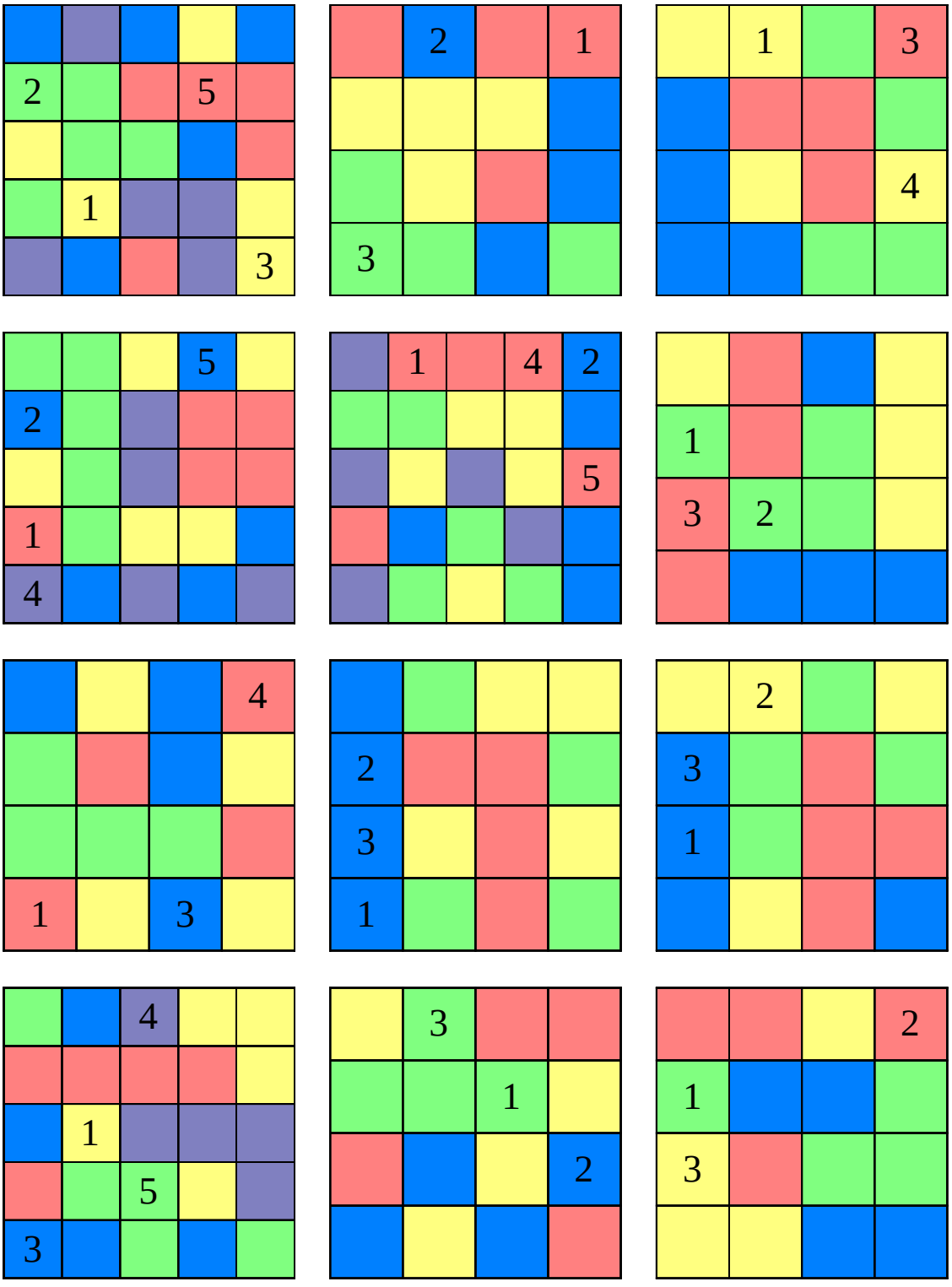
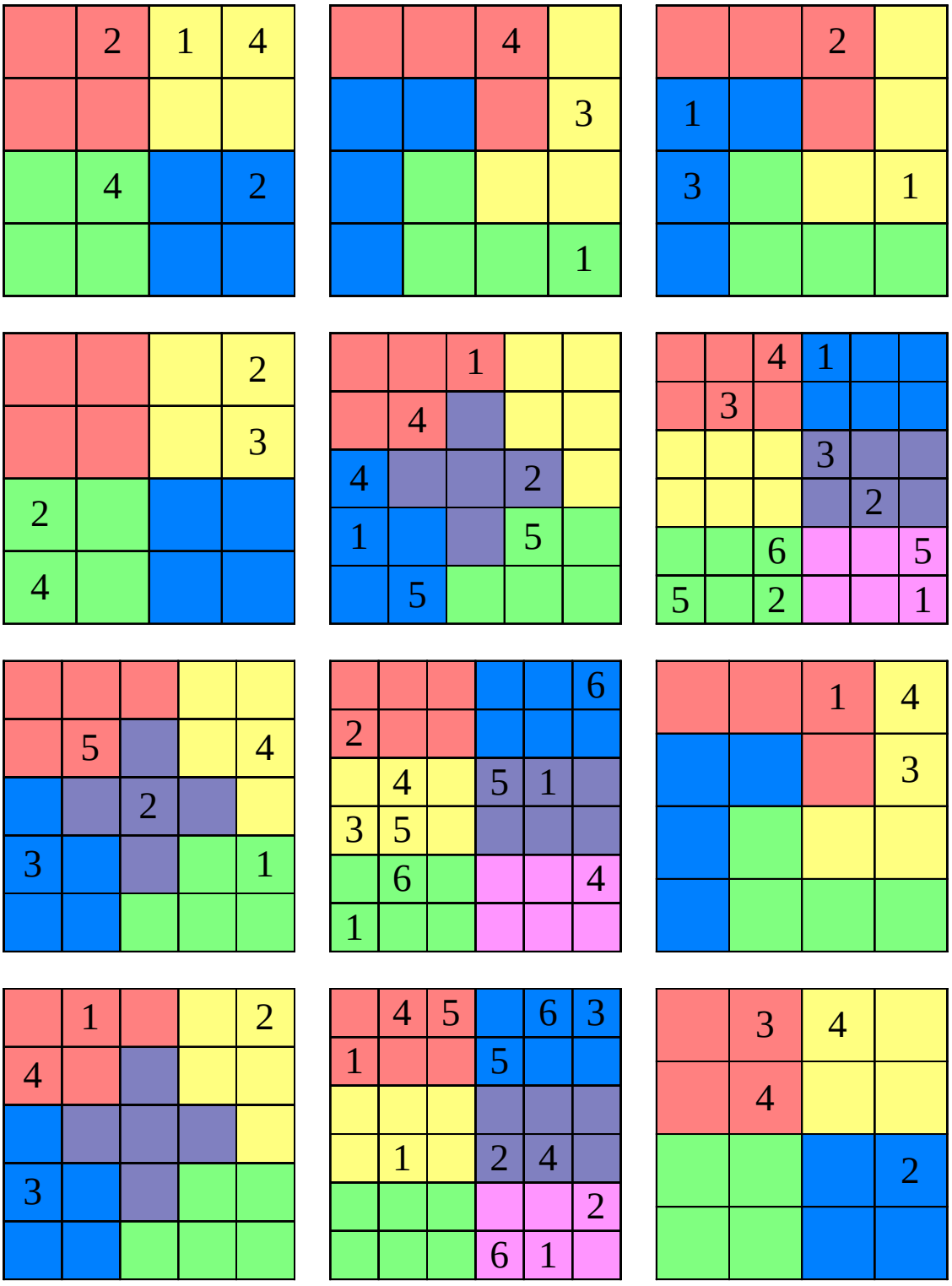
Barvni sudoku

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih iste barve nastopalo vseh n števil.

1.

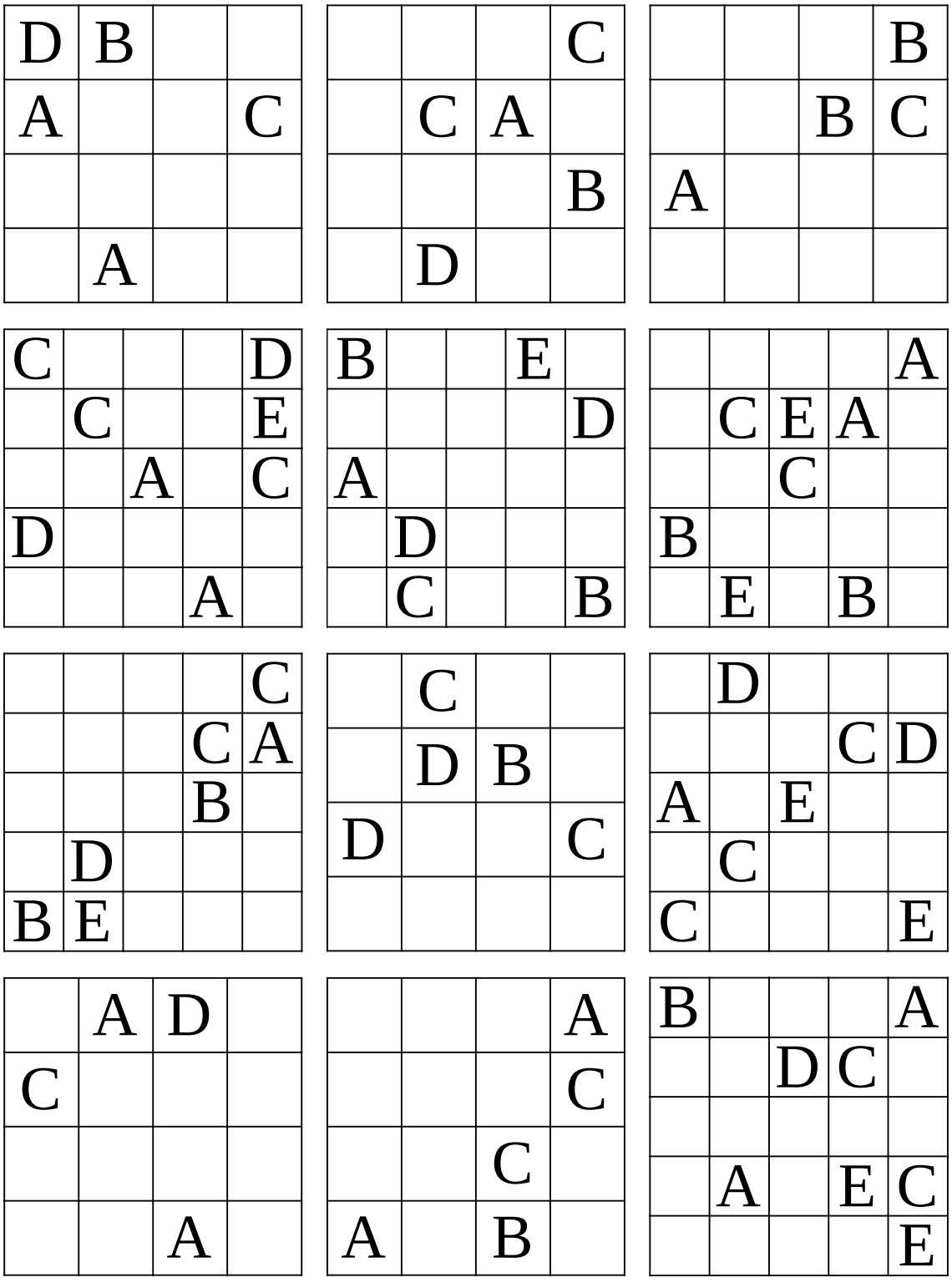


2.


2 1 4
4 2
4 3
1
2 1
3 1
2 3
2 3
4
1 4
4 2
1 5
5
4 1
3
3
2
6 5
5 2 1
5 4
2
3 1
6
2 5 1
3 5
6 4
1
1 4
3
1
4
2
3
1 2
4 1 2
3
4 5 6 3
1 5
1 2 4
2
6 1
3 4
4
2
2

Latinski kvadrati

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetne črke A, B, C, … tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu nastopalo vseh n črk.



Sudoku s črkami

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih z isto črko nastopalo vseh n števil.

E	C	B 5	B	B
A	C	C	A	C 5
E 1	A	D	A	A
E	E	B	D	B 2
E	D 2	D	C 3	D

D	A 2	D	D	A
B 5	E	C	A 4	E
E	E	A	C	C
B	C	A	B	C 5
D 1	E	D	B	B

A	B	A 5	B	E
B	E	D	D	D
E	C	C	B	D 2
E	C 1	A	D	A
C	A	E	C 4	B

C	B	D	D	E
E	C	C	A	D
A	A	E	D	C 3
D 2	A 1	B 5	B	B
B	A	E	E	C

A	E 5	A	B	E
E	B	C 3	D	C 2
D	D 4	D	B	C
A	B	A	A	E
C	D	B	E	C

D	B	E 2	E 5	C
E	A	E	C	B
C 3	B	A	D	B
C	E	D 4	D	C
B	D	A	A	A

D	C	D 2	D 4	E 5
A 1	A	A	B	C
E	E	A	B	E
C	C	C	B	D
D	A	E	B	B

B	C	D	B	B
D	E 4	E 1	A	B
A	A	C	D	E
E	A	A	D	B
E 5	D	C 2	C	C

E	C	E	D	B
B	E	D	B	E
A	A	A	A	D 5
E 3	B 2	C	C	D
C	A	C	D 4	B

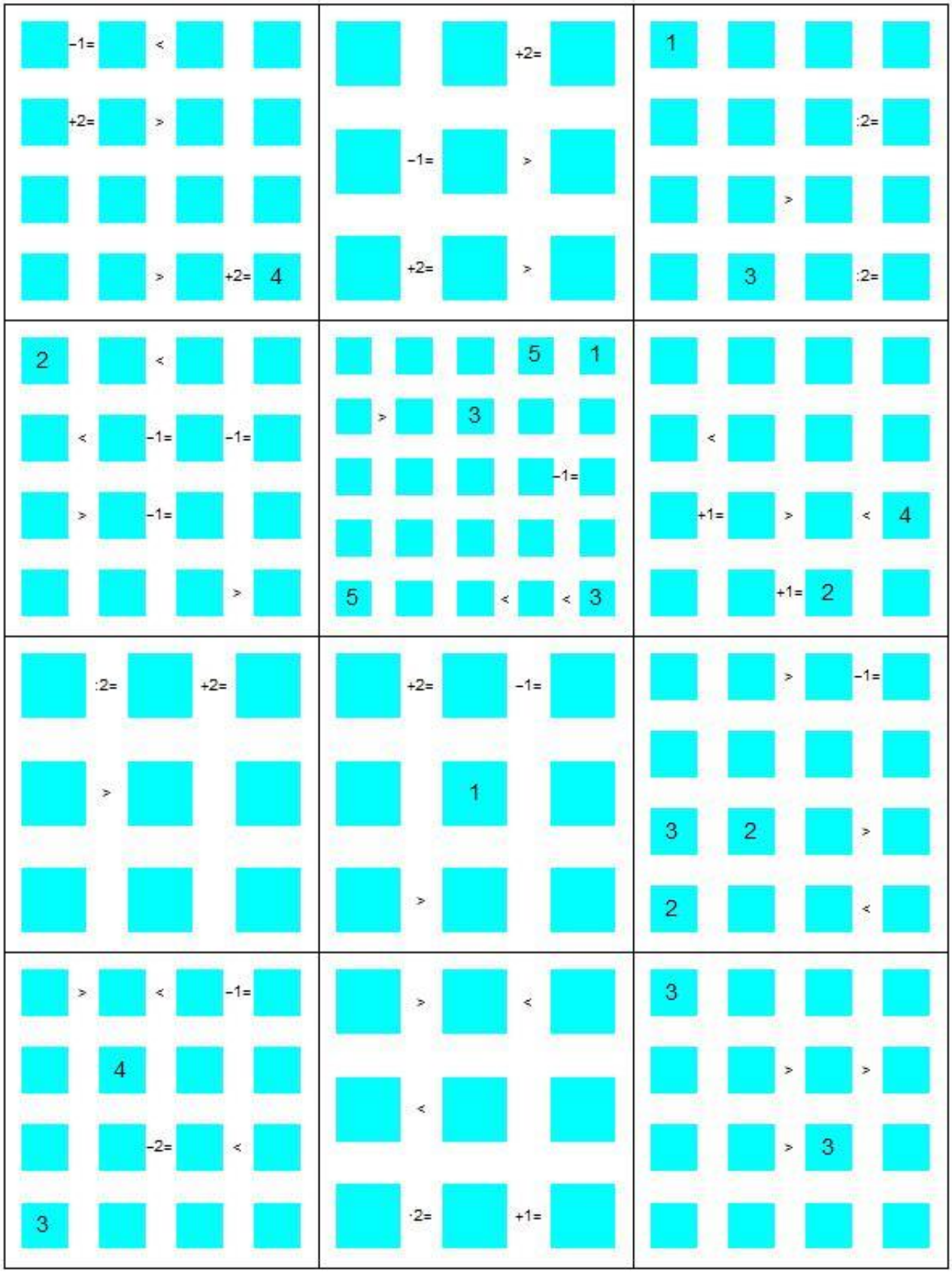
D	B 5	C 2	A	E
D	E	D	E	D
A	B	E	C	A
B 4	C	C	B	A
E 3	A	B	C	D

C	A 5	C 4	D	C 1
B	C	B	B	E
E	D	A	D	A
A	E	E	D	C
B 3	B	E	D	A

D	D	E 3	D	A 1
E	C	B	C	C
E	A	E	C 5	D
A	B	E	D	A
B 4	C	B	B	A

Futoshiki

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n tako, da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopalo vseh n števil ter da bodo izpolnjene vse relacije.



Rdeči kvadratki

Naloga reševalca je, da poišče vse skrite rdeče kvadratke in jih označi z R. Pri tem veljata naslednji pravili: a) Vsako število v preglednici pove, koliko sosednjih kvadratkov je rdečih. Kvadratek je soseden kvadratku, če imata skupno stranico ali oglišče. b) Kvadratki s številkami niso rdeči.

	0		
	1	3	2
1			
		2	

0		0	
	2		1
		2	
	2		

1	2	2	
	1	3	

	1		
		2	1
	1		
			1

			1
	1		1
		2	
	0		

	1		
			2
2		2	
		2	0

	0		1
1		0	

			2
	2		
	1		
1	1		1

		1	
	0		
			2
	0		

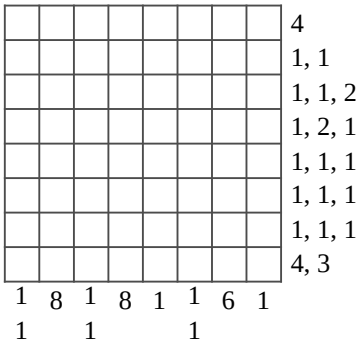
1			
	2	1	
1		0	

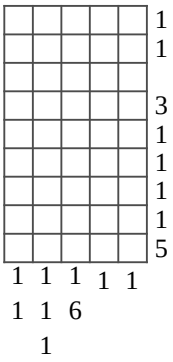
	0	1	
	1		2
0		1	

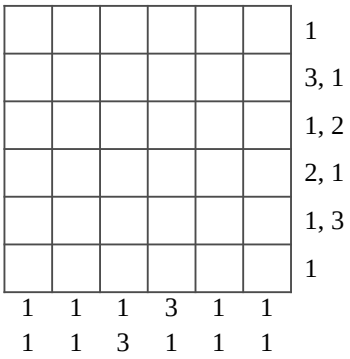
0		0	
1			
	2	2	1

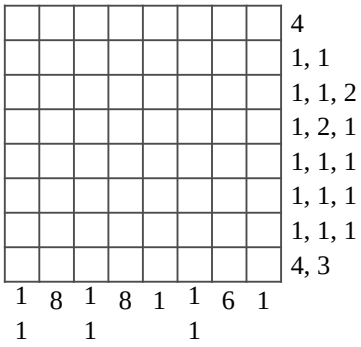
Gobelini

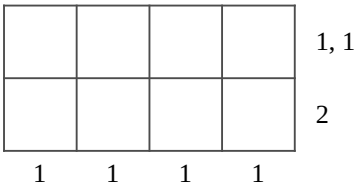
Kvadratke v razpredelnici moraš pobarvati sivo tako, da bo zaporedje sivih pasov v vrstici ustrezalo zaporedju števil na desni in da bo zaporedje sivih pasov v stolpcu ustrezalo zaporedju števil pod njim.

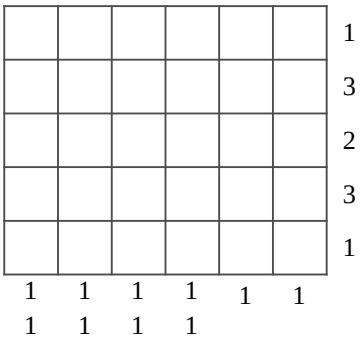


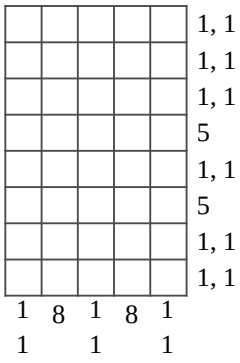


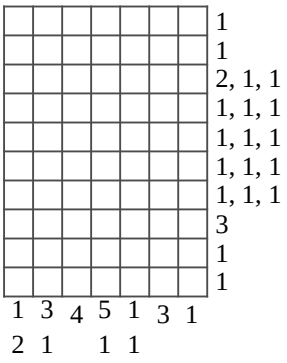


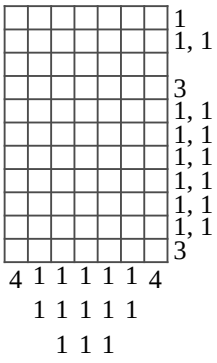


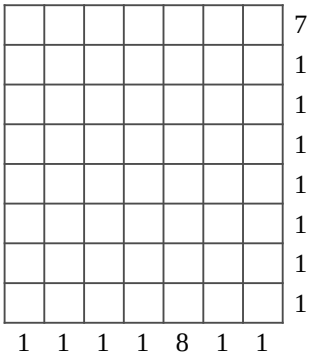


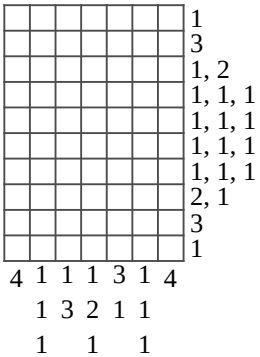


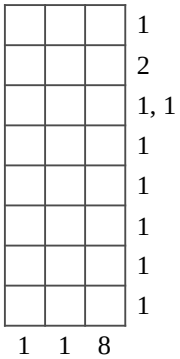






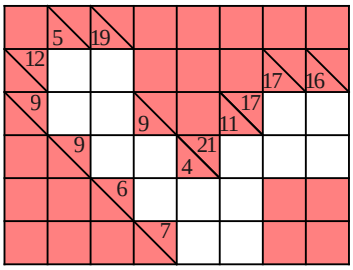


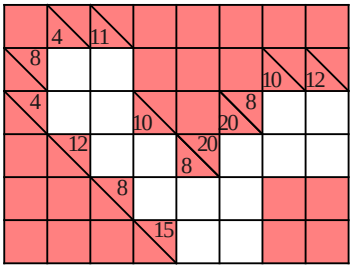


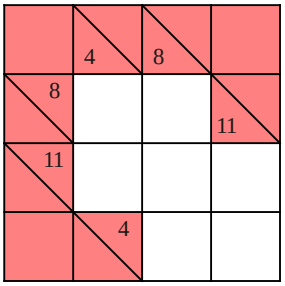


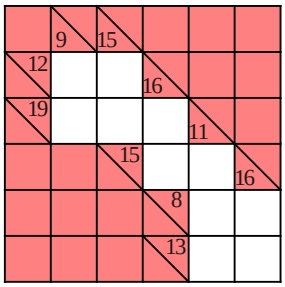
Križne vsote

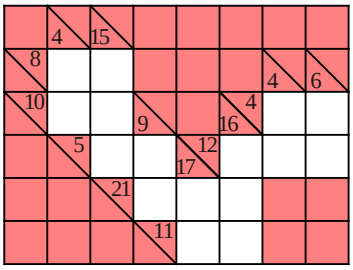
Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števkami od 1 do 9 tako, da je vsota števk v zaporednih belih kvadratkih po vrsticah in stolpcih enaka številu, ki je zapisano v rdečem kvadratku na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem pa morajo biti vse števke v posamezni vrstici (stolpcu) različne.

