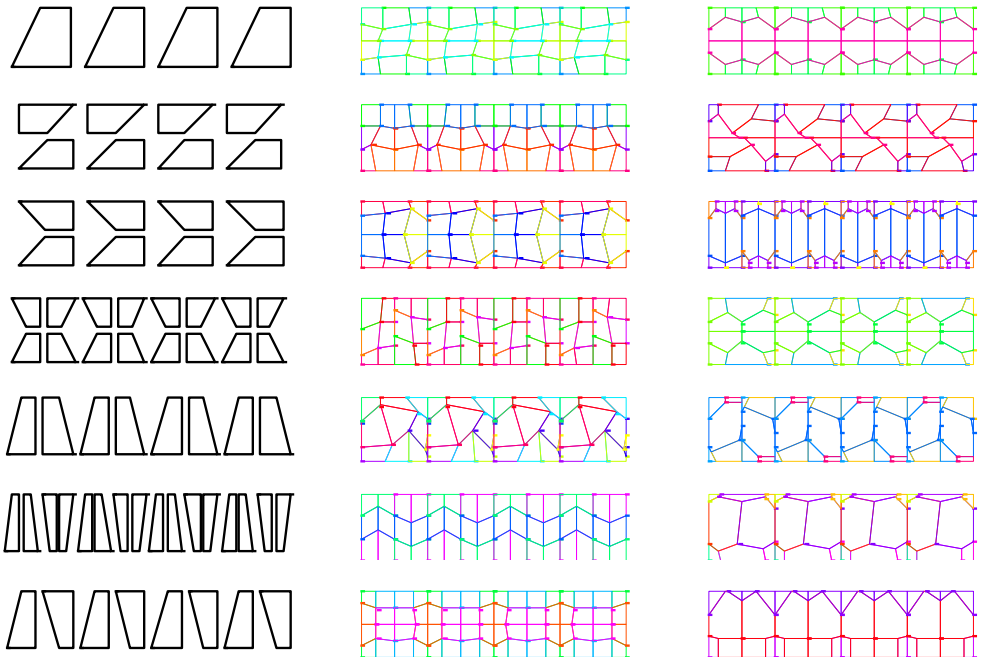


Poveži sličici, ki pripadata isti grupi

a)

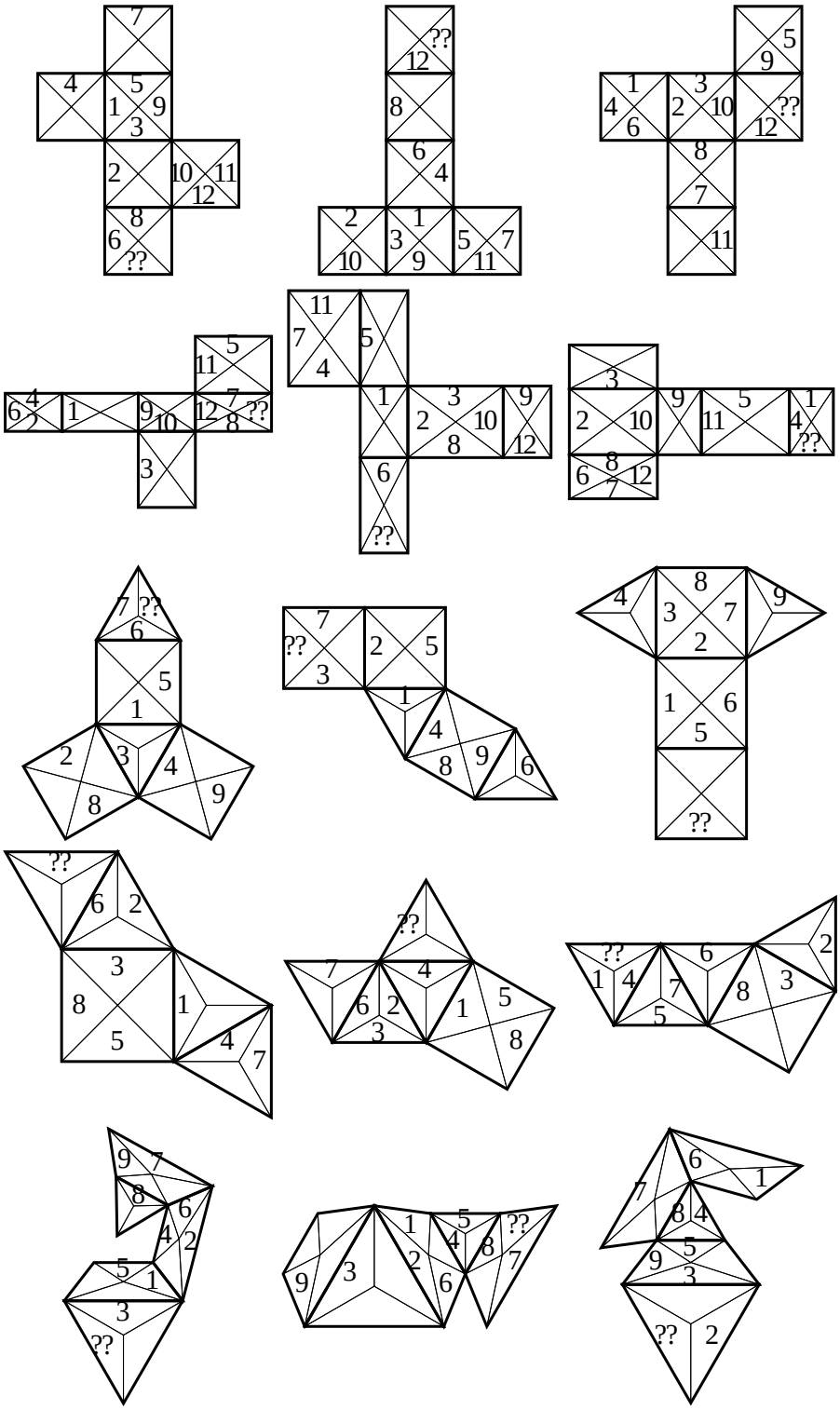


b)

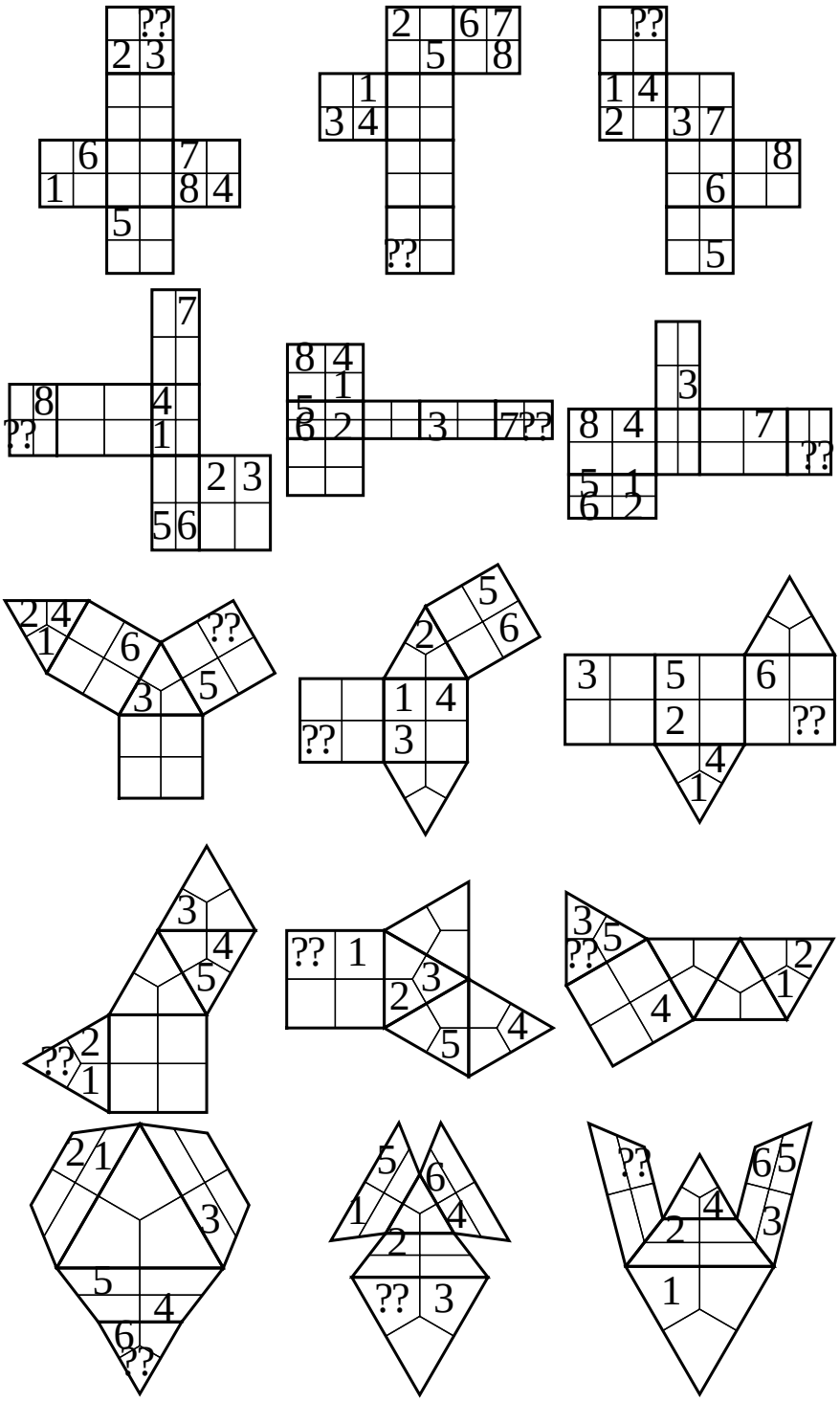


Prostorska predstavljivost

a) Katero število moramo vpisati na mesto znaka ??, da bosta stranici pripadali istemu robu poliedra?



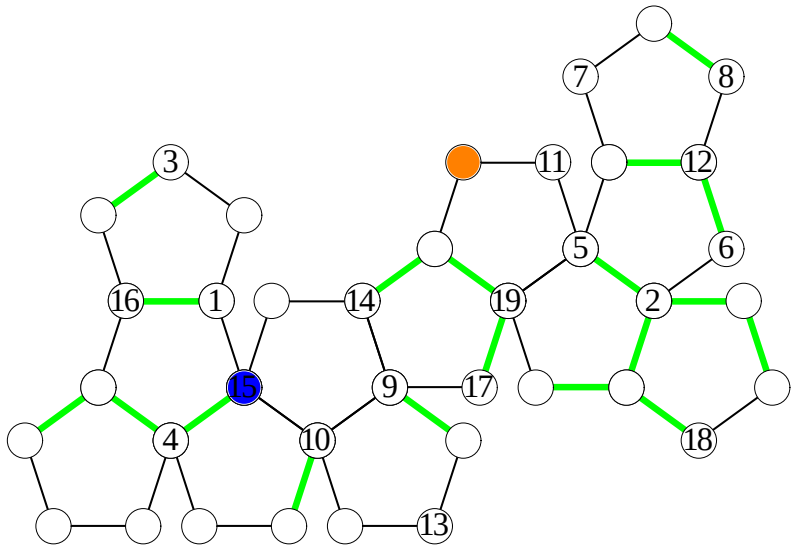
b) Katero številko moramo vpisati na mesto znaka ??, da bosta oglišči pripadali istemu oglišču poliedra?



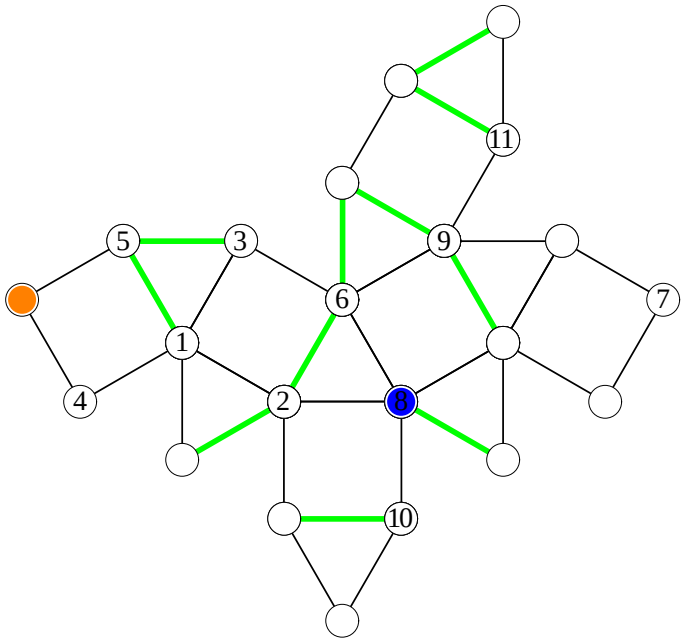
Labirinti na robovih poliedra

V naslednjih nalogah moramo povezati dve oglišči poliedra, ki je podan z mrežo. Poiskati moramo pot od oranžne do modre točke. Iz ene točke lahko gremo do druge točke, če je med njima debelejša črta ali pa točki predstavljata isto oglišče poliedra.

1.

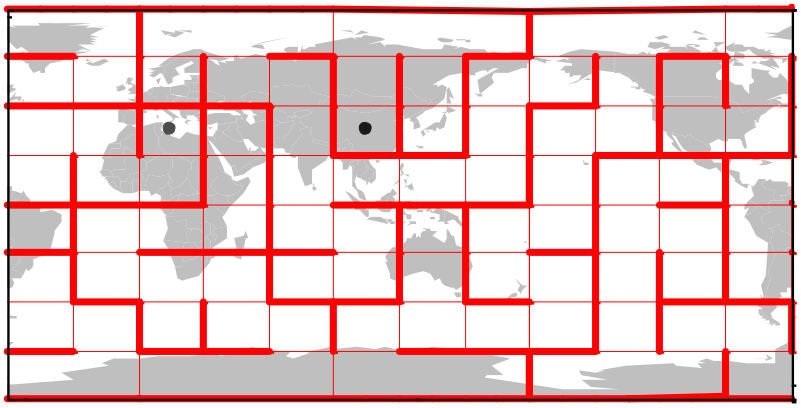


2.

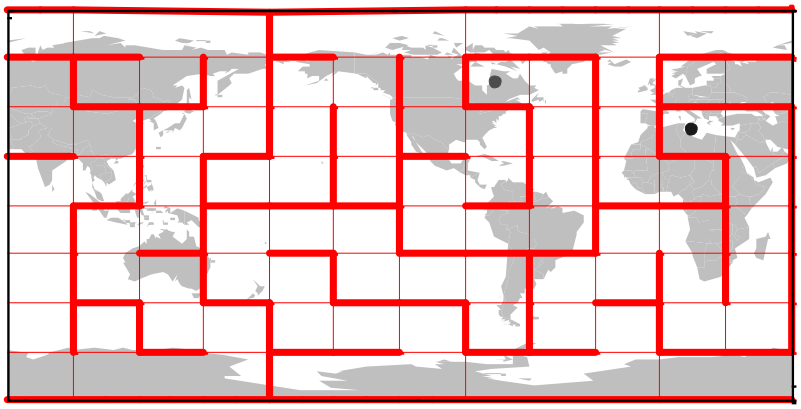


Labirinti na zemljevidu

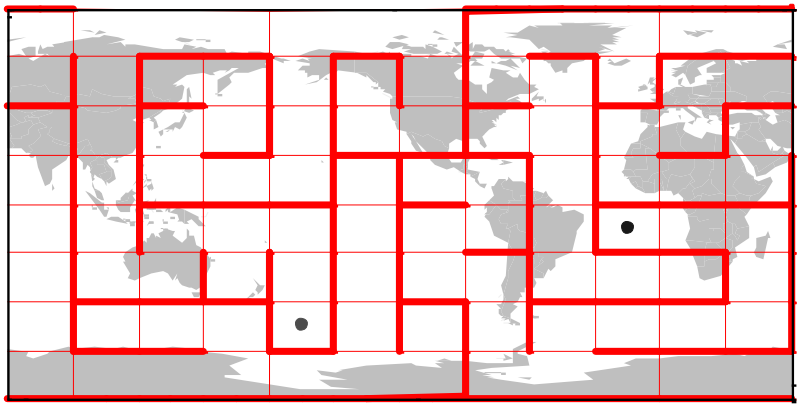
1.



2.

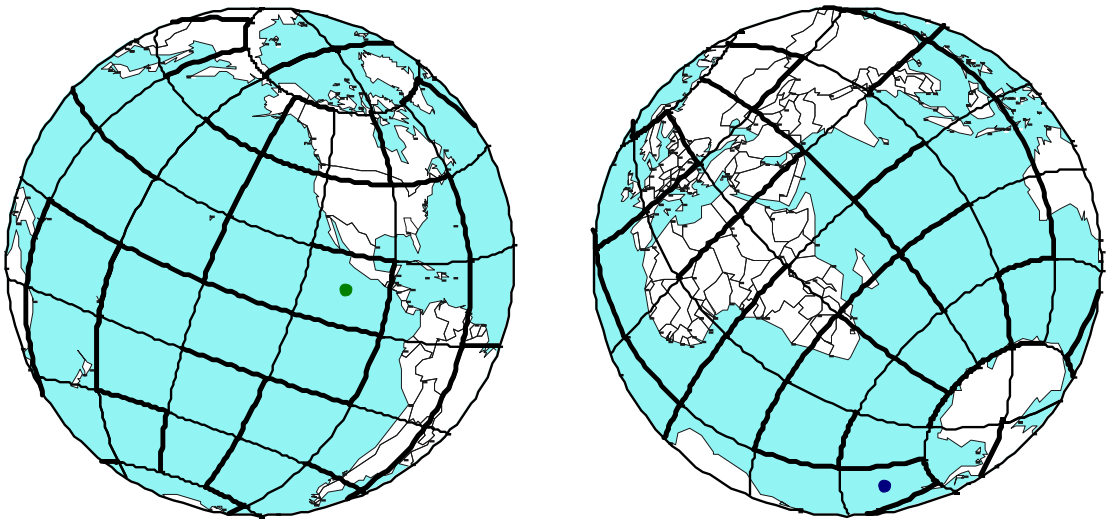


3.

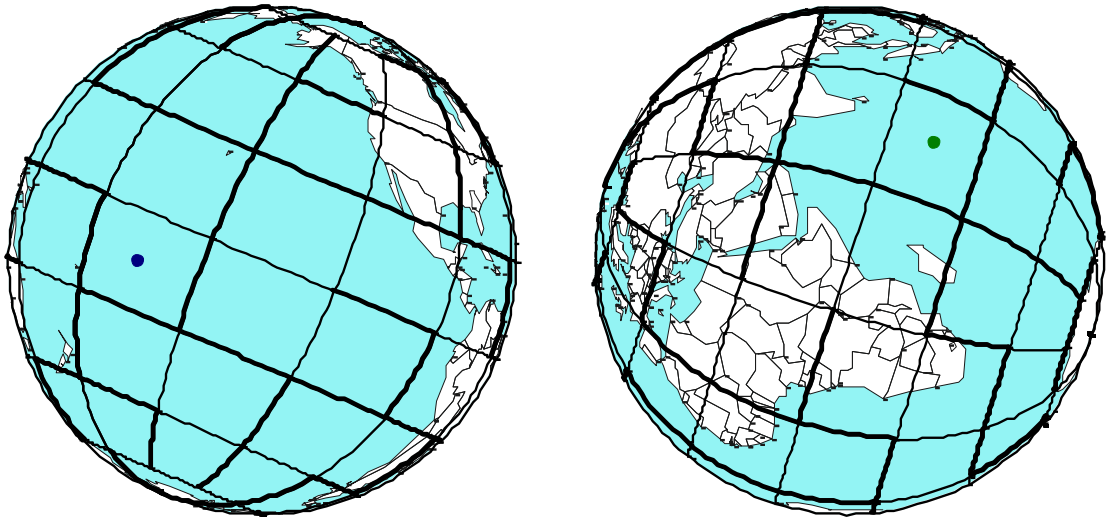


Večdelni labirinti na zemljevidu

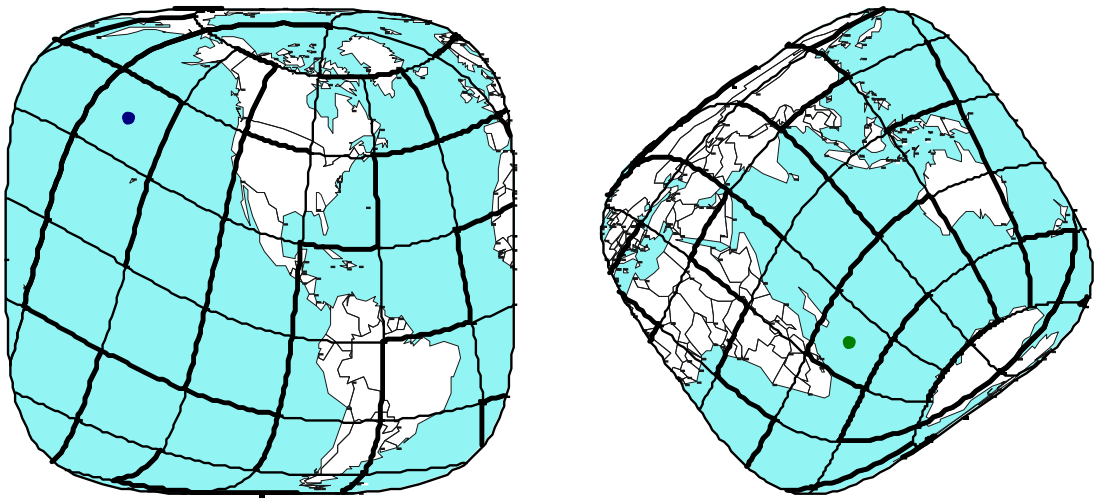
1.



2.

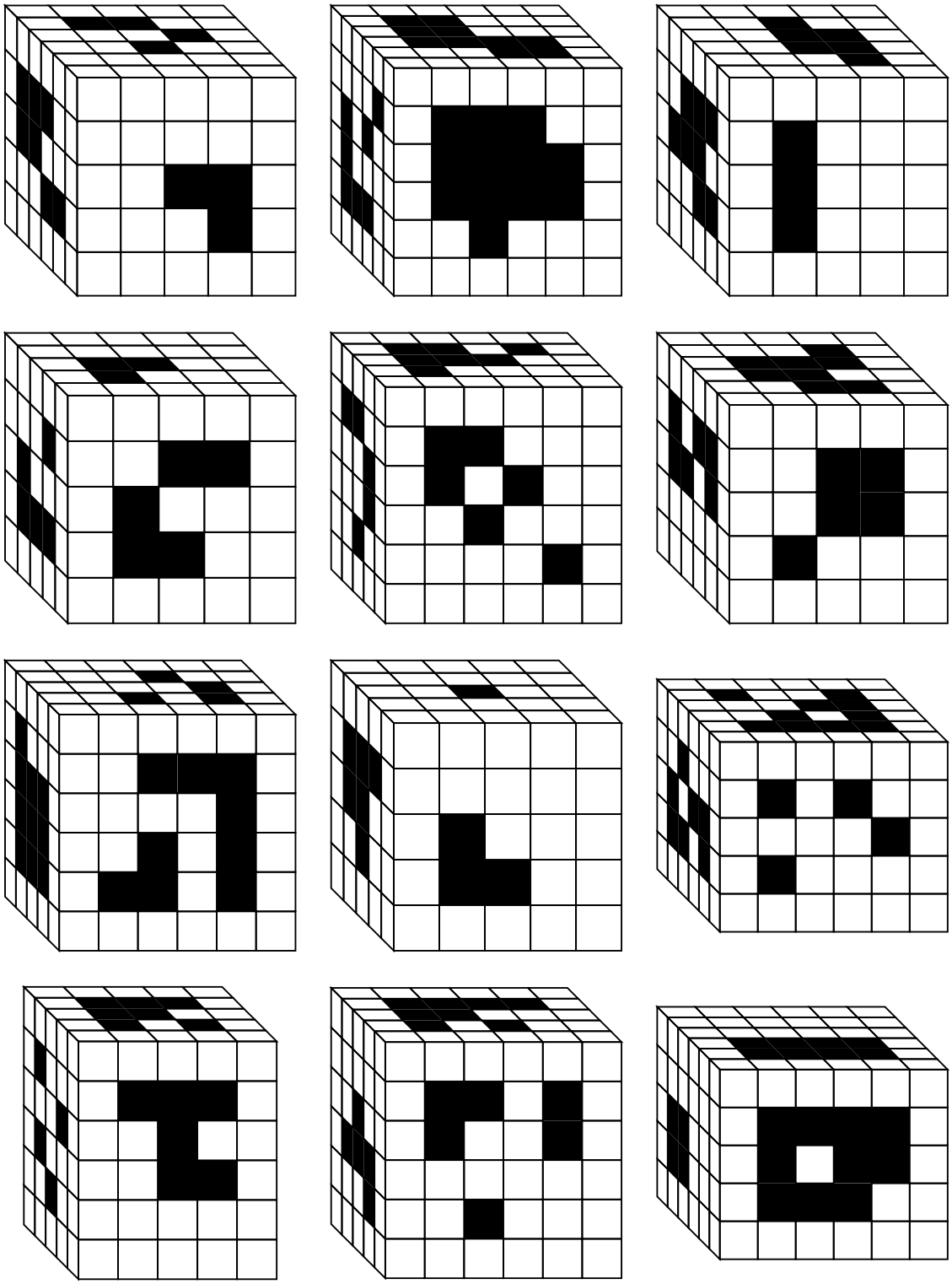


3.



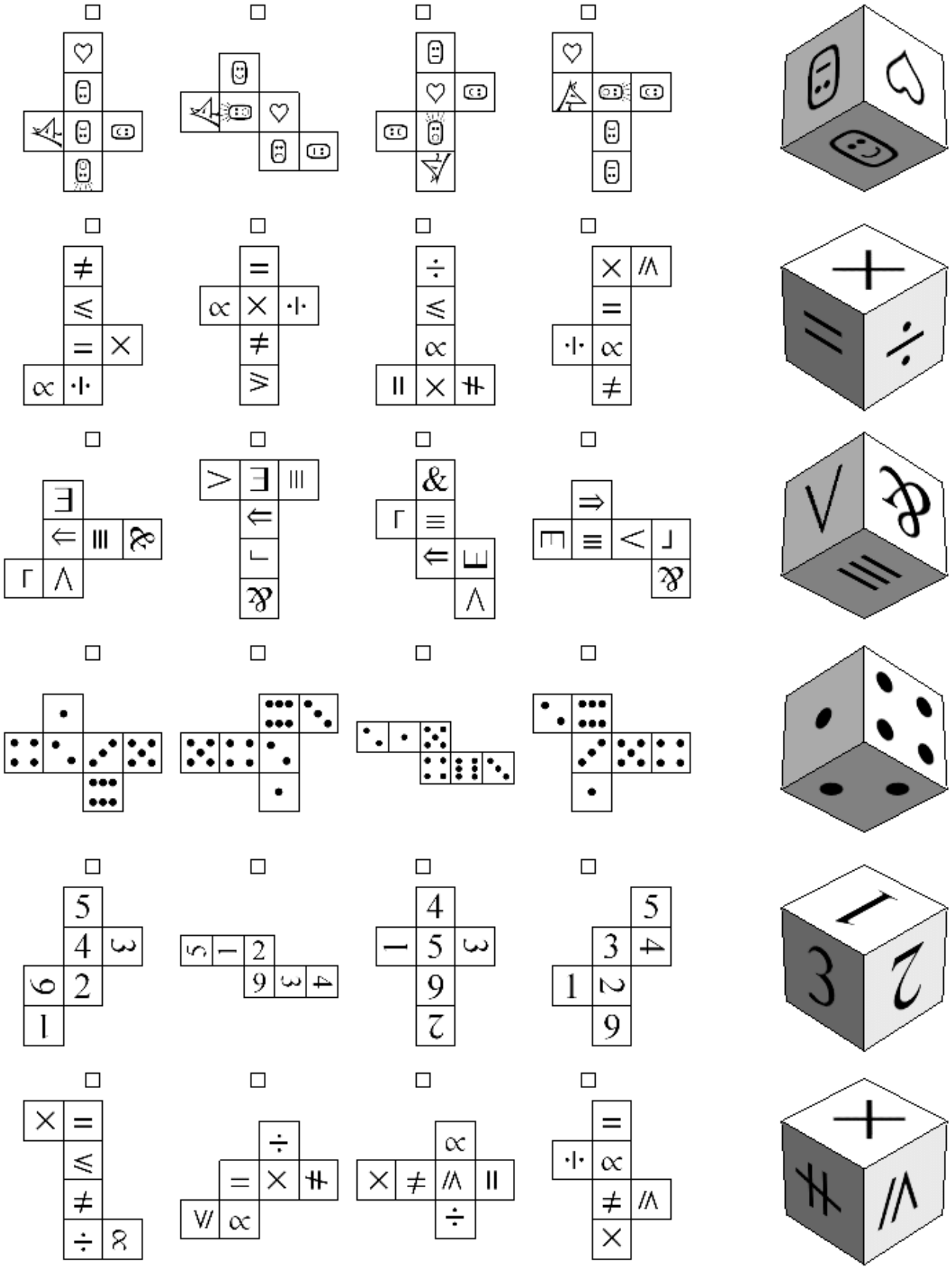
Odstranjene kocke

Dan je kvader, ki sestoji iz kockic. Odstranimo vse kocke, ki so zaznamovane črno od vrha do dna, od leve do desne in od spredaj do zadaj. Koliko kock smo odstranili?