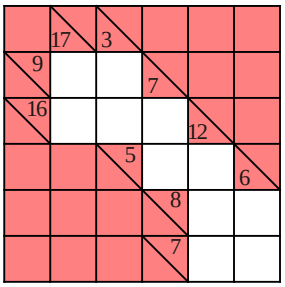


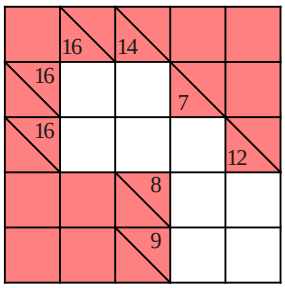


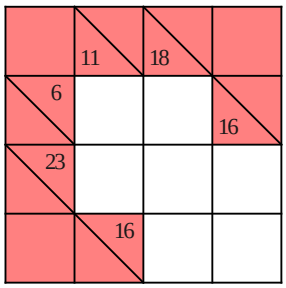


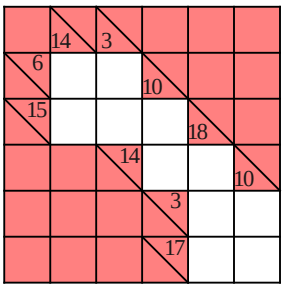


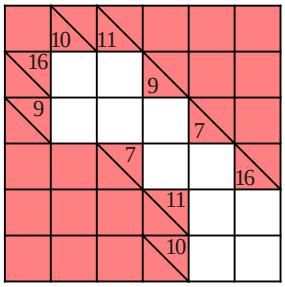


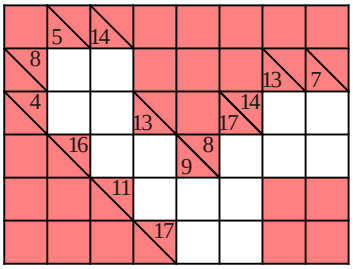


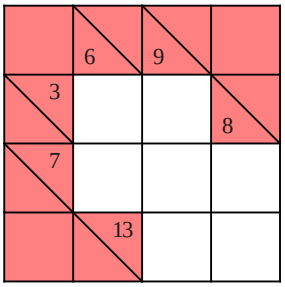






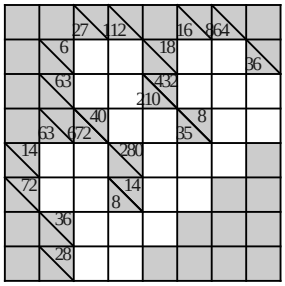


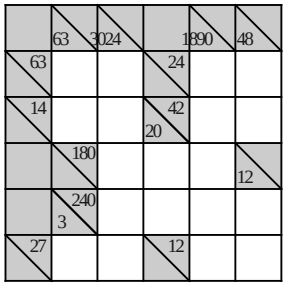


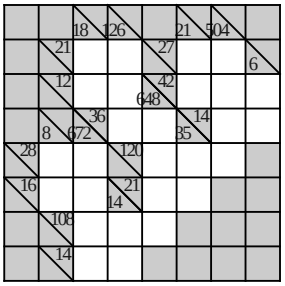


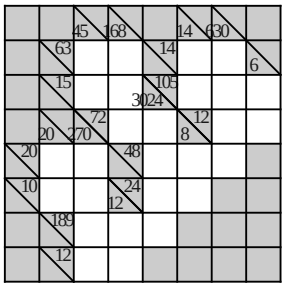
Križni produkti

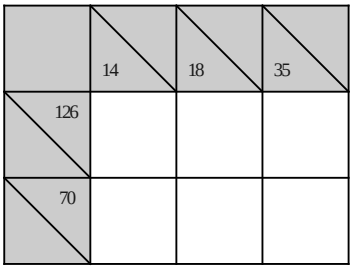
Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števkami od 2 do 9 tako, da bo zmnožek števk v zaporednih belih kvadratkih po vrsticah in stolpcih enak številu, ki je zapisano v sivem kvadratku na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem pa morajo biti vse števke v posamezni vrstici (stolpcu) različne.

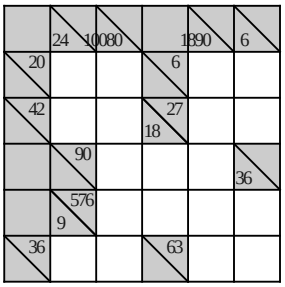


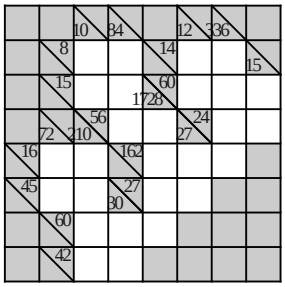


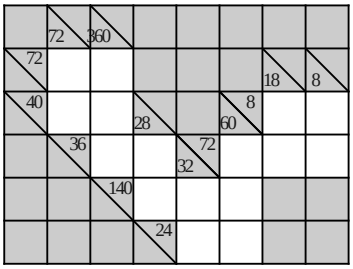


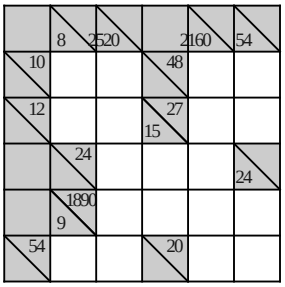


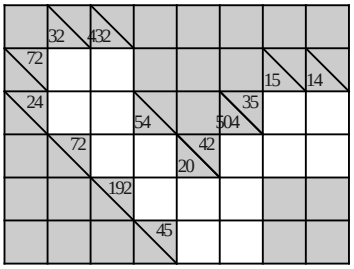


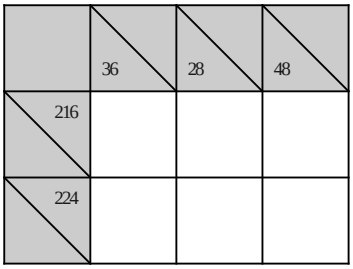


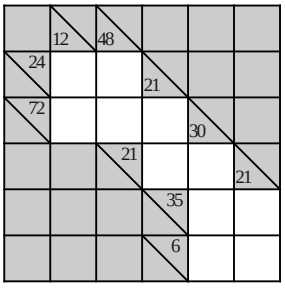






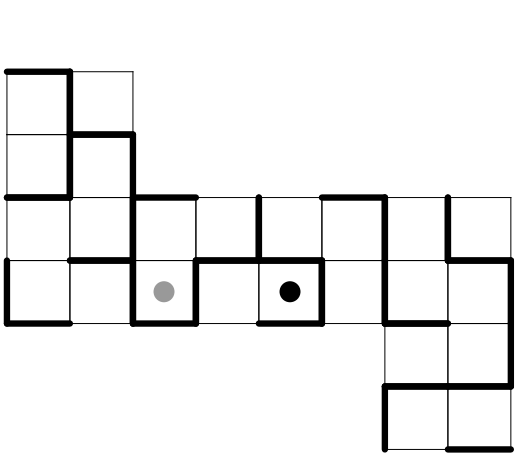


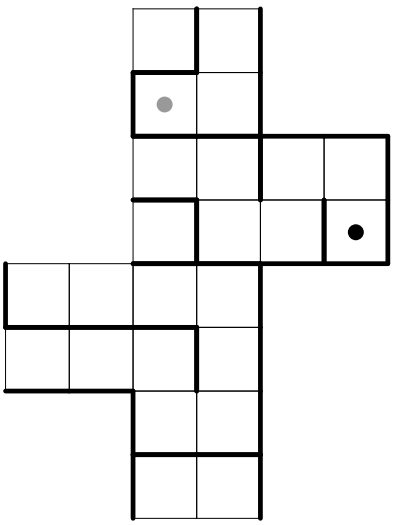


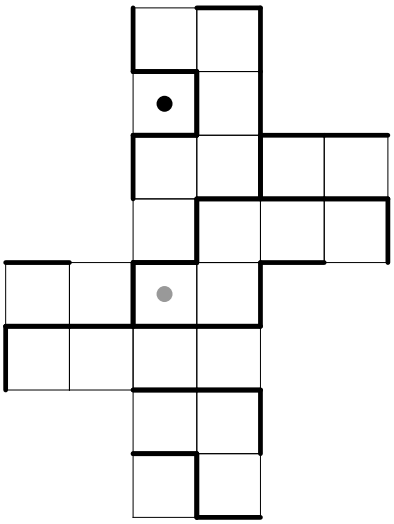


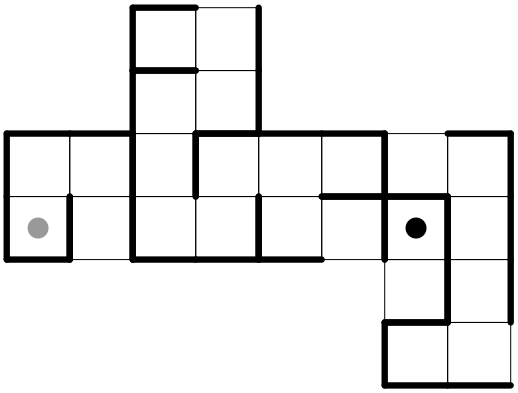
Labirint na kocki

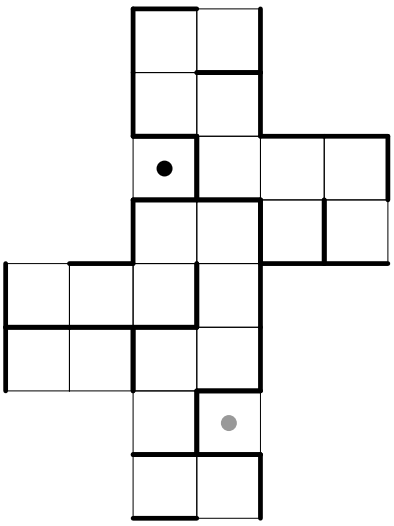
Poveži točki na kocki:

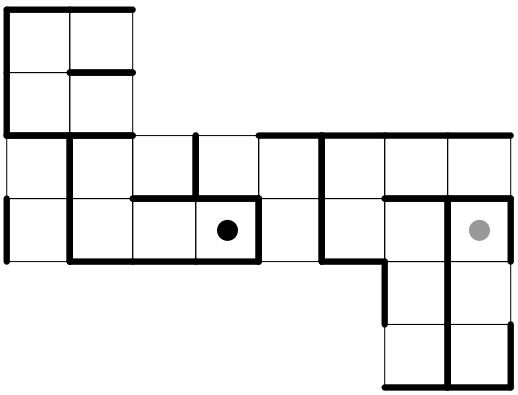






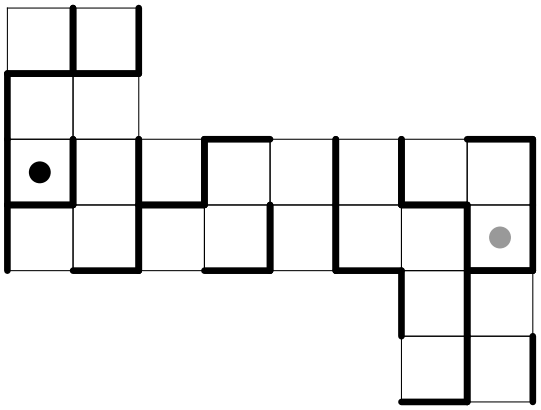


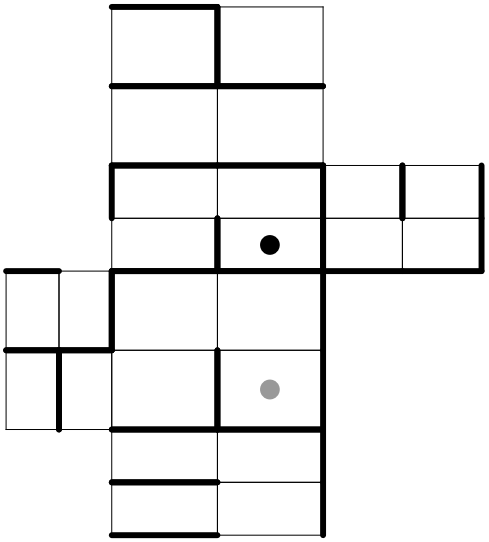


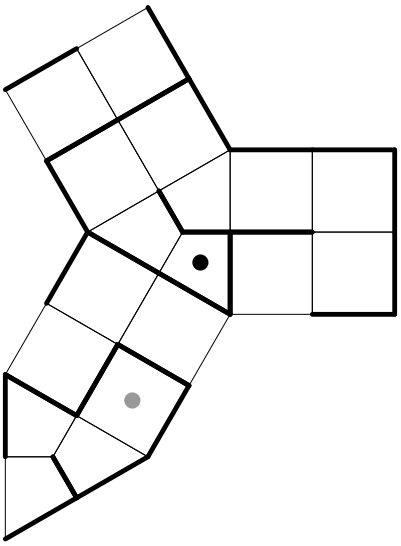


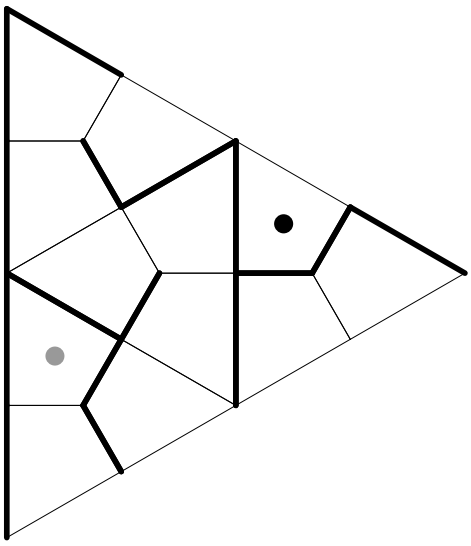
Labirinti na enostavnih poliedrih

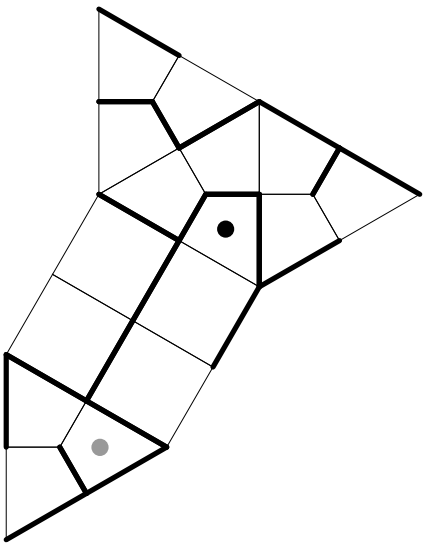
Poveži točki na poliedru:

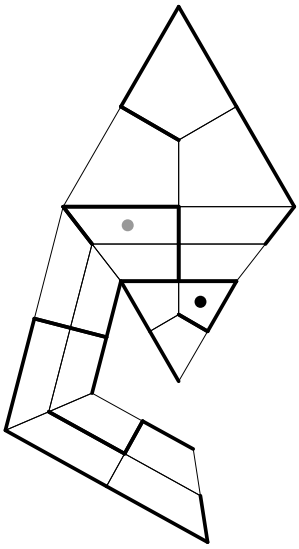




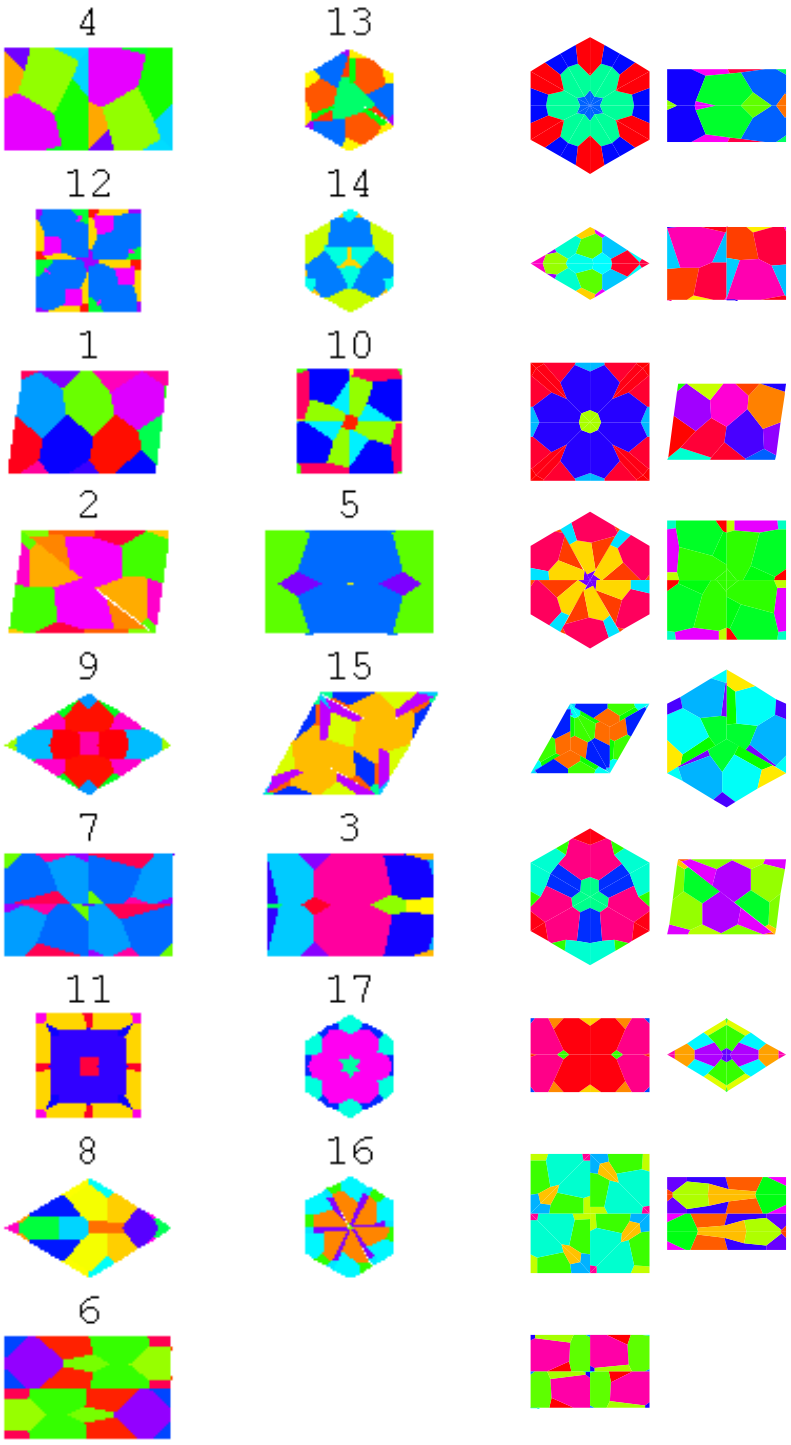






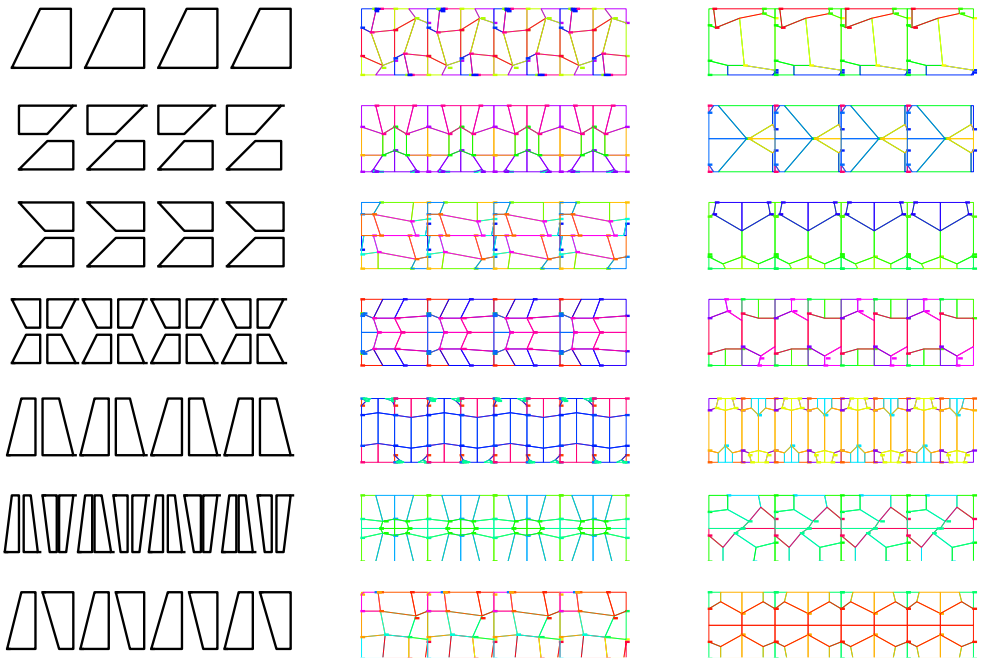


Poveži sličici, ki pripadata isti grupi

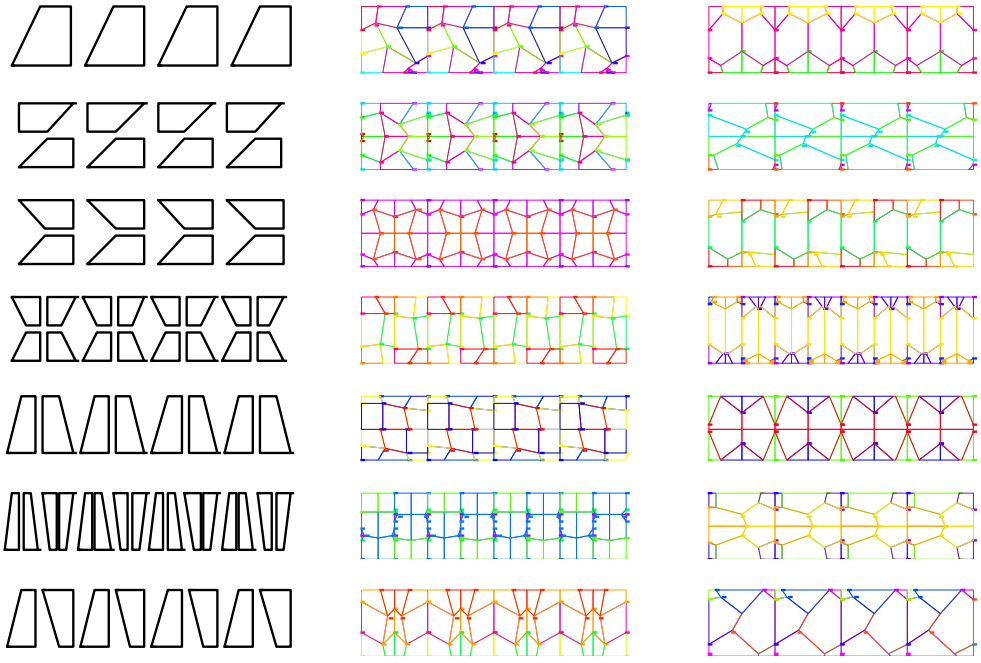


Poveži sličici, ki pripadata isti grupi

a)

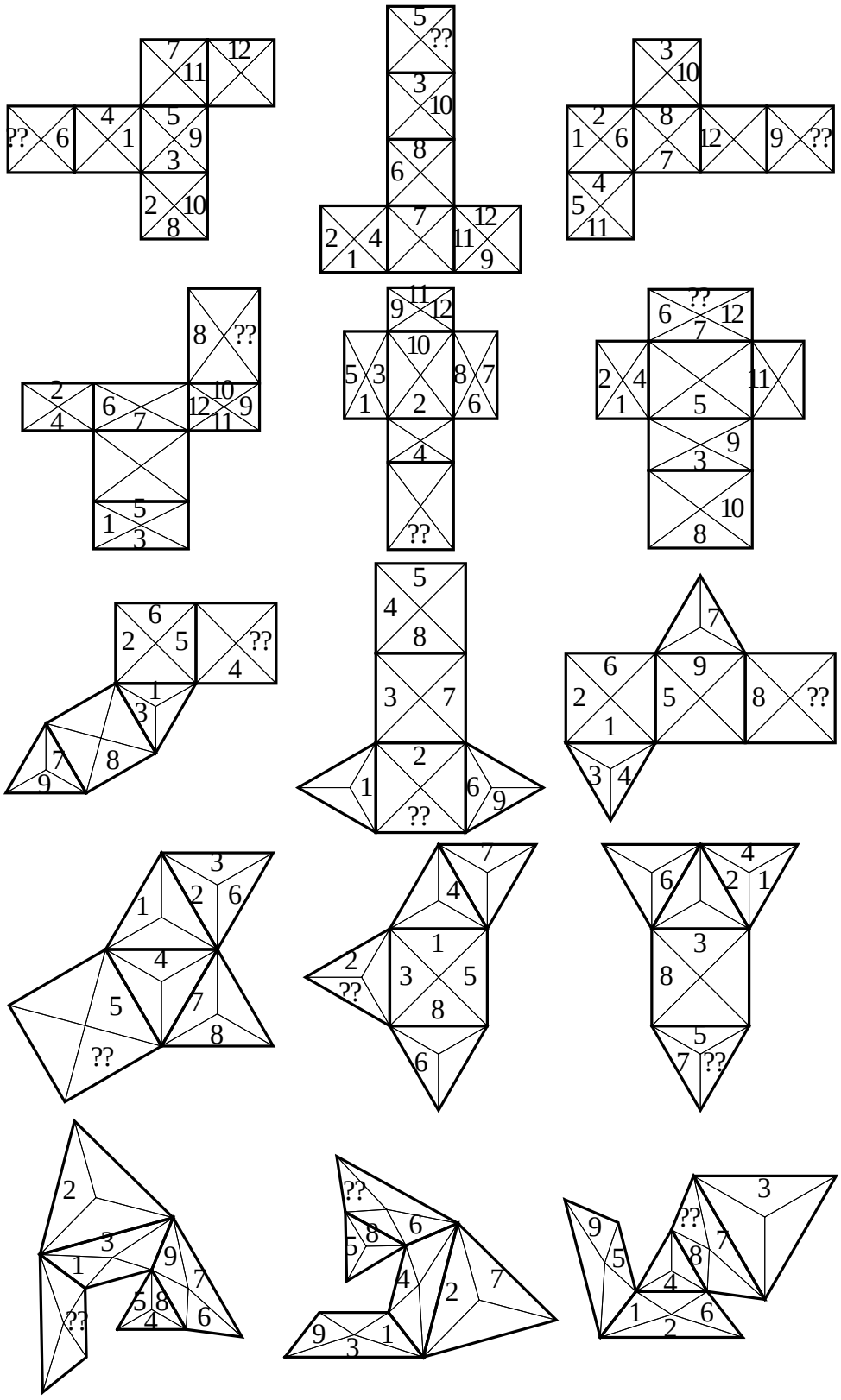


b)

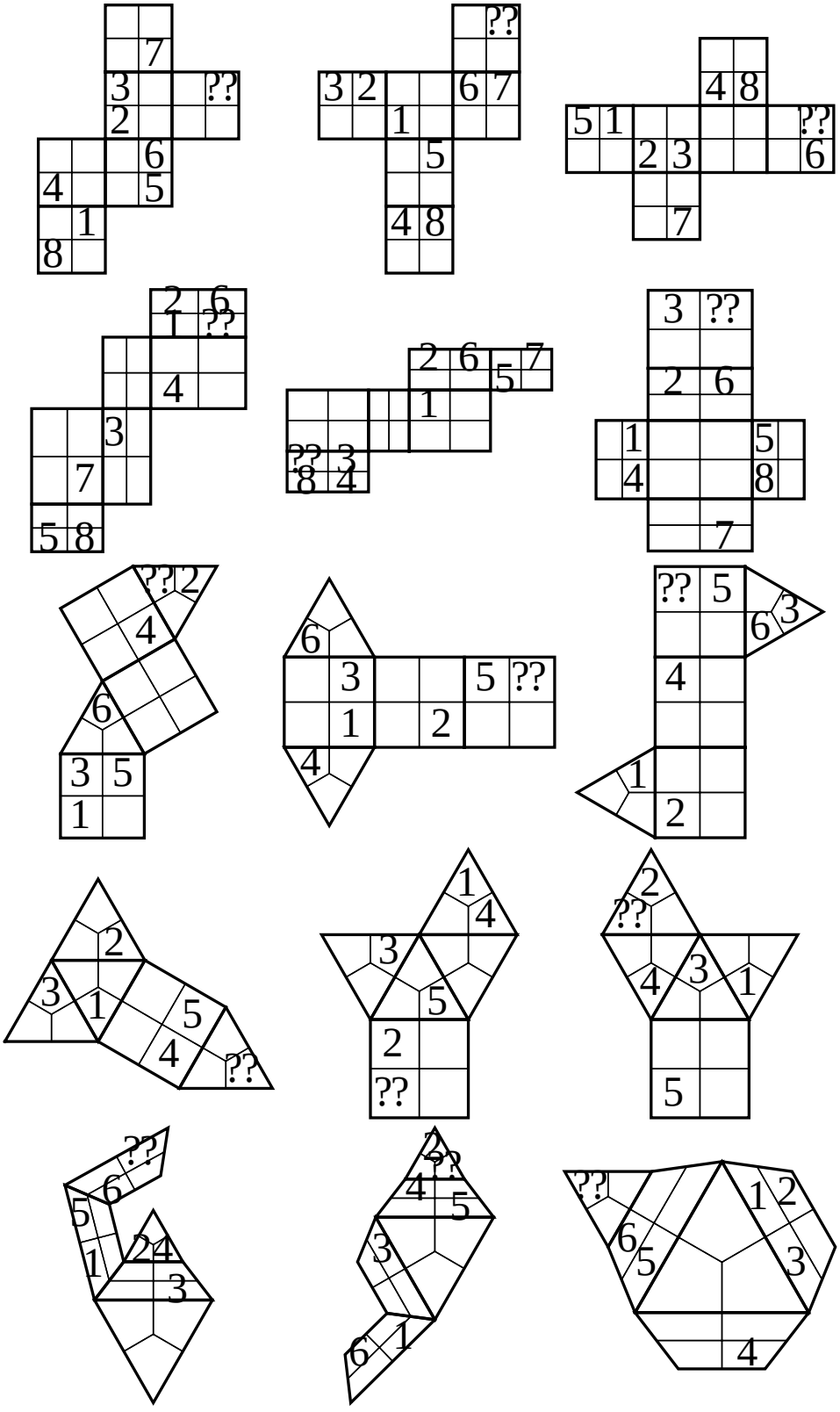


Prostorska predstavljivost

a) Katero število moramo vpisati na mesto znaka ??, da bosta stranici pripadali istemu robu poliedra?

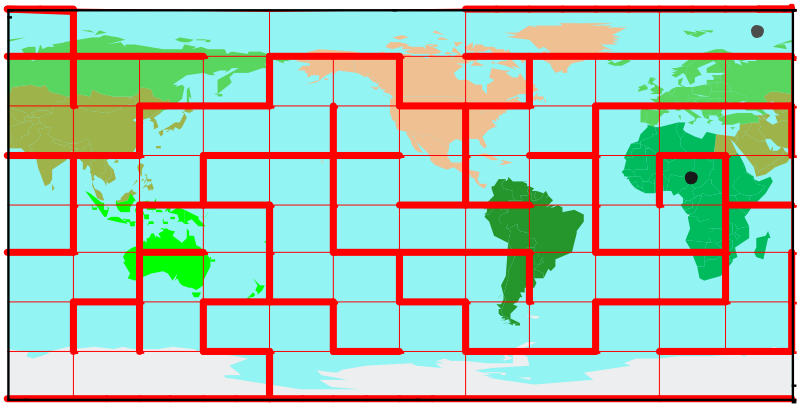


b) Katero številko moramo vpisati na mesto znaka ??, da bosta oglišči pripadali istemu oglišču poliedra?

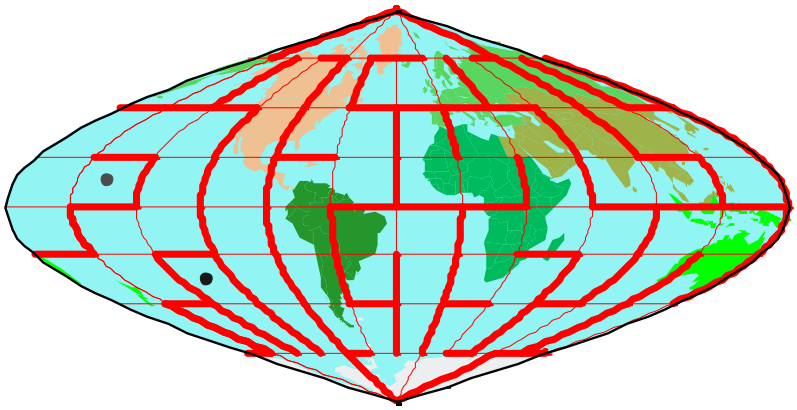


Labirinti na zemljevidu

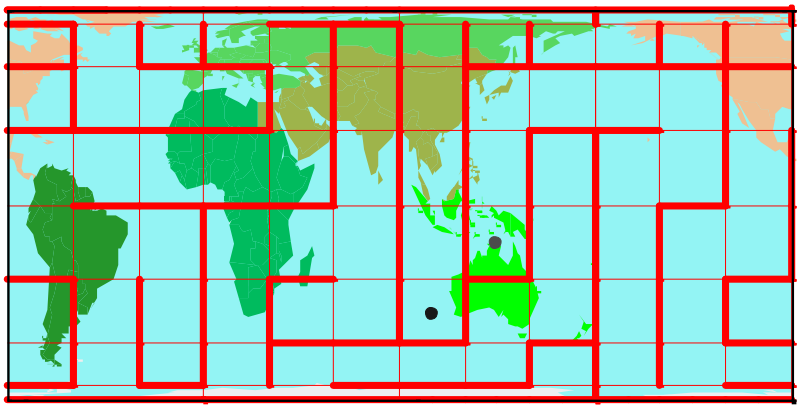
1.



2.

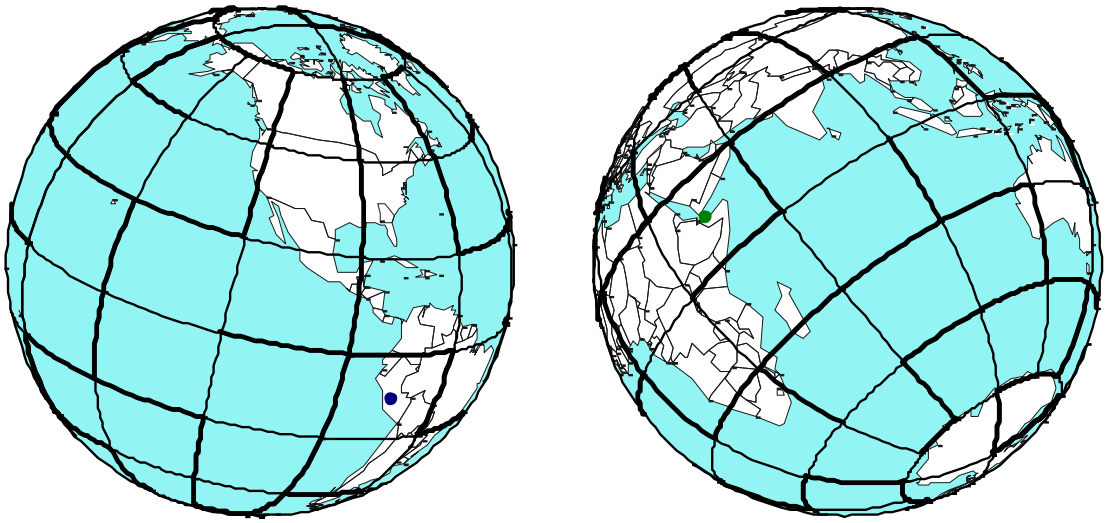


3.

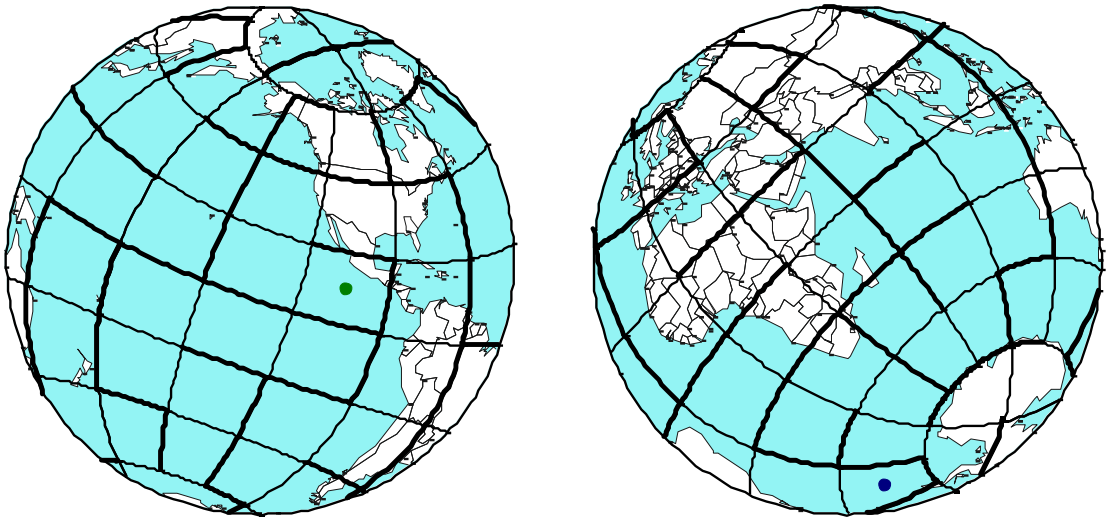


Večdelni labirinti na zemljevidu

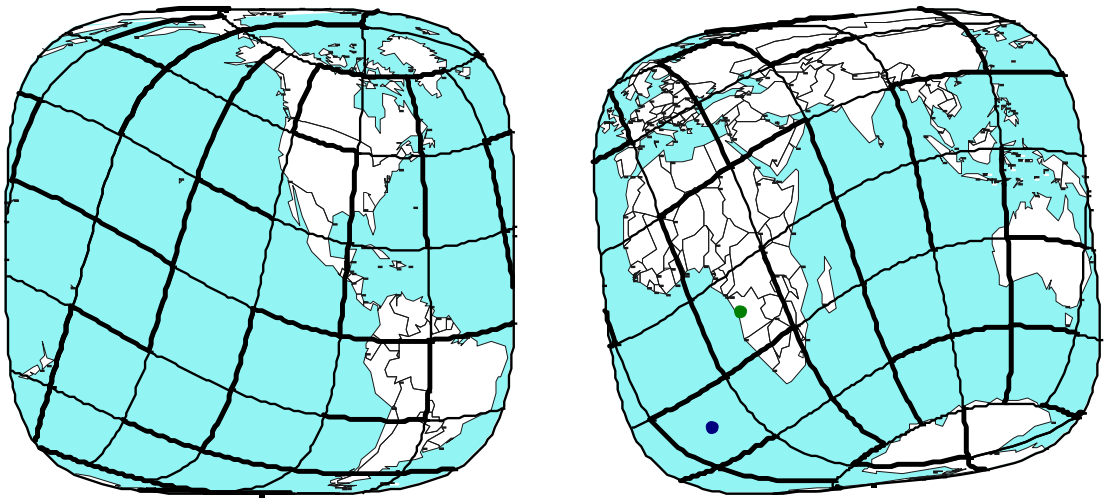
1.



2.

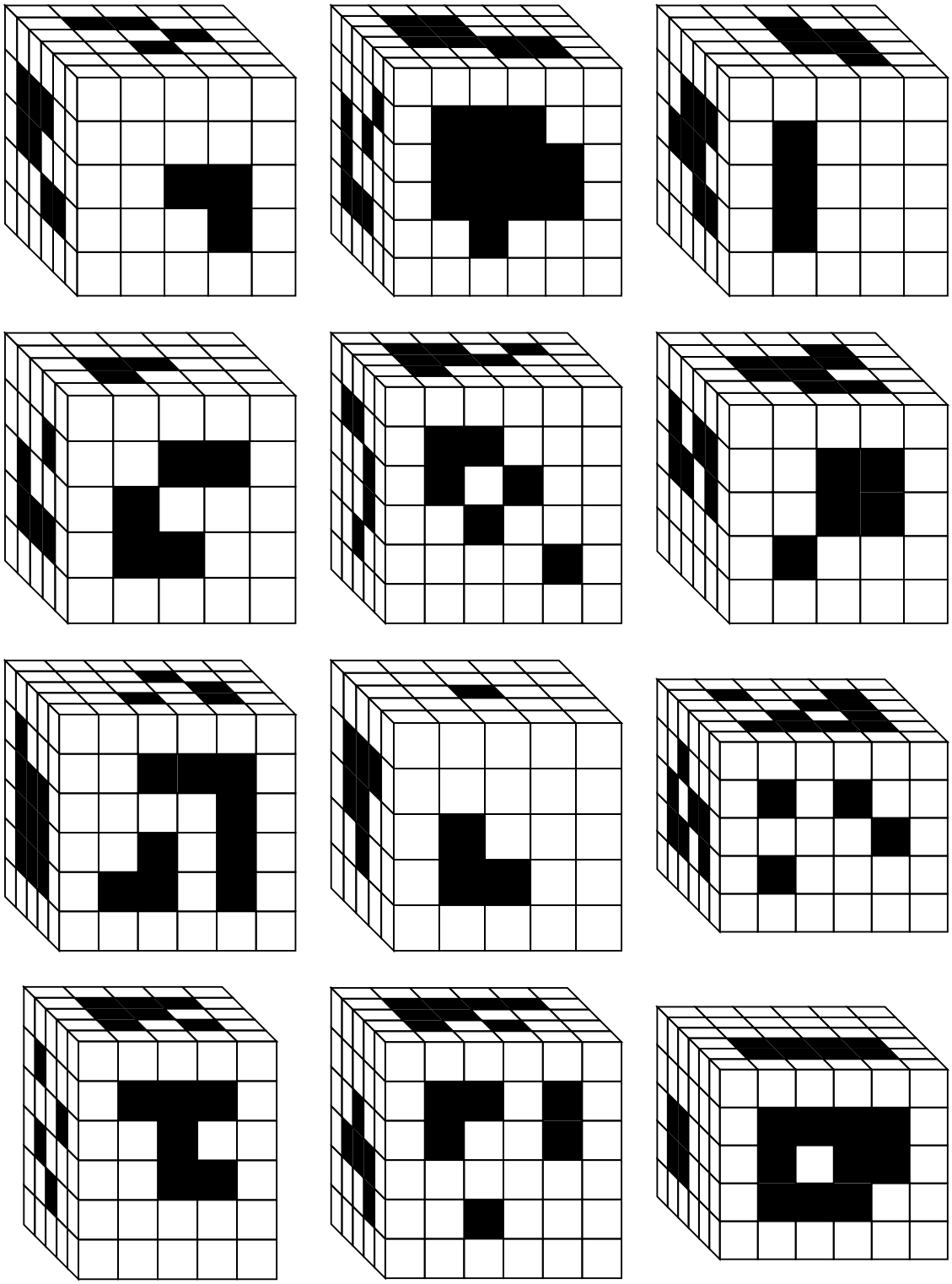


3.



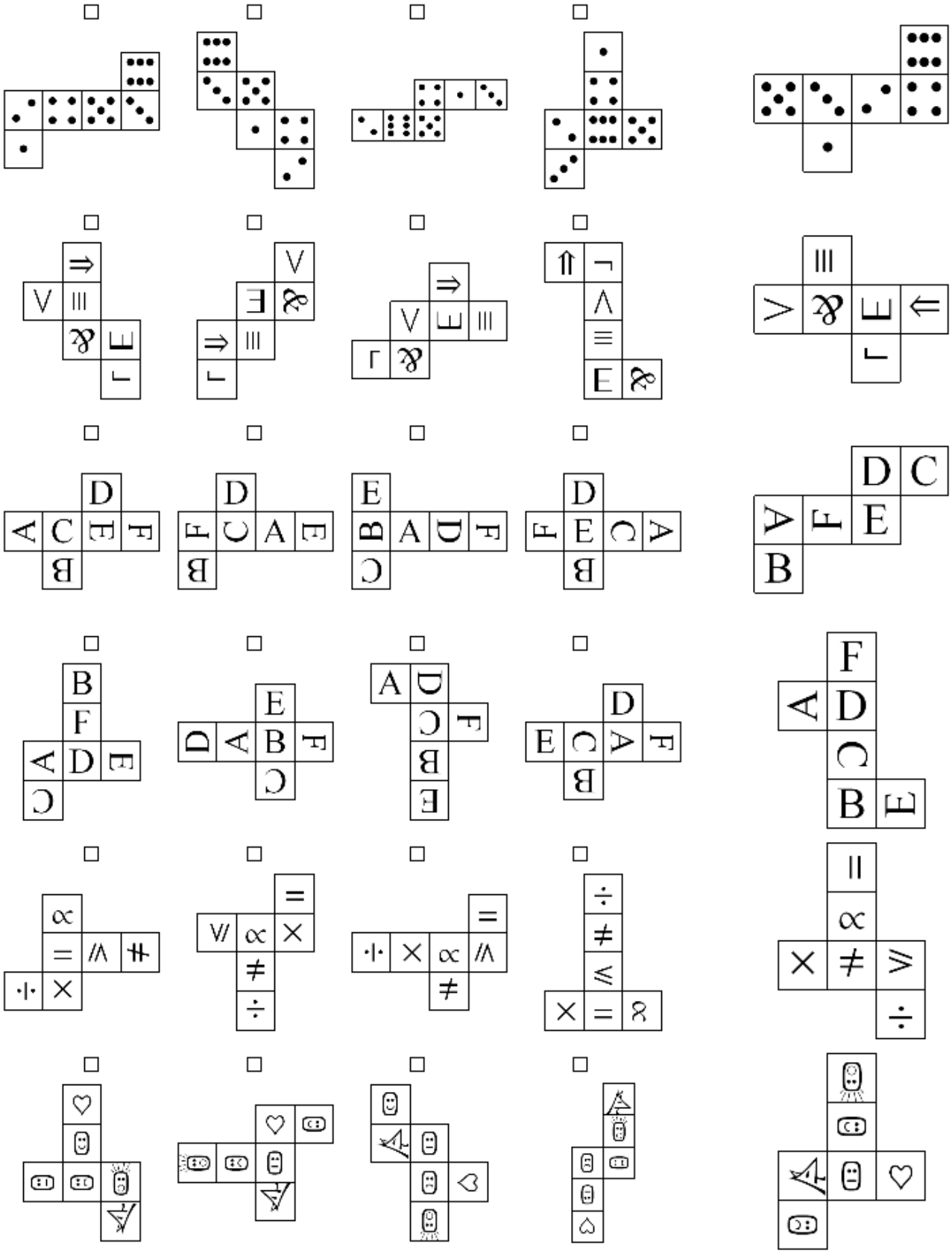
Odstranjene kocke

Dan je kvader, ki sestoji iz kockic. Odstranimo vse kocke, ki so zaznamovane črno od vrha do dna, od leve do desne in od spredaj do zadaj. Koliko kock smo odstranili?