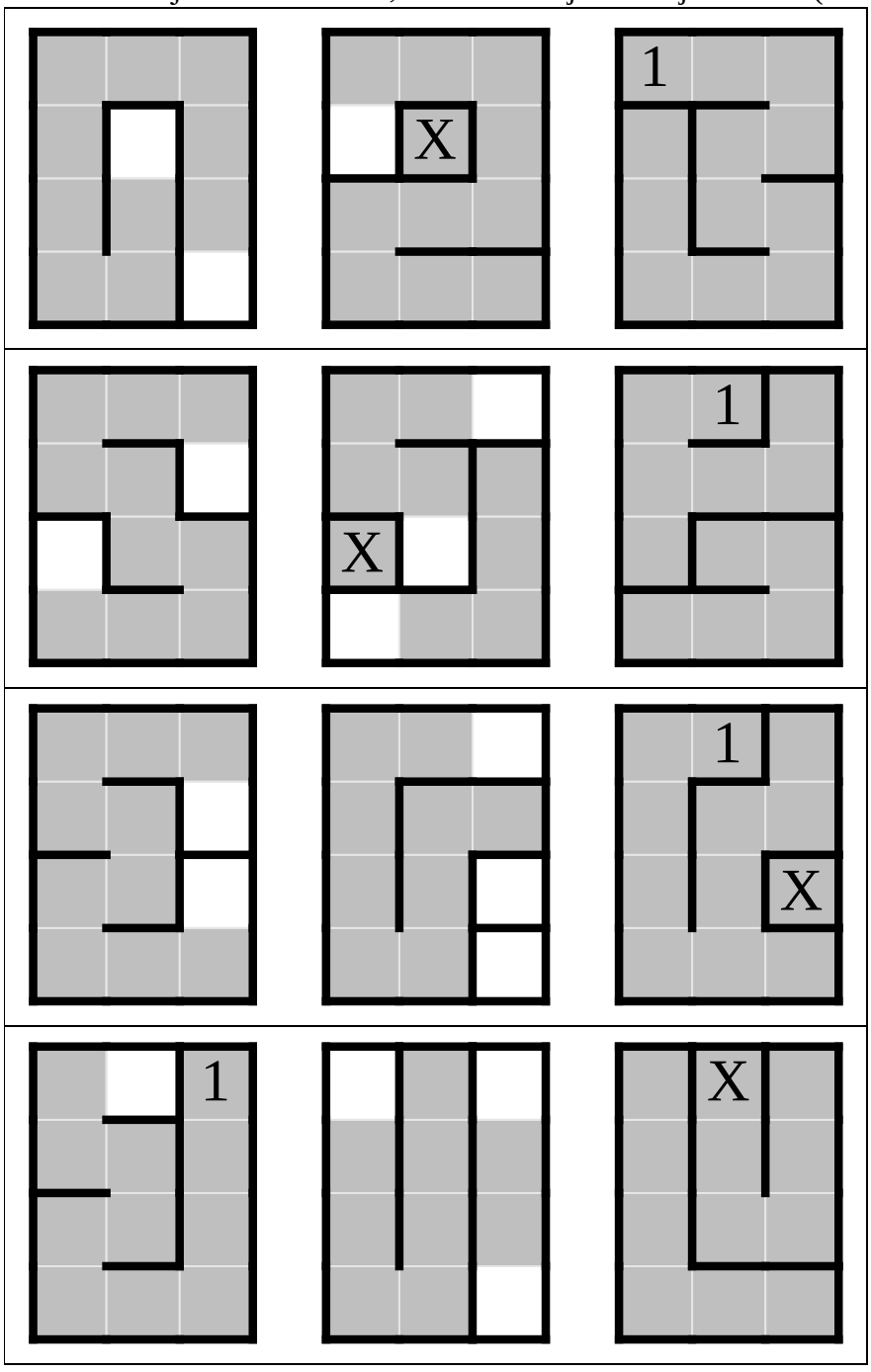
Kocki določi mrežo

Vsaki mreži na desni (večja mreža) določi mrežo iste kocke na levi.



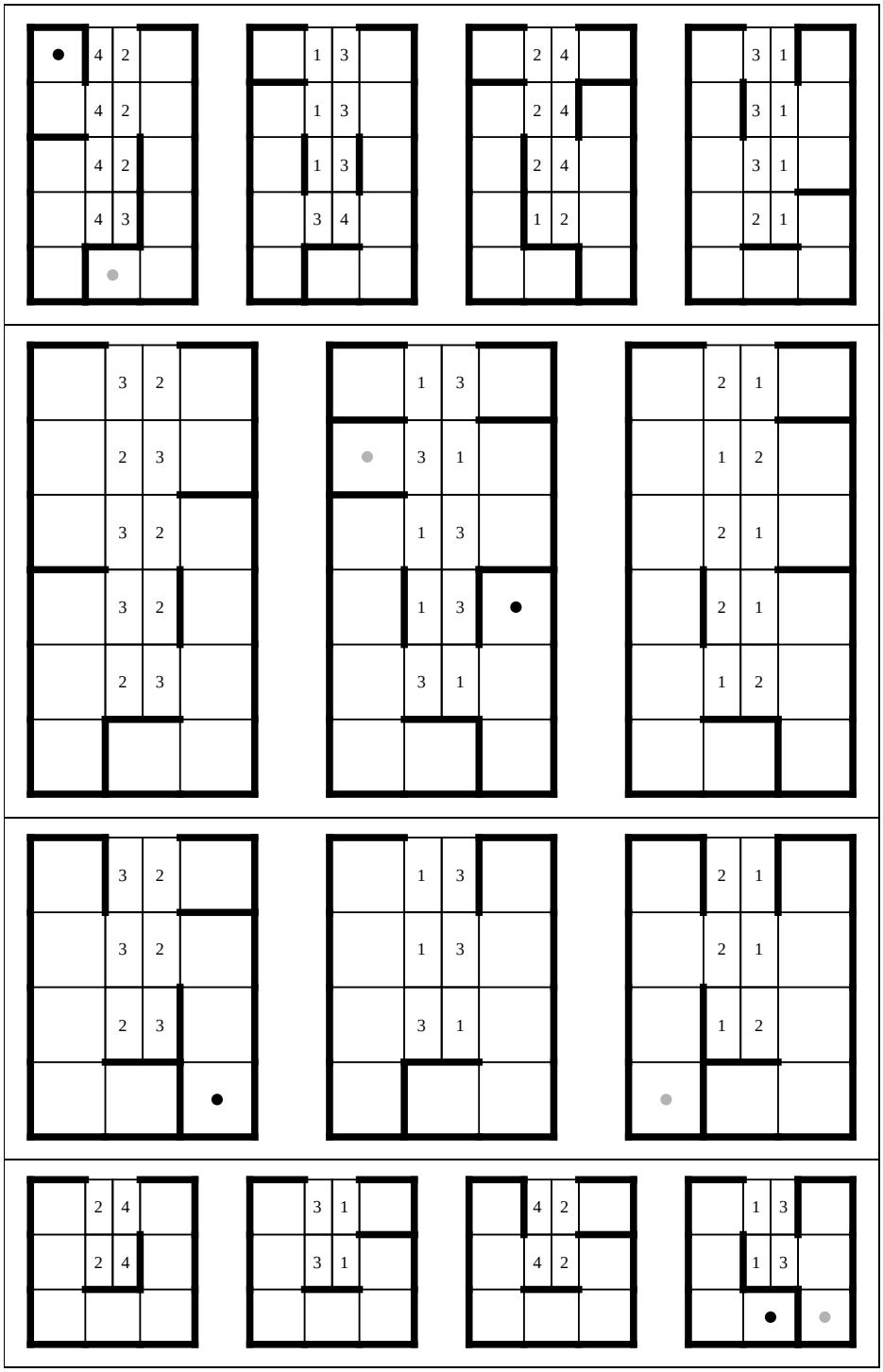
Labirint v kvadru

Kvader sestoji iz vodoravnih slojev kockastih oddelkov (zgornji, srednji in spodnji sloj so dani od leve proti desni). Odebeljene črte preprečujejo prehajanje med sosednjima oddelkoma istega sloja. Med oddelkom in oddelkom neposredno pod njim lahko prehajamo, če in samo če je prvi pobarvan belo.
Poišči najkrajšo pot od oddelka z 1 do oddelka z X! Pot označi z zaporednimi naravnimi števili. Prvi oddelek je že označen z 1, vsak naslednji sosednji oddelek (kocko) pa s številom, večjim za 1.

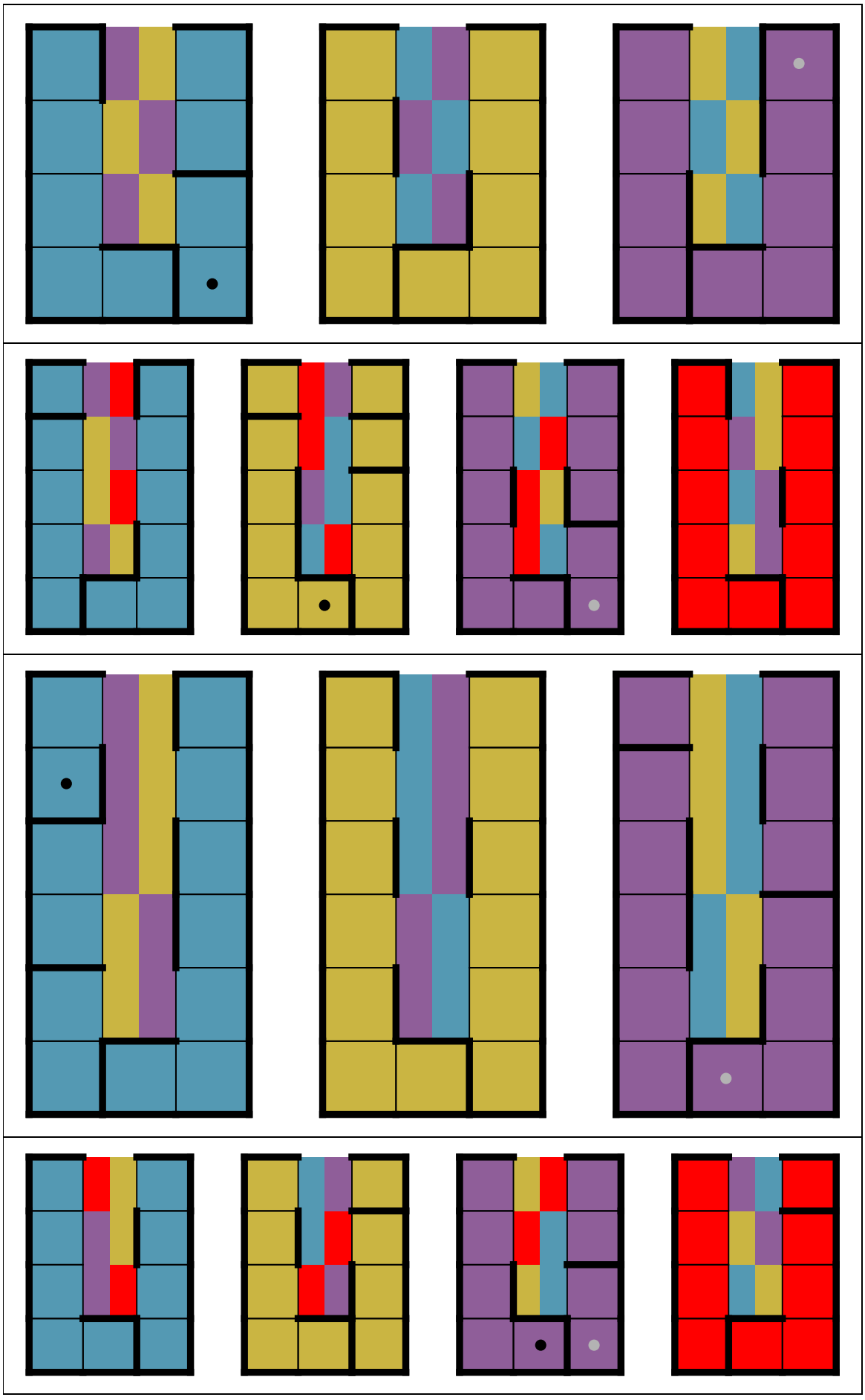


Labirint na Riemannovi ploskvi

Imamo več listov, ki jih razlikujemo po zaporedni številki od leve proti desni. Vsak list ima obliko podkve, sredina pa je razrez. Vsi kvadratki enega lista so povezani, prehod med njimi pa nam prepreči odebeljena črta. Kako je s prehajanjem z nekega lista na drugega? To so prehodi po horizontali. Recimo, da smo se znašli na desnem zgornjem kvadratku drugega lista. Oznaka sosednjega pravokotnika je 4 - to pomeni, da lahko nadaljujemo na levem zgornjem kvadratku četrtega lista. Tak prehod pa ni možen, če je med kvadratkom in sosednim pravokotnikom odebeljena črta. Poiskati moramo pot od črne do sive pike.

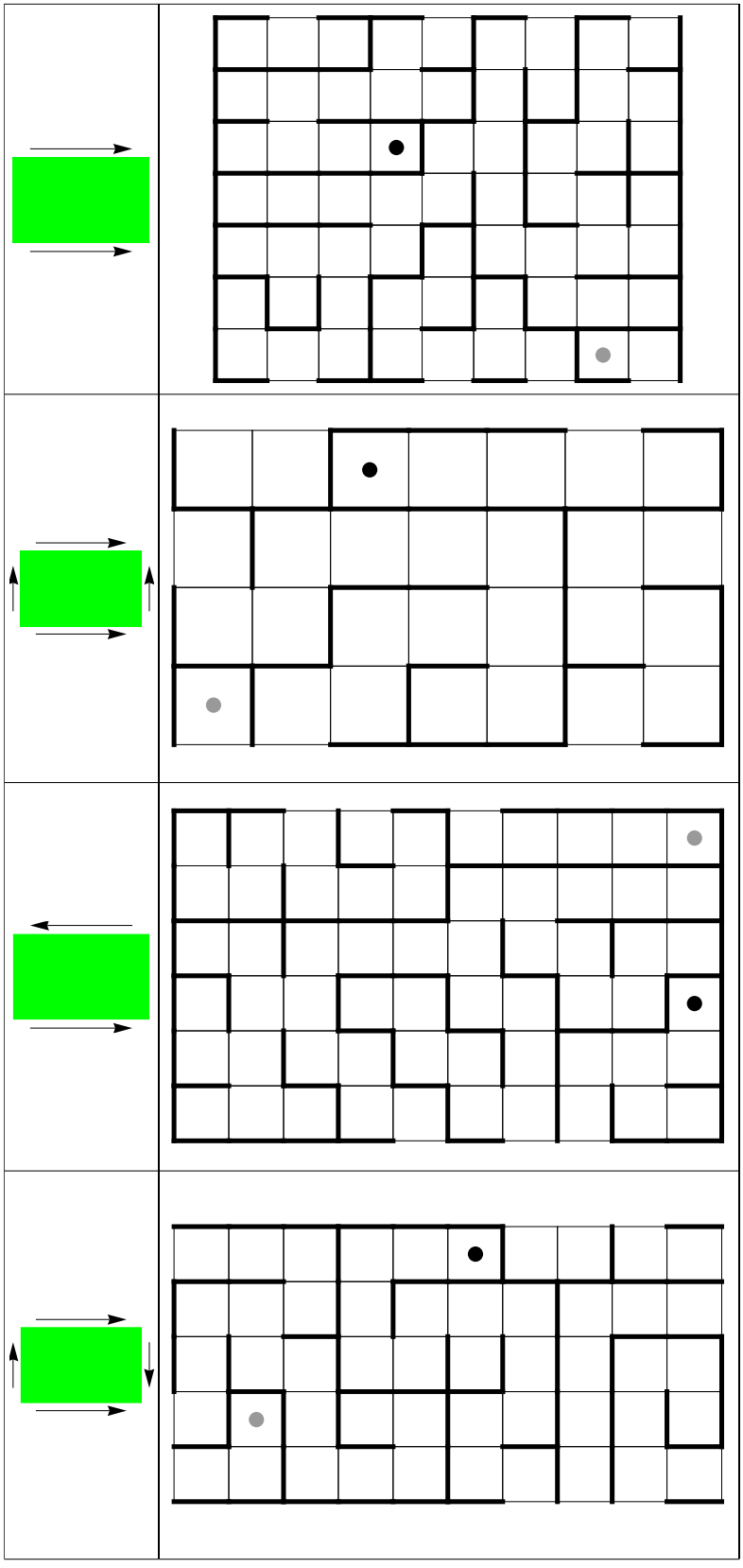


Pri barvnem labirintu so listi označeni z barvami.



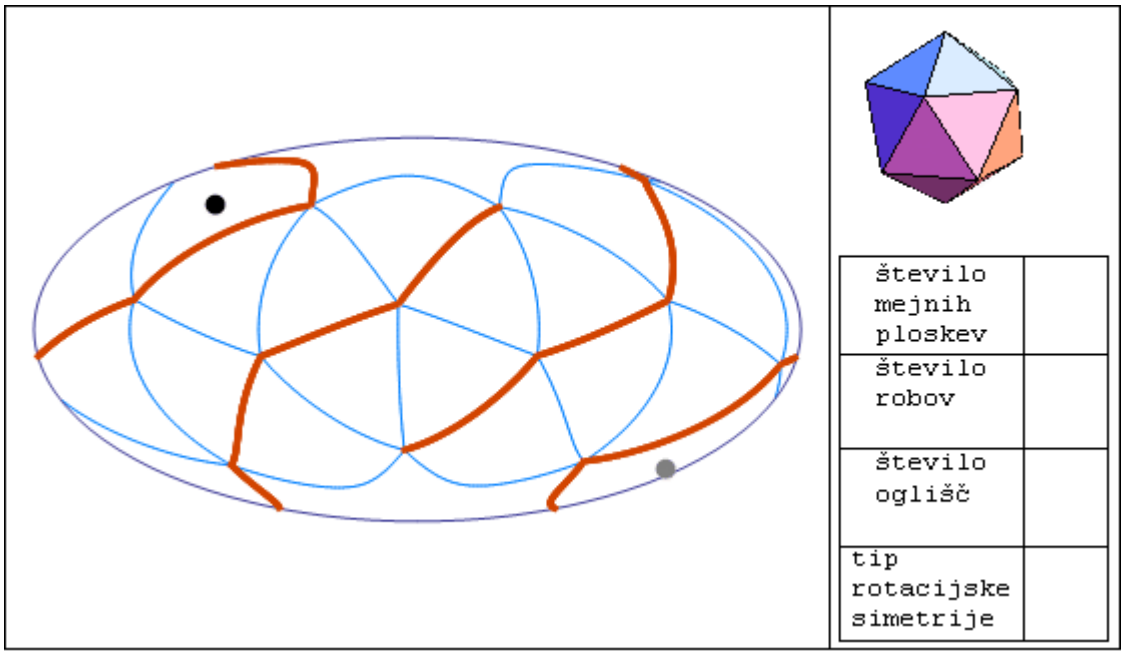
Labirinti na ploskvah

Podan je labirint na pravokotniku. Moramo poiskati pot od temnejše do svetlejše pike. Prehod med sosednjimi kvadratki je možen, če med njima ni odebeljene črte. Skica na levi pomeni, kako sta nasprotni stranici pravokotnika povezani (miselno ju moramo zlepiti).

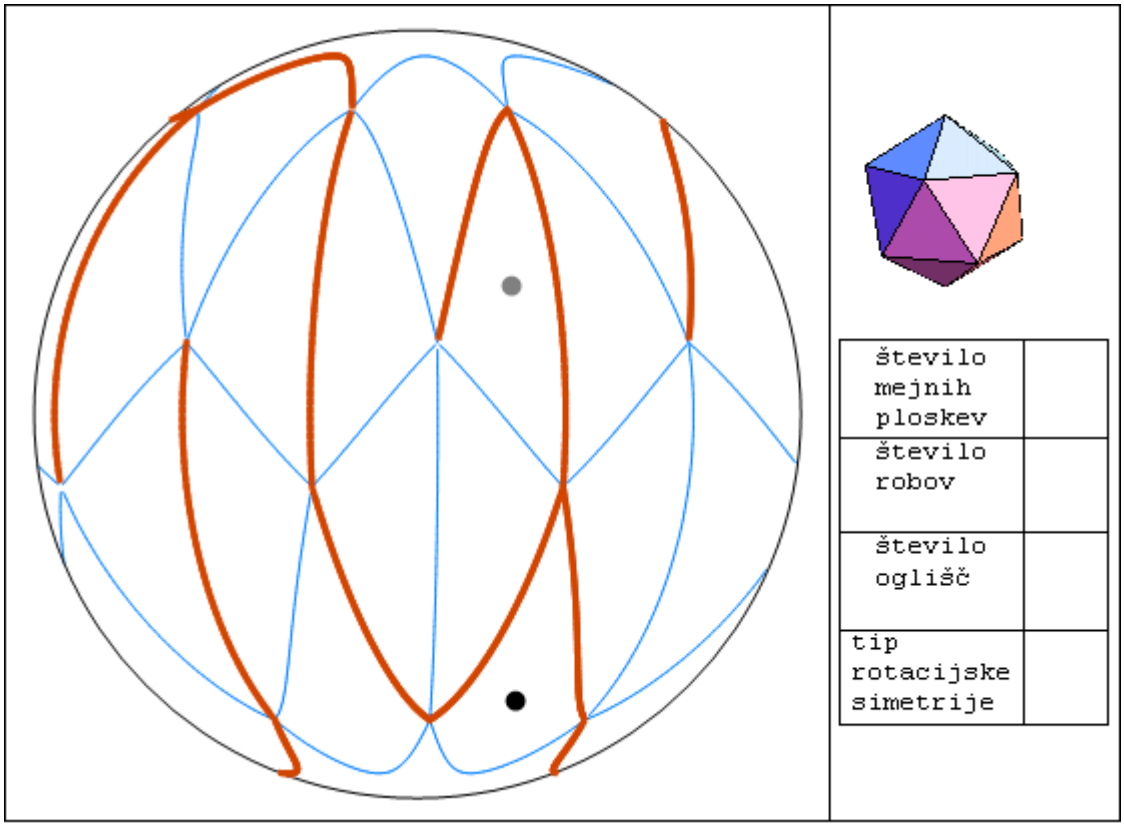


Labirinti na projekcijah teles

Telo je projicirano v ravnino. Na projekciji je podan labirint, kjer odebeljene črte preprečujejo prehod iz projekcije mejne ploskve na projekcijo sosednje mejne ploskve.



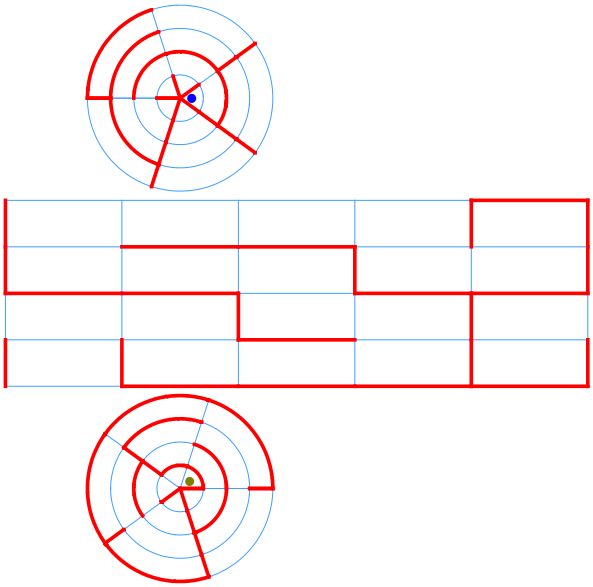
število mejnih ploskev	
število robov	
število oglišč	
tip rotacijske simetrije	



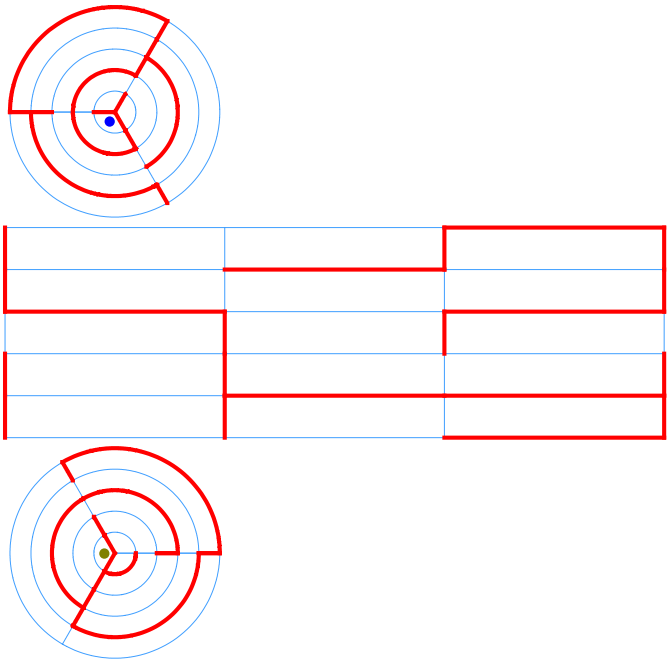
število mejnih ploskev	
število robov	
število oglišč	
tip rotacijske simetrije	

Labirinti na mreži valja in stožca

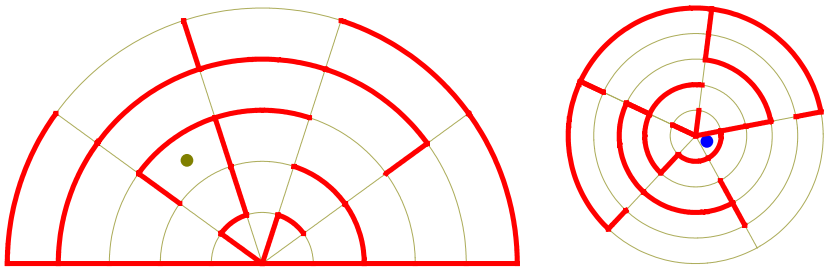
1.



2.

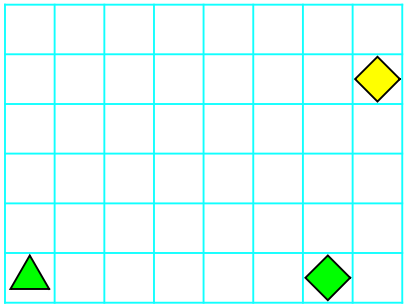


3.

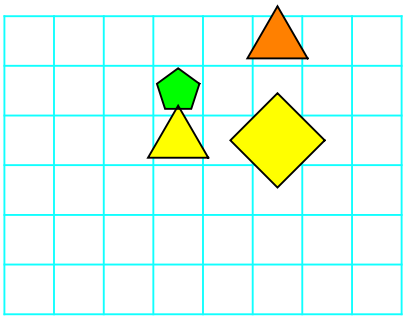


Poišči imena likov

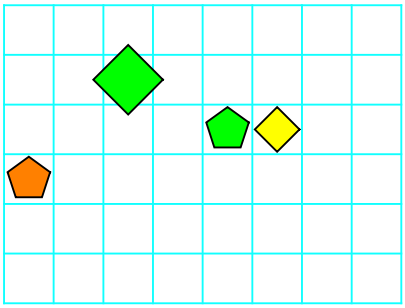
Poišči imena likov in analiziraj neodvisnost pogojev.



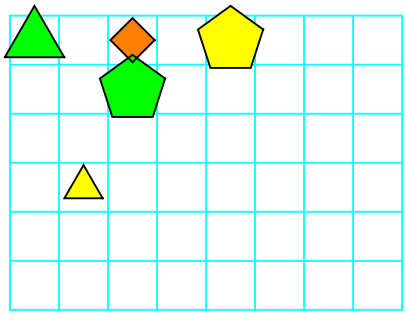
1. Lik A je nad B.	R
2. Lik B je desno od C.	N
3. Lik B je srednje velikosti, če in samo če lik B ni srednje velikosti.	N



1. Lik A je večji kot C.	N
2. Lik A je manjši kot B.	R
3. Lik C je kvadrat in lik B ni oranžen.	R
4. Lik B ni kvadrat in lik A ni srednje velikosti.	R



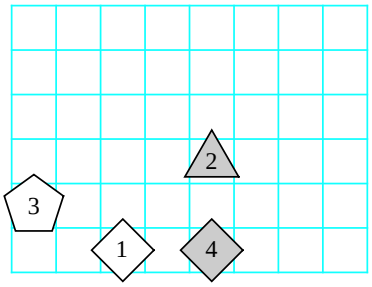
1. Lik A je pod C.	R
2. Lik B je desno od C.	N
3. Lik C je večji kot D.	R
4. Lik A ni majhen, če in samo če je lik D petkotnik.	R



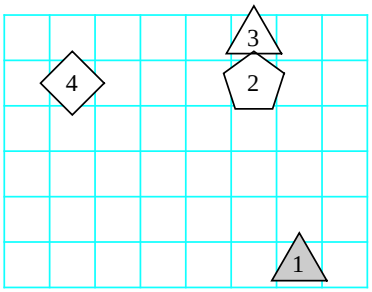
1. Lik A je desno od B.	N
2. Lik B je levo od D.	R
3. Lik D je večji kot E.	N
4. Lik A ni trikotnik ali je lik B velik.	R
5. Lik A je majhen, če in samo če je lik D zelen.	N

Analiziraj pogoje nalog

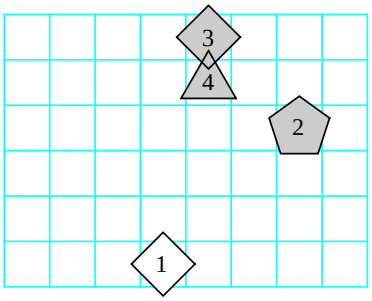
Dobro definirana naloga je naloga, pri kateri so njeni pogoji potrebni in zadostni za njeno rešitev. To pomeni, da noben pogoj ni odveč in da ima naloga enolično rešitev. V logiki bi rekli, da so pogoji zadostni in neodvisni.
Pri zastavljeni nalogi imamo lahko več možnosti:
Naloga nima rešitve, pogoji so protislovni.
Naloga ima več rešitev, to je, pogoji niso zadostni (za enolično rešitev).
Naloga ima enolično rešitev, vendar pogoji niso potrebni (vsaj en pogoj bi lahko izpustili in bi naloga še vedno imela enolično rešitev).
Naloga ima enolično rešitev in pogoji so potrebni (neodvisni) in seveda zadostni. Naloga je dobro definirana.
V naslednjih nalogah moramo ugotoviti, kako je s pogoji naloge.
Poiskati moramo imena A, B,C, … likov, ki so označeni z 1, 2, 3, …, če so izpolnjeni pogoji na desni strani slike.