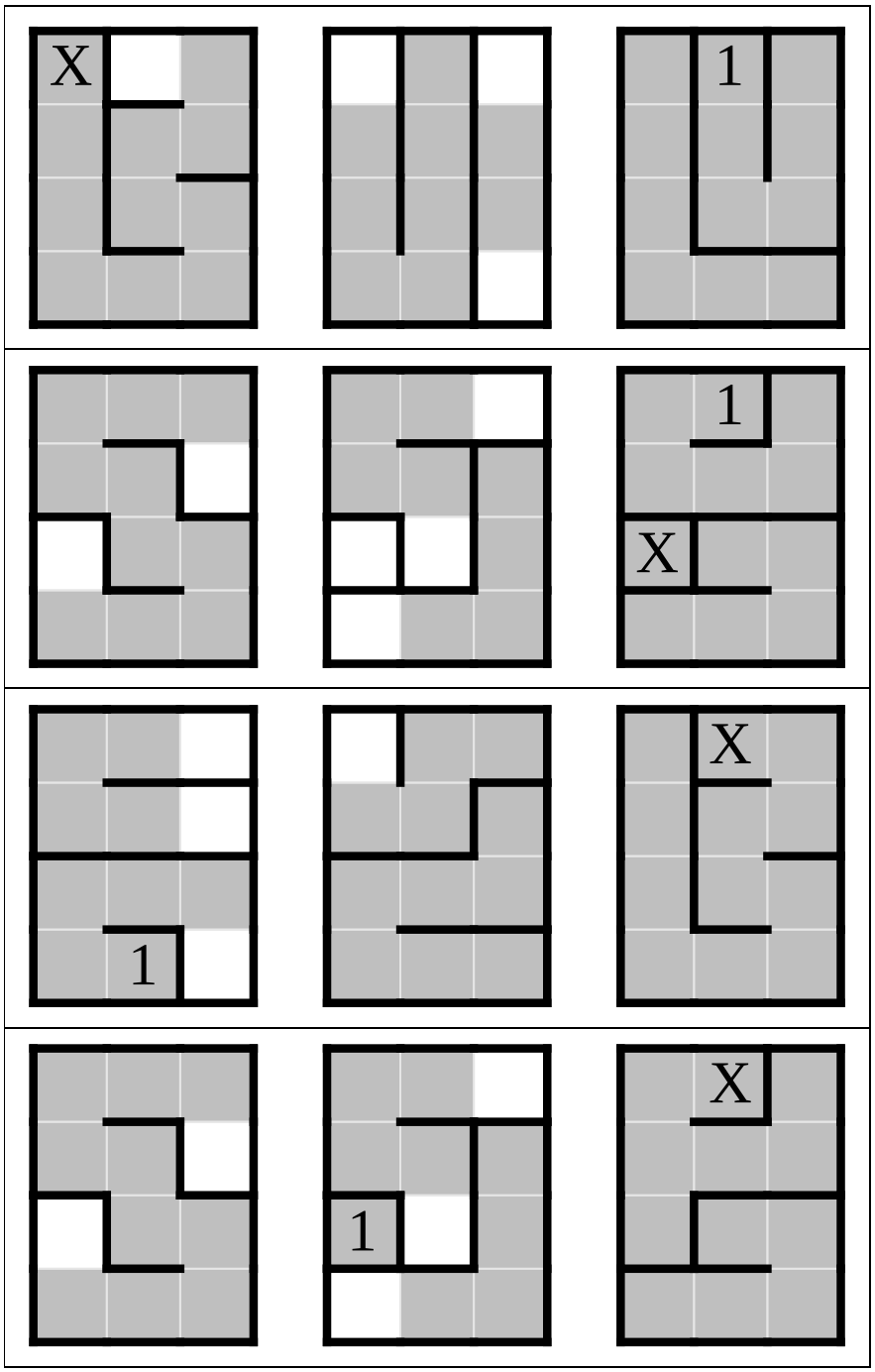
Kocki določi mrežo

Vsaki mreži na desni (večja mreža) določi mrežo iste kocke na levi.



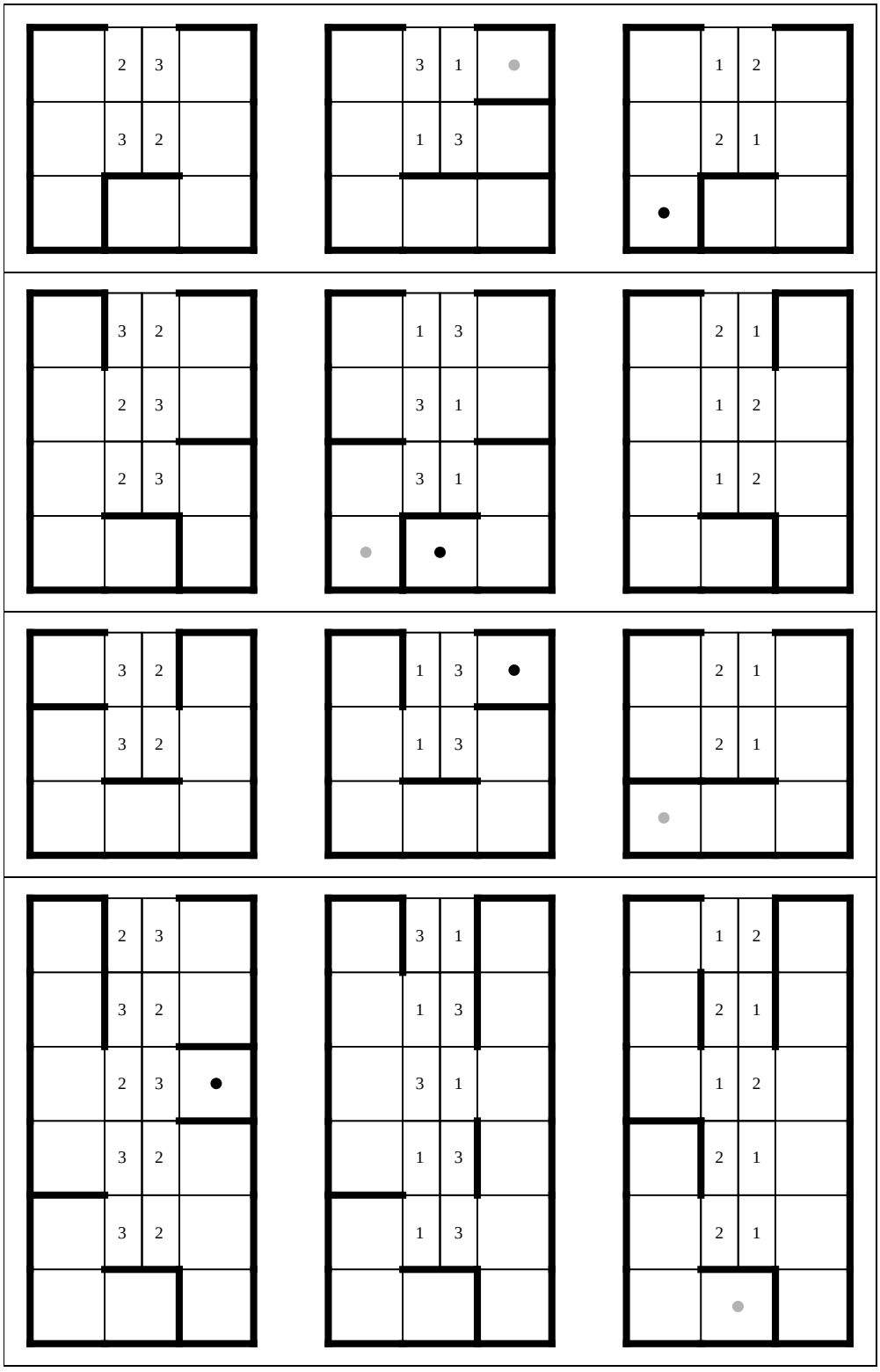
Labirint v kvadru

Kvader sestoji iz vodoravnih slojev kockastih oddelkov (zgornji, srednji in spodnji sloj so dani od leve proti desni). Odebeljene črte preprečujejo prehajanje med sosednjima oddelkoma istega sloja. Med oddelkom in oddelkom neposredno pod njim lahko prehajamo, če in samo če je prvi pobarvan belo.
Poišči najkrajšo pot od oddelka z 1 do oddelka z X! Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da vsak naslednji sosednji oddelek (kocko) označiš z številom, večjim za 1.

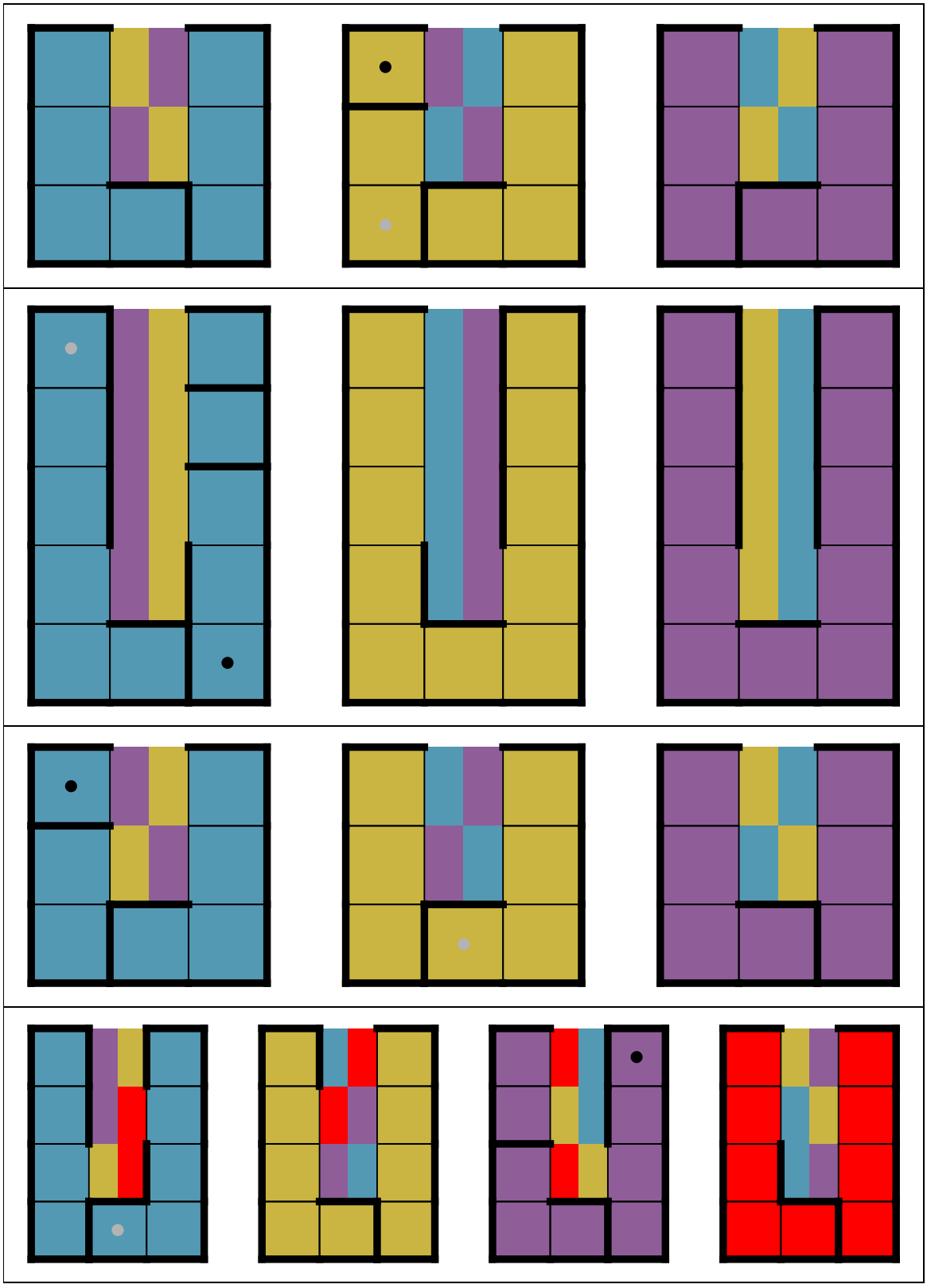


Labirint na Riemannovi ploskvi

Imamo več listov, ki jih razlikujemo po zaporedni številki od leve proti desni. Vsak list ima obliko podkve, sredina pa je razrez. Vsi kvadratki enega lista so povezani, prehod med njimi pa nam prepreči odebeljena črta. Kako je s prehajanjem z nekega lista na drugega? To so prehodi po horizontali. Recimo, da smo se znašli na desnem zgornjem kvadratku drugega lista. Oznaka sosednjega pravokotnika je 4 - to pomeni, da lahko nadaljujemo na levem zgornjem kvadratku četrtega lista. Tak prehod pa ni možen, če je med kvadratkom in sosednim pravokotnikom odebeljena črta. Poiskati moramo pot od črne do sive pike.

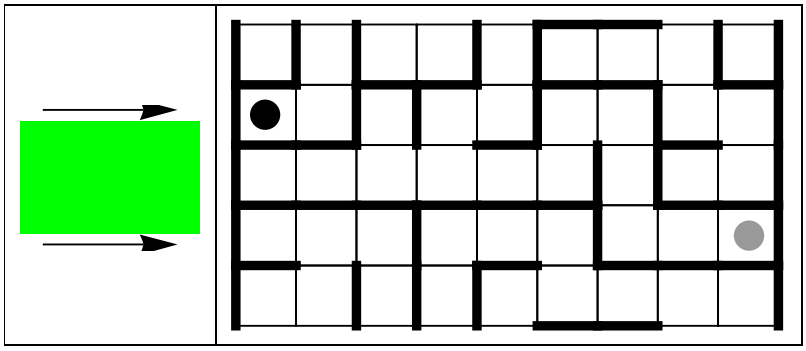


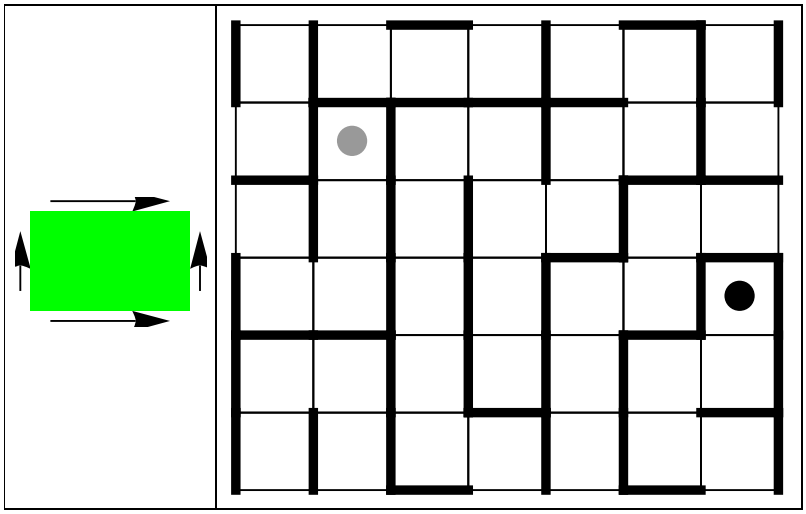
Pri barvnem labirintu so listi označeni z barvami.

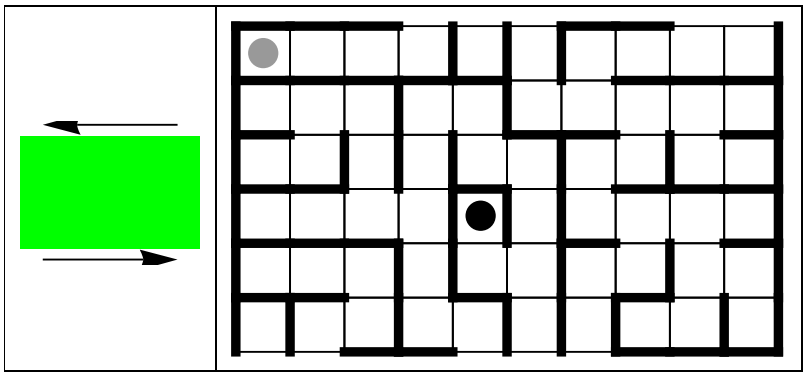


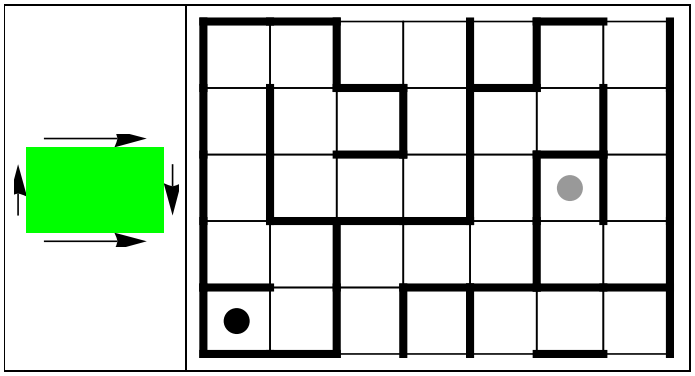
Labirinti na ploskvah

Podan je labirint na pravokotniku. Moramo poiskati pot od temnejše do svetlejše pike. Prehod med sosednjima kvadratkoma je možen, če med njima ni odebeljene črte. Skica na levi pomeni, kako sta nasprotni stranici pravokotnika povezani (miselno ju moramo zlepiti).



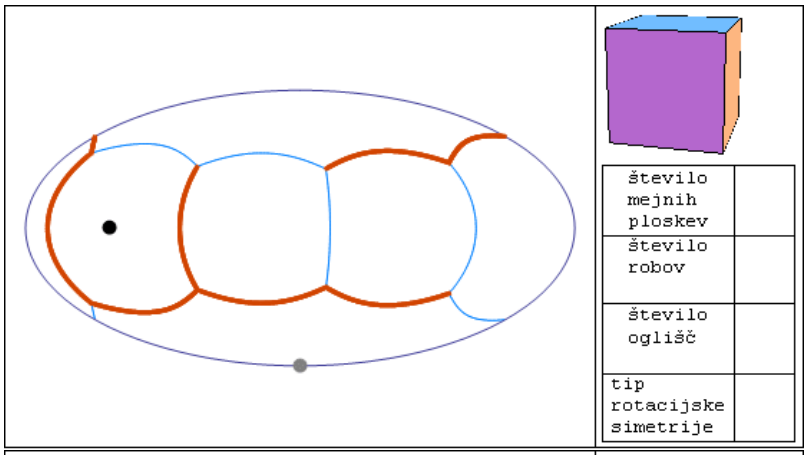




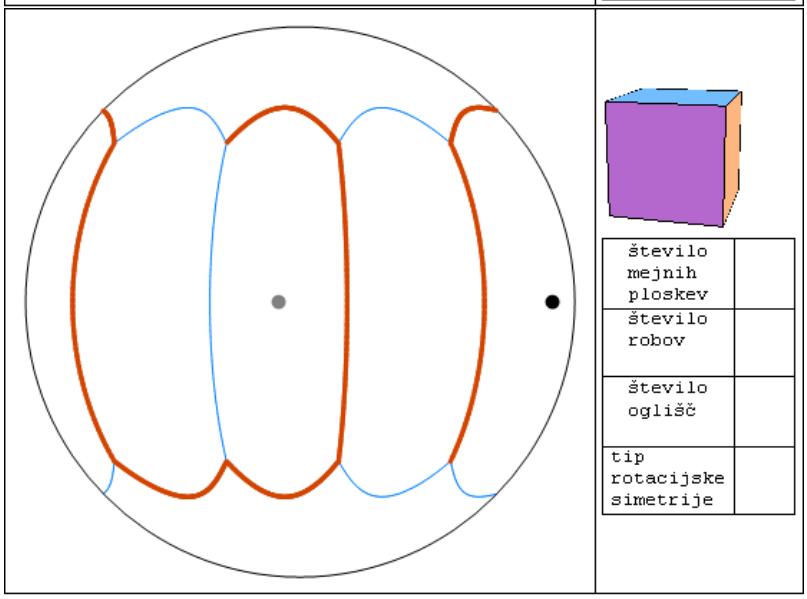


Labirinti na projekcijah teles

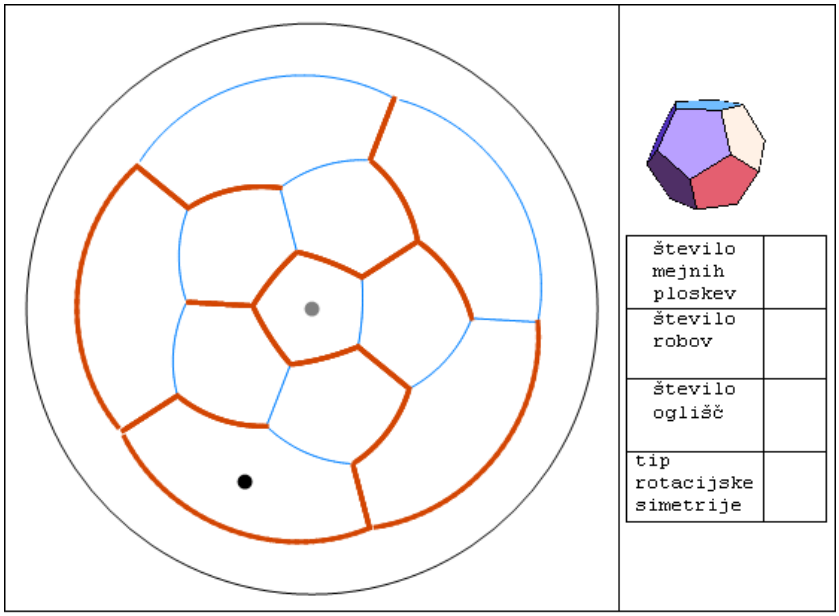
Telo je projicirano v ravnino. Na projekciji je podan labirint, kjer odebeljene črte preprečujejo prehod iz projekcije mejne ploskve na projekcijo sosednje mejne ploskve.



število mejnih ploskev	
število robov	
število oglišč	
tip rotacijske simetrije	



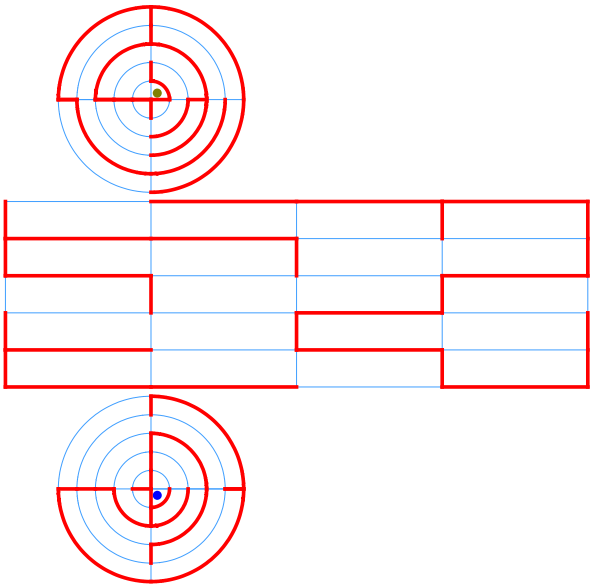
število mejnih ploskev	
število robov	
število oglišč	
tip rotacijske simetrije	



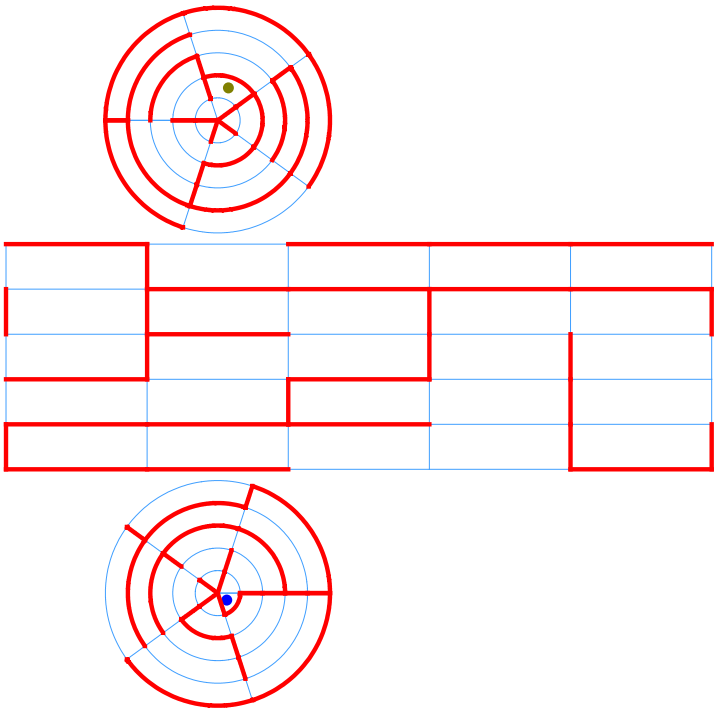
število mejnih ploskev	
število robov	
število oglišč	
tip rotacijske simetrije	

Labirinti na mreži valja in stožca

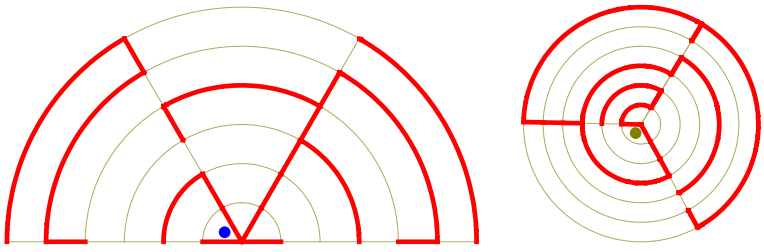
1.



2.

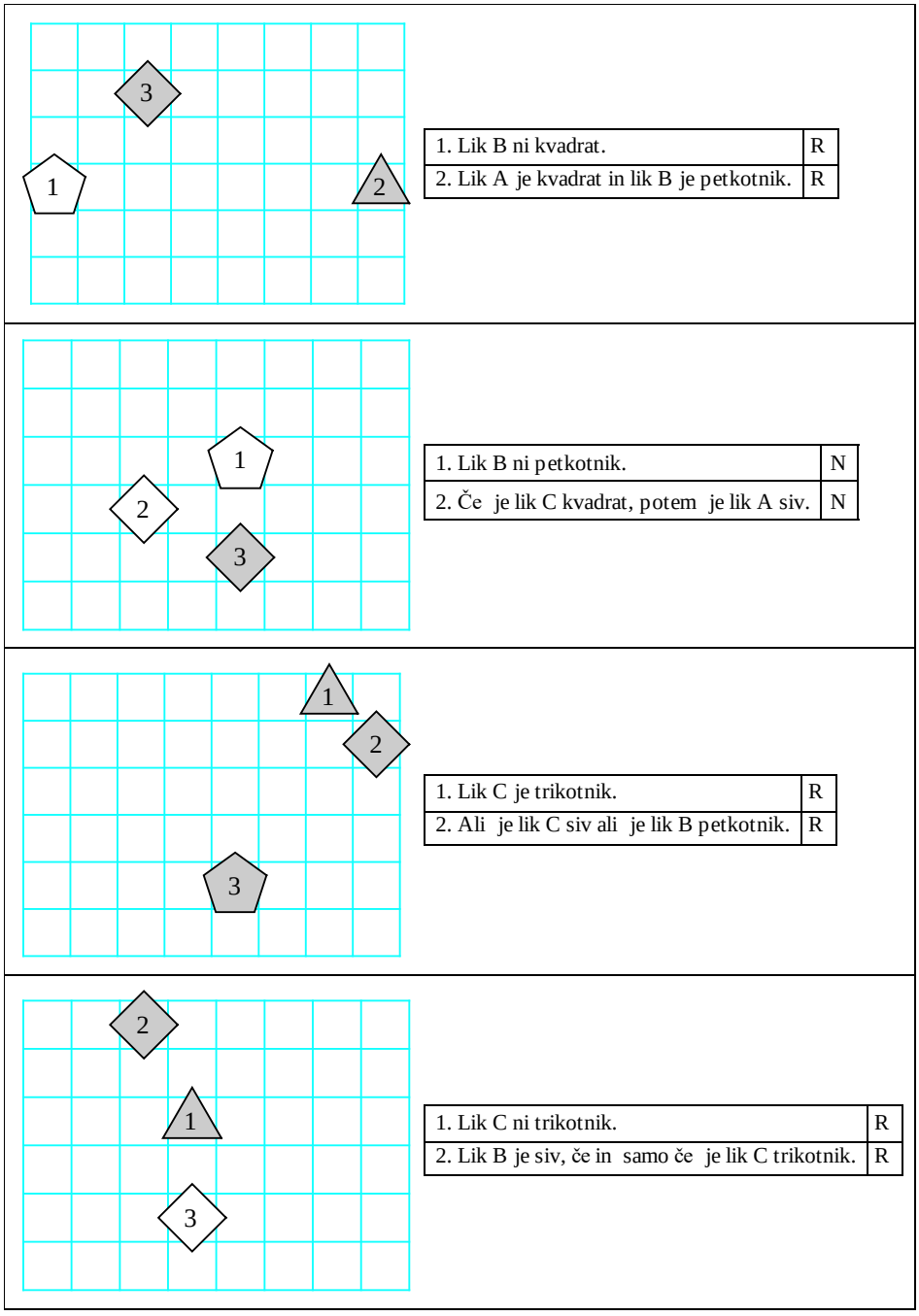


3



Neodvisnost pogojev

Dobro definirana naloga je naloga, ki ima enolično rešitev, pogoji naloge pa so potrebni in zadostni za njeno rešitev. To pomeni, da noben pogoj ni odveč. V logiki bi temu rekli, da so pogoji zadostni in neodvisni.
Zdaj pa se bomo ukvarjali z nalogami, ki imajo enolično rešitev in neodvisne pogoje. Potrebno bo pokazati, da so pogoji neodvisni. To pomeni, da ima naloga, ki sestoji iz negacije nekega pogoja, pri tem ostali pogoji ostanejo nespremenjeni, tudi rešitev.
Poiskati moramo imena likov A, B,…, ki so označeni z 1, 2,…, če so izpolnjeni pogoji. Nato pa poiskati imena likov, kadar določen pogoj ni izpolnjen



1. Lik B ni kvadrat.	R
2. Lik A je kvadrat in lik B je petkotnik.	R

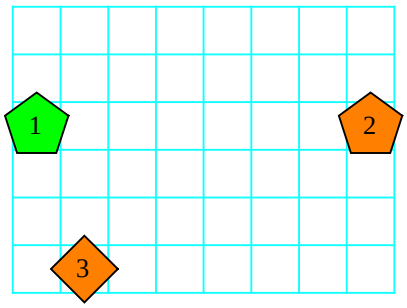
1. Lik B ni petkotnik.	N
2. Če je lik C kvadrat, potem je lik A siv.	N

1. Lik C je trikotnik.	R
2. Ali je lik C siv ali je lik B petkotnik.	R

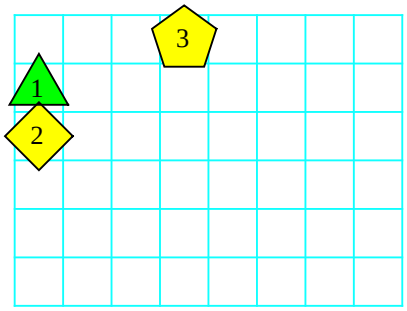
1. Lik C ni trikotnik.	R
2. Lik B je siv, če in samo če je lik C trikotnik.	R

Poišči imena likov

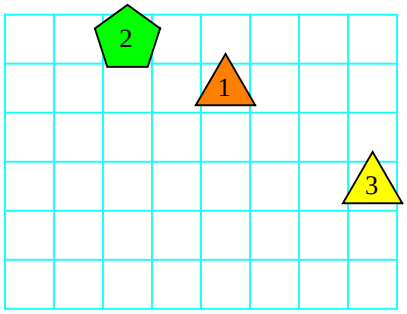
Poišči imena likov in analiziraj neodvisnost pogojev.



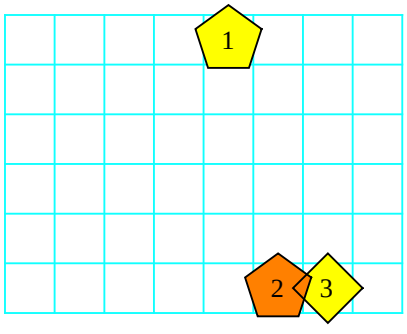
1. Lik A je oranžen.	N
2. Če je lik B kvadrat, potem je lik C kvadrat.	R



1. Lik A ni trikotnik.	N
2. Lik B je pod C.	R



1. Lik A je nad C.	R
2. Lik B je zelen ali je lik A oranžen.	R



1. Lik C ni rumen.	R
2. Lik A je desno od C.	R

Nagradna logična naloga

Štiri prijateljice (Mija, Ella, Pika, Eva) imajo z različnine konje (Blisk, Pongo, Reno, Favorit), ki so različnih pasem (lipicanec, frizijec, vranec, islandec).
Za vsako določi ime, ime konja in njegovo pasmo.

1. Eva nima ne Bliska ne vranca.
2. Favorit ni ne vranec ne lipicanec.
3. Blisk ni ne lipicanec ne vranec.
4. Ella nima islandca.
5. Pikin konj je Favorit.
6. Favorit ni islandec.
7. Reno ni vranec.

	Blisk	Pongo	Reno	Favorit	lipicanec	frizijec	vranec	islandec
Mija								
Ella								
Pika								
Eva								
lipicanec								
frizijec								
vranec								
islandec								

ime	konj	pasma
Mija		
Ella		
Pika		
Eva		

Rešitev nagradne uganke pošljite do 1.5.2017 na naslov Logika d.o.o., Svetčeva pot 11, 1241 Kamnik, s pripisom »Nagradna uganka«.
Naslednji reševalci nagradne uganke iz 2. številke bodo prejeli poševno prizmo Polydron in Mercatorjevo vrtavko »Disney Frozen«: A.Z., ŠMARJE-SAP, V.P., ŠKOFJA LOKA, M.M., ILIRSKA BISTRCA, M.V., ŠENTRUPERT in A.S., DOBJE.



Najlepše poliedrske jelke

Na OŠ Šmarje-Sap so ob mentorstvu Andreje Verdnik pripravili kar dve poliedrski jelki. Ena je krasila hodnik pri vhodu v šolo, druga pa učilnico matematike.





Naslednje sporočilo smo dobili z Osnovne šole Koroški jeklarji:
Z učenci izbirnega predmeta logika pod vosdtvom Katje Krivec smo se letos lotili ikozaedrov, in sicer z origami tehniko. Izbirni predmet obiskuje devet učenk in učencev od 7. do 9. razreda. Pri izdelovanju smo vsi skupaj zelo uživali. (slika levo spodaj).





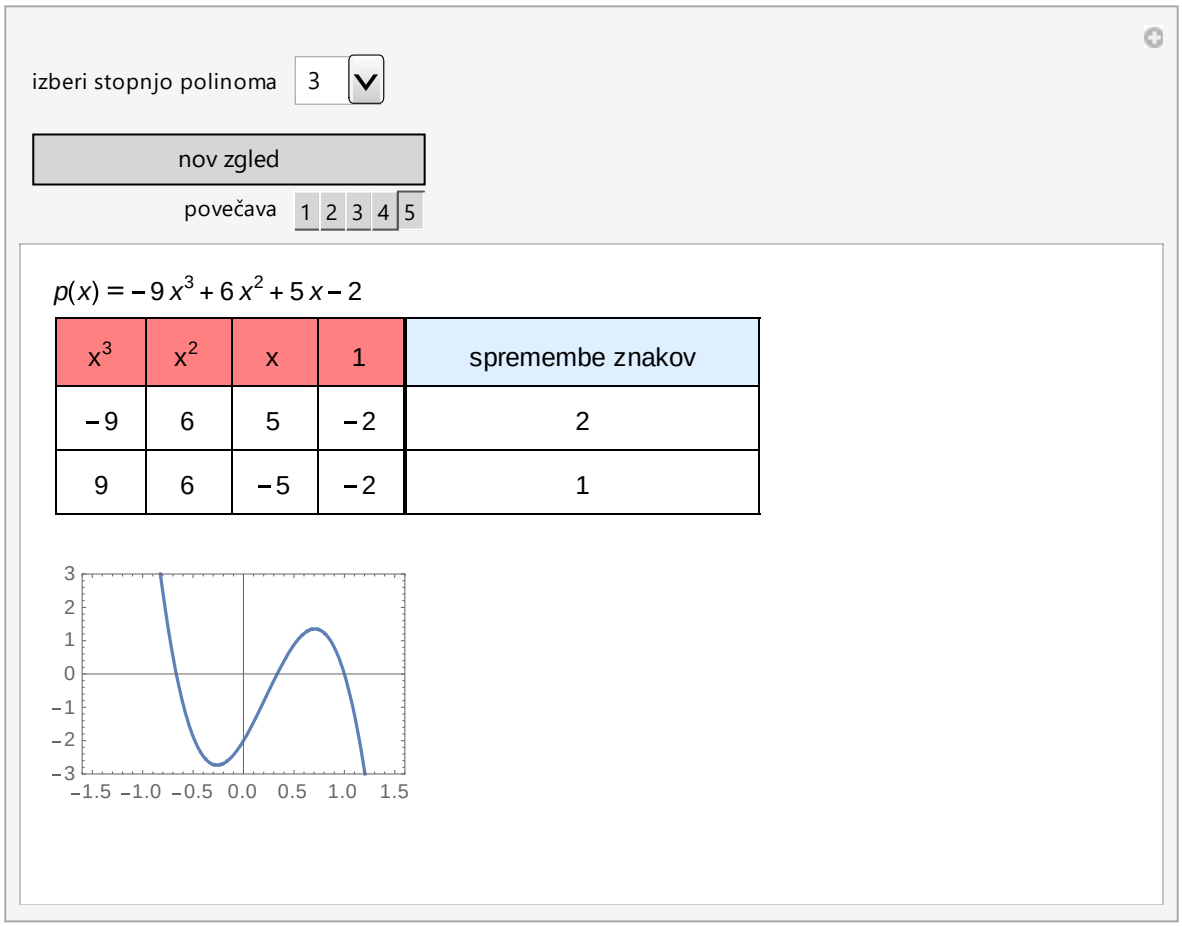
Fotografijo jelke na desni sliki zgoraj pa nam je poslal Žan Hozjan, dijak 1. letnika Srednje šole Slovenska Bistrica, ki je jelko sestavil iz 35 poliedrov in enega zvezdnega poliedra, ki krasi vrh smrečke.

Descartesovo znakovno pravilo

Descartesovo znakovno pravilo je metoda za oceno zgornje meje števila pozitivnih ali negativnih ničel polinoma $p(x) = a_n x^n+a_{n-1} x^{n-1}+...+a_1x+a_0$.
Tvorimo zaporedje koeficientov polinoma, v katerem zbrišemo ničelne člene. Preštejemo število sprememb znakov. Recimo, da je število sprememb enako m. Potem je število pozitivnih ničel polinoma m ali m-2 ali …
Za določitev negativnih ničel, naredimo isto s polinomom p(-x).
Seveda, če so koeficienti $a_0, a_1, …, a_{k-1}$ enaki 0 in je a_k različen od 0, ima polinom k kratno ničlo pri x=0.

Na primer, polinom x^2+1 nima nobene spremembe znakov, pa tudi 0 ni ničla, torej nima realnih ničel. Polinom x^3-x^2+x-1 ima 3 spremembe, a le eno pozitivno ničlo x=1.

Zgled:



Število sprememb znakov koeficientov polinoma p(x) je 2, torej imamo 2 ali 0 pozitivnih ničel. Graf nam kaže, da imamo 2.
Število sprememb znakov polinoma p(-x) je 1. Imamo eno negativno ničlo.

Zgled:

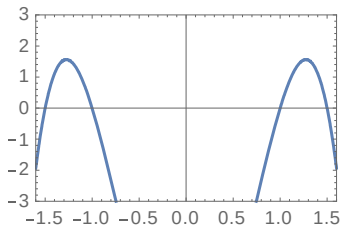
izberi stopnjo polinoma 4

nov zgled

povečava 1 2 3 4 5

$p(x) = -4x^4 + 13x^2 - 9$

x^4	x^3	x^2	x	1	spremembe znakov
−4	0	13	0	−9	2
−4	0	13	0	−9	2



Število sprememb pri p(x) je 2, pri p(-x) pa tudi 2. Tudi iz grafa razberemo, da ima polinom 4 ničle.

Zgled

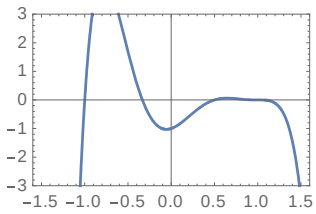
izberi stopnjo polinoma 6

nov zgled

povečava 1 2 3 4 5

$p(x) = -6x^6 + 13x^5 - x^4 - 14x^3 + 8x^2 + x - 1$

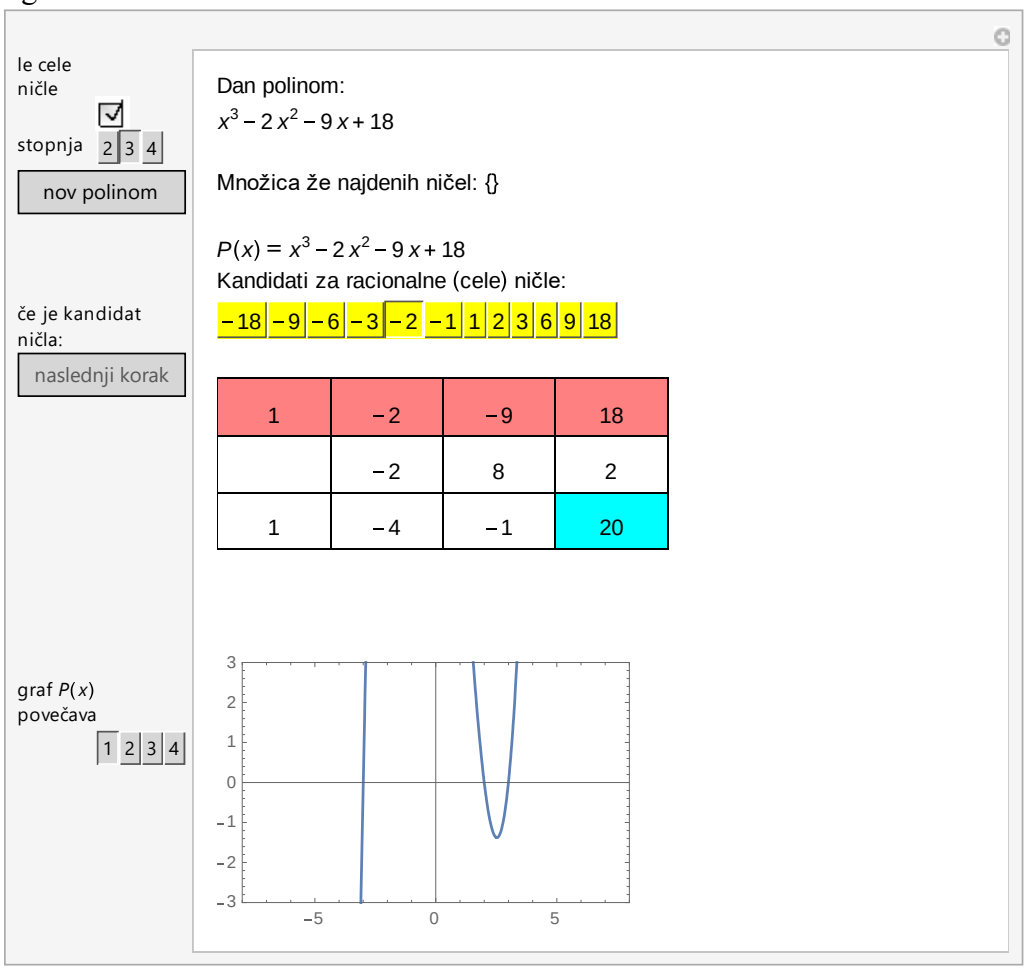
x^6	x^5	x^4	x^3	x^2	x	1	spremembe znakov
−6	13	−1	−14	8	1	−1	4
−6	−13	−1	14	8	−1	−1	2



Število pozitivnih ničel je 4 (morda je ena ničla štirikratna) ali 2.