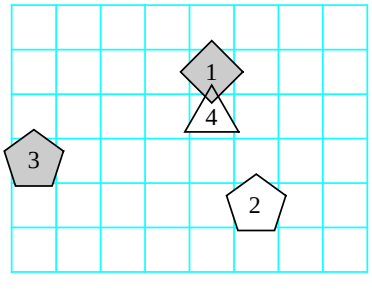
1. Lik A je bel.	N
2. Lik A je trikotnik, če in samo če je lik C trikotnik.	N
3. Lik A je siv, če in samo če je lik C trikotnik.	N
4. Lik B je siv ali je lik A kvadrat.	R
5. Ali je lik B kvadrat ali je lik D petkotnik.	N



1. Lik A ni trikotnik.	N
2. Lik A je pod C.	N
3. Lik C je kvadrat in lik C je bel.	N
4. Lik C je bel ali je lik B trikotnik.	R
5. Ali je lik B siv ali je lik A petkotnik.	N



1. Lik C ni petkotnik.	R
2. Lik A je pod D.	N
3. Lik D je kvadrat in lik C je siv.	R
4. Lik C je kvadrat, če in samo če je lik A petkotnik.	R
5. Lik C je siv in lik B je trikotnik.	N

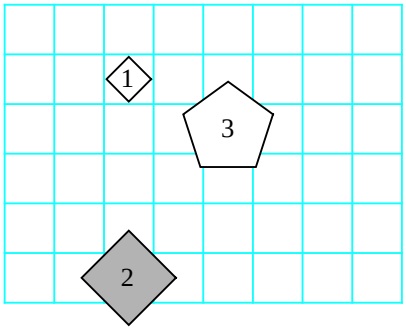


1. Lik C ni bel.	R
2. Lik A je siv ali je lik A trikotnik.	R
3. Ali je lik C trikotnik ali je lik C kvadrat.	N
4. Lik B je kvadrat ali je lik B siv.	N
5. Če je lik A kvadrat, potem je lik A bel.	R

Protislovni pogoji

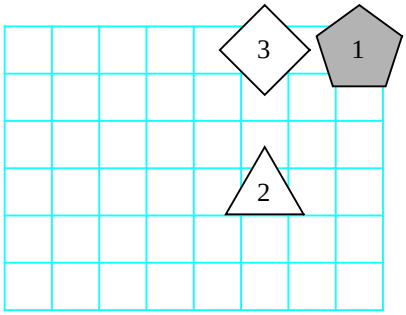
V naslednjih nalogah so pogoji protislovni. V rešitvah navajamo en pogoj, ki je v protislovju z ostalimi.

1.



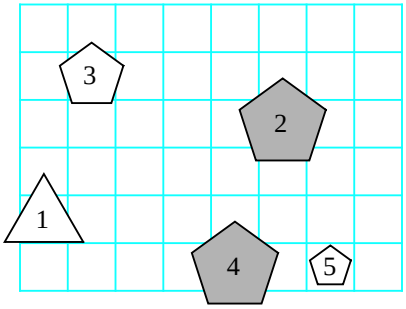
1. Lik C ni majhen.	N
2. Lik A je manjši kot C.	R
3. Lik A ni kvadrat ali lik C ni kvadrat.	N

2.



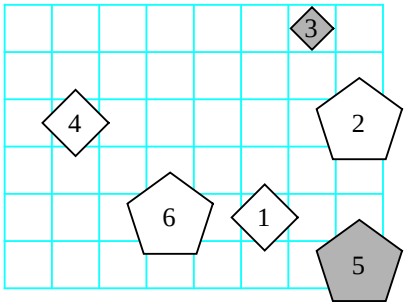
1. Lik B je pod C.	R
2. Lik C ni majhen, če in samo če je lik C srednje velikosti.	R
3. Če je lik B trikotnik, potem je lik A bel.	R

3.



1. Lik B ni siv.	R
2. Lik A je nad C.	R
3. Lik B je večji kot C.	R
4. Če je lik E velik, potem je lik E petkotnik.	N
5. Lik E je srednje velikosti in lik E je majhen.	R

4.



1. Lik C je nad D.	N
2. Lik A je pod E.	R
3. Lik F ni petkotnik in lik E ni petkotnik.	R
4. Če je lik B bel, potem lik E ni srednje velikosti.	N
5. Lik E ni majhen, če in samo če je lik D siv.	R
6. Lik B je petkotnik in lik A ni trikotnik.	N

Nagradna logična naloga

Štirje davkoplačevalci (Borut, Janez, Ivo, Miran), z različnimi priimki (Hribernik, Gorjanc, Lipar, Gorjup), so kupili različne, po zagotovilih, varne naložbe (obveznice NLB, delnice NLB, delnice NKBM, obveznice Abanke), različnih vrednosti (20000 Eur, 200000 Eur, 1000000 Eur, 3000 Eur).
Za vsakega določi ime, priimek, naložbo in njeno nabavno vrednost.

1. Janez ni bil ob 3000 Eur.
2. Janez ni kupil delnic NLB.
3. Hribernik ni bil ne ob delnice NKBM ne ob 20000 Eur.
4. Lipar ni bil ne ob delnice NLB ne ob 200000 Eur.
5. Obveznice NLB so bile vredne 1000000 Eur.
6. Ivo ni kupil delnic NKBM.
7. Lipar ni bil ob 3000 Eur.
8. Gorjup ni bil ob 20000 Eur.
9. Janez se ne piše Hribernik.
10. Delnice NKBM niso znašale 20000 Eur.
11. Delnice NLB niso znašale 200000 Eur.
12. Miran ni kupil delnic NKBM.
13. Miran se ne piše Gorjanc.
14. Delnice NKBM niso znašale 200000 Eur.

	Hribernik	Gorjanc	Lipar	Gorjup	obveznice NLB	delnice NLB	delnice NKBM	obveznice Abanke	20000 Eur	200000 Eur	1000000 Eur	3000 Eur
Borut												
Janez												
Ivo												
Miran												
20000 Eur												
200000 Eur												
1000000 Eur												
3000 Eur												
obveznice NLB												
delnice NLB												
delnice NKBM												
obveznice Abanke												



ime	priimek	prevara	vrednost
Borut			
Janez			
Ivo			
Miran			

Rešitev nagradne uganke pošljite do 1.11.2017 na naslov Logika d.o.o., Svetčeva pot 11, 1241 Kamnik, s pripisom »Nagradna uganka«.
Naslednji reševalci nagradne uganke iz 4. številke bodo prejeli poševno prizmo Polydron in Mercatorjevo vrtavko »Disney Frozen«: T.Ž., NOVO MESTO, A.T., LJUBLJANA. N.O., VRHNIKA.

Interesne dejavnosti – Krožki iz robotike, 30 let

V prvem polletju leta 1987 je v okviru Zavoda za šolstvo SR Slovenije začel triletni projekt krožkov iz robotike. Cilj projekta je bil spodbujanje uporabe računalnika pri pouku matematike, naravoslovja in tehnike. Projekt je trajal 3 leta. V prvem letu, to je šolskem letu 1987/88, so bili kroški izvedeni na 10 osnovnih ali srednjih šolah. Oprema je krožila s šole na šolo, krožki pa so trajali 18 ur. Oprema: 10 Fishertechnik Computing kompletov z vmesnikom za ZX Spectrum, 10 računalnikov ZX Spectrum z monitorji in kasetofoni ter programsko opremo. Programski jezik je bil Basic. Pripravljen je bil tudi slovenski priročnik.
Predsednik komisije je bil Izidor Hafner, vodja projekta Rado Wechtersbach, organizator pa Edo Sternad, učitelj na Srednji šoli za računalništvo (po 1991 Gimnazija Vič).



KOMISIJA

projektna skupina za vodenje projekta

1.
Člani komisije

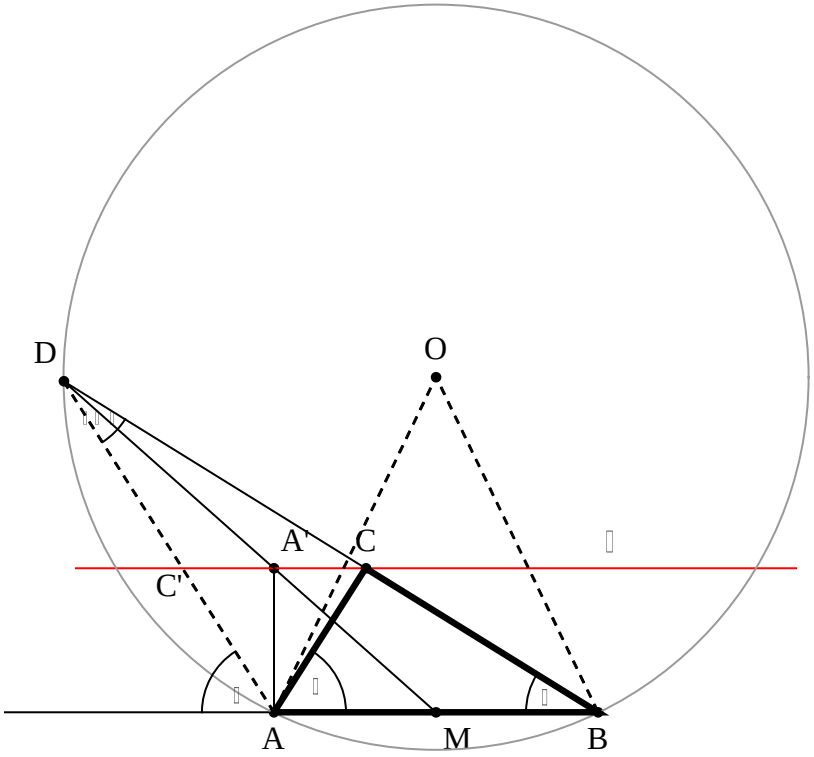
A.) vodja projekta
- Rado Wechtersbach
pedagoški svetovalec za računalništvo
Zavod SR Slovenije za šolstvo
Poljanska 28
Ljubljana
tel (061) 319-066/27

B.) predsednik komisije
- Izidor Hafner
profesor
Fakulteta za elektrotehniko
Tržaška 25
Ljubljana
tel (061) 265-161

C.) učitelj - organizator izvedbe projekta
- Edo Strnad
učitelj
Srednja šola za računalništvo
Tržaška 72
Ljubljana
tel (061) 265-993

Najenostavnejša rešitev Plemljeve naloge

Naloga, ki jo je profesor Vincenc Borštner zastavil dijakom 5. letnika gimnazije se glasi: Konstruiraj trikotnik, če je dana dolžina stranice *c*, višina *v* na *c* in razlika kotov δ=α-β. Rešitev, ki jo je takrat predstavil Josip Plemelj, smo prikazali v prejšnji številki revije. Danes pa bomo pojasnili rešitev, ki je morebiti najenostavnejša.



Na premici narišemo daljico AB dolžine *c*. Narišemo krožnico s središčem v O, tako da je kot AOB enak 2δ. Pravokotno na AB nad A narišemo točko A' na višini *v*. Naj bo M središče daljice AB in D presek krožnice s podaljškom daljice MA'. Točka C iskanega trikotnika je presek daljice BD in premice skozi A', ki je vzporedna daljici AB.
Dokaz. Trikotnik C'AC je enakokrak, saj je |C'A'|=|A'C|. To pomeni, da je ∠ADB=π-(π-γ)-(π-2α)=2α-(α+β)=α-β. Po konstrukcije je ∠ADB obodni kot nad tetivo AB in je enak δ.
Torej je δ=α-β.
Do te rešitve je Plemelj prišel ob pregledu nekega problema iz [1].

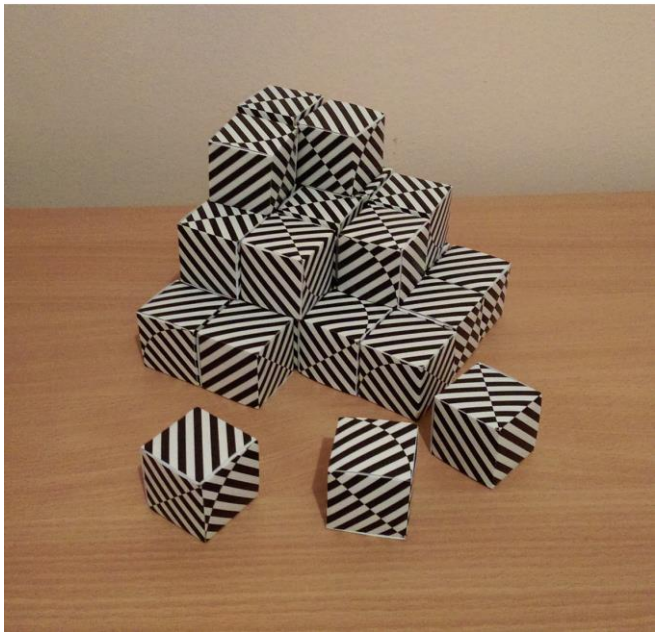
Referenci:

[1] A. Wiegand, Geometrishe Aufgaben für Hohëre Lehranstalten, Braunschweig, C.A. Schewetschke ubd Sohn, 1865.
[2] Izidor Hafner
"The Plemelj Construction of a Triangle: 5"
http://demonstrations.wolfram.com/ThePlemeljConstructionOfATriangle5/
Wolfram Demonstrations Project
Published: August 10, 2017

Optične kocke in grupe frizov

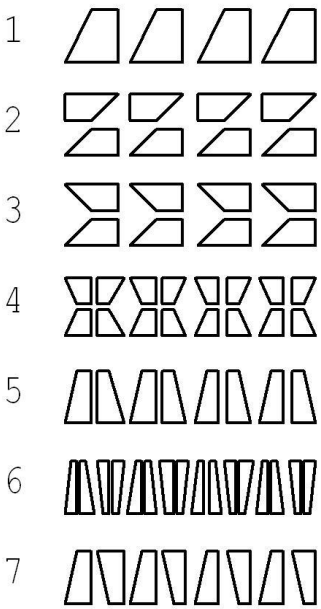
Gospa Anđelka Simić, profesorica matematike na gimnaziji “Branislav Petronijević”, Ub, Srbija, nam je poslala nekaj fotografij t.i. optičnih kock.



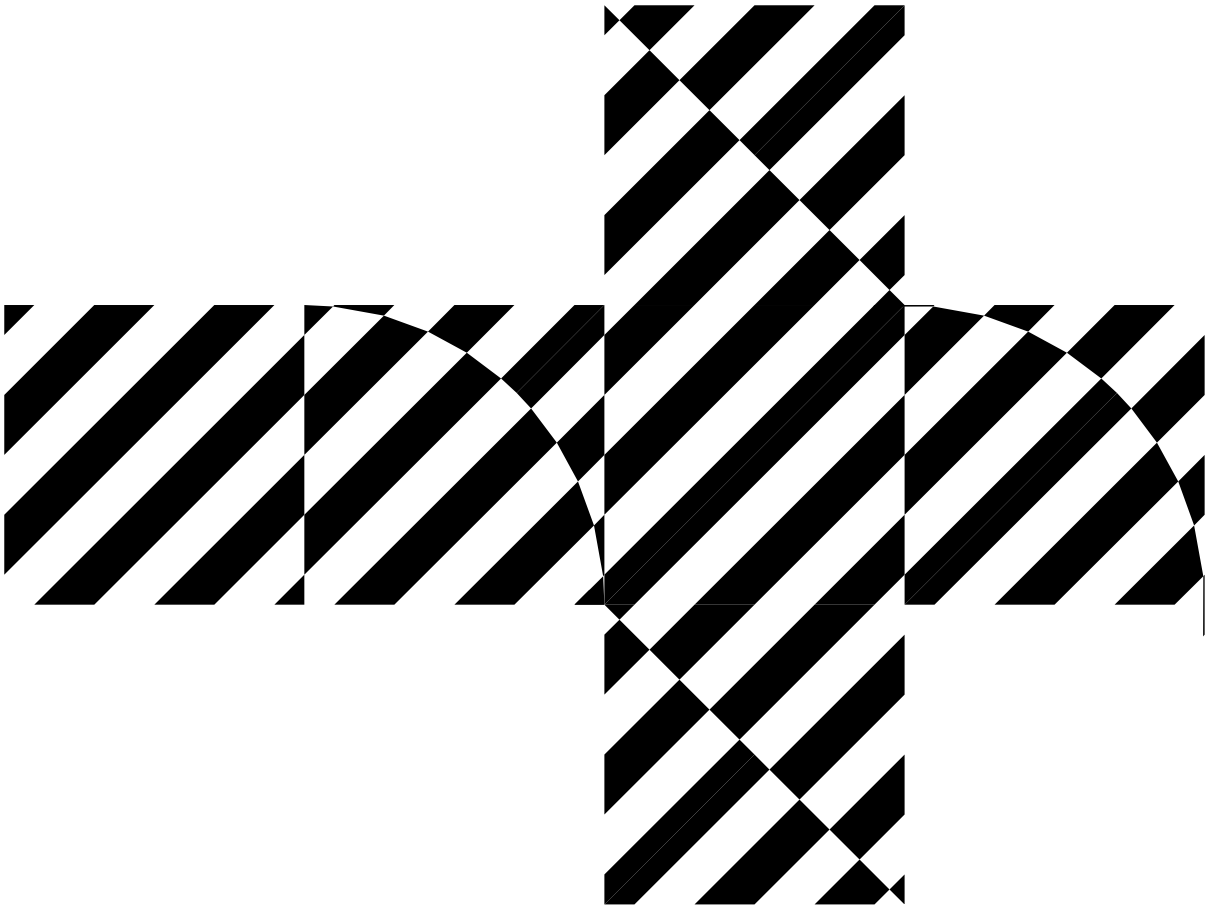


Njeni dijaki z njimi sestavljajo različne vzorce, tako v ravnini, kot v prostoru. Služijo pa tudi za razumevanje pojma antisimetrije.

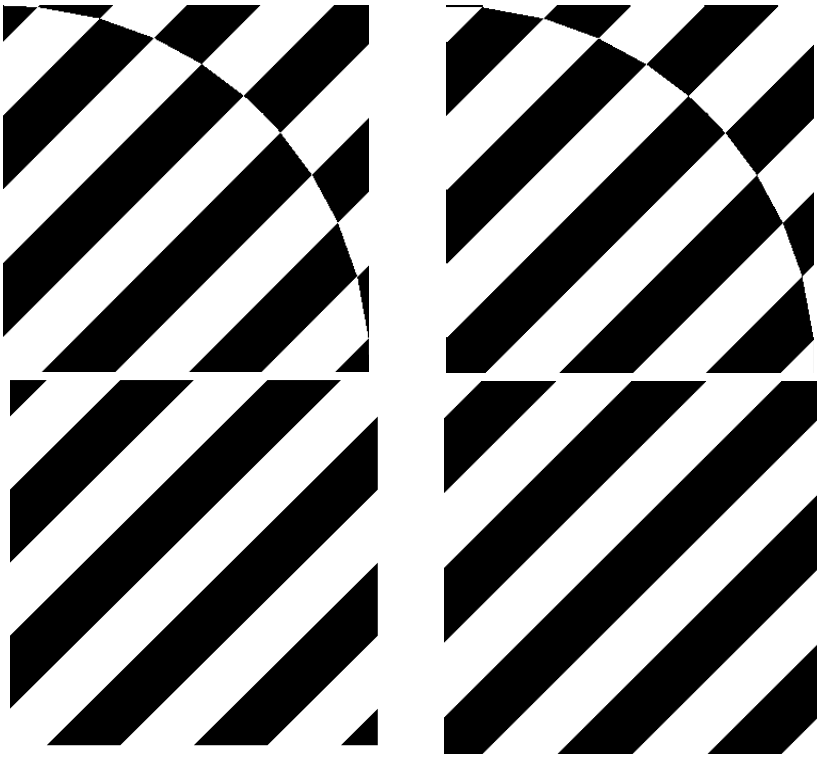
V tem sestavku bomo sestavljali vzorce friznih grup s pomočjo optičnih kock:

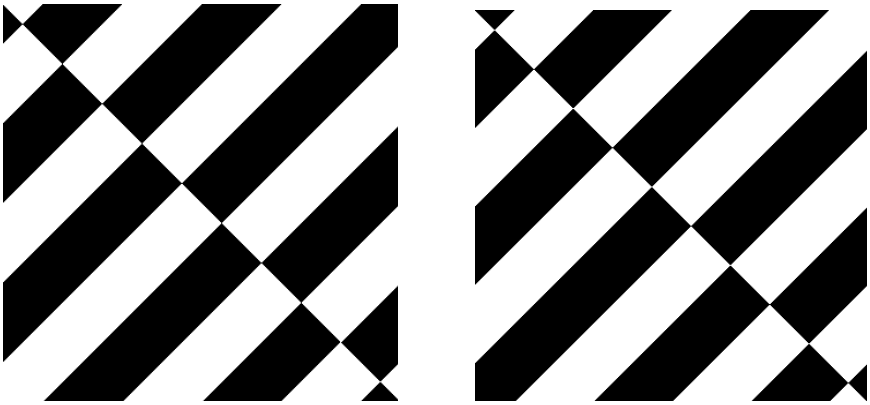


Optična kocka je kocka, katere strani so poslikane z op-art vzorci. Mreža je dana spodaj.



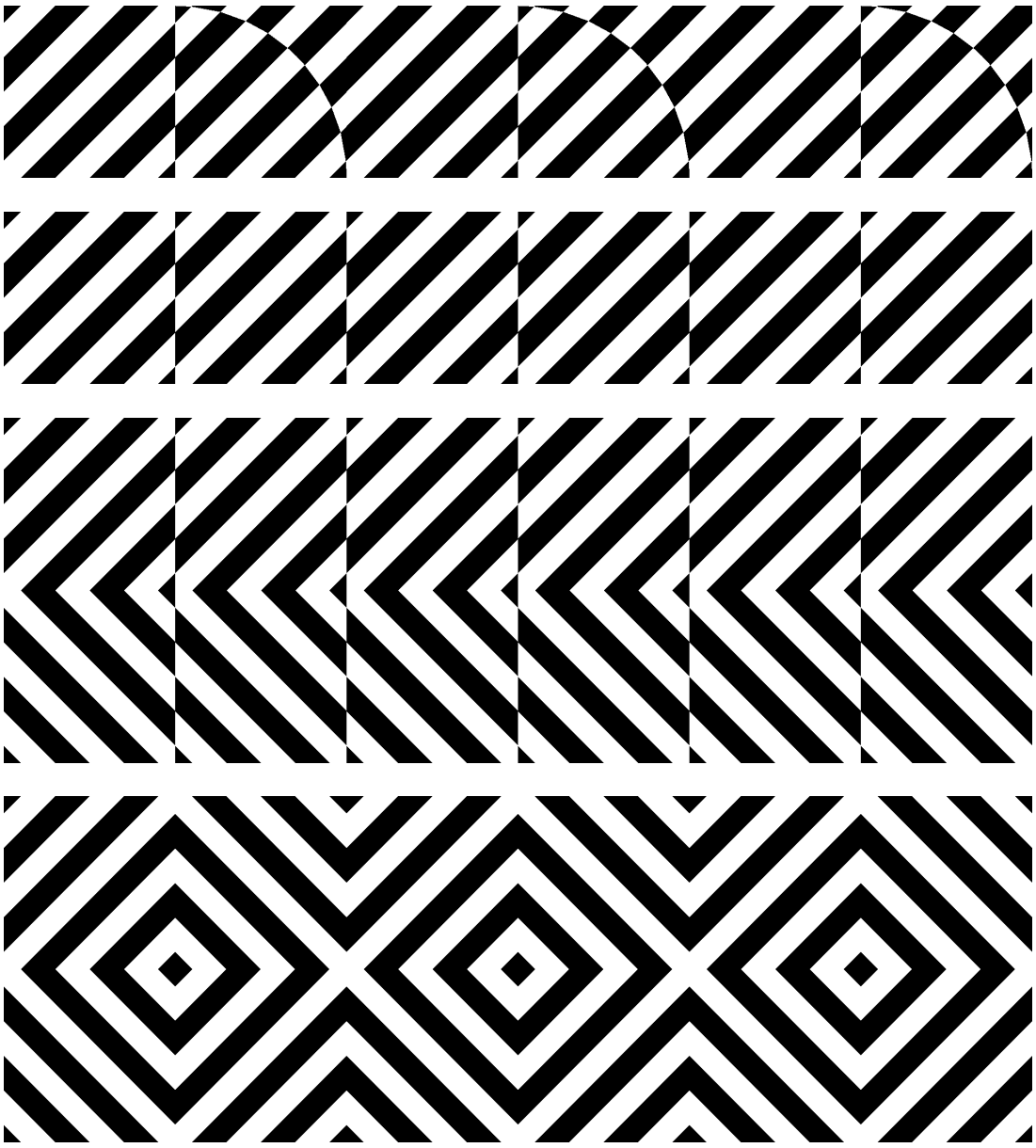
Imamo tri prvotne vzorce. Vsak pa je zastopan še z anti-simetričnim vzorcem. Spodnja slika predstavlja en vzorec in njegov antisimetričen vzorec.

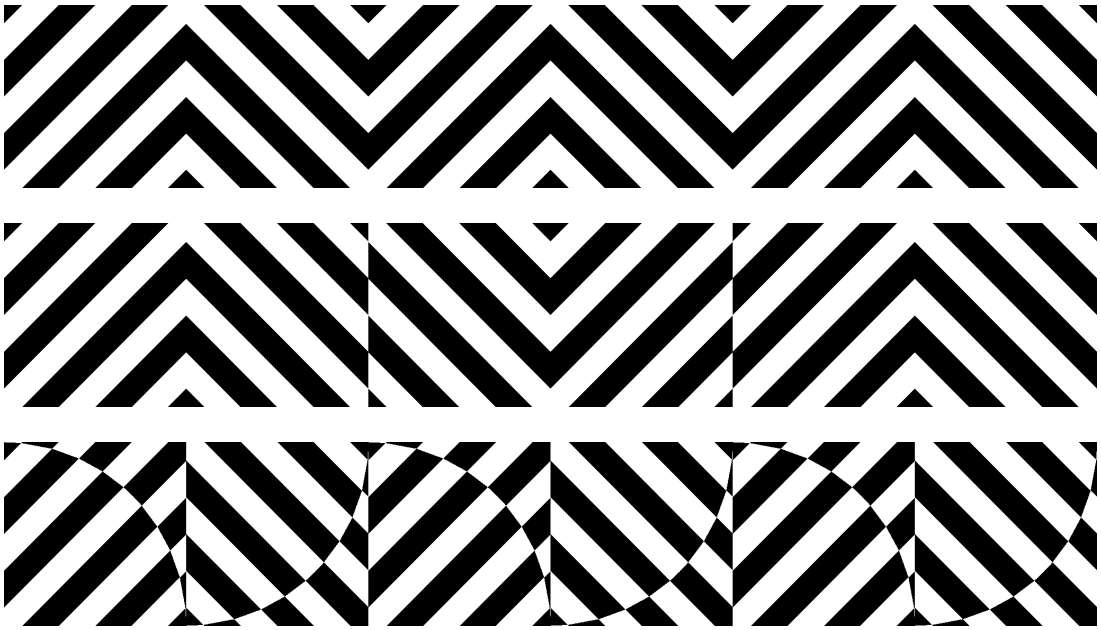




Vzorca sta antisimetrična natanko tedaj, kadar drugega iz drugega dobimo z zamenjavo bele in črne barve.
Eden od vzorcev je antisimetričen sam sebi. Kateri?

S pomočjo optičnih kock lahko oblikujemo vse frizne grupe.

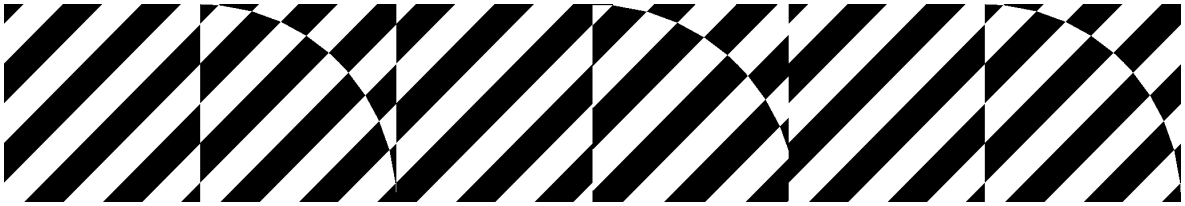


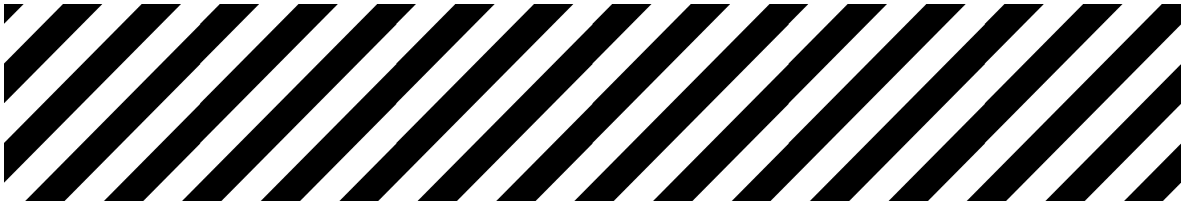


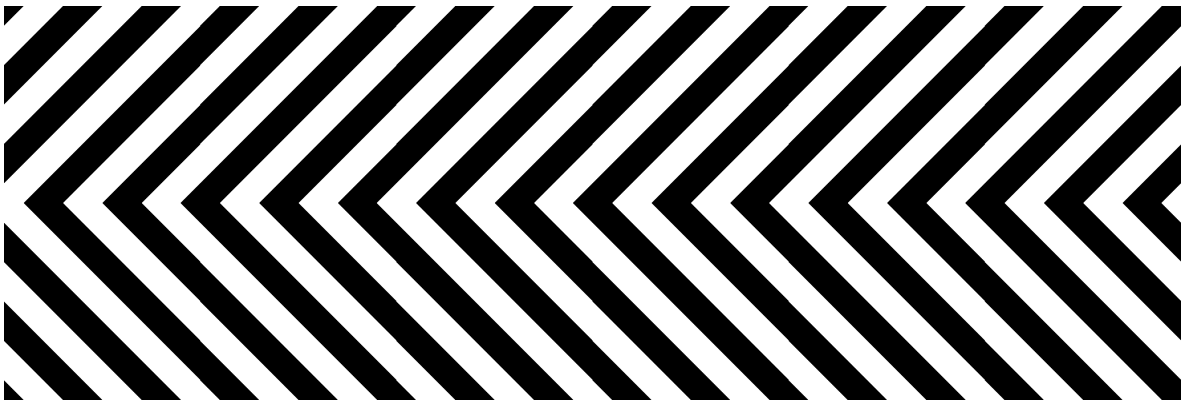
Seveda smo pri tem upoštevani omejitve zaradi specifičnosti op-art vzorcev, vsi imajo vsaj eno zrcalno simetrijo. Zato pri prvi grupi, kjer osnovna celica nima simetrije, kombiniramo dva vzorca.
Pri drugi grupi lahko vzamemo katerikoli op-art vzorec za osnovno celico, ki je rotacijsko simetričen.
Pri tretji grupi vzamemo vzorec, ki ga zrcalimo po spodnjem robu. Toda dobljeni vzorec lahko dobimo z rotacijo prvotnega vzorca. To pomeni, da ga že imamo.
Četrta grupa ima dvojno zrcalno simetrijo, vendar lahko dobimo celotno celico zgolj z rotacijo enega vzorca.
Pri peti grupi osnovna celica sestoji iz dveh zaporednih kvadratov. Drugega dobimo z rotacijo prvega.
Pri šesti grupi osnovna celica sestoji iz 4 kvadratov. Drugi je zrcalna slika prvega, vendar ga lahko dobimo z rotacijo prvega. Nato oba skupaj zavrtimo.
Pri sedmi grupi prvi vzorec prezrcalimo vodoravno po sredini in ga nato premaknemo za eno mesto v desno. Tej preslikavi rečemo *zrcaljenje z zdrsom*.
Naloga: Oblikuj vseh sedem friznih grup z drugimi vzorci.

Frizne grupe z antisimetrijo

Sedem antisimetričnih friznih grup dobimo tako, da grupo tvorimo z zaporedjem vzorec, njegov antisimetrični vzorec, vzorec, njegov antisimetrični vzorec, … Pozorni moramo biti na meje posameznih osnovnih celec.

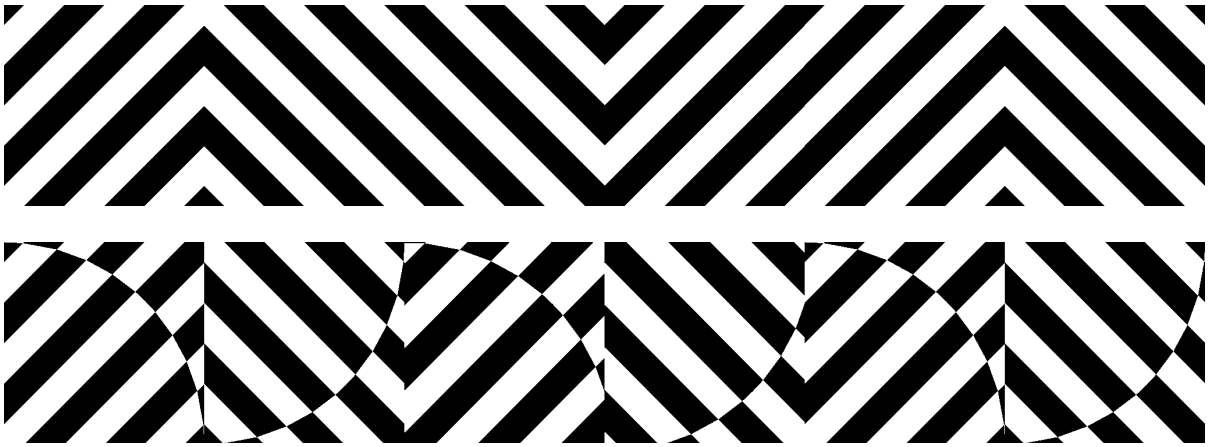




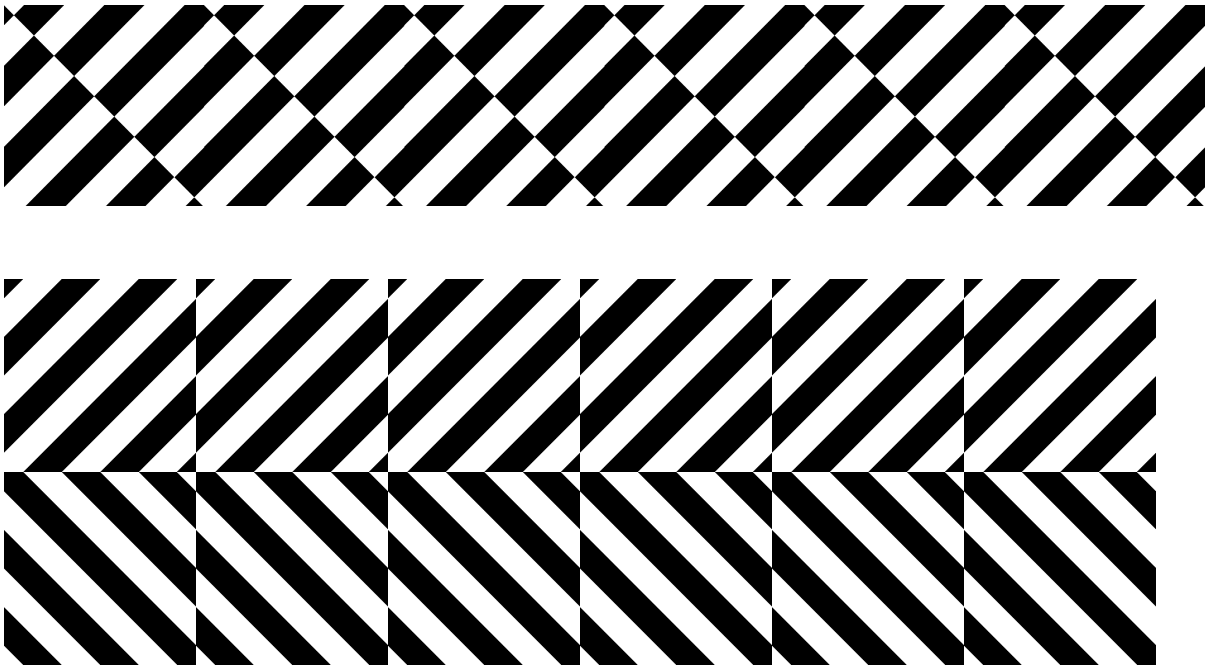




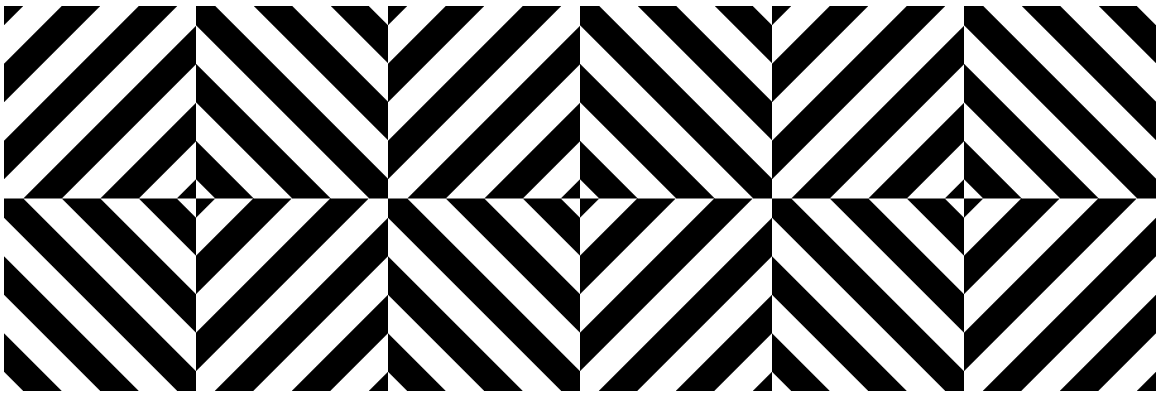




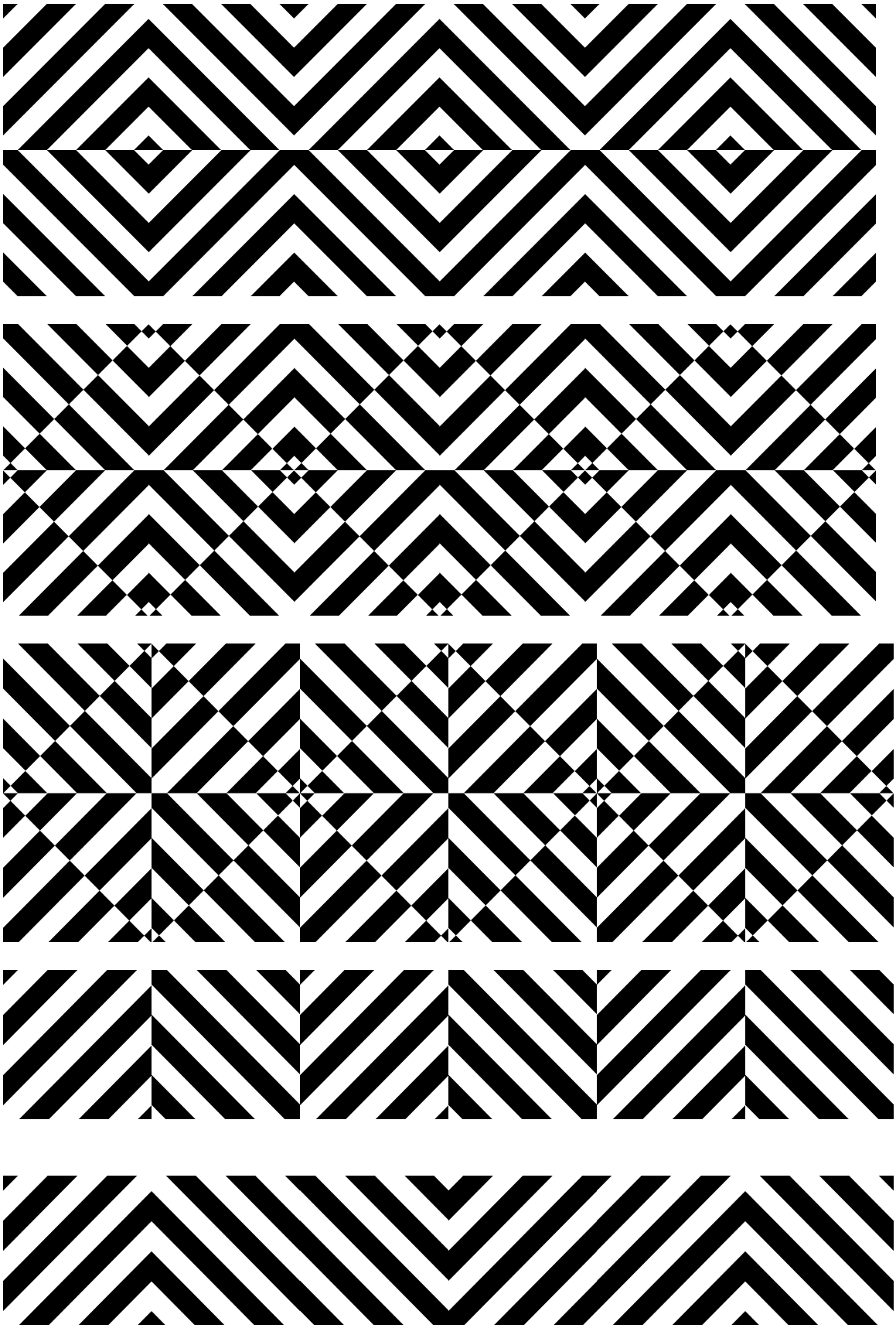
Bolj zanimiv primer nastopa, kadar osnovna celica sestoji iz več fundamentalnih področij in antisimetrijo uporabimo na fundamentalnem področju. Tako dobimo še 10 grup, oziroma 9, če ne upoštevamo primera, ko je osnovna celica enaka fundamentalnemu področju.
V prvem primeru je vzorec takšen, da sestoji iz dveh antisimetričnih trikotnikov.

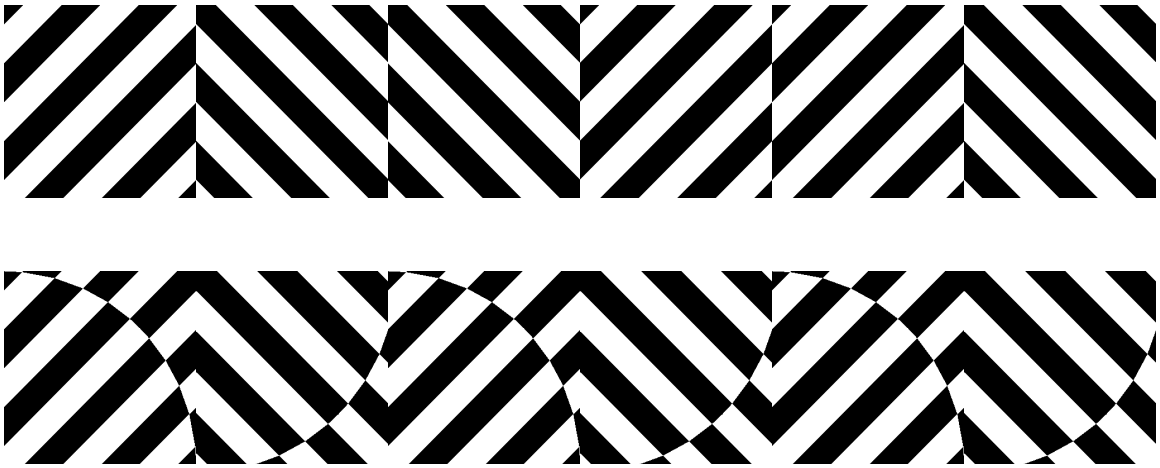


Zgornji kvadrat je zrcaljen po spodnji stranici in še antisimetričen.



Kvadratek rotiramo za pravi kot in menjamo bravo. Spodaj pa kvadratek rotiramo, nato pa oba rotiramo in jima spremenimo bravo.

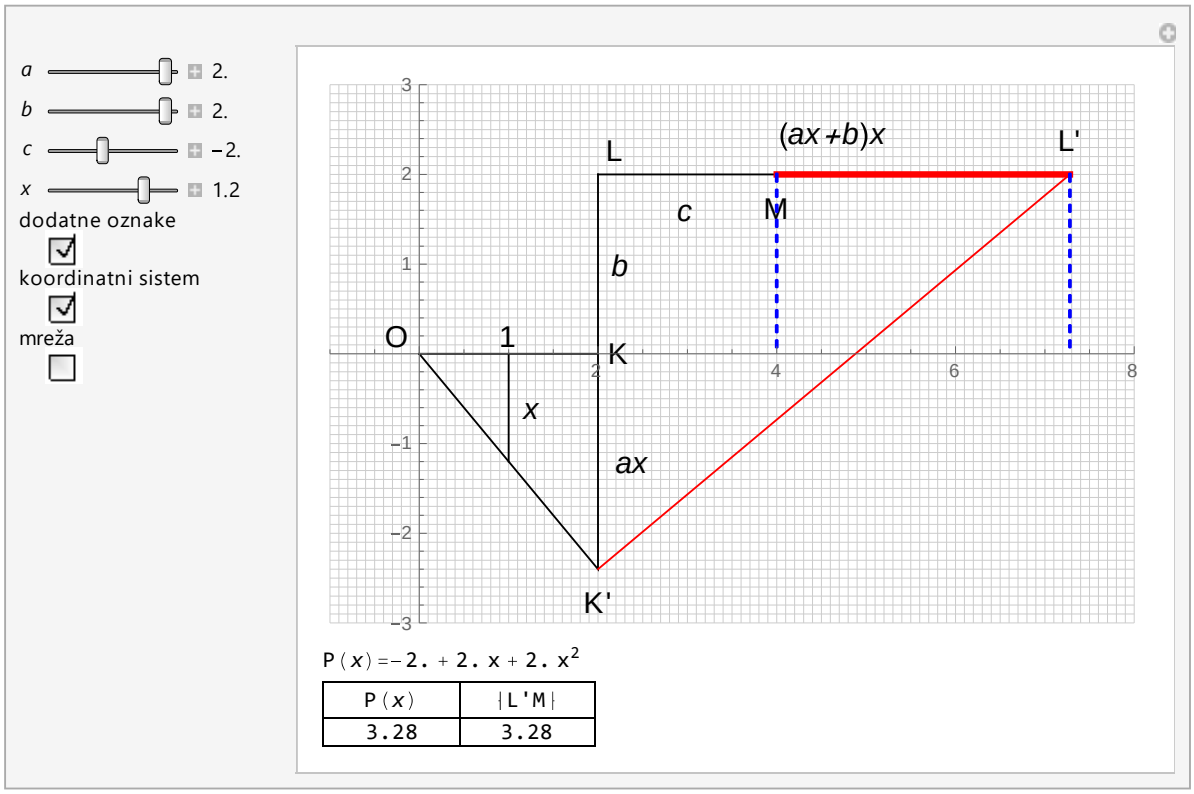




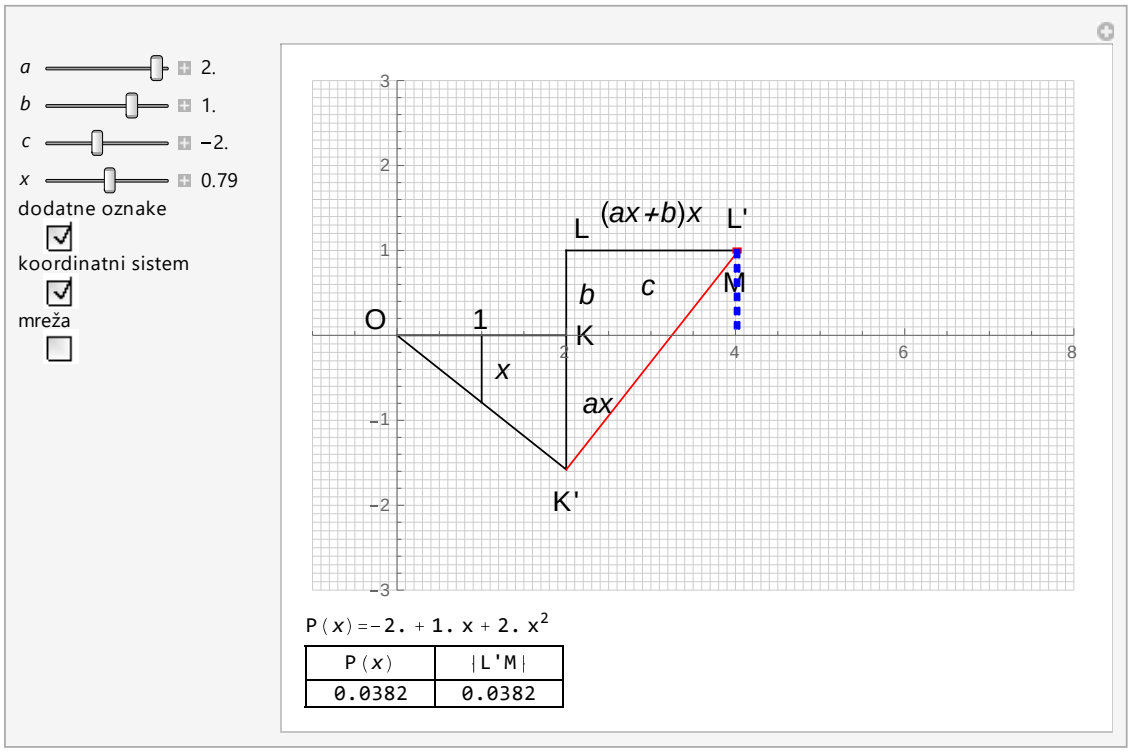
Reference:
[1] S. V. Jablan. "Modularity in Art." (3.8.2017) www.mi.sanu.ac.rs/~jablans/d3.htm.
[2] The Bridges Organization. "Anđelka Simić." Transparent Hypercube (jewelry). (3.8.2017) gallery.bridgesmathart.org/exhibitions/2016-joint-mathematics-meetings/andjelkasimic.
[3] Izidor Hafner
"Guess the Antisymmetric Frieze Group, Part 1"
http://demonstrations.wolfram.com/GuessTheAntisymmetricFriezeGroupPart1/
Wolfram Demonstrations Project
Published: January 11, 2016
[4] Izidor Hafner
"Guess the Antisymmetric Frieze Group, Part 2"
http://demonstrations.wolfram.com/GuessTheAntisymmetricFriezeGroupPart2/
Wolfram Demonstrations Project
Published: January 11, 2016
[5] Izidor Hafner
"Constructing Op Art"
http://demonstrations.wolfram.com/ConstructingOpArt/
Wolfram Demonstrations Project
Published: May 3, 2016
[5] Izidor Hafner and Andjelka Simic
"Op Art with an Open, Flexible Four-Cube"
http://demonstrations.wolfram.com/OpArtWithAnOpenFlexibleFourCube/
Wolfram Demonstrations Project
Published: October 13, 2016

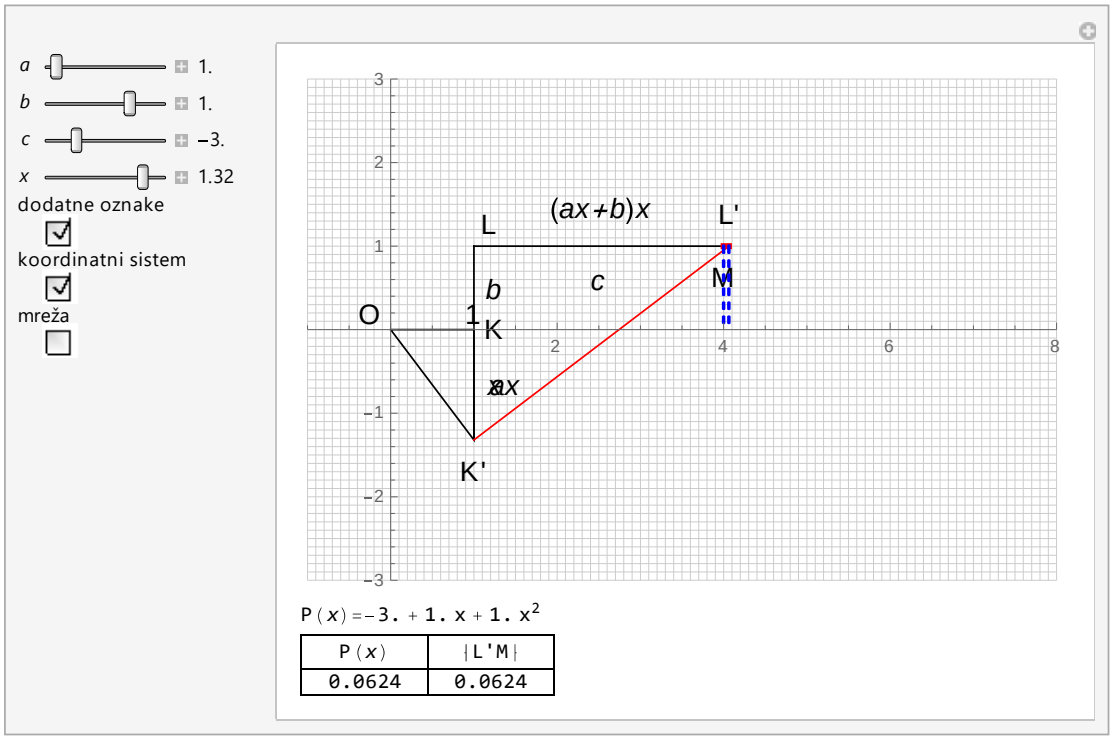
Lillova metoda izračunavanja vrednosti polinoma

V tem sestavku bomo obravnavali grafično metodo za izračun vrednosti polinoma v dani točki. Čeprav velja za polinom poljubne stopnje, se bomo zadovoljili s kvadratno funkcijo. Polinom zapišemo v obliki P(*x*)=(*ax*+*b*)*x*+*c*. Izračun prikazuje spodnja slika.



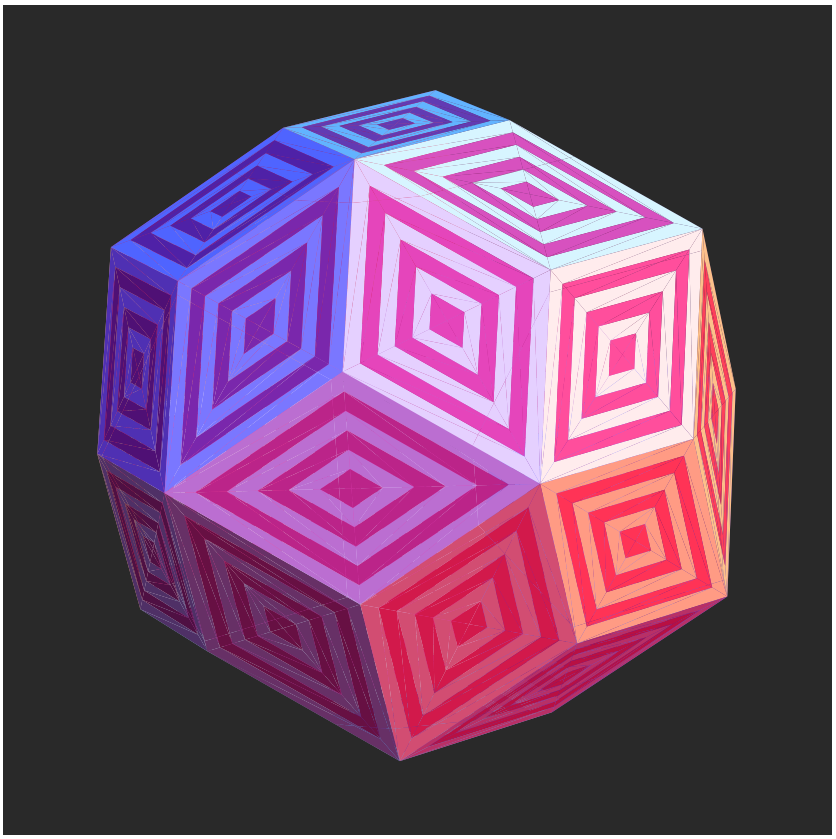
Vrednost za *x* nanesemo od 1 na abscisni osi v negativni smeri ordinatne osi. Daljica KK' ima velikost |*ax*|(po Talesovem izreku), daljica K'L ima velikost |*ax*+*b*| Daljica LL' ima velikost |(*ax*+*b*)*x*|. Da bi bilo to res, morata biti trikotnika OK'K in K'L'L podobna. To velja, če je kot OK'L pravi. Na koncu je dolžina daljice ML' enaka |(*ax*+*b*)*x*+*c*|, ki jo razberemo z abscisne osi. To metodo je leta 1867 iznašel francoski inženir Lill.
V resnici gre za grafično varianto Hornerjevega algoritma.
V programu lahko *x* premikamo od 0 do 1.5. Če pa se točki M in L' ujameta, je vrednost polinoma 0. Tedaj je *x* rešitev enačbe P(*x*)=0.
Lahko se prepričamo, da polinom iz zgornje slike nima ničle med 0 in 1.5.
Oglejmo pa si nekaj primerov, ko ničla na tem intervalu obstaja. Približna ničla je v prvem primeru 0.79, drugem pa 1.32.