Racionalne ničle polinoma

V tem sestavku bomo uporabili program v *mathematici*, ki nam omogoča iskanje racionalnih ničel polinoma z celimi koeficienti in konstantnim členom, različnim od 0. Naj bo $P(x)=a_n x^n+a_{n-1} x^{n-1}+...+a_1x+a_0$ tak polinom. Znan izrek pravi, da so vse racionalne ničle oblike s/d, kjer je s delitelj konstantnega člena a_0, d pa delitelj vodilnega koeficienta a_n. Postopek je takšen: Na začetku je množica najdenih ničel prazna. Možni kandidati so označeni z rumeno barvo. Recimo, da je število h ničla polinoma, potem deljenje polinoma z x-h da količnik Q(x), ki je polinom za eno stopnjo nižji kot P(x) in ostanek 0. Deljenje računalnik opravi z Ruffini-Hornerjevim algoritmom. Število h se doda k najdenim ničlam, postopek pa se nadaljuje s polinomom Q(x), dokler le-ta še ima racionalne ničle.
Če je vodilni koeficient polinoma 1, potem so vse racionalne ničle cela števila.
Če bi imel polinom koeficiente a_0, …, a_k pri začetnih potencah 1, x, …, x^k enake 0, bi imel še k kratno ničlo 0.
Zgled:



Polinom ima vodilni koeficient 1, zato so racionalne ničle cela števila. Konstantni člen je 18, zato so kandidati za ničle vsa cela števila od -18 do 18, razen števila 0. S klikom na rumeni pas iščemo število h, ki pri deljenju polinoma P(x) da ostanek 0. Takšno je število -3.

le cele ničle ☑
stopnja 2 3 4
nov polinom

Dan polinom:
$x^3 - 2x^2 - 9x + 18$

Množica že najdenih ničel: {}

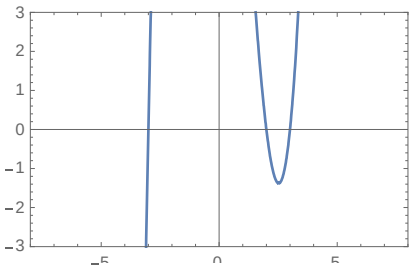
$P(x) = x^3 - 2x^2 - 9x + 18$
Kandidati za racionalne (cele) ničle:
−18 −9 −6 −3 −2 −1 1 2 3 6 9 18

če je kandidat ničla:
naslednji korak

1	−2	−9	18
	−3	15	−18
1	−5	6	0

$Q(x) = x^2 - 5x + 6$

graf $P(x)$ povečava
1 2 3 4



S pritiskom na »naslednji korak«, se -3 doda k najdenim ničlam, vlogo polinoma P(x) prevzame Q(x).

le cele ničle ☑
stopnja 2 3 4
nov polinom

Dan polinom:
$x^3 - 2x^2 - 9x + 18$

Množica že najdenih ničel: {−3}

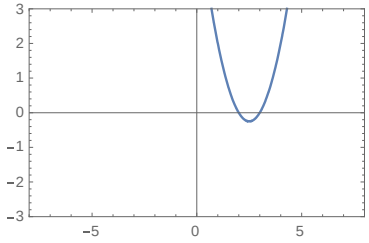
$P(x) = x^2 - 5x + 6$
Kandidati za racionalne (cele) ničle:
−6 −3 −2 −1 1 2 3 6

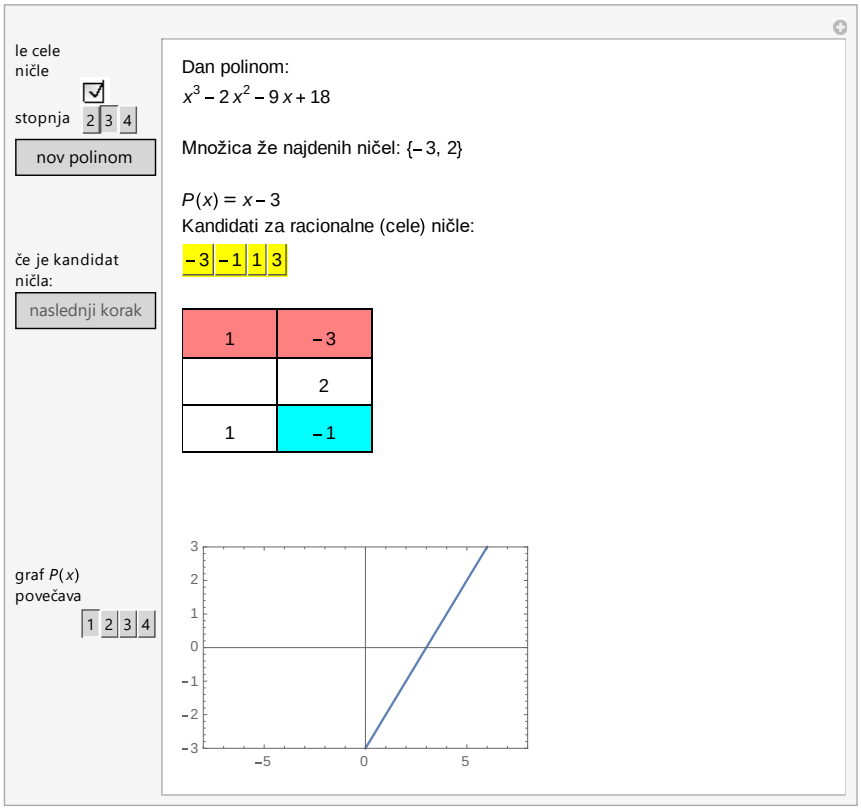
če je kandidat ničla:
naslednji korak

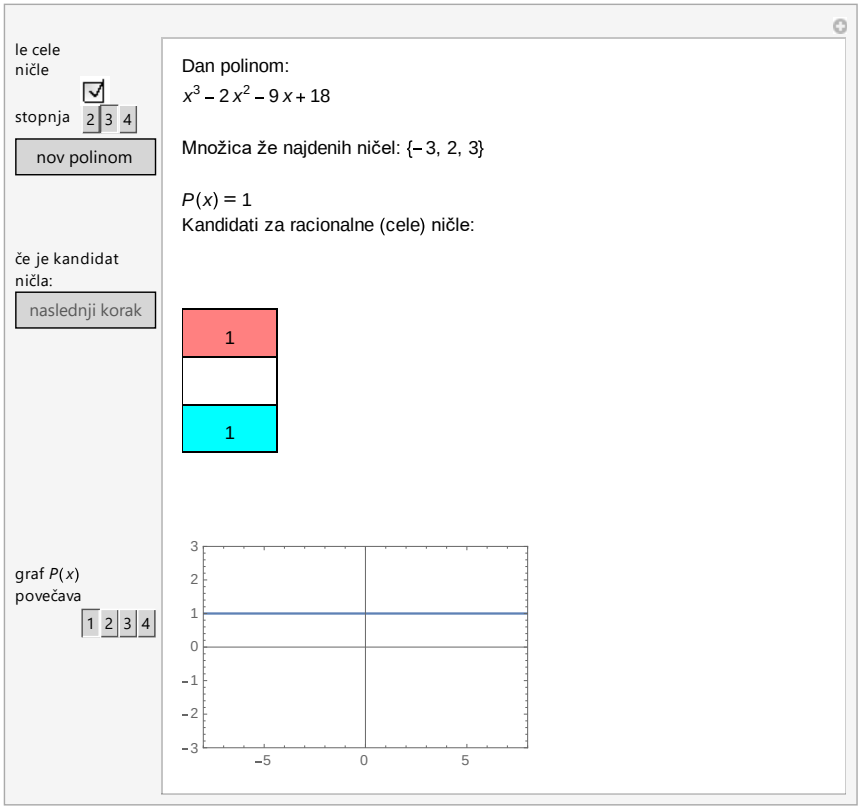
1	−5	6
	2	−6
1	−3	0

$Q(x) = x - 3$

graf $P(x)$ povečava
1 2 3 4







Tako smo prišli do vseh ničel, saj polinom 3 stopnje ne more imeti večjega števila ničel.
Zgled za racionalne ničle:

le cele ničle ☐

stopnja 2 3 4

nov polinom

$3x^3 - 11x^2 + 5x + 3$

Množica že najdenih ničel: {}

$P(x) = 3x^3 - 11x^2 + 5x + 3$

Kandidati za racionalne (cele) ničle:

−3 −1 $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ 1 3

če je kandidat ničla:

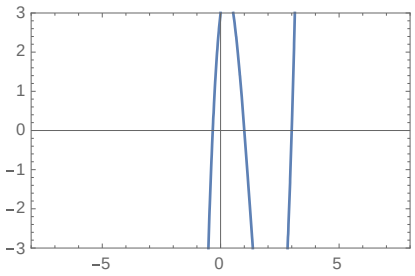
naslednji korak

3	−11	5	3
	3	−8	−3
3	−8	−3	0

$Q(x) = 3x^2 - 8x - 3$

graf $P(x)$ povečava

1 2 3 4



le cele ničle ☐

stopnja 2 3 4

nov polinom

Dan polinom:

$3x^3 - 11x^2 + 5x + 3$

Množica že najdenih ničel: {1}

$P(x) = 3x^2 - 8x - 3$

Kandidati za racionalne (cele) ničle:

−3 −1 $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ 1 3

če je kandidat ničla:

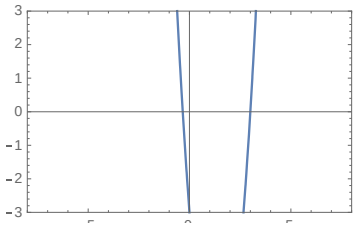
naslednji korak

3	−8	−3
	−1	3
3	−9	0

$Q(x) = 3x - 9$

graf $P(x)$ povečava

1 2 3 4



le cele ničle

stopnja 2 3 4

nov polinom

Dan polinom:

$3x^3 - 11x^2 + 5x + 3$

Množica že najdenih ničel: $\left\{1, -\frac{1}{3}\right\}$

$P(x) = 3x - 9$

Kandidati za racionalne (cele) ničle:

-9 -3 -1 $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ 1 3 9

če je kandidat ničla:

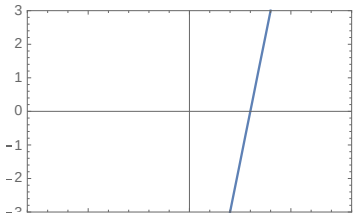
nasledni korak

3	−9
	9
3	0

$Q(x) = 3$

graf $P(x)$ povečava

1 2 3 4



le cele ničle

stopnja 2 3 4

nov polinom

Dan polinom:

$3x^3 - 11x^2 + 5x + 3$

Množica že najdenih ničel: $\left\{1, -\frac{1}{3}, 3\right\}$

$P(x) = 3$

Kandidati za racionalne (cele) ničle:

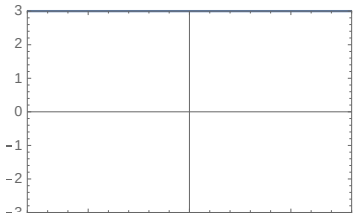
3
3

če je kandidat ničla:

nasledni korak

graf $P(x)$ povečava

1 2 3 4



Poišči ničle polinoma

1.	$x^2 + 2x + 1$
2.	$x^2 - x - 2$
3.	$x^2 - 6x + 9$
4.	$x^2 + 2x - 3$
5.	$x^2 - 4$
6.	$x^2 + 5x + 6$
7.	$x^2 + 2x + 1$
8.	$x^2 + 4x + 4$
9.	$x^2 - 3x + 2$
10.	$x^2 + 2x + 1$
11.	$x^3 + 3x^2 - x - 3$
12.	$x^3 - 2x^2 - 5x + 6$
13.	$x^3 - 4x^2 + 5x - 2$
14.	$x^3 + 2x^2 - 9x - 18$
15.	$x^3 - 4x^2 - 3x + 18$
16.	$x^3 + 3x^2 - 4x - 12$
17.	$x^3 + x^2 - x - 1$
18.	$x^3 - 5x^2 + 7x - 3$
19.	$x^3 - 3x^2 + 4$
20.	$x^3 - 2x^2 - 5x + 6$
21.	$x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x + 9$
22.	$x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$
23.	$x^4 + 6x^3 + 8x^2 - 6x - 9$
24.	$x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6$
25.	$x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12$
26.	$x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2$
27.	$x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 6$
28.	$x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6$
29.	$x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 6$
30.	$x^4 + 9x^3 + 29x^2 + 39x + 18$

1.	$2x^2 - 9x + 9$
2.	$2x^2 + 3x + 1$
3.	$9x^2 + 9x + 2$
4.	$6x^2 - 5x + 1$
5.	$2x^2 + 5x + 2$
6.	$2x^2 + 3x + 1$
7.	$x^2 - 1$
8.	$x^2 - 4x + 3$
9.	$2x^2 + x - 1$
10.	$9x^2 - 1$
11.	$x^3 - x^2 - 5x - 3$
12.	$3x^3 + x^2 - 3x - 1$
13.	$2x^3 + 9x^2 + 13x + 6$
14.	$6x^3 + x^2 - 5x - 2$
15.	$6x^3 + 11x^2 - x - 6$
16.	$x^3 - 3x^2 - x + 3$
17.	$2x^3 - 9x^2 + 13x - 6$
18.	$x^3 - x^2 - x + 1$
19.	$9x^3 + 15x^2 + 7x + 1$
20.	$6x^3 + 5x^2 - 8x - 3$
21.	$3x^4 + 11x^3 + 6x^2 - 12x - 8$
22.	$36x^4 - 24x^3 - 53x^2 + 4x + 12$
23.	$3x^4 + 4x^3 - 7x^2 - 4x + 4$
24.	$3x^4 + x^3 - 17x^2 + 19x - 6$
25.	$9x^4 - 27x^3 + 17x^2 + 3x - 2$
26.	$6x^4 + 37x^3 + 76x^2 + 63x + 18$
27.	$8x^4 + 12x^3 - 6x^2 - 7x + 3$
28.	$4x^4 + 12x^3 - 3x^2 - 8x + 3$
29.	$9x^4 + 9x^3 - 22x^2 - 4x + 8$
30.	$2x^4 + 7x^3 - 2x^2 - 13x + 6$

Rešitve:

1.	$x^2 + 2x + 1$	$\{-1, -1\}$
2.	$x^2 - x - 2$	$\{-1, 2\}$
3.	$x^2 - 6x + 9$	$\{3, 3\}$
4.	$x^2 + 2x - 3$	$\{-3, 1\}$
5.	$x^2 - 4$	$\{-2, 2\}$
6.	$x^2 + 5x + 6$	$\{-3, -2\}$
7.	$x^2 + 2x + 1$	$\{-1, -1\}$
8.	$x^2 + 4x + 4$	$\{-2, -2\}$
9.	$x^2 - 3x + 2$	$\{1, 2\}$
10.	$x^2 + 2x + 1$	$\{-1, -1\}$
11.	$x^3 + 3x^2 - x - 3$	$\{-3, -1, 1\}$
12.	$x^3 - 2x^2 - 5x + 6$	$\{-2, 1, 3\}$
13.	$x^3 - 4x^2 + 5x - 2$	$\{1, 1, 2\}$
14.	$x^3 + 2x^2 - 9x - 18$	$\{-3, -2, 3\}$
15.	$x^3 - 4x^2 - 3x + 18$	$\{-2, 3, 3\}$
16.	$x^3 + 3x^2 - 4x - 12$	$\{-3, -2, 2\}$
17.	$x^3 + x^2 - x - 1$	$\{-1, -1, 1\}$
18.	$x^3 - 5x^2 + 7x - 3$	$\{1, 1, 3\}$
19.	$x^3 - 3x^2 + 4$	$\{-1, 2, 2\}$
20.	$x^3 - 2x^2 - 5x + 6$	$\{-2, 1, 3\}$
21.	$x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x + 9$	$\{-1, -1, 3, 3\}$
22.	$x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$	$\{-2, -1, 1, 3\}$
23.	$x^4 + 6x^3 + 8x^2 - 6x - 9$	$\{-3, -3, -1, 1\}$
24.	$x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6$	$\{-1, 1, 2, 3\}$
25.	$x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12$	$\{-2, -1, 2, 3\}$
26.	$x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2$	$\{-2, -1, 1, 1\}$
27.	$x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 6$	$\{1, 1, 2, 3\}$
28.	$x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6$	$\{-3, -2, -1, 1\}$
29.	$x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 6$	$\{1, 1, 2, 3\}$
30.	$x^4 + 9x^3 + 29x^2 + 39x + 18$	$\{-3, -3, -2, -1\}$

1.	$2x^2 - 9x + 9$	$\left\{\frac{3}{2}, 3\right\}$
2.	$2x^2 + 3x + 1$	$\left\{-1, -\frac{1}{2}\right\}$
3.	$9x^2 + 9x + 2$	$\left\{-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right\}$
4.	$6x^2 - 5x + 1$	$\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right\}$
5.	$2x^2 + 5x + 2$	$\left\{-2, -\frac{1}{2}\right\}$
6.	$2x^2 + 3x + 1$	$\left\{-1, -\frac{1}{2}\right\}$
7.	$x^2 - 1$	$\{-1, 1\}$
8.	$x^2 - 4x + 3$	$\{1, 3\}$
9.	$2x^2 + x - 1$	$\left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$
10.	$9x^2 - 1$	$\left\{-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right\}$
11.	$x^3 - x^2 - 5x - 3$	$\{-1, -1, 3\}$
12.	$3x^3 + x^2 - 3x - 1$	$\left\{-1, -\frac{1}{3}, 1\right\}$
13.	$2x^3 + 9x^2 + 13x + 6$	$\left\{-2, -\frac{3}{2}, -1\right\}$
14.	$6x^3 + x^2 - 5x - 2$	$\left\{-\frac{2}{3}, -\frac{1}{2}, 1\right\}$
15.	$6x^3 + 11x^2 - x - 6$	$\left\{-\frac{3}{2}, -1, \frac{2}{3}\right\}$
16.	$x^3 - 3x^2 - x + 3$	$\{-1, 1, 3\}$
17.	$2x^3 - 9x^2 + 13x - 6$	$\left\{1, \frac{3}{2}, 2\right\}$
18.	$x^3 - x^2 - x + 1$	$\{-1, 1, 1\}$
19.	$9x^3 + 15x^2 + 7x + 1$	$\left\{-1, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right\}$
20.	$6x^3 + 5x^2 - 8x - 3$	$\left\{-\frac{3}{2}, -\frac{1}{3}, 1\right\}$
21.	$3x^4 + 11x^3 + 6x^2 - 12x - 8$	$\left\{-2, -2, -\frac{2}{3}, 1\right\}$
22.	$36x^4 - 24x^3 - 53x^2 + 4x + 12$	$\left\{-\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right\}$
23.	$3x^4 + 4x^3 - 7x^2 - 4x + 4$	$\left\{-2, -1, \frac{2}{3}, 1\right\}$
24.	$3x^4 + x^3 - 17x^2 + 19x - 6$	$\left\{-3, \frac{2}{3}, 1, 1\right\}$
25.	$9x^4 - 27x^3 + 17x^2 + 3x - 2$	$\left\{-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 1, 2\right\}$
26.	$6x^4 + 37x^3 + 76x^2 + 63x + 18$	$\left\{-3, -\frac{3}{2}, -1, -\frac{2}{3}\right\}$
27.	$8x^4 + 12x^3 - 6x^2 - 7x + 3$	$\left\{-\frac{3}{2}, -1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$
28.	$4x^4 + 12x^3 - 3x^2 - 8x + 3$	$\left\{-3, -1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$
29.	$9x^4 + 9x^3 - 22x^2 - 4x + 8$	$\left\{-2, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, 1\right\}$
30.	$2x^4 + 7x^3 - 2x^2 - 13x + 6$	$\left\{-3, -2, \frac{1}{2}, 1\right\}$

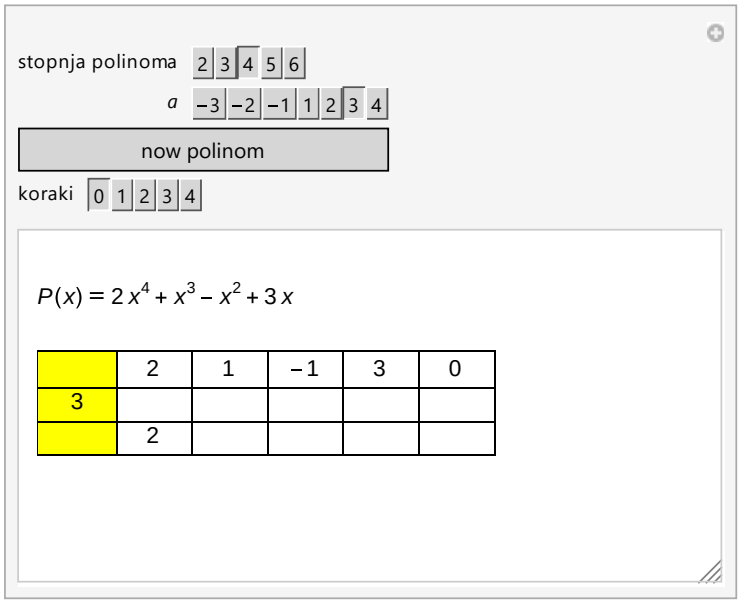
Ruffini-Hornerjev algoritem

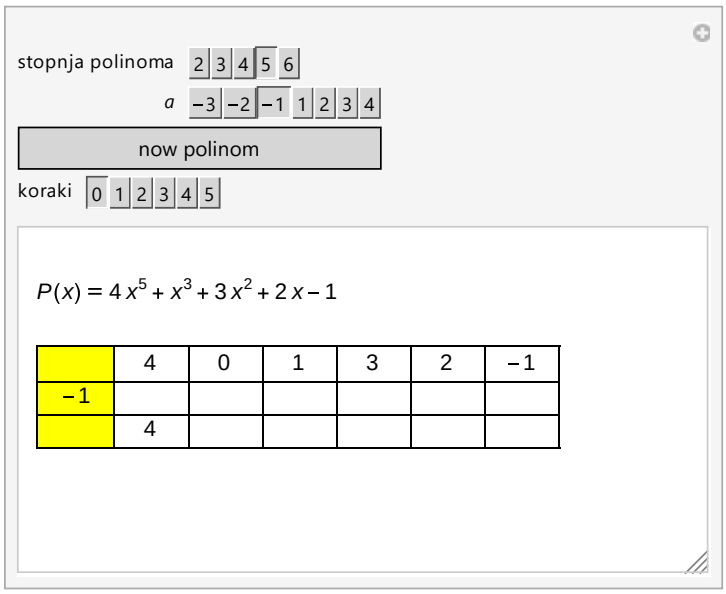
Hornerjev algoritem je metoda za računanje vrednosti polinoma. Postopek sta neodvisno drug od drugega odkrila Ruffini in Horner. Izračunajmo
$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_0 = ((a_n x + a_{n-1})x + ...)x + a_0$ v točki a.
Zakaj je ta metoda dobra? Če računamo vrednost po prvem izrazu, imamo za izračun potenc n-1 množenj in še n+1 za množenje potenc s koeficienti (vključno z množenjem z 1). Nato pa še n seštevanj. Po drugi formuli pa n množenj in n seštevanj. Torej je število množenj razpolovljeno.
Za izračun P(a) poiščemo $b_{n-1}=a_n$, $b_{n-2}=a_{n-1}+a\,b_{n-1}$, ... , $b_0=a_1+a\,b_1$, $P(a)=a_0+a\,b_0$. Hkrati dobimo količnik $Q(x)=P(x)/(x-a)=b_{n-1}\,x^{n-1}+b_{n-2}\,x^{n-2}+...+b_0$. Ostanek deljenja je ravno P(a).
Račun strnemo v shemo iz treh vrstic. V rumenem stolpcu navedemo število a. V prvi vrstici preostalega dela zapišemo koeficiente polinoma P(x) in prepišemo vodilni koeficient a_n na prvo mesto v tretji vrstici. To bo vodilni koeficient polinoma Q(x), to je b_{n-1}. To je začetni korak (0). Pomnožimo a z b_{n-1} in rezultat vrišemo na drugo mesto v drugi vrstici. Nato seštejemo števili v drugem stolpcu in rezultat vpišemo pod ti števili. To je drugi korak. Enak postopek nadaljujemo z enim pomikom na desno, dokler ne izpolnimo tabele.

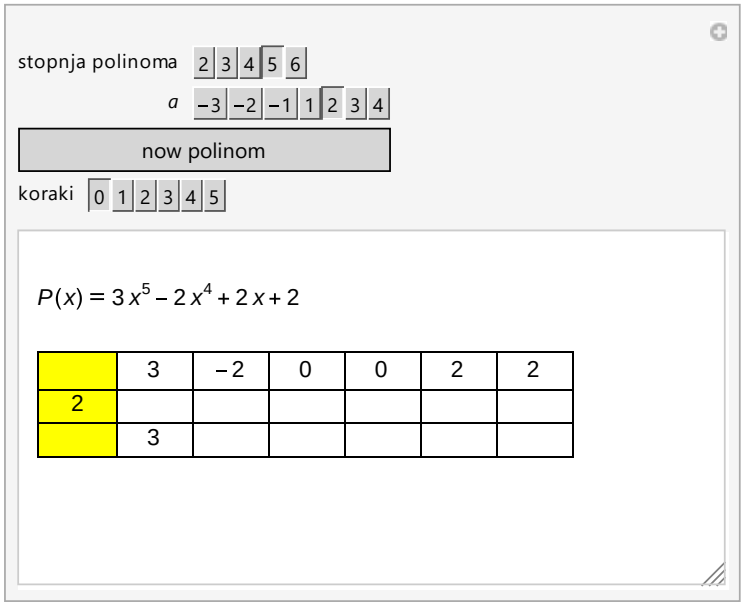
Zgled: $P(x)=3x^3+2x^2+3$, a=-2.