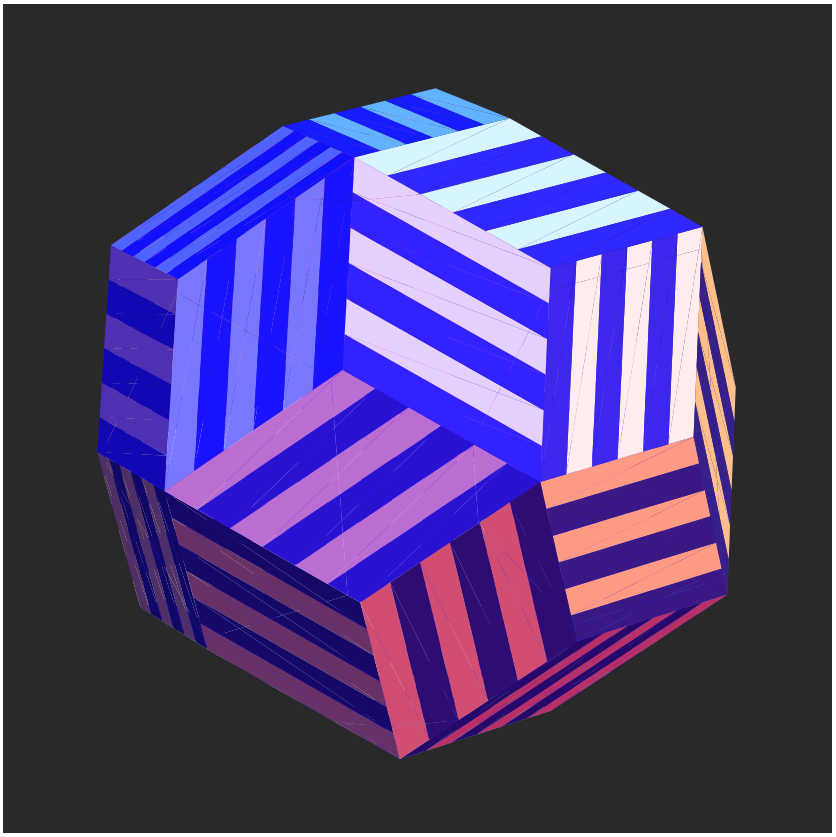


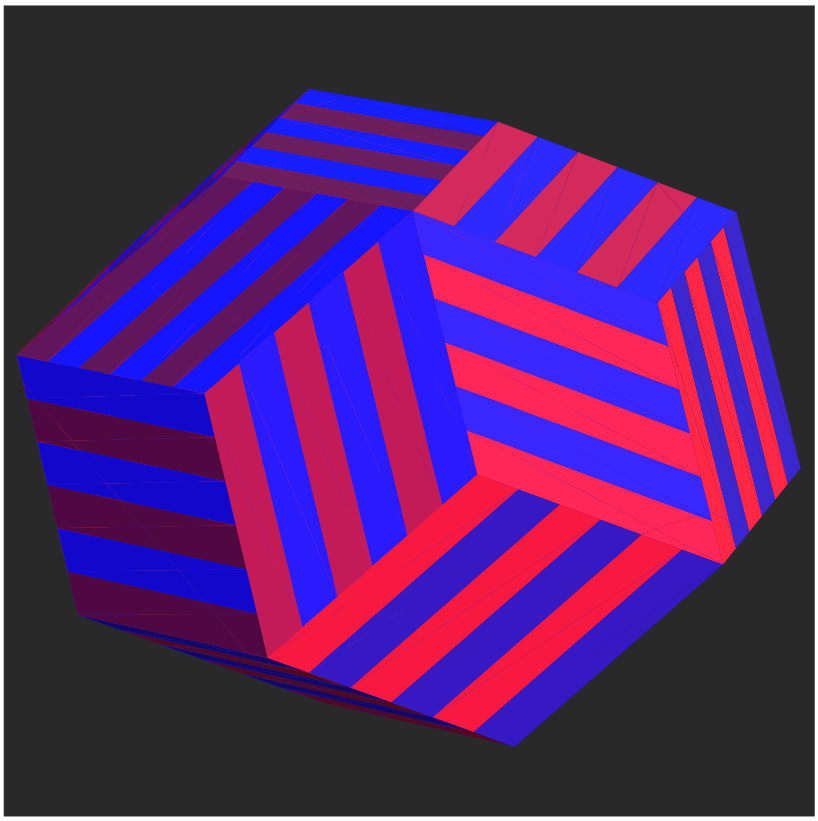


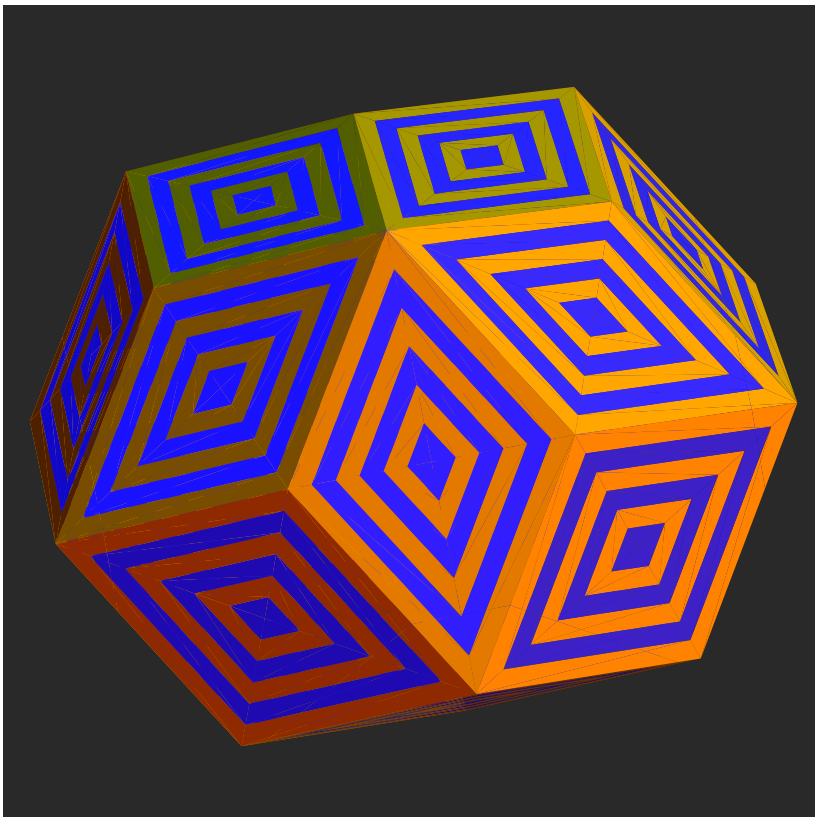
Reference:
[1] Đ. Kurepa, Viša Algebra (v hrvaščini), Školska knjiga, Zagreb, 1965, str.. 1071-1073.
[2] Izidor Hafner "Lill's Method for Calculating the Value of a Cubic Polynomial" http://demonstrations.wolfram.com/LillsMethodForCalculatingTheValueOfACubicPolynomial/ Wolfram Demonstrations Project
Published: August 2, 2017

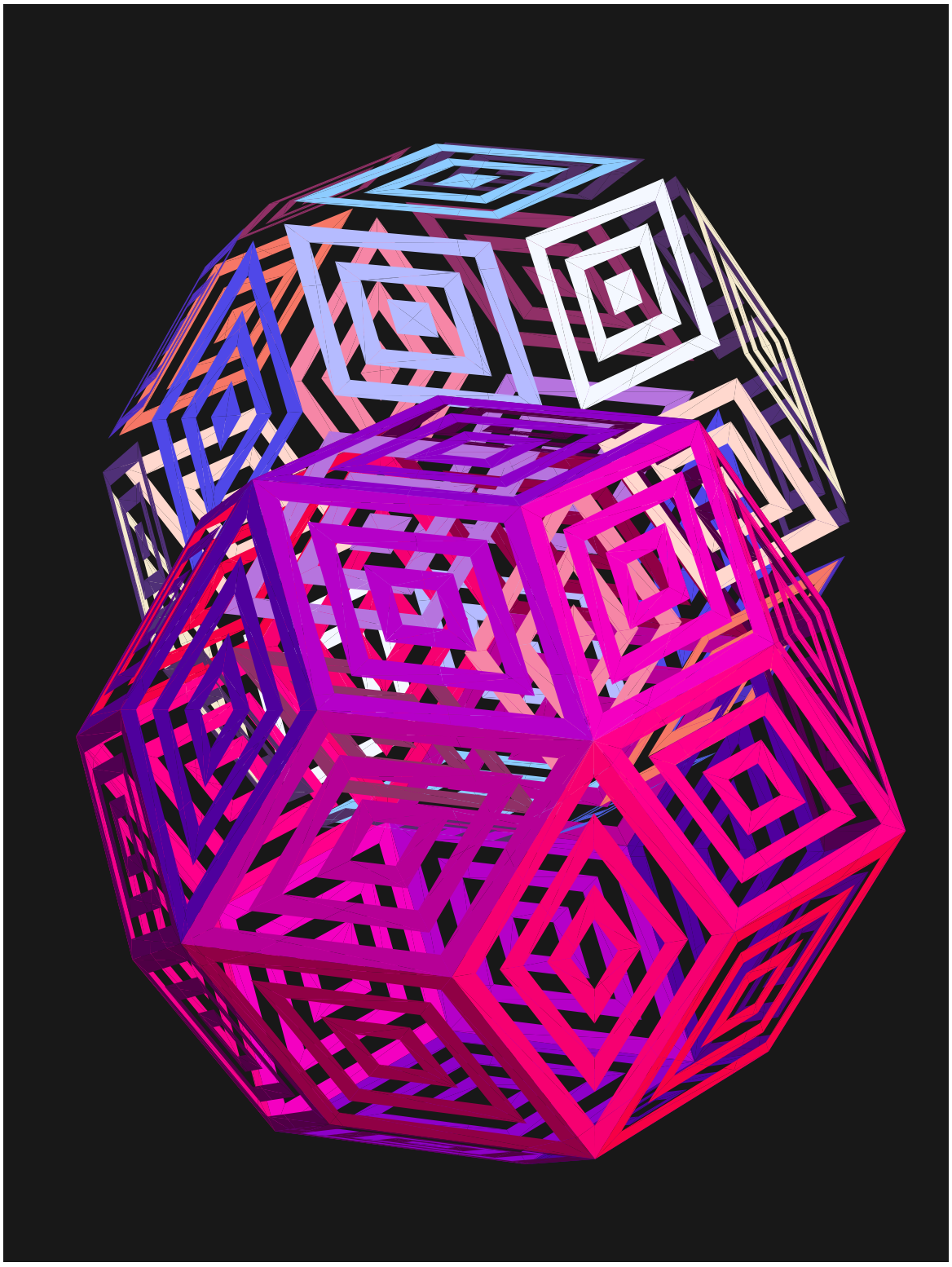
Okrašeni zlati rombski poliedri











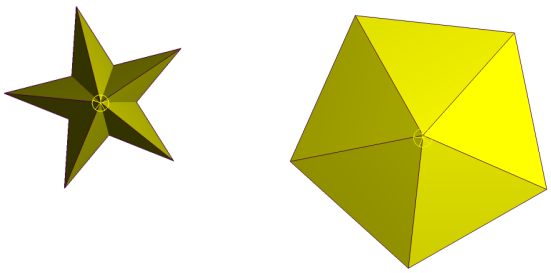
Teja Krasek and Izidor Hafner
"Op Art on Golden Rhombic Solids (II)"
http://demonstrations.wolfram.com/OpArtOnGoldenRhombicSolidsII/
Wolfram Demonstrations Project
Published: June 21, 2017

Rotacijska simetrija v prostoru

V običajnem življenju nam simetrija pomeni skladnost levega in desnega dela telesa, bolj natančno, dela sta zrcalni podobi drug drugega. V matematiki pomeni simetrija preslikavo telesa samega vase, pri čemur se slika ne razlikuje od originala. Rotacijska simetrija nam bo pomenila rotacijo telesa okoli neke osi, pri čemer se telo preslika samo vase. Zanima nas, kakšni sistemi rotacijskih simetrij so mogoči. Izkaže se, da imajo poliedri lahko le spodaj opisane sisteme rotacijske simetrije.

Ciklična simetrija (C)

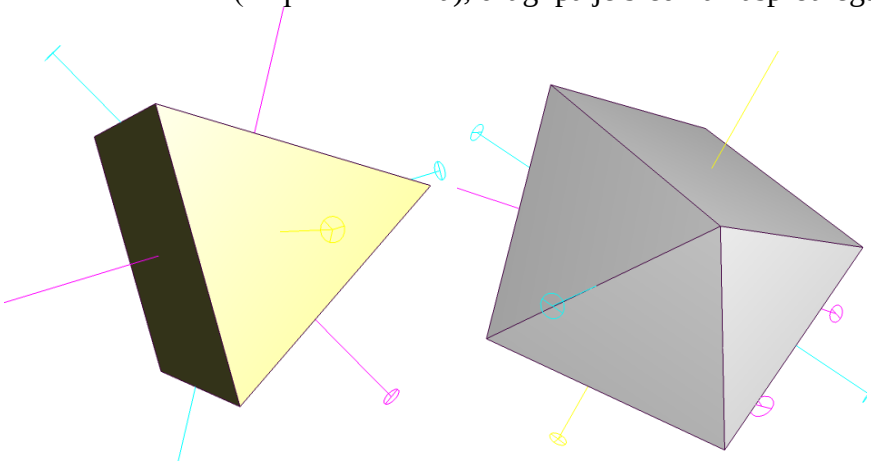
Najenostavnejši sistem rotacijske simetrije najdemo pri piramidah. Vzemimo petstranično (pravilno) piramido. Ima eno samo os simetrije, ki poteka po višini piramide.



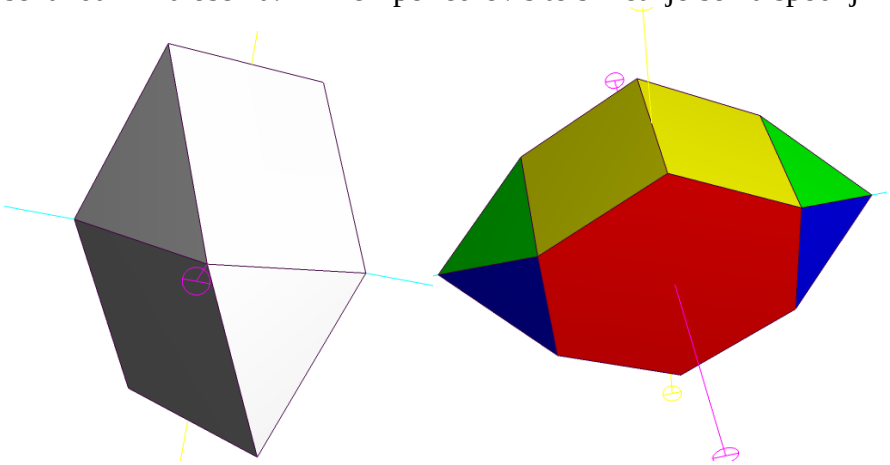
Slika nam prikazuje piramido, ki je položena na ravnino papirja. Piramido lahko zavrtimo za večkratnike kota 360/5=72 stopinj, to je za kote 72, 144, 216, 288 in 360 stopinj, kjer je zadnja simetrija identiteta. Ta piramida ima 5-kratno ciklično simetrijo, v simbolih C_5.
Če je osnovna ploskev pravilen n-kotnik (sem prištevamo tudi zvezdaste like), bomo rekli, da ima telo simetrijo C_n.

Diedrska simetrija (D)

Vzemimo zdaj pravilno tristrano prizmo. Najprej imamo os 3-kratne rotacije, ki je pravokotna na osnovno ploskev. Prizmo lahko zavrtimo za kot 120, 240 ali 360 stopinj okoli te osi in se ne bo razlikovala od prvotne slike. Imamo pa tudi še tri osi 2-kratne simetrije (rotacije za kota 180 in 360 stopinj), ki so pravokotne na os trikratne simetrije, ki ji rečemo tudi glavna os. Točko, kjer os seka mejne ploskve, imenujemo pol. Vsaka os ima dva pola. Pri glavni osi sta pola sredini osnovnih trikotnikov in sta ekvivalentna (enake vrste). Pola osi 2-kratne simetrije pa sta različna. Eden je središče kvadrata (ali pravokotnika), drugi pa je sredina nasprotnega roba.

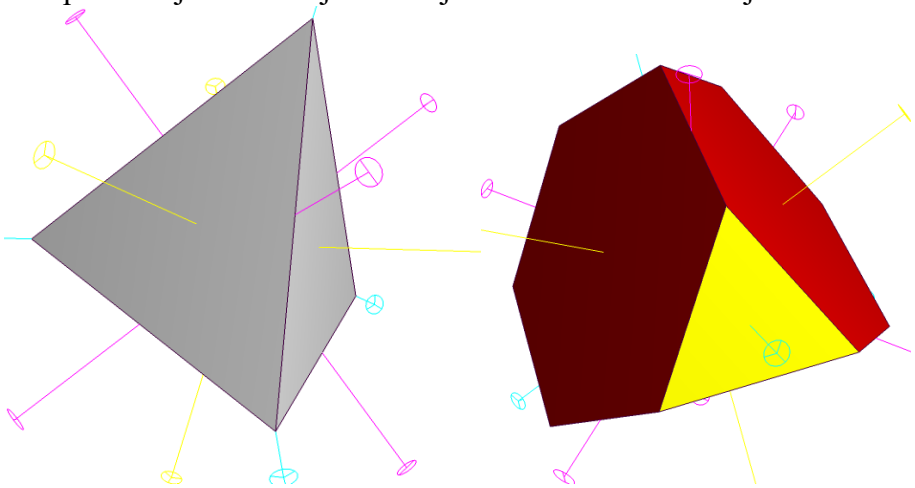


Osem 2-kratne simetrije so drugotne (sekundarne osi). Omenjeni tip simetrije označimo D_3 in je primer diedrske simetrije. V splošnem primeru prizme je osnovna ploskev pravilen n-kotnik, glavna os je os n-kratne simetrije. Poleg te imamo še n sekundarnih osi 2-kratne simetrije. Oznaka te simetrije je D_n. Te osi se razlikujejo, če je n sodo število. V tem primeru gredo ene osi skozi sredine stranskih ploskev, druge pa skozi sredine stranskih robov. Kako pa je, če je n liho število? Ta tip simetrije imajo tudi antiprizme.
V primeru D_2 pa so vse osi med seboj enakovredne in nima smisla razlikovati med glavno osjo in sekundarnima osema. Primeri poliedrov s to simetrijo so na spodnjih slikah.



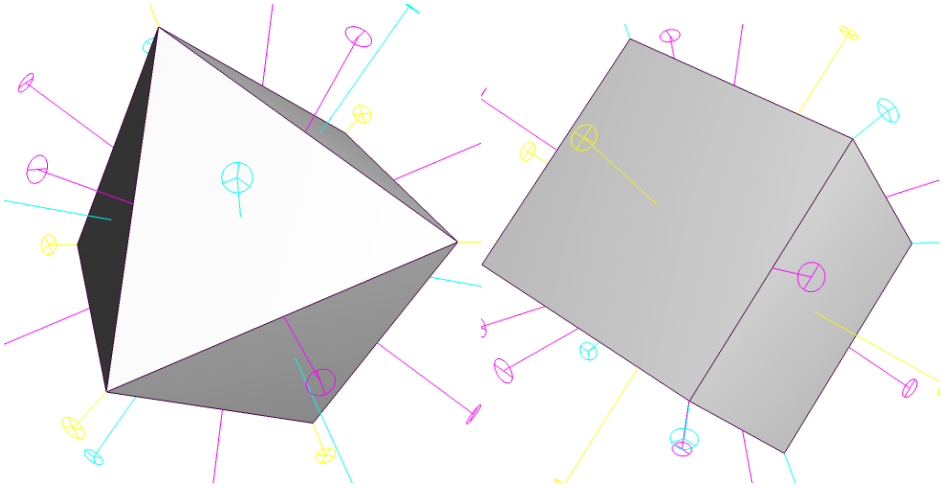
Simetrija četverca (tetraedrska simetrija T)

Pravilen četverec ima 7 rotacijskih osi, štiri 3-kratne in tri 2-kratne osi rotacije. Vsaka os 3-kratne simetrije gre iz enega oglišča do sredine nasprotne mejne ploskve. Osi 2-kratne simetrije potekajo skozi sredine nasprotnih robov.
Ta tip simetrije se imenuje simetrija četverca in se označuje s T.



Ta tip simetrije ima tudi prisekani četverec.

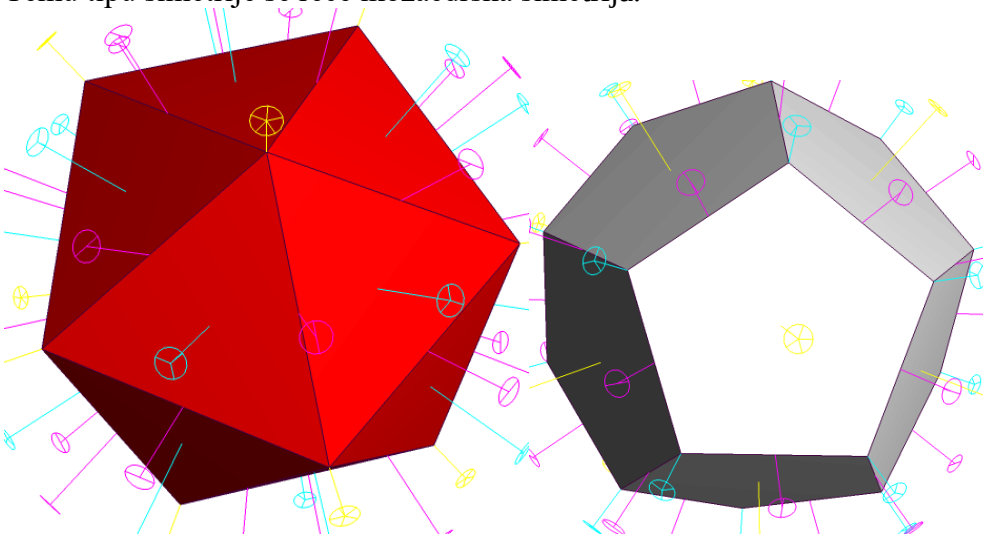
Simetrija osmerca (O)
Pravilni osmerec (oktaeder) ima tri množice rotacijskih osi. Najprej so tu 3 medseboj pravokotne osi 4-kratne simetrije. Vsaka takšna os gre skozi nasprotni oglišči. Sledijo 4 osi 3-kratne simetrije. Le-te gredo skozi središča nasprotnih mejnih ploskev. Na koncu imamo še 6 osi dvakratne simetrije, ki gredo skozi središča nasprotnih robov. Za polieder s takšnim sistemom osi pravimo, da ima oktaedrsko simetrijo (ali simetrijo osmerca), oznaka O.



Opiši rotacijske osi kocke.

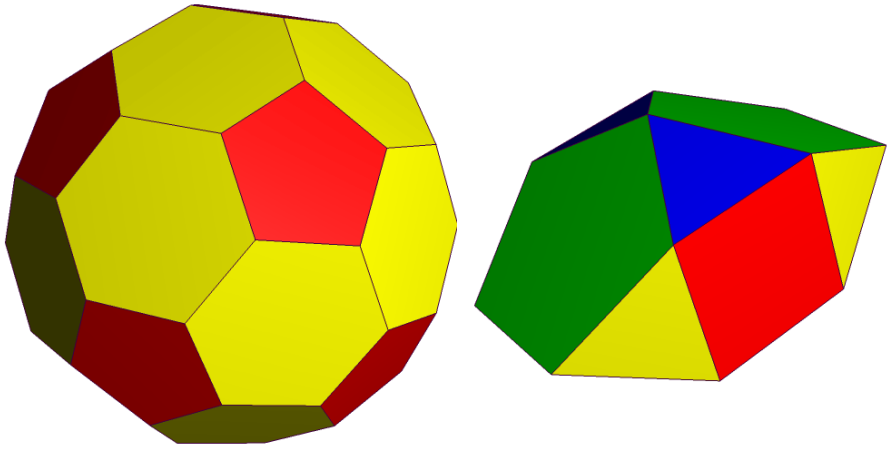
Simetrija dvajseterca (I, ikozaedrska simetrija)

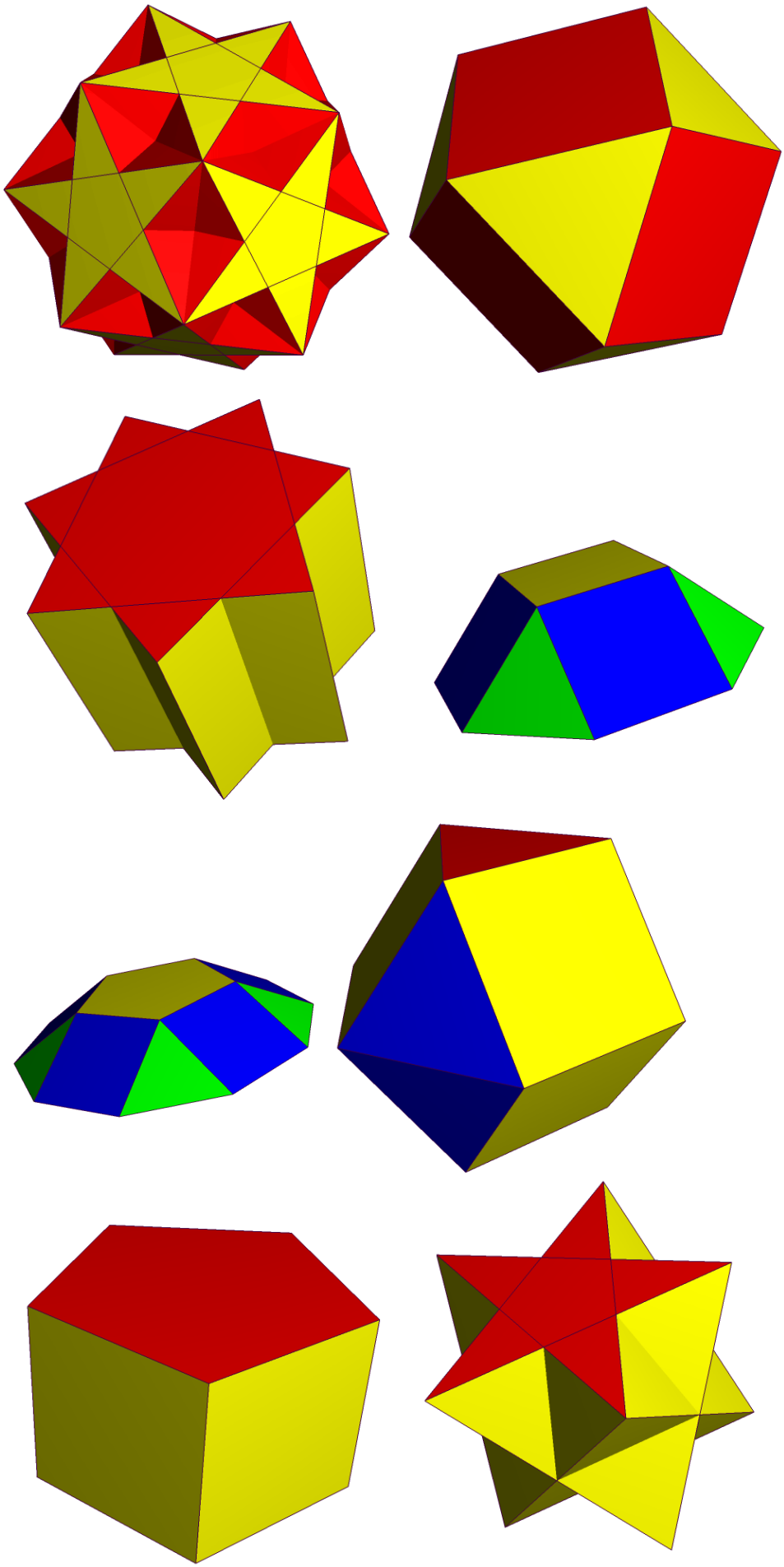
Pravilni dvajseterec ima osi 2-kratne, 3-kratne in 5-kratne rotacijske simetrije. Petkratna os poteka skozi nasprotni oglišči. Skupaj je 6 takih osi. Trikratne osi potekajo skozi središča nasprotnih mejnih ploskev. Teh osi je 10. Petnajst osi 2-kratne rotacije poteka skozi središča nasprotnih robov. Temu tipu simetrije se reče ikozaedrska simetrija.

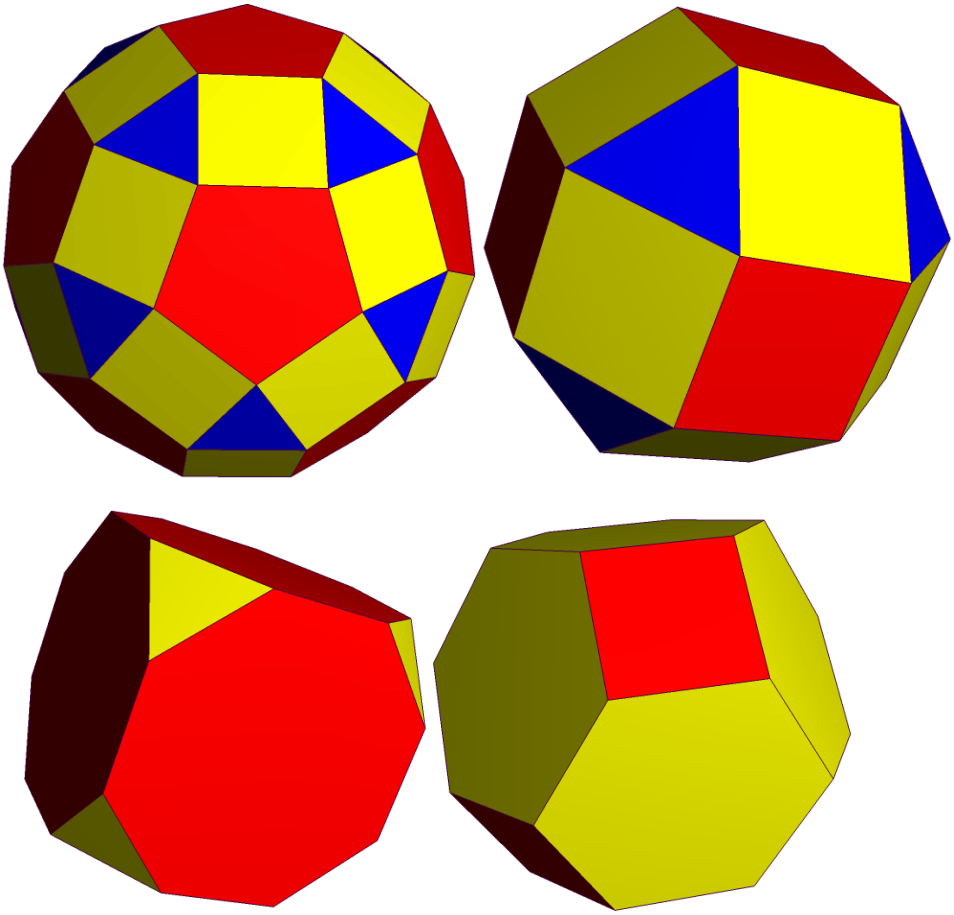


Opiši osi rotacije dvanajsterca.

Naloge
Določi tipe rotacijske simetrije za spodnja telesa.

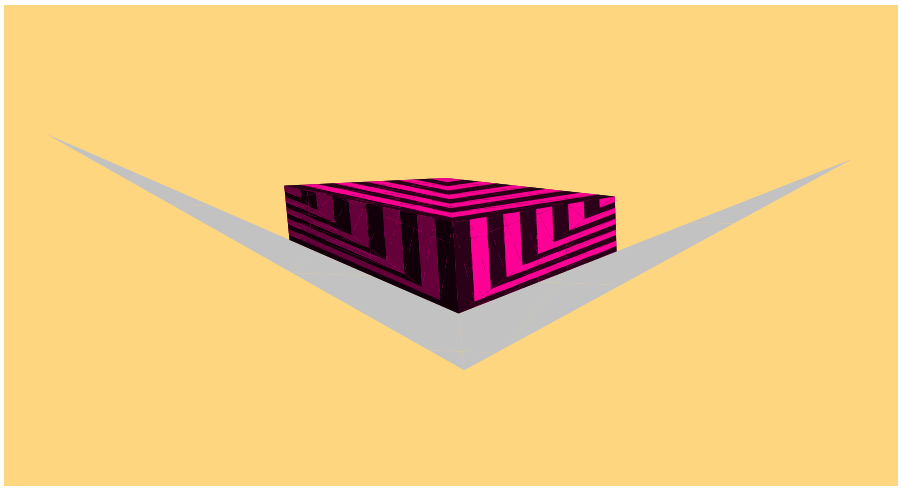


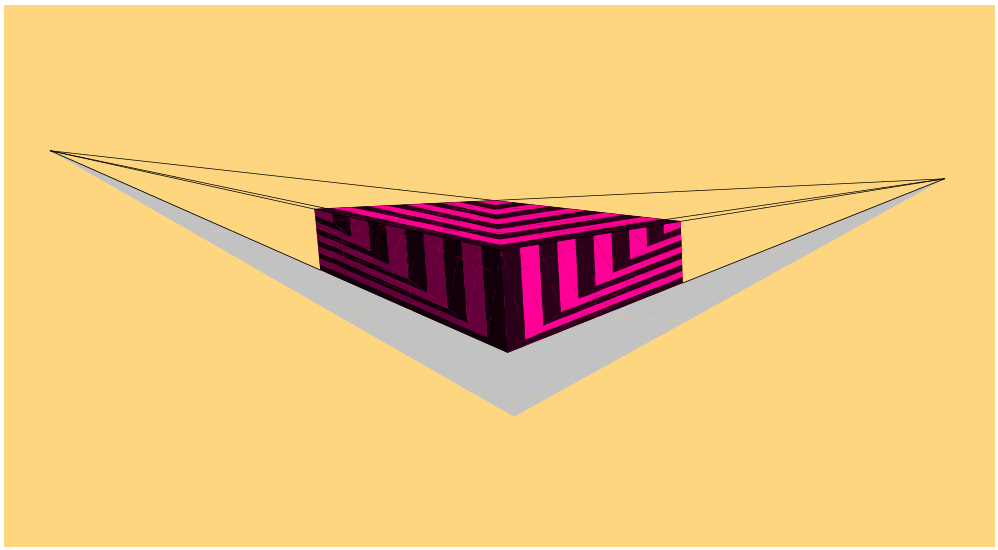


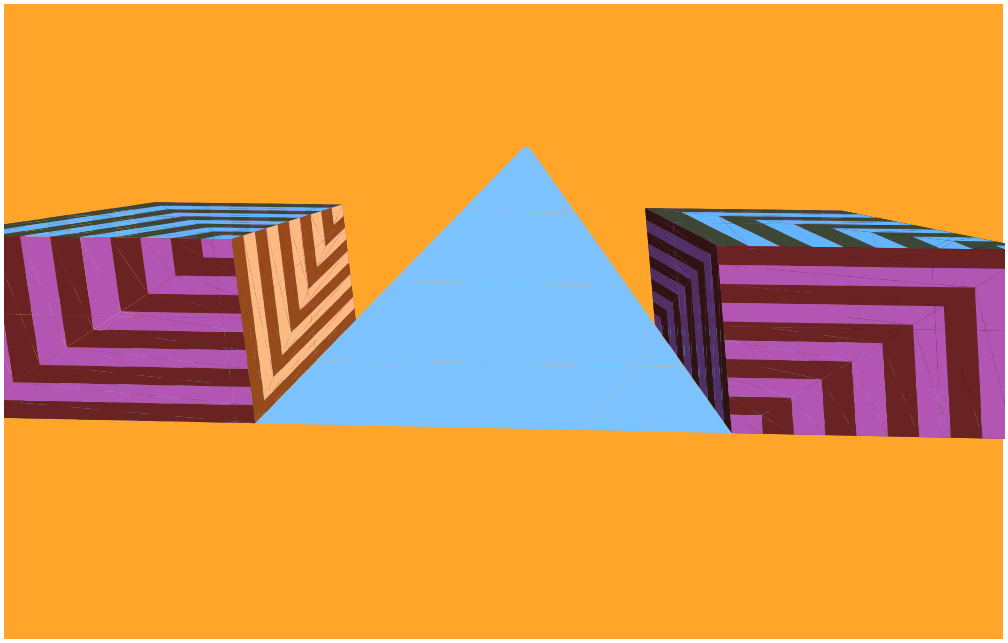


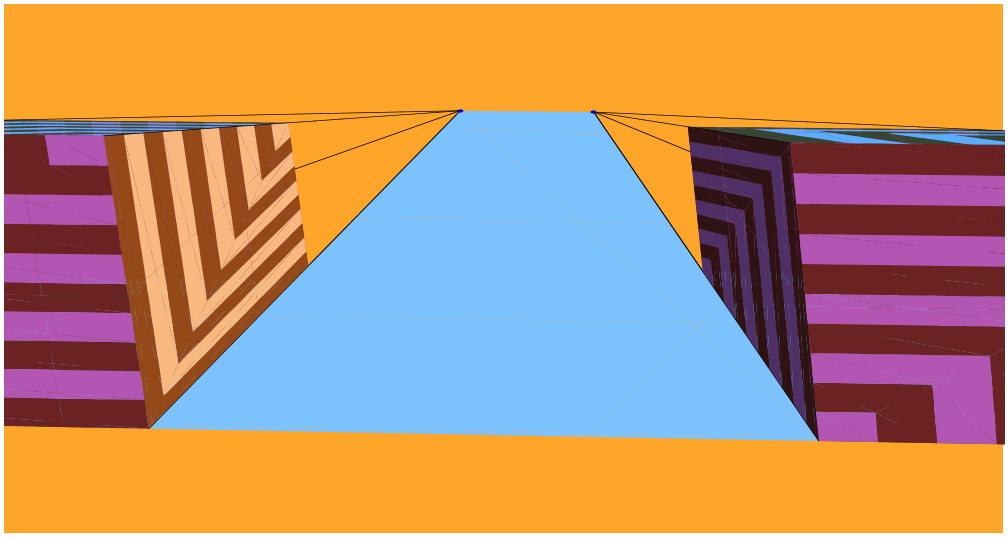
Slike z več bežišči

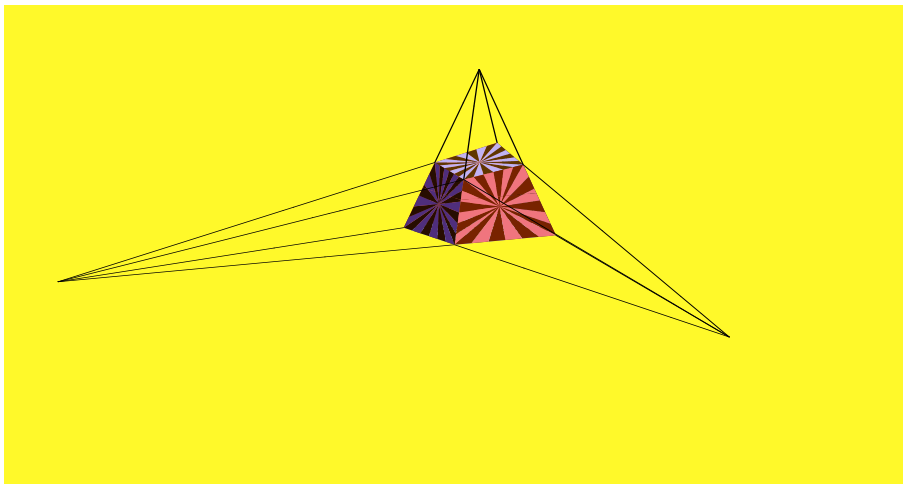
Pri projiciranju teles imamo opravka z žarki, ki izhajajo iz neke točke, ki se imenuje *stičišče* ali *žarišče* ter *projekcijsko* ravnino, kjer se oblikuje slika. Slika neke točke telesa je presečišče premice, na kateri sta ta točka in žarišče, s projekcijsko ravnino. Če so žarki vzporedni, govorimo o *vzporedni* projekciji. V umetnosti po navadi vzamemo, da žarki izhajajo iz telesa, in če se sekajo v eni ali več točkah, pravimo tem točkam *bežišča*. Projekcijska ravnina je slikarsko platno ali računalniški zaslon.
Naslednje slike bodo imele eno, dve ali tri bežišča.

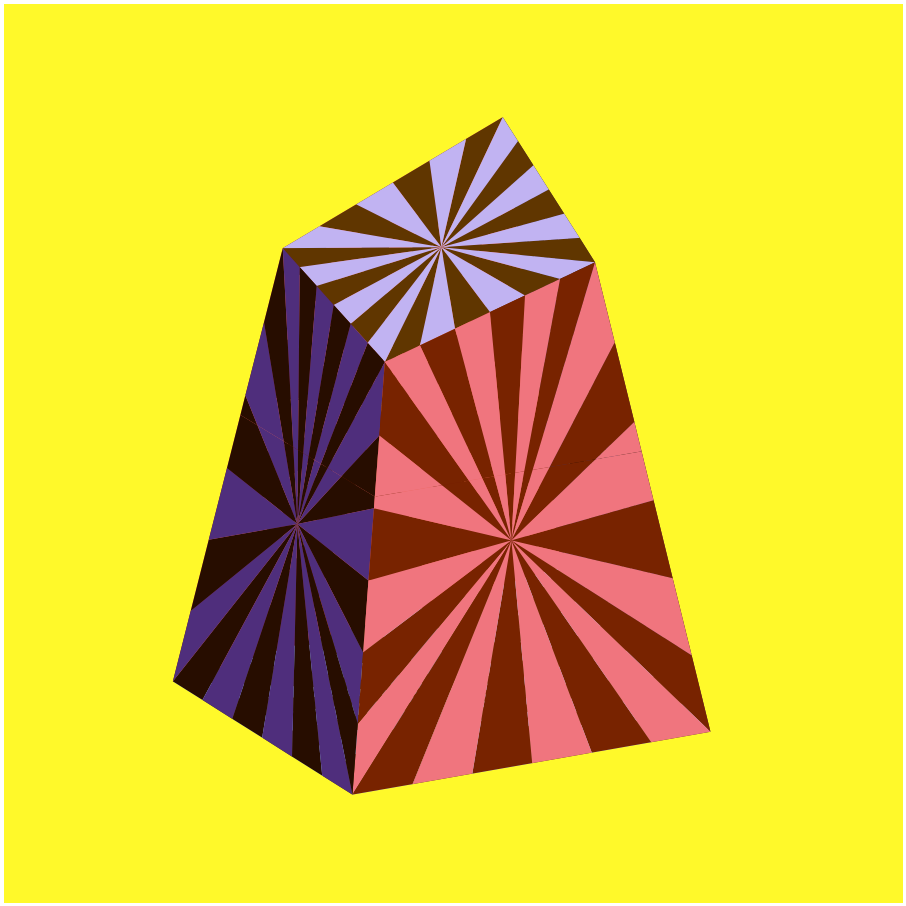










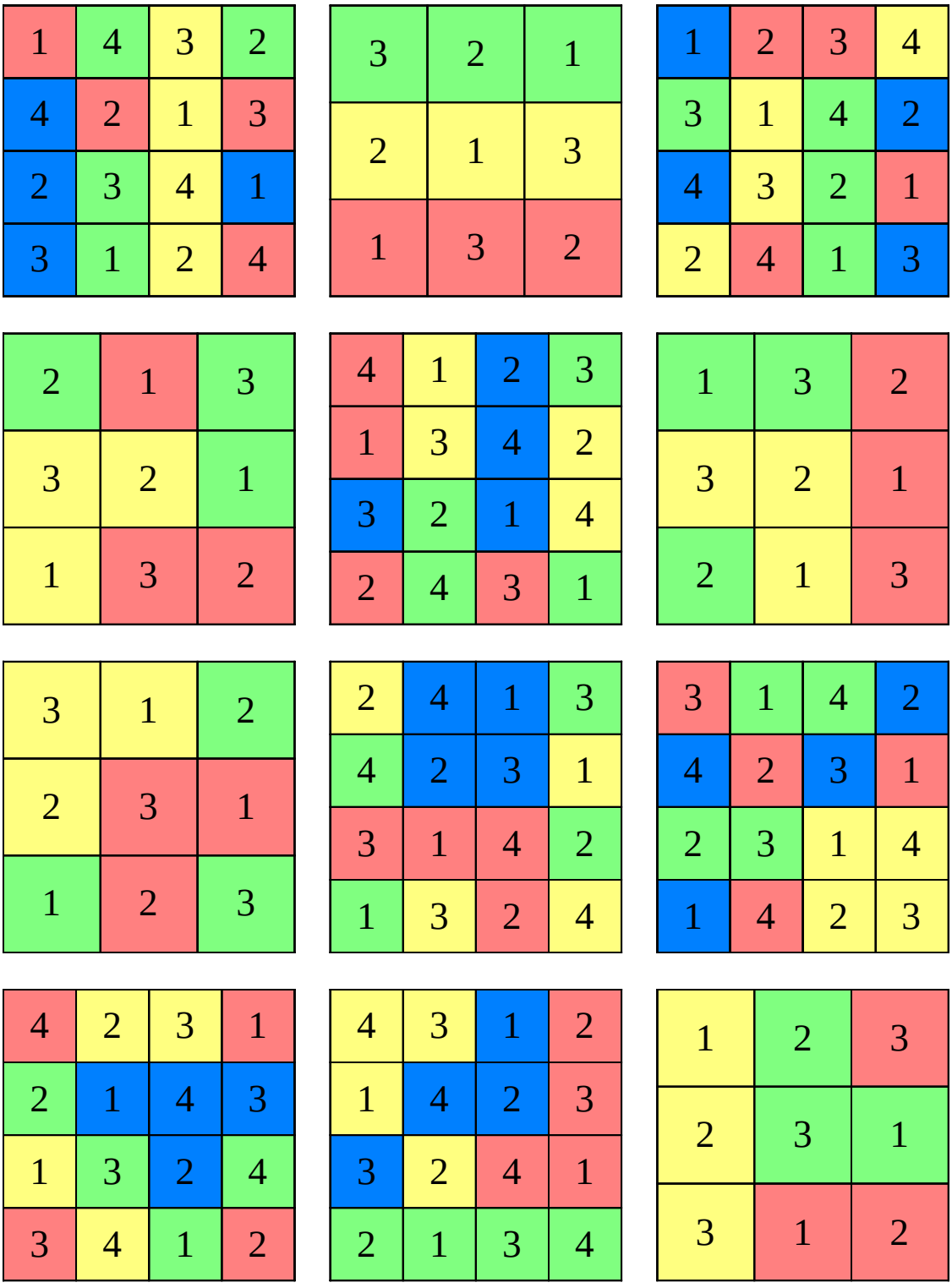


Reference:
[1] Izidor Hafner
"Block in Two-Point Perspective"
http://demonstrations.wolfram.com/BlockInTwoPointPerspective/
Wolfram Demonstrations Project
Published: February 26, 2016
[2] Izidor Hafner
"Two Blocks in Perspective"
http://demonstrations.wolfram.com/TwoBlocksInPerspective/
Wolfram Demonstrations Project
Published: February 8, 2016

Rešitve

Barvni sudoku

1.



2.

2	3	1	5	4
4	5	3	1	2
5	1	2	4	3
3	4	5	2	1
1	2	4	3	5

5	1	4	2	3
3	2	5	1	4
1	4	2	3	5
4	3	1	5	2
2	5	3	4	1

1	3	4	2
2	4	3	1
4	2	1	3
3	1	2	4

2	5	3	1	4	6
6	1	4	3	2	5
4	2	6	5	1	3
1	3	5	2	6	4
5	6	1	4	3	2
3	4	2	6	5	1

4	2	3	1
1	3	2	4
3	1	4	2
2	4	1	3

2	5	3	4	1	6
1	4	6	3	2	5
4	1	5	2	6	3
6	3	2	5	4	1
3	6	4	1	5	2
5	2	1	6	3	4

1	2	5	3	4
4	3	2	5	1
3	5	1	4	2
2	4	3	1	5
5	1	4	2	3

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

2	4	1	3	5
5	3	2	4	1
3	1	4	5	2
1	5	3	2	4
4	2	5	1	3

4	3	1	5	2
2	5	4	3	1
3	1	5	2	4
1	2	3	4	5
5	4	2	1	3

3	4	2	5	6	1
6	5	1	4	3	2
5	6	3	1	2	4
2	1	4	6	5	3
4	3	5	2	1	6
1	2	6	3	4	5

6	3	4	1	5	2
2	5	1	4	3	6
4	6	5	3	2	1
1	2	3	6	4	5
3	1	2	5	6	4
5	4	6	2	1	3

Latinski kvadrati

3	4	2	1
1	3	4	2
4	2	1	3
2	1	3	4

5	3	1	4	2
2	4	5	3	1
3	2	4	1	5
4	1	2	5	3
1	5	3	2	4

3	2	5	1	4
4	3	1	2	5
5	4	2	3	1
1	5	3	4	2
2	1	4	5	3

3	4	2	1
4	2	1	3
2	1	3	4
1	3	4	2

2	3	4	1
4	2	1	3
3	1	2	4
1	4	3	2

3	2	1	4	5
1	5	3	2	4
2	4	5	3	1
5	3	4	1	2
4	1	2	5	3

3	1	2	4
4	2	3	1
2	4	1	3
1	3	4	2

3	2	1	4
2	1	4	3
1	4	3	2
4	3	2	1

5	4	3	2	1
3	2	5	1	4
1	3	2	4	5
2	1	4	5	3
4	5	1	3	2

4	2	1	3	5
3	5	2	4	1
5	1	3	2	4
1	3	4	5	2
2	4	5	1	3

2	3	4	1
4	1	3	2
3	2	1	4
1	4	2	3

3	4	2	1
1	3	4	2
4	2	1	3
2	1	3	4

Sudoku s črkami

A 1	C 5	A 3	A 2	C 4
C 2	E 3	B 4	E 1	D 5
B 3	B 1	A 5	E 4	D 2
E 5	A 4	B 2	C 3	C 1
D 4	E 2	D 1	B 5	D 3

D 4	C 1	A 3	A 2	A 5
B 5	D 2	C 4	C 3	A 1
D 1	E 5	B 2	B 4	D 3
C 2	B 3	C 5	E 1	A 4
E 3	E 4	B 1	D 5	E 2

A 5	E 2	A 1	B 4	D 3
B 1	D 4	E 3	E 5	D 2
C 2	E 1	A 4	C 3	D 5
B 3	B 5	A 2	D 1	C 4
E 4	A 3	C 5	B 2	C 1

A 5	D 1	B 3	C 4	D 2
E 3	E 2	C 1	D 5	A 4
E 1	C 3	D 4	C 2	B 5
B 4	C 5	A 2	D 3	A 1
B 2	E 4	E 5	B 1	A 3

D 3	B 2	B 1	B 5	A 4
A 5	E 1	E 3	D 4	C 2
C 1	E 4	D 2	B 3	E 5
E 2	C 5	C 4	A 1	A 3
B 4	C 3	D 5	A 2	D 1

B 1	D 4	B 3	A 2	B 5
A 4	C 5	E 1	D 3	E 2
D 5	C 2	B 4	A 1	A 3
B 2	E 3	E 5	E 4	D 1
C 3	C 1	D 2	A 5	C 4

D 4	E 2	C 5	D 3	E 1
B 2	B 3	B 4	A 1	B 5
D 5	C 1	C 3	D 2	E 4
A 3	A 5	D 1	A 4	C 2
B 1	C 4	A 2	E 5	E 3

C 4	E 3	E 2	D 1	B 5
E 5	C 1	E 4	B 3	D 2
A 1	A 2	D 5	D 4	C 3
A 3	A 5	E 1	B 2	A 4
C 2	B 4	D 3	C 5	B 1

B 2	C 5	D 3	E 1	A 4
B 4	D 1	B 5	E 2	C 3
A 1	B 3	C 2	D 4	A 5
E 3	E 4	C 1	E 5	D 2
D 5	A 2	C 4	A 3	B 1

B 4	E 5	E 1	C 2	E 3
B 2	D 1	C 4	A 3	C 5
D 5	C 3	E 2	B 1	A 4
B 3	A 2	A 5	E 4	A 1
C 1	D 4	D 3	B 5	D 2

D 1	E 5	E 3	B 4	C 2
C 3	E 2	B 1	B 5	A 4
E 4	D 3	A 2	A 1	C 5
D 2	D 4	D 5	A 3	E 1
A 5	C 1	C 4	B 2	B 3

A 3	C 5	B 2	C 4	C 1
B 4	C 3	B 1	C 2	A 5
A 1	D 4	D 3	B 5	A 2
E 5	D 2	A 4	E 1	E 3
E 2	D 1	D 5	B 3	E 4

Futoshiki

3 2 > 1 2 > 1 3 1 3 2	1 2 3 < 4 2 4 1 3 4 > 3 2 > 1 3 1 4 2	2 3 1 3 1 < 2 1 < 2 3
3 < 5 1 4 2 4 > 1 < 3 2 5 1 3 2 5 > 4 5 2 4 3 1 2 4 5 1 3	1 < 4 2 3 2 1 3 4 4 3 1 < 2 3 > 2 4 1	1 4 > 2 3 4 3 1 2 3 > 2 4 1 2 1 3 < 4
2 3 1 3 1 < 2 1 < 2 3	4 3 2 1 2 4 1 3 3 1 < 4 2 1 < 2 3 < 4	1 2 4 3 3 4 1 2 2 1 < 3 < 4 4 3 2 > 1
1 2 3 < 4 2 < 4 1 3 3 1 < 4 2 4 3 2 1	1 < 4 3 2 2 1 < 4 3 4 3 2 1 3 2 1 < 4	1 < 3 2 4 2 < 4 1 3 3 1 4 2 4 > 2 3 1

Lastnosti lika

Velik	R
Kvadrat	R
Trikotnik ⇒ Petkotnik	R

oblika	Kvadrat
velikost	Velik

Kvadrat	N
Majhen ⋁ Petkotnik	N
Trikotnik ⊻ Velik	R
Trikotnik ⊻ Velik	R

oblika	Trikotnik
velikost	Srednji

Petkotnik	N
Tanek	R
Trikotnik ⋀ Tanek	R
Srednji ⇔ Tanek	N
Oranžen ⋀ Petkotnik	N
Velik ⇒ Moder	N
Oranžen ⇔ Srednji	N

oblika	Trikotnik
velikost	Velik
barva	Oranžen
debelina	Tanek

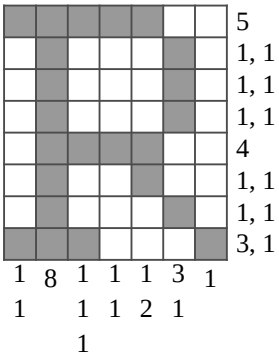
Oranžen ⇔ Petkotnik	N
Oranžen ⊻ Srednji	N
Kvadrat ⇔ Majhen	N
Kvadrat ⊻ Rumen	N

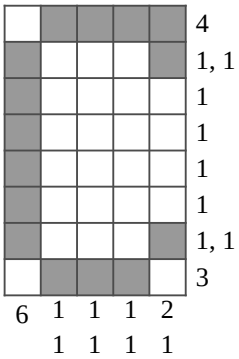
oblika	Petkotnik
velikost	Majhen
barva	Moder

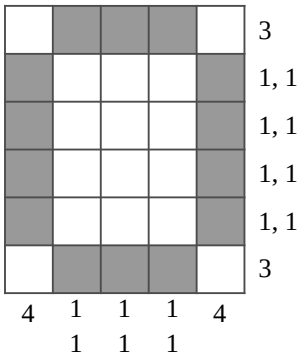
Razpored znakov

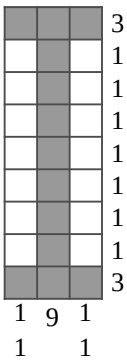
1 2 3	2 3 1
2 1 4 3	3 2 4 1
5 3 4 1 2	2 1 3 4 5