Naloge:


stopnja polinoma 2 3 4 5 6
a −3 −2 −1 1 2 3 4
now polinom
koraki 0 1 2 3 4
P(x) = 2 x^4 + x^3 − x^2 + 3 x
2 1 −1 3 0
3
2


stopnja polinoma 2 3 4 5 6
a −3 −2 −1 1 2 3 4
now polinom
koraki 0 1 2 3 4 5
P(x) = 4 x^5 + x^3 + 3 x^2 + 2 x − 1
4 0 1 3 2 −1
−1
4


stopnja polinoma 2 3 4 5 6
a −3 −2 −1 1 2 3 4
now polinom
koraki 0 1 2 3 4 5
P(x) = 3 x^5 − 2 x^4 + 2 x + 2
3 −2 0 0 2 2
2
3

Rešitve:

stopnja polinoma 2 3 **4** 5 6

a −3 −2 −1 1 2 **3** 4

now polinom

koraki 0 1 2 3 **4**

$P(x) = 2x^4 + x^3 - x^2 + 3x$

	2	1	−1	3	0
3		6	21	60	189
	2	7	20	63	189

$P(3) = 189$

$Q(x) = 2x^3 + 7x^2 + 20x + 63$

stopnja polinoma 2 3 4 **5** 6

a −3 −2 −1 1 2 3 4

now polinom

koraki 0 1 2 3 4 **5**

$P(x) = 4x^5 + x^3 + 3x^2 + 2x - 1$

	4	0	1	3	2	−1
−1		−4	4	−5	2	−4
	4	−4	5	−2	4	−5

$P(-1) = -5$

$Q(x) = 4x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x + 4$

stopnja polinoma 2 3 4 **5** 6

a −3 −2 −1 1 **2** 3 4

now polinom

koraki 0 1 2 3 4 **5**

$P(x) = 3x^5 - 2x^4 + 2x + 2$

	3	−2	0	0	2	2
2		6	8	16	32	68
	3	4	8	16	34	70

$P(2) = 70$

$Q(x) = 3x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 16x + 34$

Referenca:

Izidor Hafner
"Horner's Method"
http://demonstrations.wolfram.com/HornersMethod/
Wolfram Demonstrations Project
Published: January 8, 2016

Izračunaj vrednosti polinomov v točki h

Naloge

	h	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
1.	$2x^2 - x + 3$									
2.	$4x^2 - 1$									
3.	$1 - x^2$									
4.	$2x^2 - 2x + 3$									
5.	$-x^2 - 2x + 3$									
6.	$-2x^2$									
7.	$3x^2 + 3x + 2$									
8.	$x^2 - 2x - 2$									
9.	$4x^2 - x - 1$									
10.	$2x^2 + 2x - 2$									
11.	$3x^3 - 2x^2 - x - 1$									
12.	$-4x^3 + 2x^2 + 3x + 2$									
13.	$2x^3 + 2x^2 - x + 1$									
14.	$3x^3 + 2x^2 + x + 2$									
15.	$2x^3 - 2x^2 + 3x$									
16.	$3x^3 - 2x$									
17.	$-4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$									
18.	$4x^3 - x^2 - 2x + 2$									
19.	$3x^2 - 2x^3$									
20.	$x^3 - x^2 + 2x - 2$									
21.	$3x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x - 1$									
22.	$-3x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 2$									
23.	$2x^4 + x^2 + 3x + 3$									
24.	$4x^4 - x^3 - x^2 - 2x - 2$									
25.	$x^4 + 2x^2 + 3x$									
26.	$-2x^4 - x^3 - 2x^2 + 2x + 3$									
27.	$4x^4 - 2x^3 - x^2 + 3x + 1$									
28.	$-x^4 - x^3 - x^2 + 1$									
29.	$-4x^4 - 2x^3 + x + 1$									
30.	$3x^4 + x^3 + 3$									

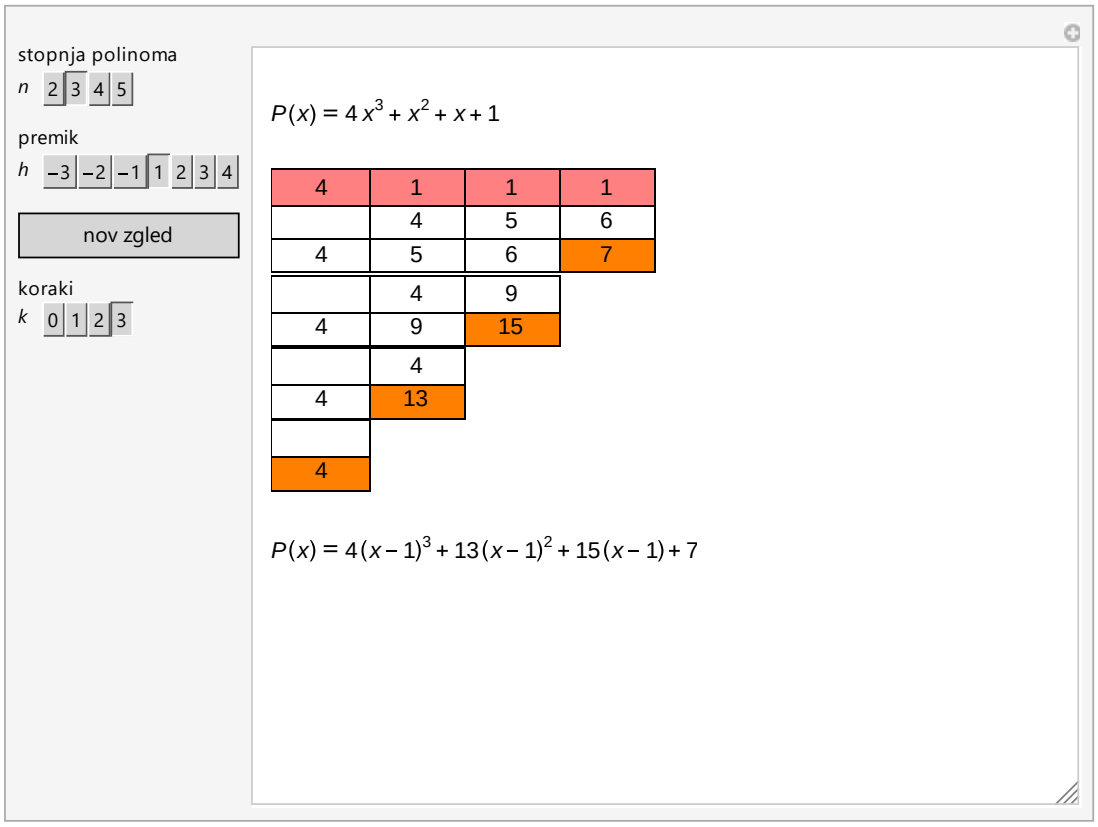
Rešitve:

	h	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
1.	$2x^2 - x + 3$	39	24	13	6	3	4	9	18	31
2.	$4x^2 - 1$	63	35	15	3	−1	3	15	35	63
3.	$1 - x^2$	−15	−8	−3	0	1	0	−3	−8	−15
4.	$2x^2 - 2x + 3$	43	27	15	7	3	3	7	15	27
5.	$-x^2 - 2x + 3$	−5	0	3	4	3	0	−5	−12	−21
6.	$-2x^2$	−32	−18	−8	−2	0	−2	−8	−18	−32
7.	$3x^2 + 3x + 2$	38	20	8	2	2	8	20	38	62
8.	$x^2 - 2x - 2$	22	13	6	1	−2	−3	−2	1	6
9.	$4x^2 - x - 1$	67	38	17	4	−1	2	13	32	59
10.	$2x^2 + 2x - 2$	22	10	2	−2	−2	2	10	22	38
11.	$3x^3 - 2x^2 - x - 1$	−221	−97	−31	−5	−1	−1	13	59	155
12.	$-4x^3 + 2x^2 + 3x + 2$	278	119	36	5	2	3	−16	−79	−210
13.	$2x^3 + 2x^2 - x + 1$	−91	−32	−5	2	1	4	23	70	157
14.	$3x^3 + 2x^2 + x + 2$	−162	−64	−16	0	2	8	36	104	230
15.	$2x^3 - 2x^2 + 3x$	−172	−81	−30	−7	0	3	14	45	108
16.	$3x^3 - 2x$	−184	−75	−20	−1	0	1	20	75	184
17.	$-4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$	297	130	41	6	1	2	−15	−74	−199
18.	$4x^3 - x^2 - 2x + 2$	−262	−109	−30	−1	2	3	26	95	234
19.	$3x^2 - 2x^3$	176	81	28	5	0	1	−4	−27	−80
20.	$x^3 - x^2 + 2x - 2$	−90	−44	−18	−6	−2	0	6	22	54
21.	$3x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x - 1$	619	185	33	1	−1	9	85	353	1011
22.	$-3x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 2$	−930	−307	−64	−3	2	5	−12	−139	−538
23.	$2x^4 + x^2 + 3x + 3$	519	165	33	3	3	9	45	183	543
24.	$4x^4 - x^3 - x^2 - 2x - 2$	1078	346	70	4	−2	−2	46	280	934
25.	$x^4 + 2x^2 + 3x$	276	90	18	0	0	6	30	108	300
26.	$-2x^4 - x^3 - 2x^2 + 2x + 3$	−485	−156	−33	−2	3	0	−41	−198	−597
27.	$4x^4 - 2x^3 - x^2 + 3x + 1$	1125	361	71	3	1	5	51	271	893
28.	$-x^4 - x^3 - x^2 + 1$	−207	−62	−11	0	1	−2	−27	−116	−335
29.	$-4x^4 - 2x^3 + x + 1$	−899	−272	−49	−2	1	−4	−77	−374	−1147
30.	$3x^4 + x^3 + 3$	707	219	43	5	3	7	59	273	835

Razvoj polinoma po premaknjenih potencah

Polinom $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_a x + a_0$ moramo zapisati v obliki $b_n(x-h)^n + b_{n-1}(x-h)^{n-1} + \ldots + b_1(x-h) + b_0$. Očitno je $b_0 = P(h)$. Naj bo $Q(x) = (P(x)-P(h))/(x-h) = b_n(x-h)^{n-1} + b_{n-1}(x-h)^{n-2} + \ldots + b_1$. Torej je $Q(h) = b_1$. Postopek nadaljujemo, torej dobimo koeficiente polinoma z zaporednim deljenjem z x-h, za kar uporabimo Ruffini-Hornerjevo shemo.

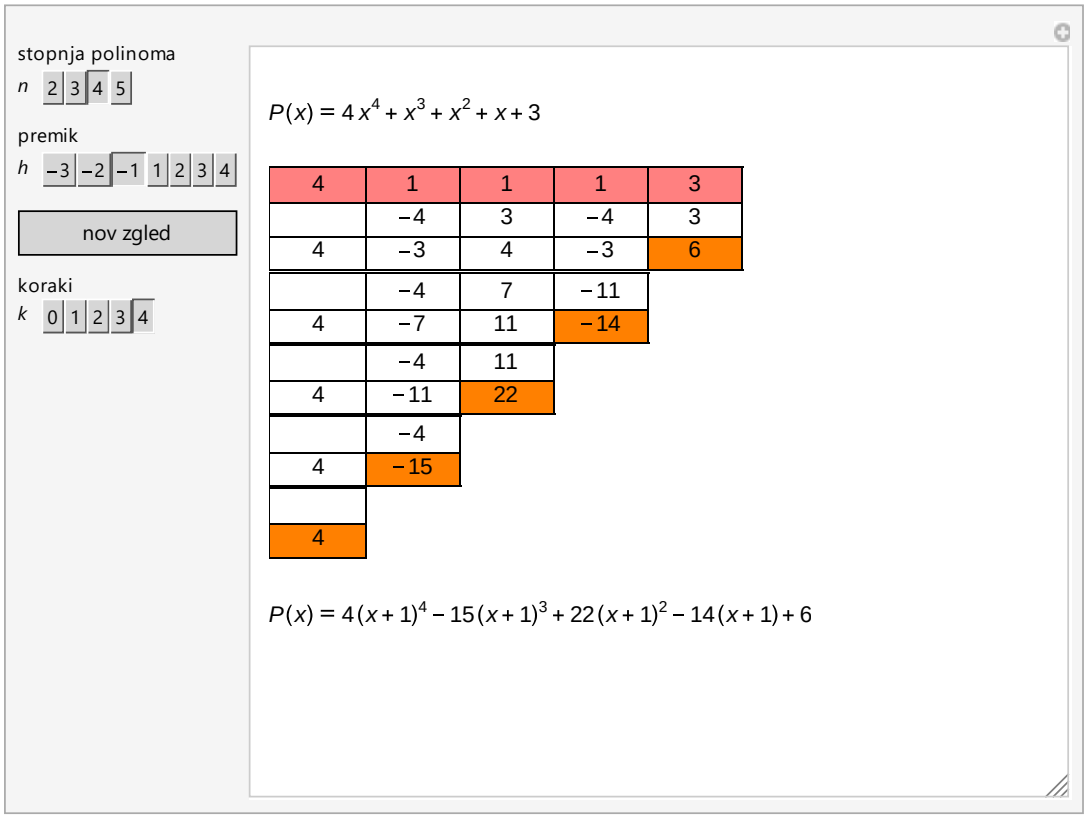
Zgled:

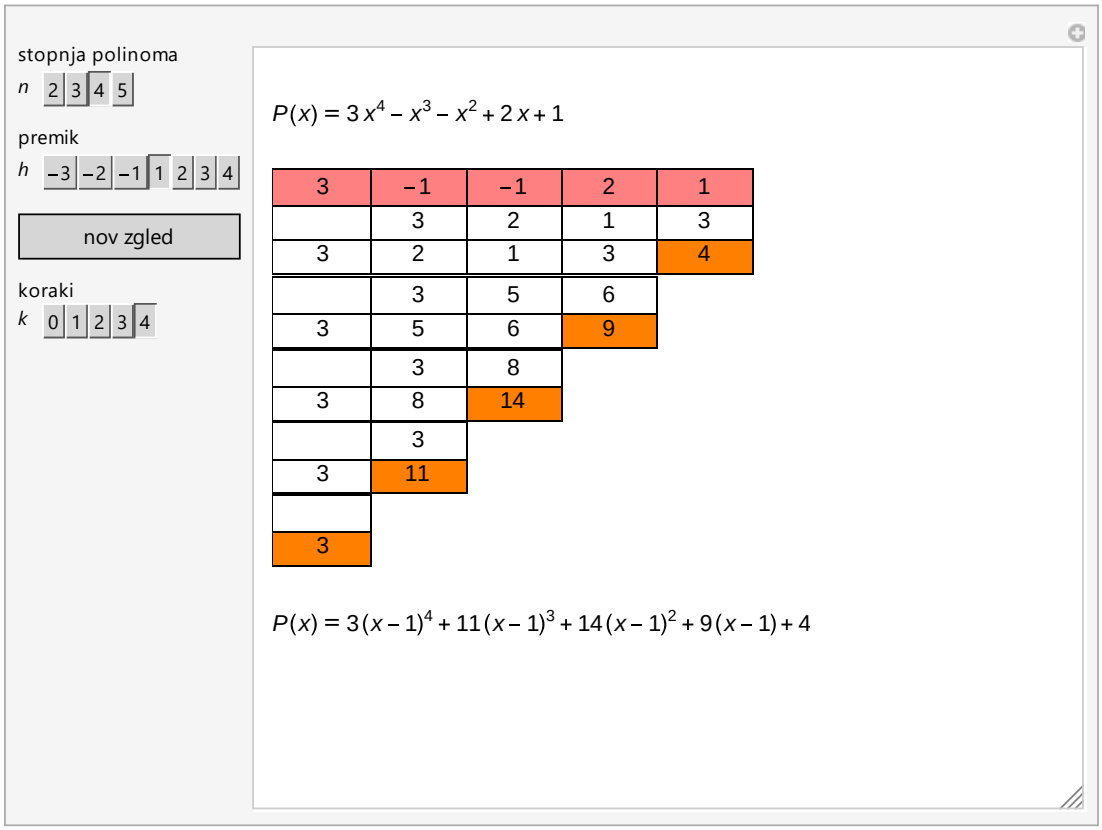


Reference:

[1] Wikipedia. "Paolo Ruffini." (Dec 12, 2016) en.wikipedia.org/wiki/Paolo_Ruffini.
[2] Wikipedia. "William George Horner." (Dec 12, 2016) en.wikipedia.org/wiki/William_George_Horner.
[3] Izidor Hafner
"Ruffini-Horner Method for a Polynomial in Powers of *x-h*"
http://demonstrations.wolfram.com/RuffiniHornerMethodForAPolynomialInPowersOfXH/
Wolfram Demonstrations Project
Published: December 14, 2016

Nalogi:


stopnja polinoma
n 2 3 4 5
premik
h −3 −2 −1 1 2 3 4
nov zgled
koraki
k 0 1 2 3 4
P(x) = 4x^4 + x^3 + x^2 + x + 3
4 1 1 1 3
−4 3 −4 3
4 −3 4 −3 6
−4 7 −11
4 −7 11 −14
−4 11
4 −11 22
−4
4 −15
4
P(x) = 4(x + 1)^4 − 15(x + 1)^3 + 22(x + 1)^2 − 14(x + 1) + 6


stopnja polinoma
n 2 3 4 5
premik
h −3 −2 −1 1 2 3 4
nov zgled
koraki
k 0 1 2 3 4
P(x) = 3x^4 − x^3 − x^2 + 2x + 1
3 −1 −1 2 1
3 2 1 3
3 2 1 3 4
3 5 6
3 5 6 9
3 8
3 8 14
3
3 11
3
P(x) = 3(x − 1)^4 + 11(x − 1)^3 + 14(x − 1)^2 + 9(x − 1) + 4

Razvij polinom po potencah x-h

1.	$x^2 + x - 1$	-2
2.	$x^2 + 3x + 3$	-2
3.	$x^2 + 3x - 1$	-2
4.	$4x^2 - x - 1$	-1
5.	$2x^2 - x + 3$	-1
6.	$3x^2 - 2$	-1
7.	$2x^2 - 2x + 3$	1
8.	$x^2 - 2x + 1$	1
9.	$2x^2 - x$	1
10.	$3x^2 + x + 1$	2
11.	$x^2 - 2x + 3$	2
12.	$2x^2 + 3x$	2
13.	$4x^3 + 3x^2 + x - 2$	-2
14.	$2x^3 + 3x^2 - x + 1$	-2
15.	$3x^3 - x^2 - 2x + 1$	-2
16.	$2x^3 - x^2 + 3x$	-1
17.	$4x^3 + 2x^2 + 1$	-1
18.	$2x^3 + 2x^2 + 2$	-1
19.	$x^3 + x^2 + 1$	1
20.	$x^3 - x^2 - 2x + 1$	1
21.	$2x^3 - 2x^2 + 2x + 1$	1
22.	$x^3 - 2x^2 + x + 1$	2
23.	$2x^3 - 2x^2 + x$	2
24.	$2x^3 - 1$	2
25.	$4x^4 - x^3 + x^2 - 2x + 1$	-2
26.	$4x^4 + x^3 + 3x^2 + 3x - 2$	-2
27.	$4x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 3x + 3$	-2
28.	$x^4 + 2x^2 - x$	-1
29.	$4x^4 + x^3$	-1
30.	$x^4 + 2x^2 - 2x - 1$	-1
31.	$4x^4 + x^3 + 2$	1
32.	$3x^4 - 2x + 3$	1
33.	$3x^4 + 3x^3 + x + 1$	1
34.	$3x^4 + x^3 - x^2 + 3$	2
35.	$2x^4 - x^3 - x^2 - x + 2$	2
36.	$2x^4 - x^3 - 2x$	2