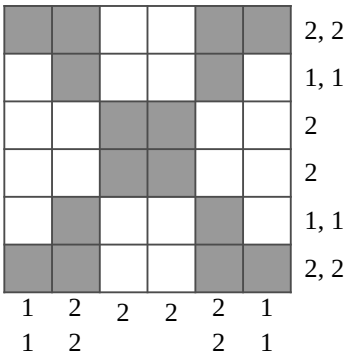
Gobelini

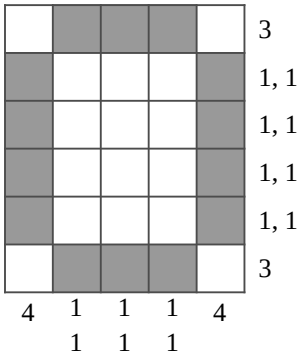

5
1, 1
1, 1
1, 1
4
1, 1
1, 1
3, 1
1 8 1 1 1 3 1
1 1 1 2 1
1

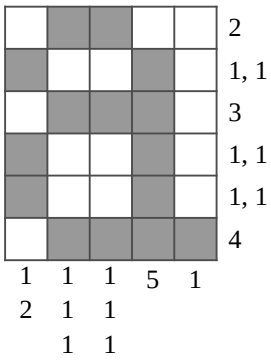

4
1, 1
1
1
1
1
1, 1
3
6 1 1 1 2
1 1 1 1

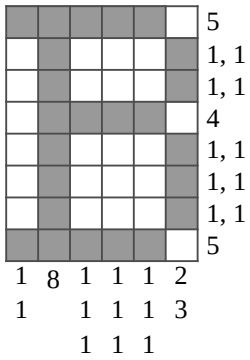

3
1, 1
1, 1
1, 1
1, 1
3
4 1 1 1 4
1 1 1

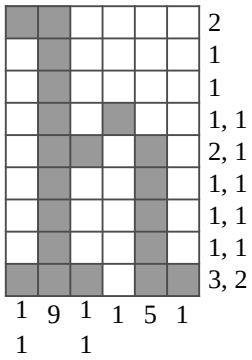

3
1
1
1
1
1
1
3
1 9 1
1 1

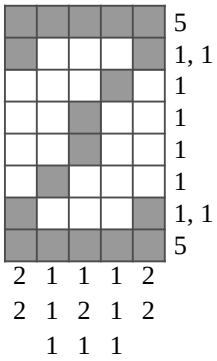

2, 2
1, 1
2
2
1, 1
2, 2
1 2 2 2 2 1
1 2 2 1

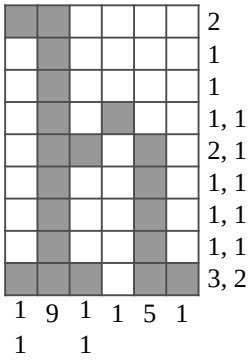

3
1, 1
1, 1
1, 1
1, 1
3
4 1 1 1 4
1 1 1

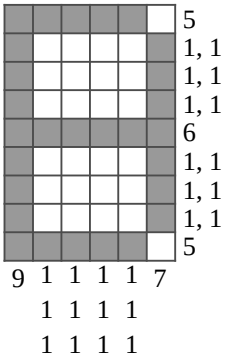

2
1, 1
3
1, 1
1, 1
4
1 1 1 5 1
2 1 1
1 1


5
1, 1
1, 1
4
1, 1
1, 1
1, 1
5
1 8 1 1 1 2
1 1 1 1 3
1 1 1

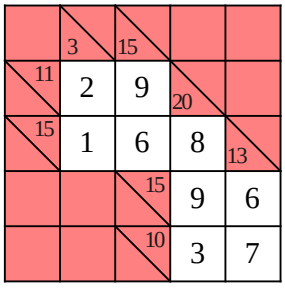

2
1
1
1, 1
2, 1
1, 1
1, 1
1, 1
3, 2
1 9 1 1 5 1
1 1

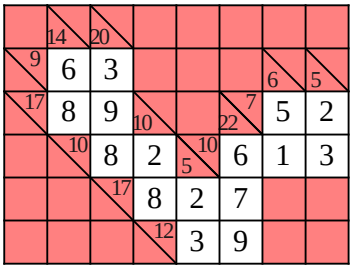

5
1, 1
1
1
1
1
1, 1
5
2 1 1 1 2
2 1 2 1 2
1 1 1

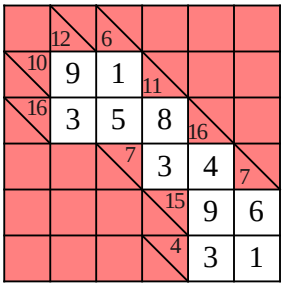

2
1
1
1, 1
2, 1
1, 1
1, 1
1, 1
3, 2
1 9 1 1 5 1
1 1

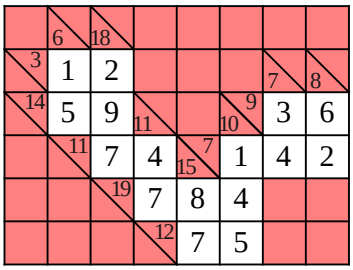

5
1, 1
1, 1
1, 1
6
1, 1
1, 1
1, 1
5
9 1 1 1 1 7
1 1 1 1 1
1 1 1 1

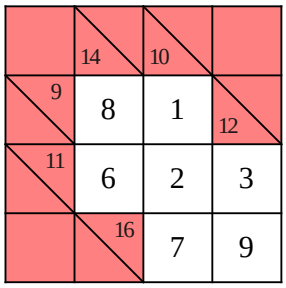
Križne vsote

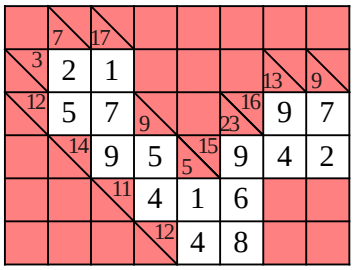


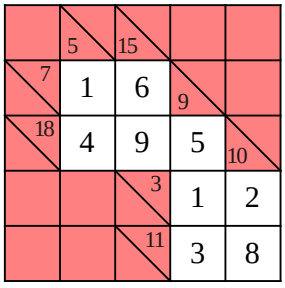


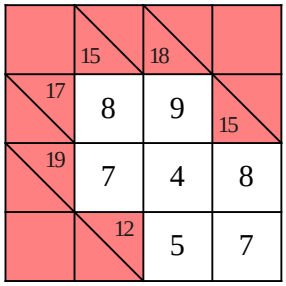


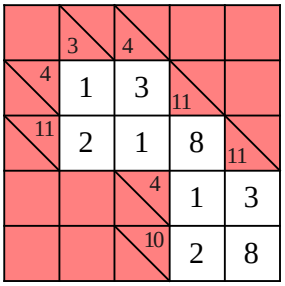


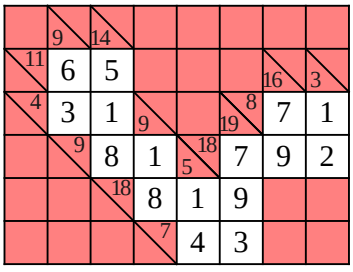


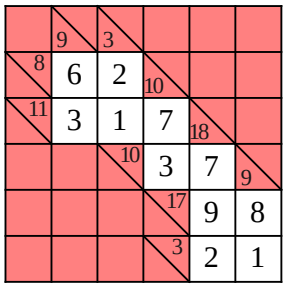


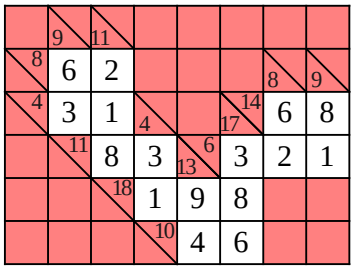




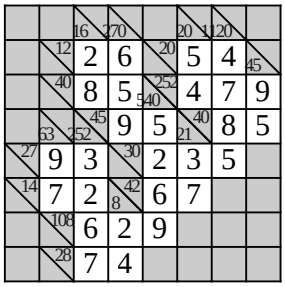


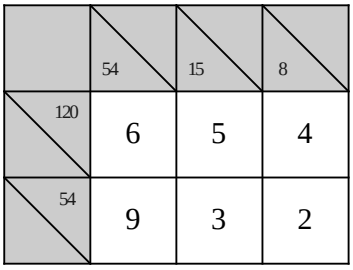


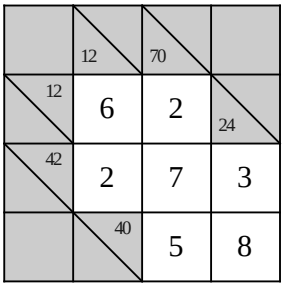


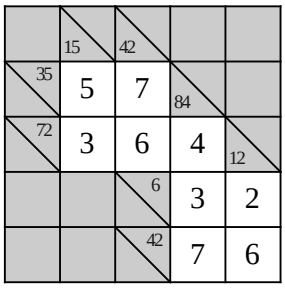


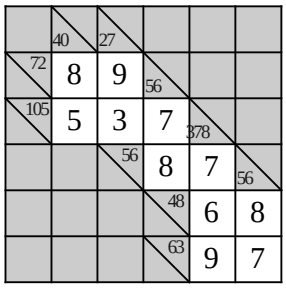
Križni produkti

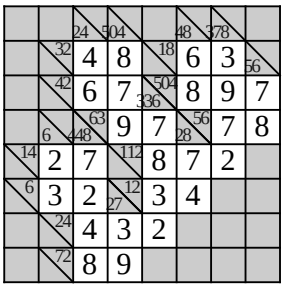


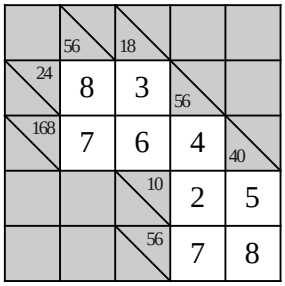


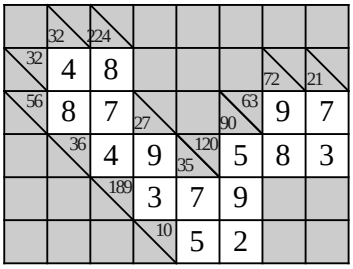


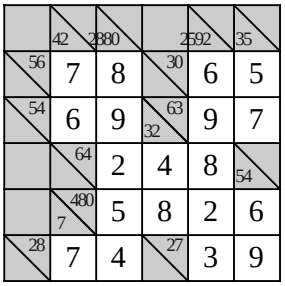


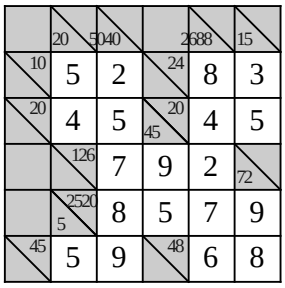


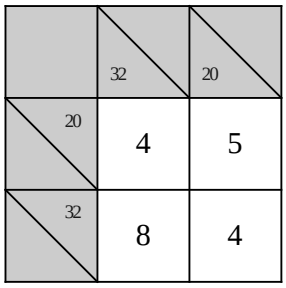


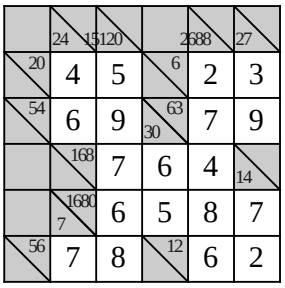




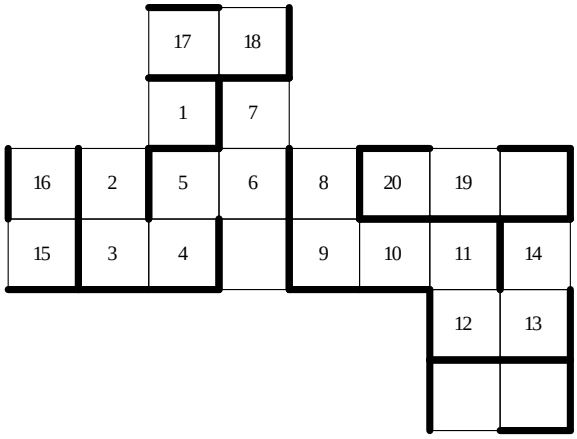


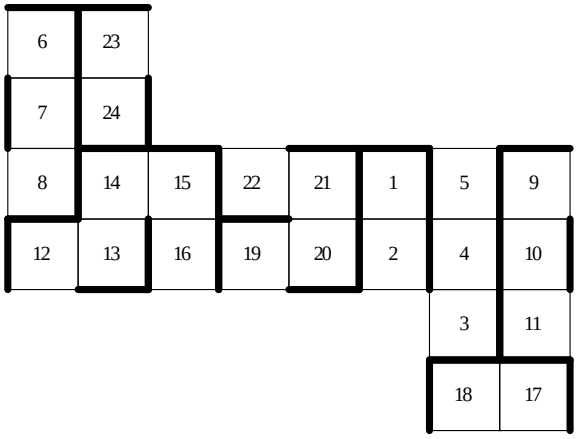


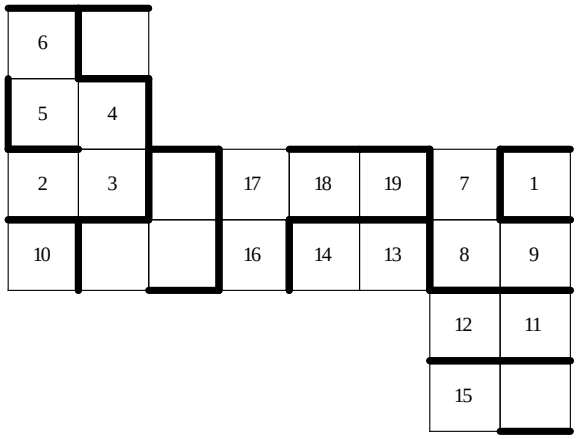


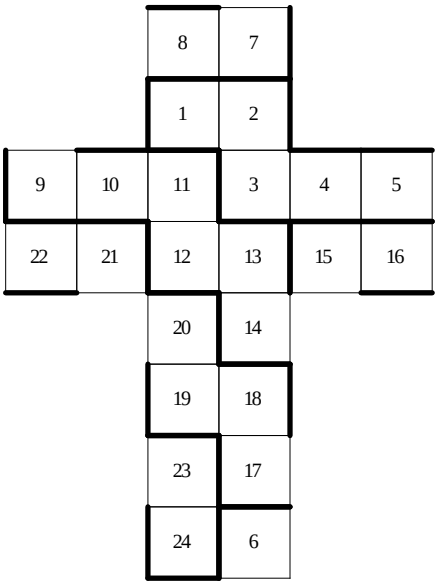


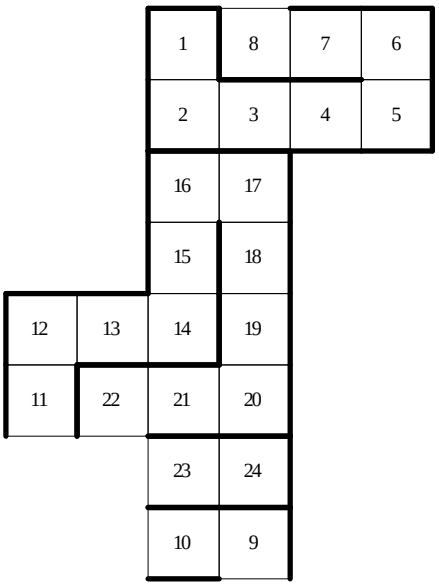
Labirint na kocki

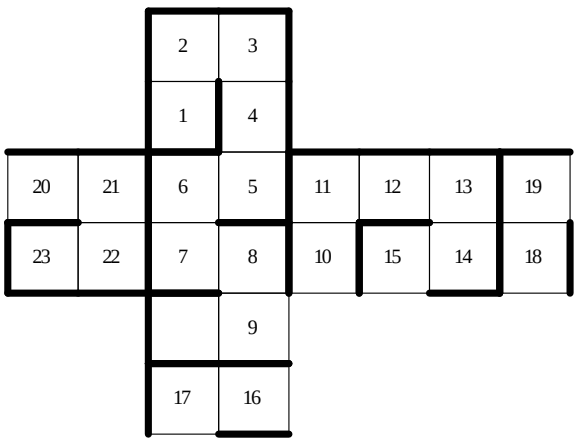




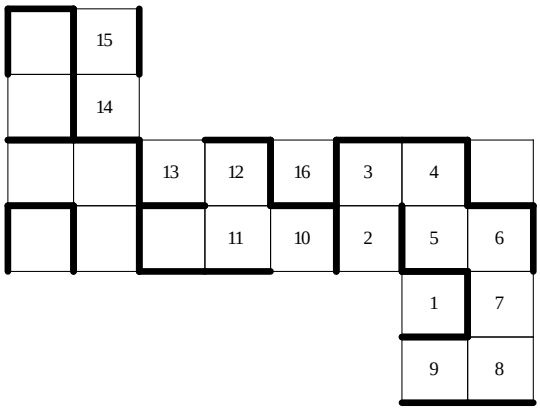


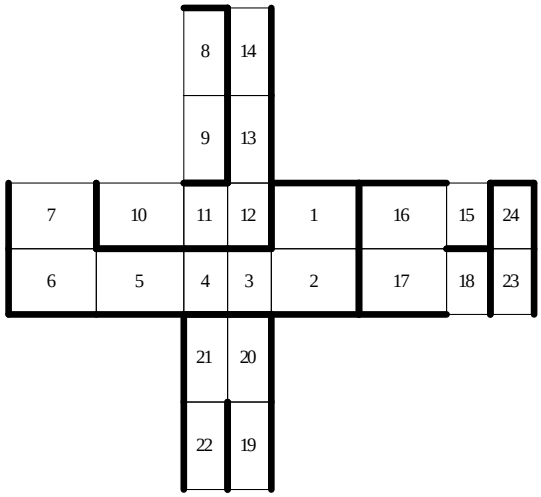


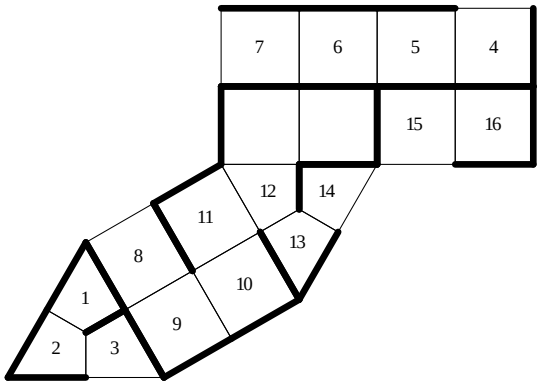


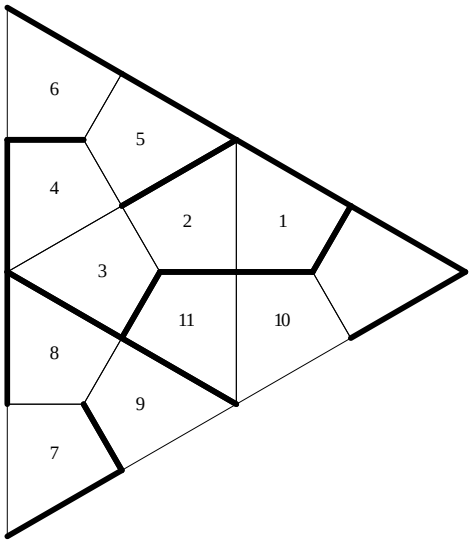


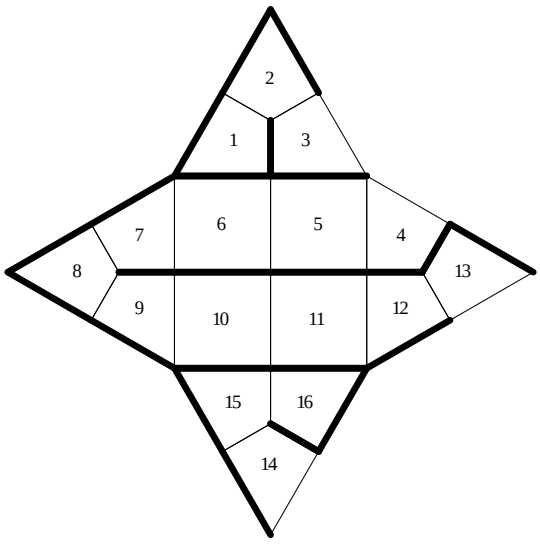
Labirinti na enostavnih poliedrih

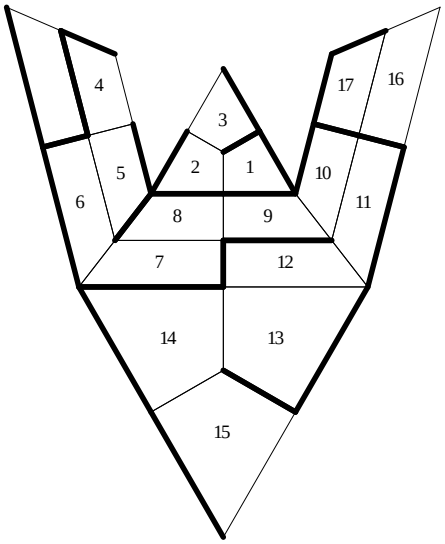












Grupe

Sličice na drugi sliki moramo zaporedoma označiti:
{14, 16, 10, 7, 17, 11, 12, 15, 4, 9, 3, 8, 5, 13, 6, 1, 2}
Linearne grupe:
a) {6, 7, 1, 5, 3, 2, 4}, {3, 1, 4, 2, 7, 5, 6}
b) {5, 1, 3, 7, 2, 6, 4}, {6, 2, 4, 1, 7, 3, 5}

Prostorska predstavljivost

a)

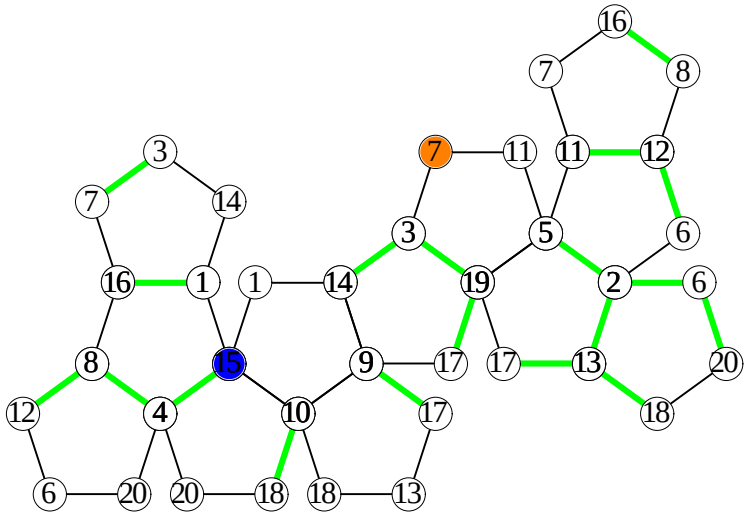
	1	2	3
1	7	11	11
2	6	12	6
3	9	8	8
4	7	7	2
5	7	9	7

b)

	1	2	3
1	4	2	8
2	6	6	5
3	4	5	1
4	3	4	2
5	2	1	6

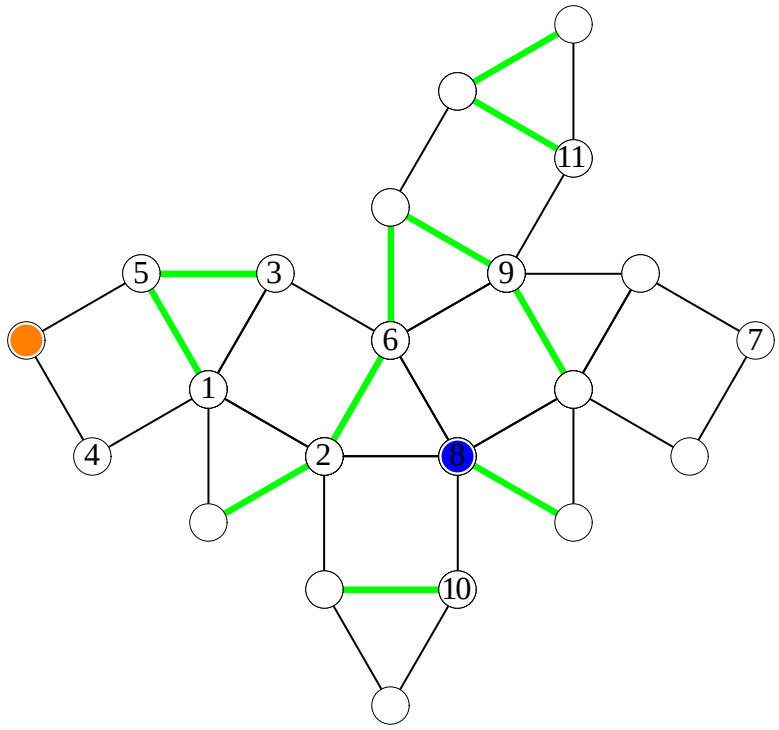
Labirinti na robovih poliedra

1.



{15,4,8,12,6,2,13,17,19,3,7}

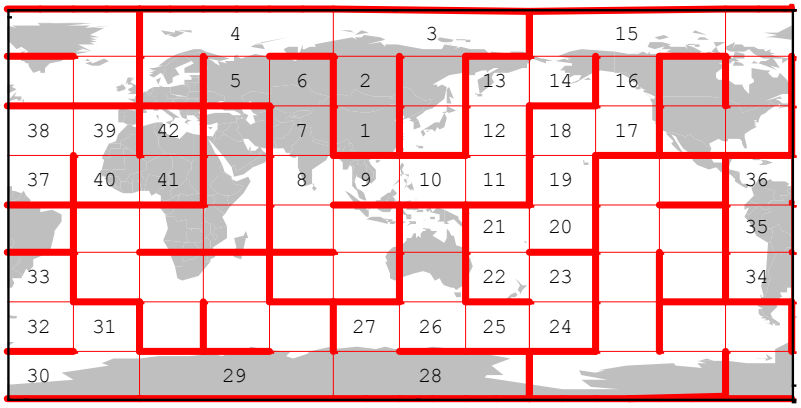
2.



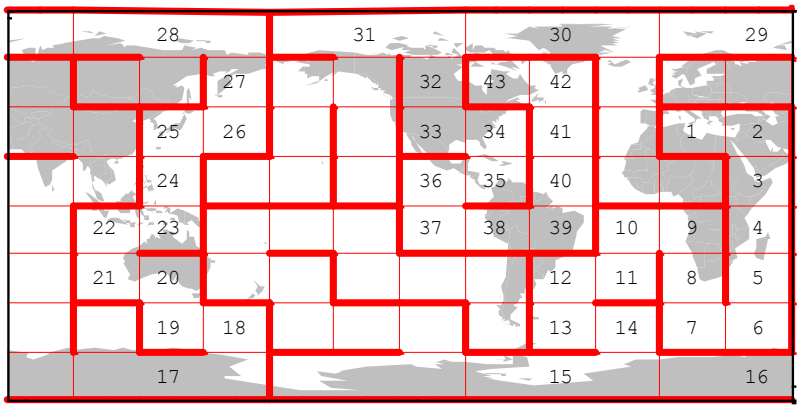
{17,9,10,15,4,8,16,1,14,3,19}

Labirinti na zemljevidu

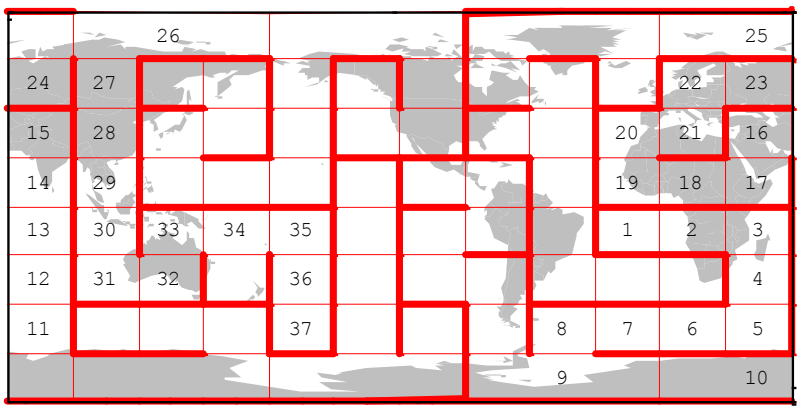
1.



2.

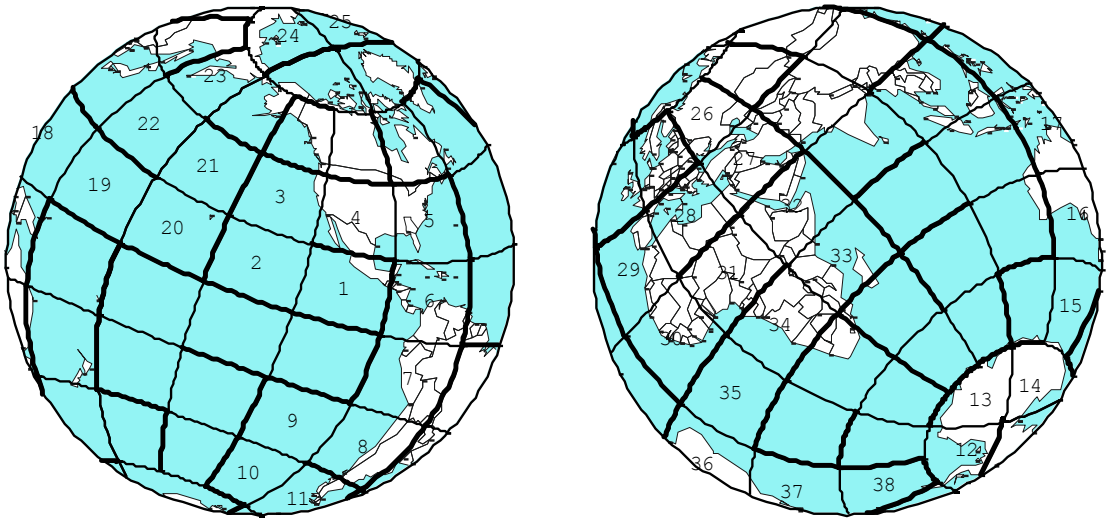


3.

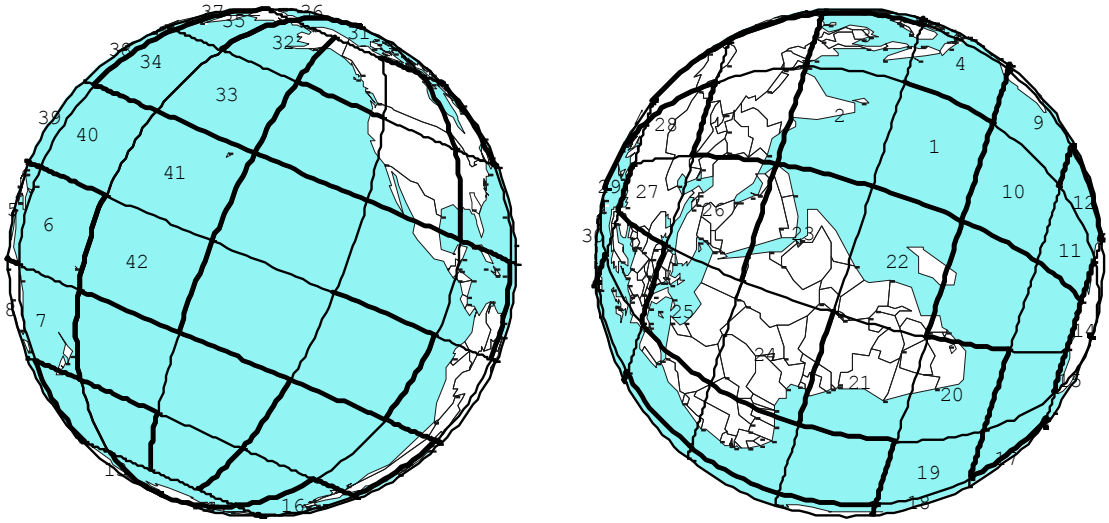


Večdelni labirinti na zemljevidu

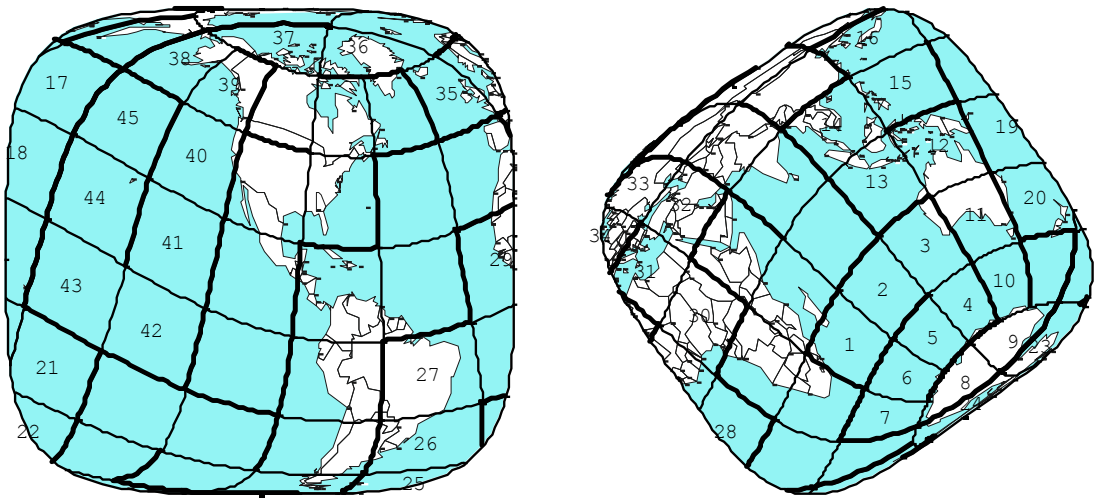
1.



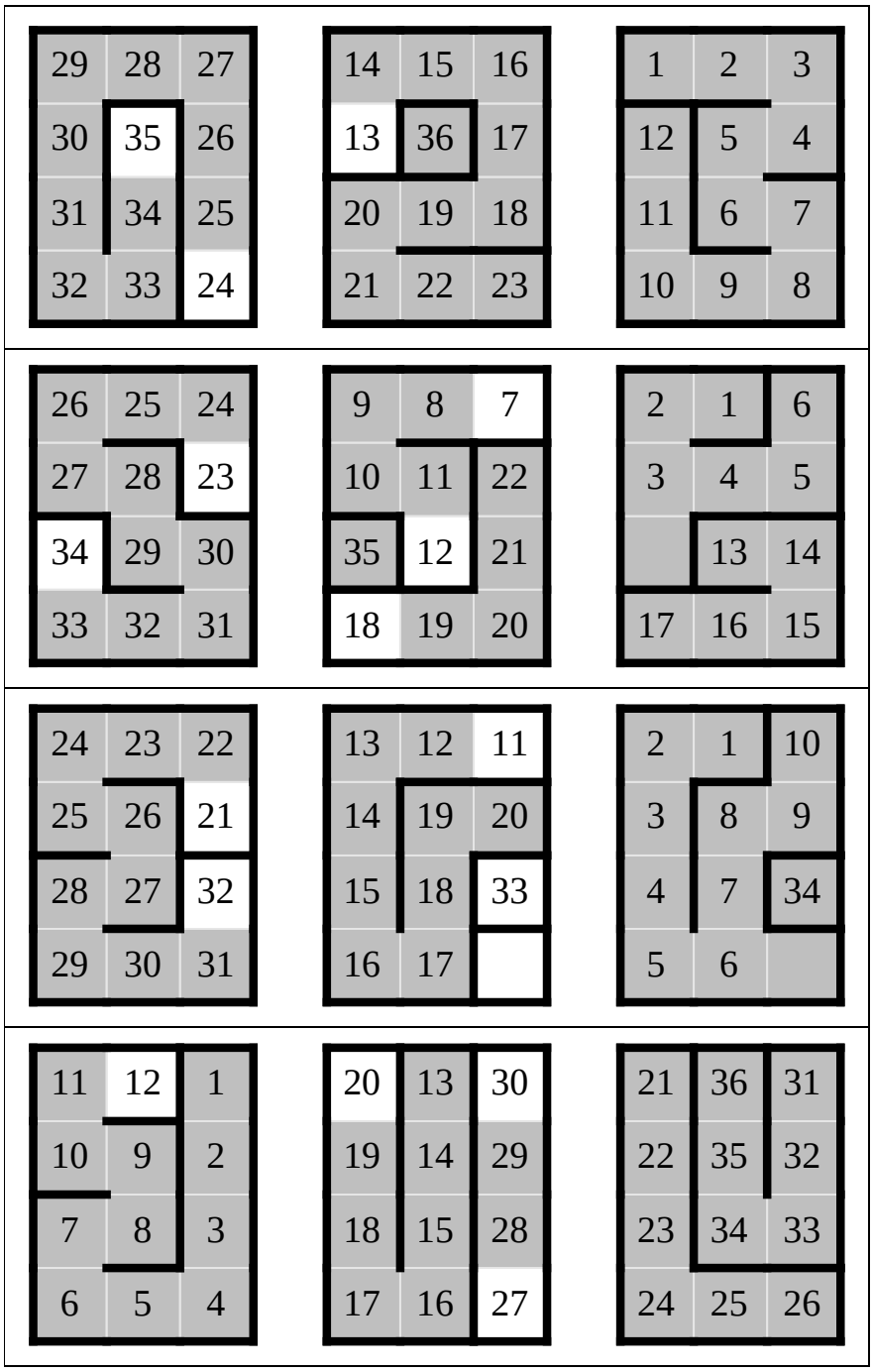
2.



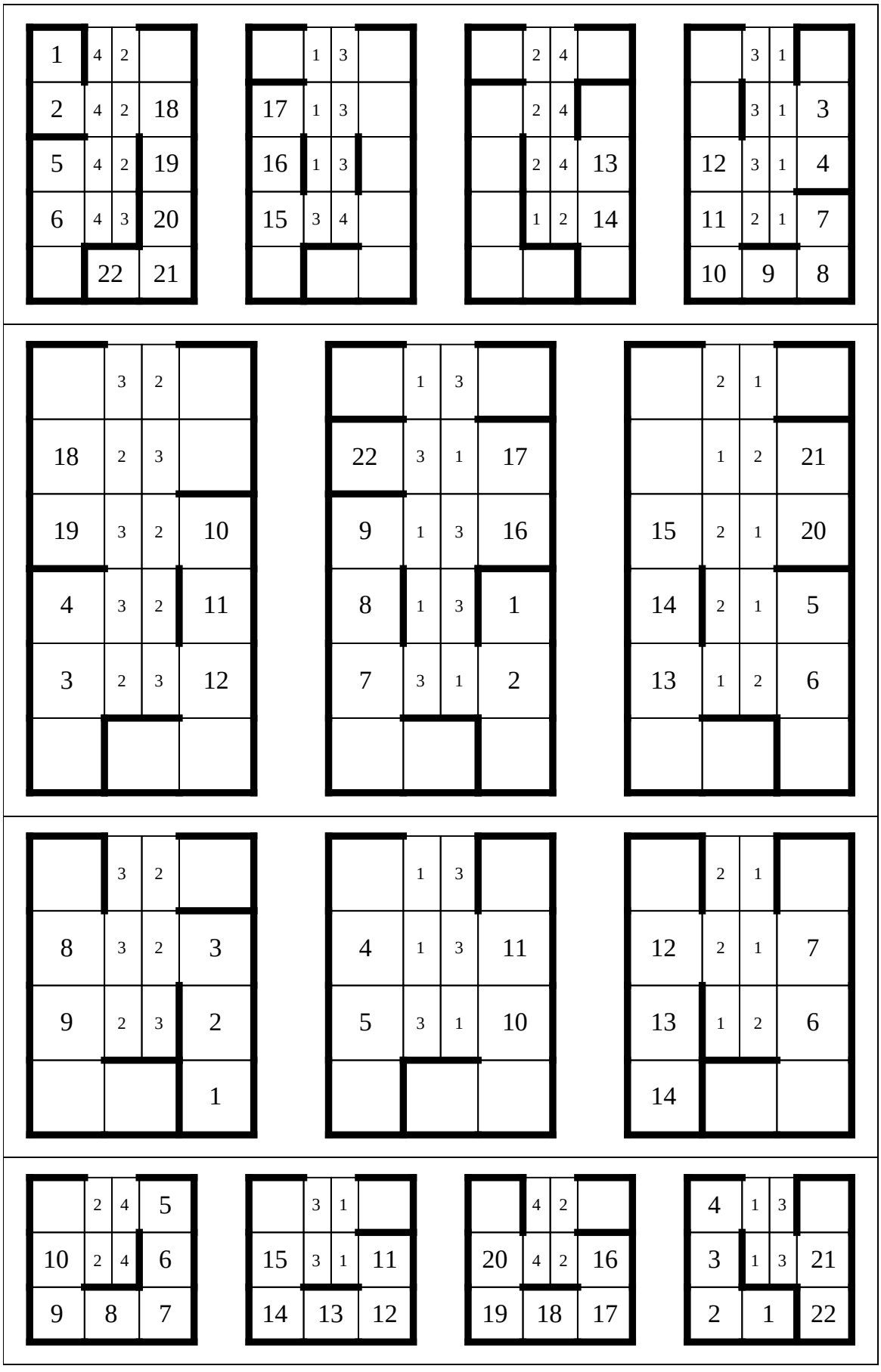
3.

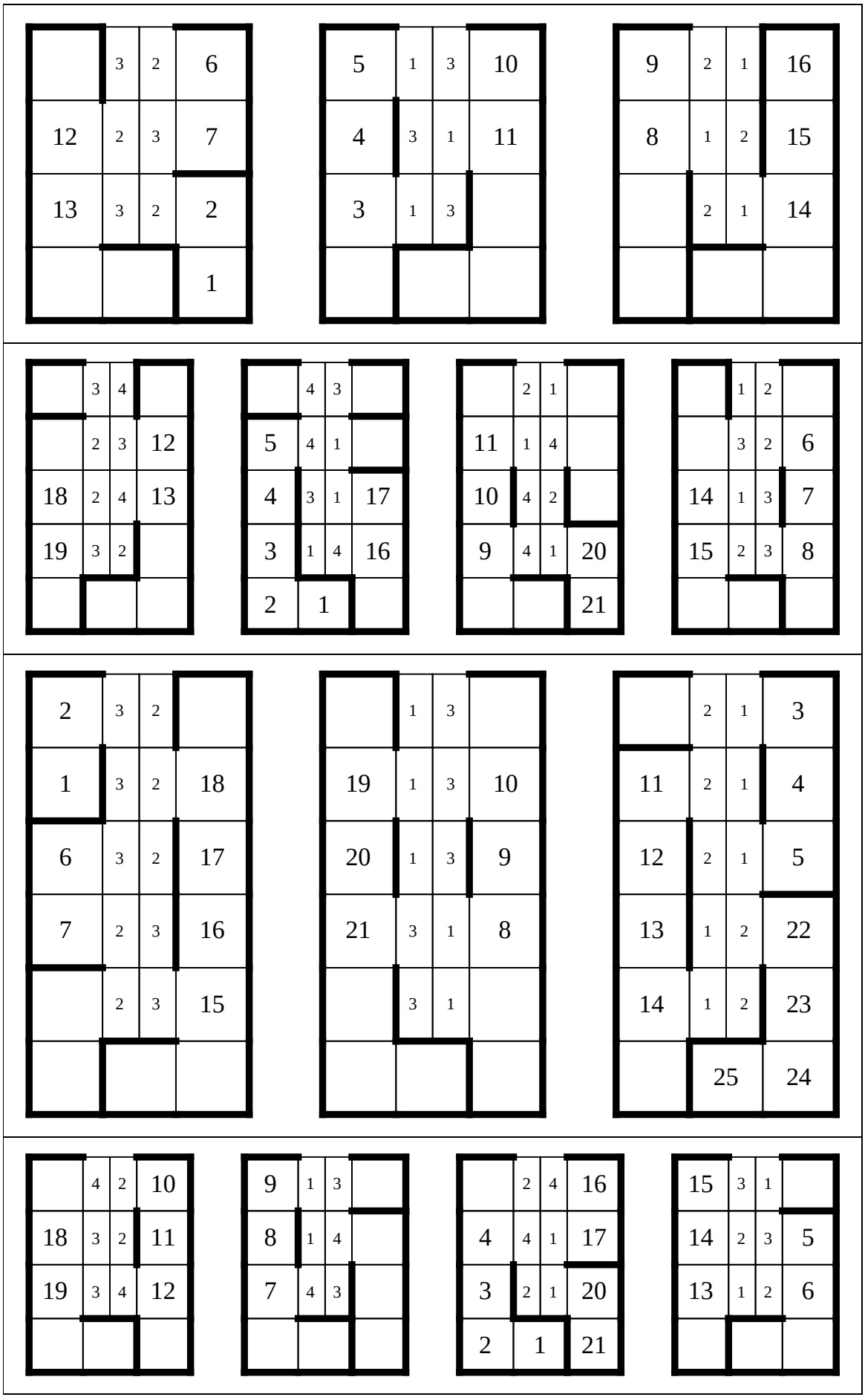


Labirint v kvadru

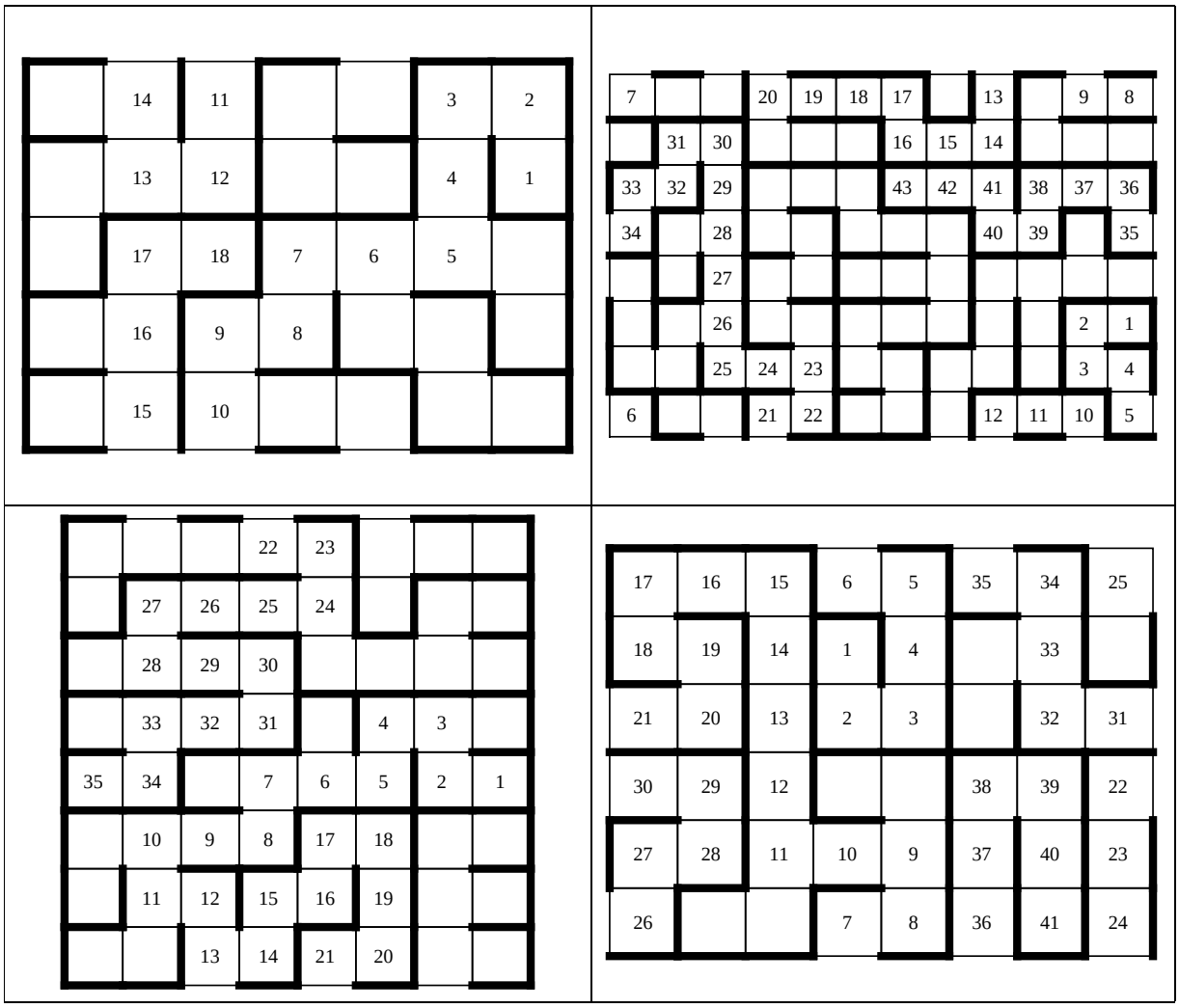


Labirint na Riemannovi ploskvi

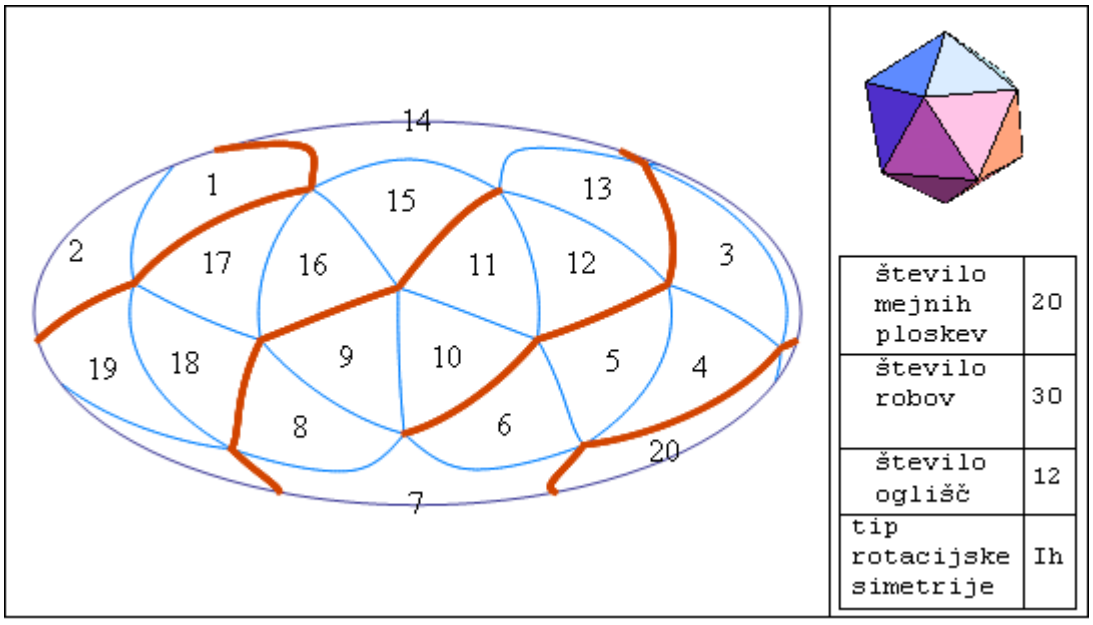



3 2 6
12 2 3 7
13 3 2 2
1
5 1 3 10
4 3 1 11
3 1 3
9 2 1 16
8 1 2 15
2 1 14
3 4
2 3 12
18 2 4 13
19 3 2
4 3
5 4 1
4 3 1 17
3 1 4 16
2 1
2 1
11 1 4
10 4 2
9 4 1 20
21
1 2
3 2 6
14 1 3 7
15 2 3 8
2 3 2
1 3 2 18
6 3 2 17
7 2 3 16
2 3 15
1 3
19 1 3 10
20 1 3 9
21 3 1 8
3 1
2 1 3
11 2 1 4
12 2 1 5
13 1 2 22
14 1 2 23
25 24
4 2 10
18 3 2 11
19 3 4 12
9 1 3
8 1 4
7 4 3
2 4 16
4 4 1 17
3 2 1 20
2 1 21
15 3 1
14 2 3 5
13 1 2 6

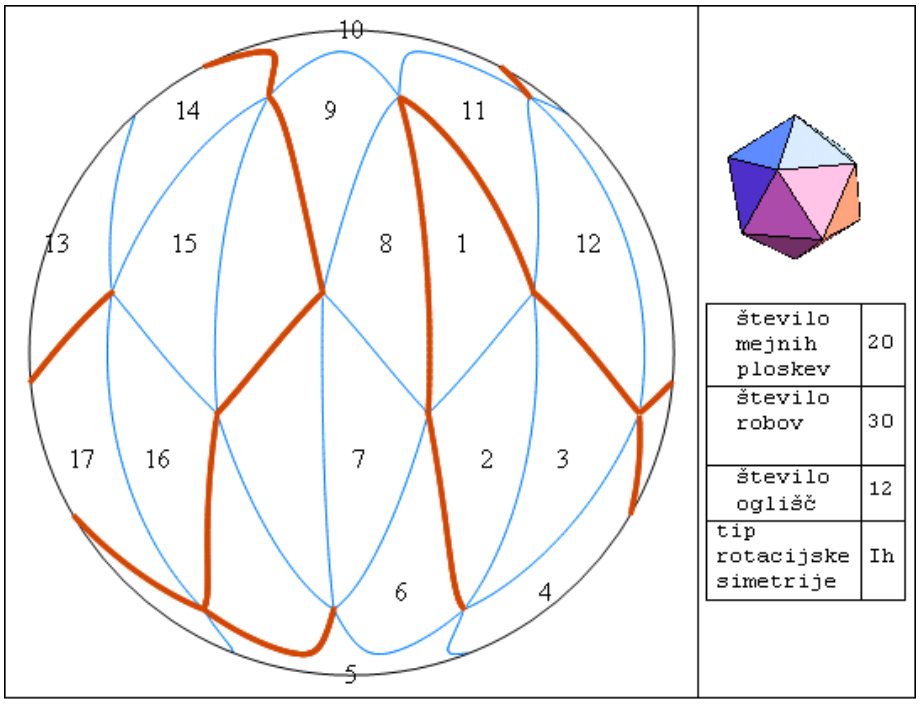
Labirint na ploskvah



Labirint na projekcijah teles



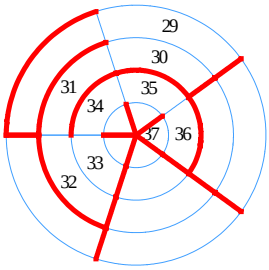
število mejnih ploskev	20
število robov	30
število oglišč	12
tip rotacijske simetrije	Ih

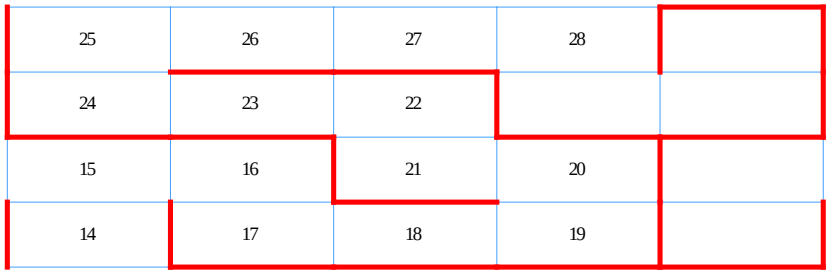


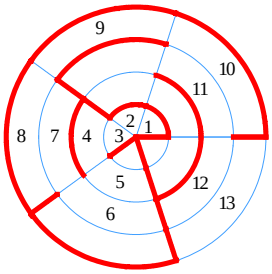
število mejnih ploskev	20
število robov	30
število oglišč	12
tip rotacijske simetrije	Ih

Labirinti na mreži valja in stožca

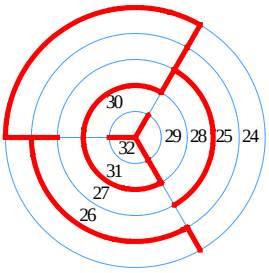
1.

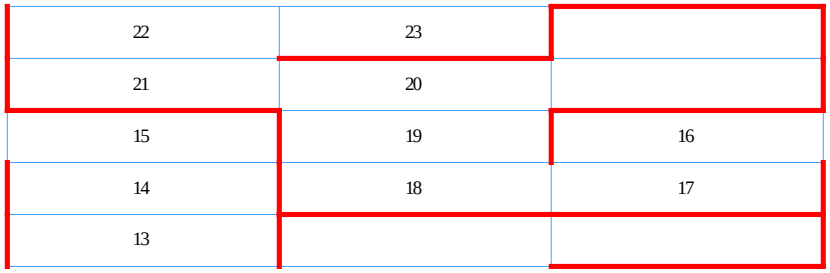


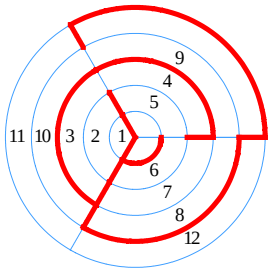




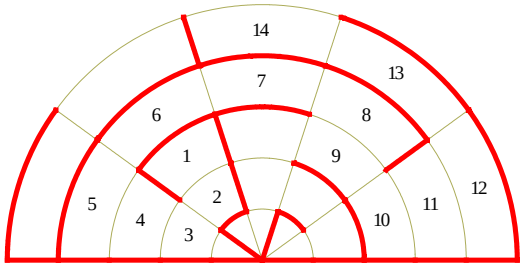
2.

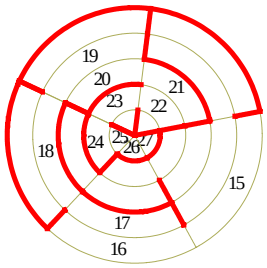

30
29
28
25
24
32
31
27
26


22
23
21
20
15
19
16
14
18
17
13


9
4
5
11
10
3
2
1
6
7
8
12

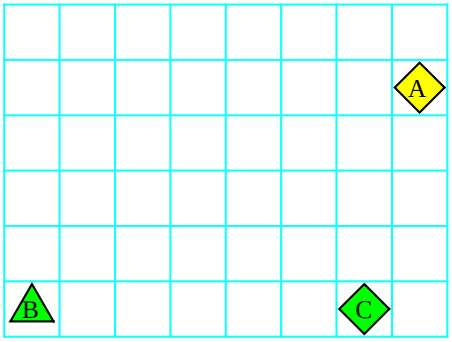
3.


14
7
13
6
8
1
9
12
5
2
4
3
10
11

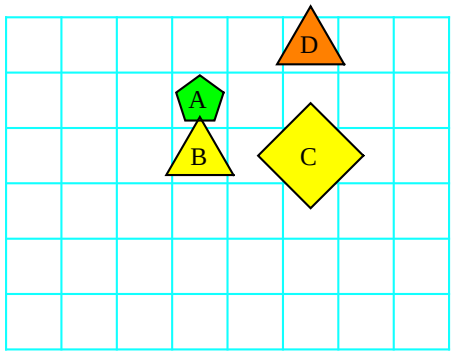

19
20
21
23
22
18
24
25
26
27
15
17
16

Imena likov

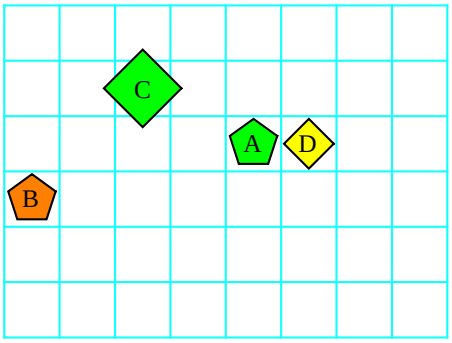
Stavek pod številko 3
je odvisen od ostalih .



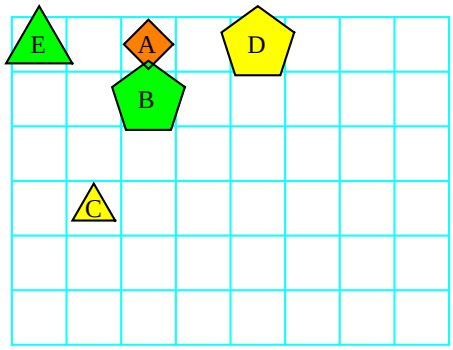
Stavek pod številko 4
je odvisen od ostalih .



Stavek pod številko 1
je odvisen od ostalih .



Stavki so neodvisni .



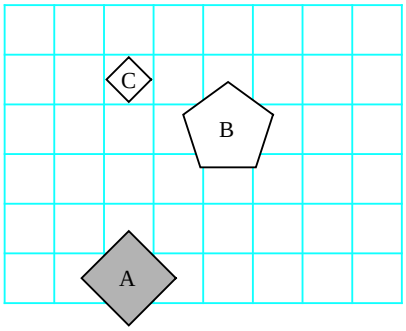
Analiziraj pogoje nalog

C A D B	ACDB ACBD DBCA CDBA BCDA DCBA BADC DABC CABD DACB
D C A B	DCBA CDBA ACBD ADCB ACDB ABCD DBAC CDAB CBAD BCAD
D B A C	DCBA ABDC BDAC DABC DBCA DACB
D B C A	DCAB DACB CBDA CDAB CBAD BDCA ADCB ABCD

Protislovni pogoji

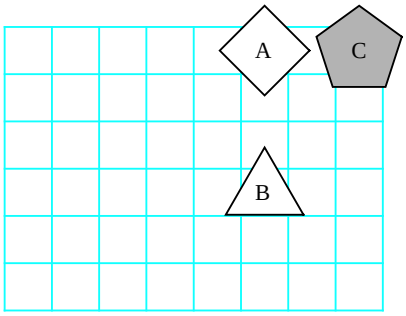
1.

Pogoj pod številko 2
je v protislovju z ostalimi pogoji .



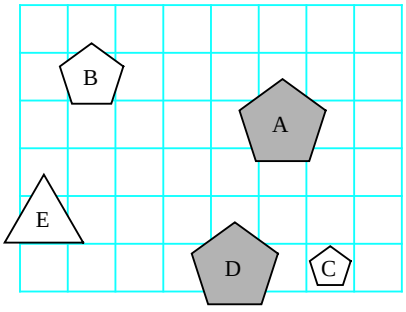
2.

Pogoj pod številko 2
je v protislovju z ostalimi pogoji .



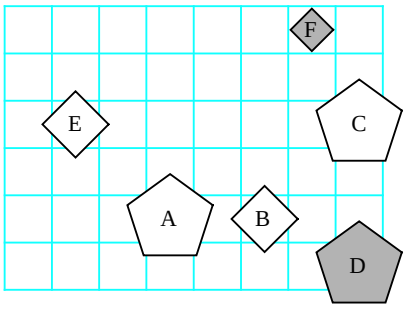
3.

Pogoj pod številko 5
je v protislovju z ostalimi pogoji .



4.

Pogoj pod številko 1
je v protislovju z ostalimi pogoji .



Odstranjene kockice

57 119 67

49 76 72

92 43 86

68 82 92

Kocki določi mrežo

{1, 2, 1, 3, 3, 2}

Izdaja: Založniško podjetje **LOGIKA d.o.o., Svetčeva pot 11, 1241 Kamnik**. Poslovni račun pri NLB: 02312-0016592829. Davčna številka: SI56917309. Podjetje je zavezanec za DDV po zakonu o DDV.
Za izdajatelja*: Izidor Hafner*.
E-mail: **info@logika.si**
Spletna stran: **http://www.logika.si**.
Revija *Logika & razvedrilna matematika* je vpisana v register medijev pri Ministrstvu za kulturo pod številko 759. Strokovni pokrovitelj: *Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko - oddelek za teoretično računalništvo*.

Glavni in odgovorni urednik: *dr. Izidor Hafner* (**http://mat03.fe.uni-lj.si/html/people/izidor/homepage/**)
Člana časopisnega sveta: *prof. dr. Tomaž Pisanski in Darjo Felda, prof.*
Recenzent: *Vilko Domajnko, prof.*
Sodelavci: *mag. Urša Demšar, dr. Gregor Dolinar, Monika Kavalir, dr. Meta Lah, Boštjan Kuzman,Teja Oblak, Hiacinta Pintar, Maja Pohar, mag. Katka Šenk in dr. Aleš Vavpetič*.
Oblikovanje: *Ana Hafner*
Jezikovni pregled: *Besana*

Za objavljene prispevke ne plačujemo honorarjev.

© 2017 LOGIKA d.o.o.
ISSN 2350-532X
LOGIKA & RAZVEDRILNA MATEMATIKA, letnik XXVI, št. 1 od 4, 2017/2018
Elektronska izdaja. Cena revije: 0 €.