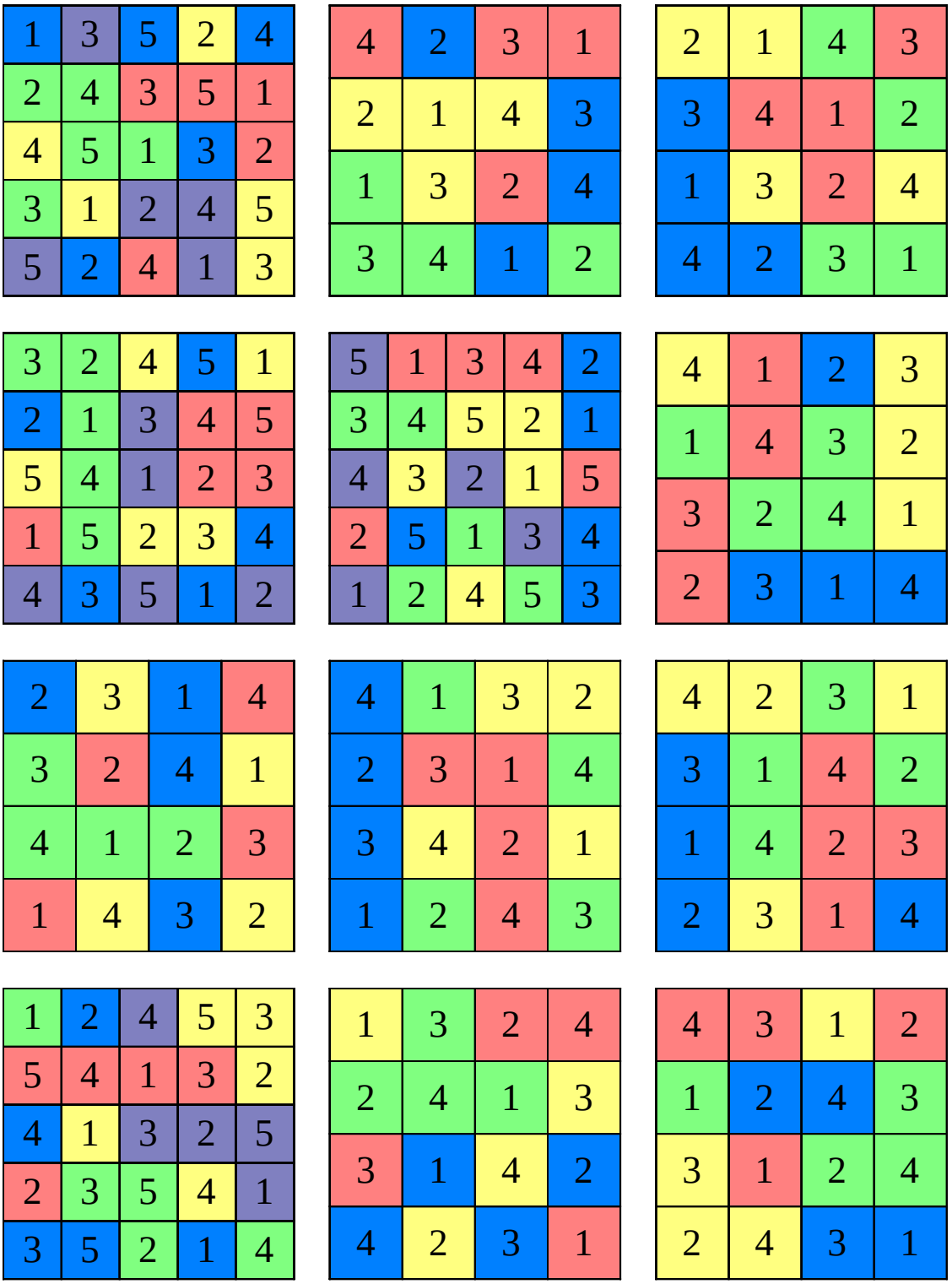
Rešitve

1.	$x^2 + x - 1$	$(x+2)^2 - 3\,(x+2) + 1$
2.	$x^2 + 3x + 3$	$(x+2)^2 - x - 1$
3.	$x^2 + 3x - 1$	$(x+2)^2 - x - 5$
4.	$4x^2 - x - 1$	$4\,(x+1)^2 - 9\,(x+1) + 4$
5.	$2x^2 - x + 3$	$2\,(x+1)^2 - 5\,(x+1) + 6$
6.	$3x^2 - 2$	$3\,(x+1)^2 - 6\,(x+1) + 1$
7.	$2x^2 - 2x + 3$	$2\,(x-1)^2 + 2\,(x-1) + 3$
8.	$x^2 - 2x + 1$	$(x-1)^2$
9.	$2x^2 - x$	$2\,(x-1)^2 + 3\,(x-1) + 1$
10.	$3x^2 + x + 1$	$3\,(x-2)^2 + 13\,(x-2) + 15$
11.	$x^2 - 2x + 3$	$(x-2)^2 + 2\,(x-2) + 3$
12.	$2x^2 + 3x$	$2\,(x-2)^2 + 11\,(x-2) + 14$
13.	$4x^3 + 3x^2 + x - 2$	$4\,(x+2)^3 - 21\,(x+2)^2 + 37\,(x+2) - 24$
14.	$2x^3 + 3x^2 - x + 1$	$2\,(x+2)^3 - 9\,(x+2)^2 + 11\,(x+2) - 1$
15.	$3x^3 - x^2 - 2x + 1$	$3\,(x+2)^3 - 19\,(x+2)^2 + 38\,(x+2) - 23$
16.	$2x^3 - x^2 + 3x$	$2\,(x+1)^3 - 7\,(x+1)^2 + 11\,(x+1) - 6$
17.	$4x^3 + 2x^2 + 1$	$4\,(x+1)^3 - 10\,(x+1)^2 + 8\,(x+1) - 1$
18.	$2x^3 + 2x^2 + 2$	$2\,(x+1)^3 - 4\,(x+1)^2 + 2\,(x+1) + 2$
19.	$x^3 + x^2 + 1$	$(x-1)^3 + 4\,(x-1)^2 + 5\,(x-1) + 3$
20.	$x^3 - x^2 - 2x + 1$	$(x-1)^3 + 2\,(x-1)^2 - x$
21.	$2x^3 - 2x^2 + 2x + 1$	$2\,(x-1)^3 + 4\,(x-1)^2 + 4\,(x-1) + 3$
22.	$x^3 - 2x^2 + x + 1$	$(x-2)^3 + 4\,(x-2)^2 + 5\,(x-2) + 3$
23.	$2x^3 - 2x^2 + x$	$2\,(x-2)^3 + 10\,(x-2)^2 + 17\,(x-2) + 10$
24.	$2x^3 - 1$	$2\,(x-2)^3 + 12\,(x-2)^2 + 24\,(x-2) + 15$
25.	$4x^4 - x^3 + x^2 - 2x + 1$	$4\,(x+2)^4 - 33\,(x+2)^3 + 103\,(x+2)^2 - 146\,(x+2) + 81$
26.	$4x^4 + x^3 + 3x^2 + 3x - 2$	$4\,(x+2)^4 - 31\,(x+2)^3 + 93\,(x+2)^2 - 125\,(x+2) + 60$
27.	$4x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 3x + 3$	$4\,(x+2)^4 - 30\,(x+2)^3 + 87\,(x+2)^2 - 113\,(x+2) + 57$
28.	$x^4 + 2x^2 - x$	$(x+1)^4 - 4\,(x+1)^3 + 8\,(x+1)^2 - 9\,(x+1) + 4$
29.	$4x^4 + x^3$	$4\,(x+1)^4 - 15\,(x+1)^3 + 21\,(x+1)^2 - 13\,(x+1) + 3$
30.	$x^4 + 2x^2 - 2x - 1$	$(x+1)^4 - 4\,(x+1)^3 + 8\,(x+1)^2 - 10\,(x+1) + 4$
31.	$4x^4 + x^3 + 2$	$4\,(x-1)^4 + 17\,(x-1)^3 + 27\,(x-1)^2 + 19\,(x-1) + 7$
32.	$3x^4 - 2x + 3$	$3\,(x-1)^4 + 12\,(x-1)^3 + 18\,(x-1)^2 + 10\,(x-1) + 4$
33.	$3x^4 + 3x^3 + x + 1$	$3\,(x-1)^4 + 15\,(x-1)^3 + 27\,(x-1)^2 + 22\,(x-1) + 8$
34.	$3x^4 + x^3 - x^2 + 3$	$3\,(x-2)^4 + 25\,(x-2)^3 + 77\,(x-2)^2 + 104\,(x-2) + 55$
35.	$2x^4 - x^3 - x^2 - x + 2$	$2\,(x-2)^4 + 15\,(x-2)^3 + 41\,(x-2)^2 + 47\,(x-2) + 20$
36.	$2x^4 - x^3 - 2x$	$2\,(x-2)^4 + 15\,(x-2)^3 + 42\,(x-2)^2 + 50\,(x-2) + 20$

Rešitve

Barvni sudoku

1.



2.

3	2	1	4
4	1	2	3
1	4	3	2
2	3	4	1

1	3	4	2
4	1	2	3
3	2	1	4
2	4	3	1

4	1	2	3
1	4	3	2
3	2	4	1
2	3	1	4

3	4	1	2
1	2	4	3
2	1	3	4
4	3	2	1

5	3	1	4	2
2	4	5	3	1
4	1	3	2	5
1	2	4	5	3
3	5	2	1	4

2	5	4	1	6	3
6	3	1	4	5	2
4	2	5	3	1	6
1	6	3	5	2	4
3	1	6	2	4	5
5	4	2	6	3	1

4	3	1	5	2
2	5	3	1	4
5	1	2	4	3
3	4	5	2	1
1	2	4	3	5

4	1	5	2	3	6
2	3	6	4	5	1
6	4	2	5	1	3
3	5	1	6	4	2
5	6	3	1	2	4
1	2	4	3	6	5

2	3	1	4
1	2	4	3
3	4	2	1
4	1	3	2

5	1	3	4	2
4	2	1	3	5
2	3	4	5	1
3	5	2	1	4
1	4	5	2	3

2	4	5	1	6	3
1	3	6	5	2	4
4	6	2	3	5	1
5	1	3	2	4	6
6	5	1	4	3	2
3	2	4	6	1	5

2	3	4	1
1	4	2	3
4	1	3	2
3	2	1	4

Latinski kvadrati

D	B	C	A
A	D	B	C
B	C	A	D
C	A	D	B

A	B	D	C
B	C	A	D
D	A	C	B
C	D	B	A

C	D	A	B
D	A	B	C
A	B	C	D
B	C	D	A

C	A	B	E	D
A	C	D	B	E
B	E	A	D	C
D	B	E	C	A
E	D	C	A	B

B	A	D	E	C
C	E	A	B	D
A	B	C	D	E
E	D	B	C	A
D	C	E	A	B

E	D	B	C	A
D	C	E	A	B
A	B	C	D	E
B	A	D	E	C
C	E	A	B	D

E	A	B	D	C
D	B	E	C	A
A	C	D	B	E
C	D	A	E	B
B	E	C	A	D

A	C	D	B
C	D	B	A
D	B	A	C
B	A	C	D

E	D	C	A	B
B	E	A	C	D
A	B	E	D	C
D	C	B	E	A
C	A	D	B	E

B	A	D	C
C	D	B	A
A	B	C	D
D	C	A	B

C	B	D	A
B	D	A	C
D	A	C	B
A	C	B	D

B	C	E	D	A
A	E	D	C	B
E	B	C	A	D
D	A	B	E	C
C	D	A	B	E

Sudoku s črkami

E 2	C 1	B 5	B 4	B 3
A 3	C 4	C 2	A 1	C 5
E 1	A 5	D 3	A 2	A 4
E 4	E 3	B 1	D 5	B 2
E 5	D 2	D 4	C 3	D 1

D 3	A 2	D 4	D 5	A 1
B 5	E 3	C 1	A 4	E 2
E 4	E 1	A 5	C 2	C 3
B 2	C 4	A 3	B 1	C 5
D 1	E 5	D 2	B 3	B 4

A 1	B 4	A 5	B 2	E 3
B 3	E 2	D 4	D 5	D 1
E 4	C 5	C 3	B 1	D 2
E 5	C 1	A 2	D 3	A 4
C 2	A 3	E 1	C 4	B 5

C 5	B 2	D 3	D 4	E 1
E 3	C 4	C 1	A 2	D 5
A 4	A 5	E 2	D 1	C 3
D 2	A 1	B 5	B 3	B 4
B 1	A 3	E 4	E 5	C 2

A 3	E 5	A 2	B 4	E 1
E 4	B 1	C 3	D 5	C 2
D 2	D 4	D 1	B 3	C 5
A 5	B 2	A 4	A 1	E 3
C 1	D 3	B 5	E 2	C 4

D 1	B 3	E 2	E 5	C 4
E 4	A 2	E 3	C 1	B 5
C 3	B 4	A 5	D 2	B 1
C 5	E 1	D 4	D 3	C 2
B 2	D 5	A 1	A 4	A 3

D 3	C 1	D 2	D 4	E 5
A 1	A 3	A 4	B 5	C 2
E 2	E 4	A 5	B 1	E 3
C 4	C 5	C 3	B 2	D 1
D 5	A 2	E 1	B 3	B 4

B 1	C 5	D 4	B 2	B 3
D 2	E 4	E 1	A 3	B 5
A 4	A 1	C 3	D 5	E 2
E 3	A 2	A 5	D 1	B 4
E 5	D 3	C 2	C 4	C 1

E 1	C 3	E 5	D 2	B 4
B 5	E 4	D 3	B 1	E 2
A 4	A 1	A 2	A 3	D 5
E 3	B 2	C 4	C 5	D 1
C 2	A 5	C 1	D 4	B 3

D 1	B 5	C 2	A 3	E 4
D 5	E 2	D 4	E 1	D 3
A 2	B 3	E 5	C 4	A 1
B 4	C 1	C 3	B 2	A 5
E 3	A 4	B 1	C 5	D 2

C 2	A 5	C 4	D 3	C 1
B 4	C 3	B 5	B 1	E 2
E 5	D 1	A 2	D 4	A 3
A 1	E 4	E 3	D 2	C 5
B 3	B 2	E 1	D 5	A 4

D 2	D 5	E 3	D 4	A 1
E 5	C 3	B 1	C 2	C 4
E 1	A 4	E 2	C 5	D 3
A 3	B 2	E 4	D 1	A 5
B 4	C 1	B 5	B 3	A 2

Futošiki

3	2	4	1
2	4	1	3
4	1	3	2
1	3	2	4

2	1	3
3	2	1
1	3	2

1	2	3	4
3	1	4	2
2	4	1	3
4	3	2	1

2	1	4	3
1	4	3	2
3	2	1	4
4	3	2	1

4	3	2	5	1
2	1	3	4	5
1	5	4	3	2
3	2	5	1	4
5	4	1	2	3

3	2	4	1
1	4	3	2
2	3	1	4
4	1	2	3

2	1	3
3	2	1
1	3	2

1	3	2
2	1	3
3	2	1

1	4	3	2
4	1	2	3
3	2	4	1
2	3	1	4

4	1	3	2
1	4	2	3
2	3	1	4
3	2	4	1

3	1	2
2	3	1
1	2	3

3	2	1	4
4	3	2	1
1	4	3	2
2	1	4	3

Rdeči kvadratki

	0		R
	1	3	2
1	R		R
		2	

0		0	
	2		1
R	R	2	R
	2		

R			
1	2	2	
		R	R
	1	3	R

	1		
	R	2	1
	1		R
			1

			1
	1	R	1
		2	
	0		R

	1	R	R
			2
2	R	2	
	R	2	0

			R
	0		1
1		0	
R			

		R	2
	2		R
R	1		R
1	1		1

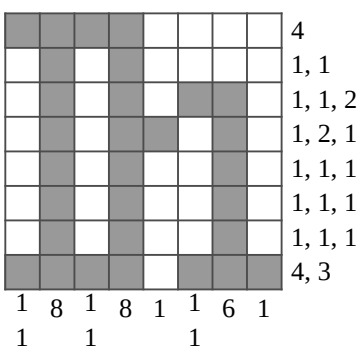
		1	
	0		R
			2
	0		R

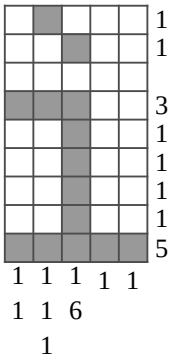
1		R	
R	2	1	
1		0	

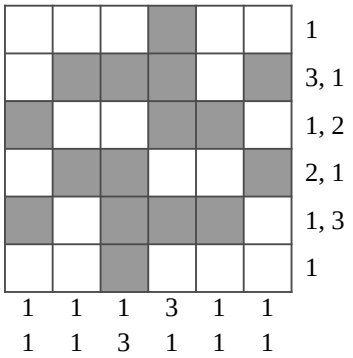
	0	1	
			R
	1	R	2
0		1	

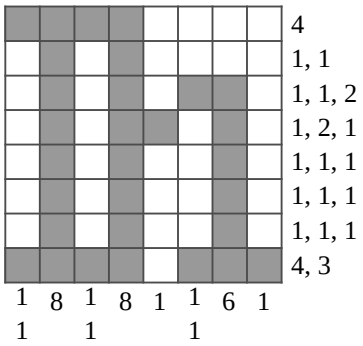
0		0	
1	R	R	
	2	2	1

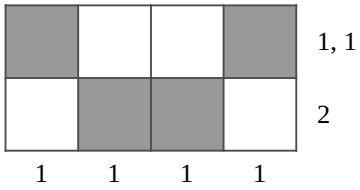
Gobelini

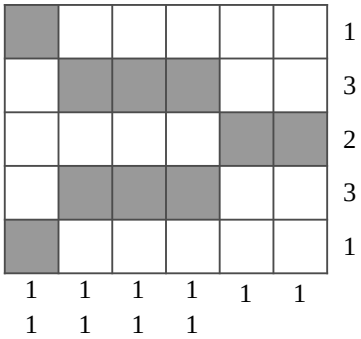

4
1, 1
1, 1, 2
1, 2, 1
1, 1, 1
1, 1, 1
1, 1, 1
4, 3
1 8 1 8 1 1 6 1
1 1 1

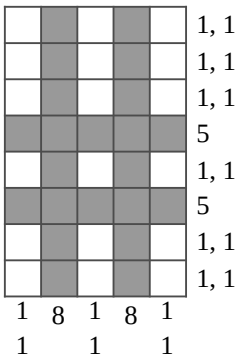

1
1
3
1
1
1
1
5
1 1 1 1 1
1 1 6
1

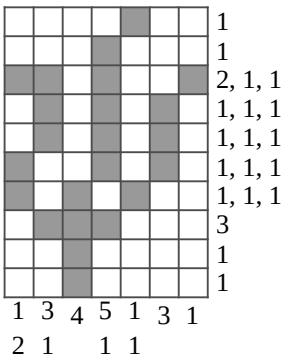

1
3, 1
1, 2
2, 1
1, 3
1
1 1 1 3 1 1
1 1 3 1 1 1

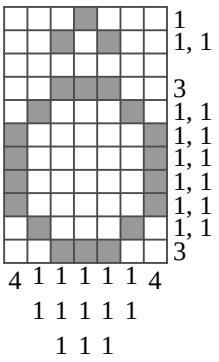

4
1, 1
1, 1, 2
1, 2, 1
1, 1, 1
1, 1, 1
1, 1, 1
4, 3
1 8 1 8 1 1 6 1
1 1 1

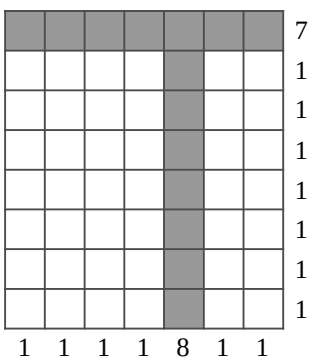

1, 1
2
1 1 1 1

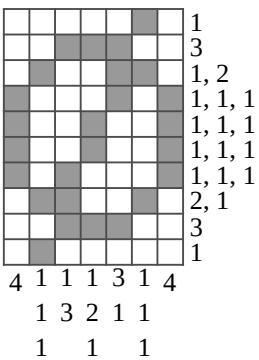

1
3
2
3
1
1 1 1 1 1 1
1 1 1 1

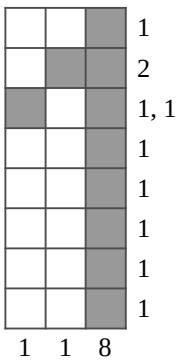

1, 1
1, 1
1, 1
5
1, 1
5
1, 1
1, 1
1 8 1 8 1
1 1 1


1
1
2, 1, 1
1, 1, 1
1, 1, 1
1, 1, 1
1, 1, 1
3
1
1
1 3 4 5 1 3 1
2 1 1 1

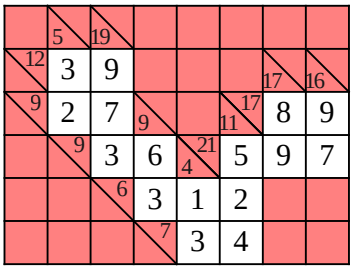

1
1, 1
3
1, 1
1, 1
1, 1
1, 1
1, 1
1, 1
3
4 1 1 1 1 1 4
1 1 1 1 1
1 1 1

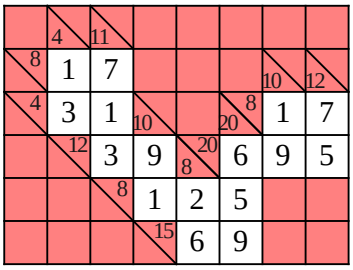

7
1
1
1
1
1
1
1
1 1 1 1 8 1 1

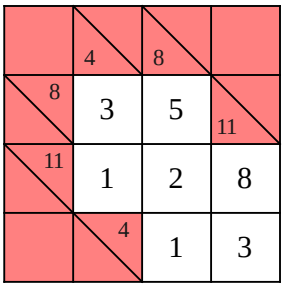

1
3
1, 2
1, 1, 1
1, 1, 1
1, 1, 1
1, 1, 1
2, 1
3
1
4 1 1 1 3 1 4
1 3 2 1 1
1 1 1

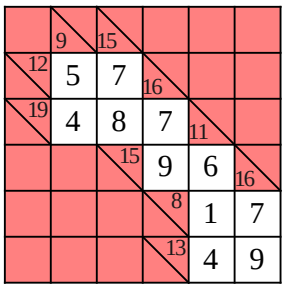

1
2
1, 1
1
1
1
1
1
1 1 8

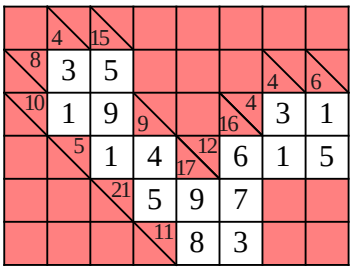
Križne vsote

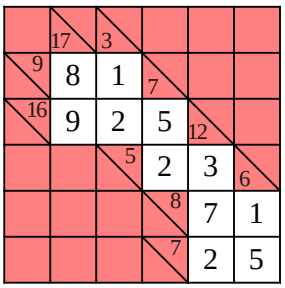


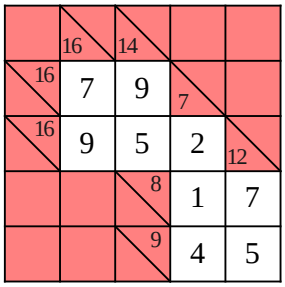


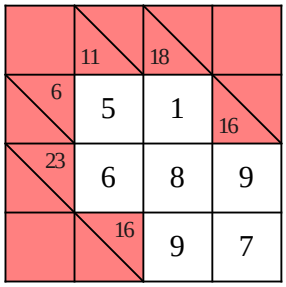


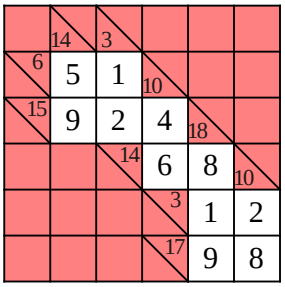


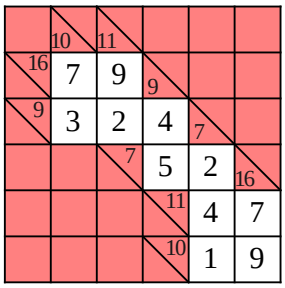


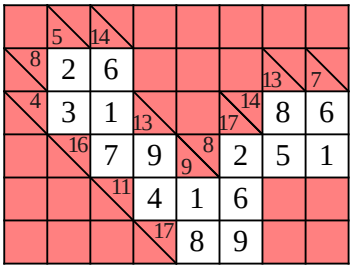


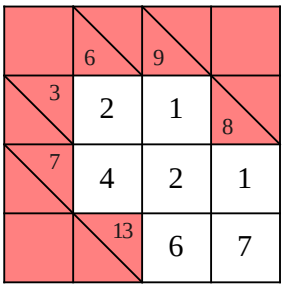




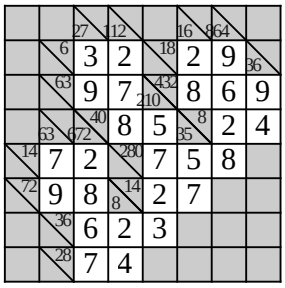


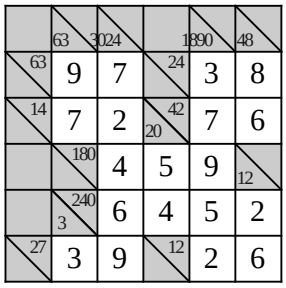


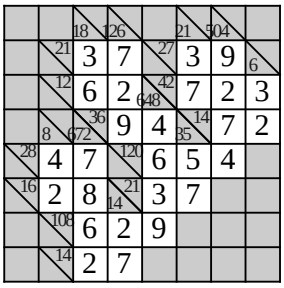


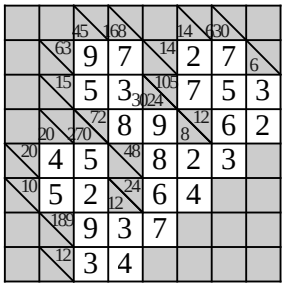


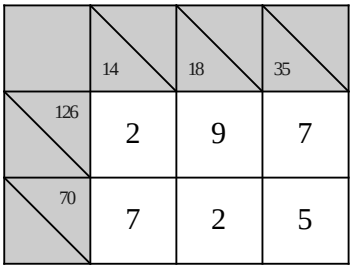
Križni produkti

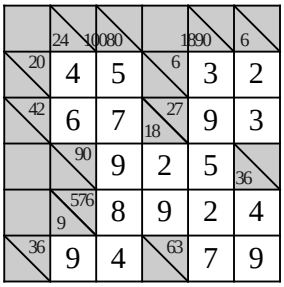


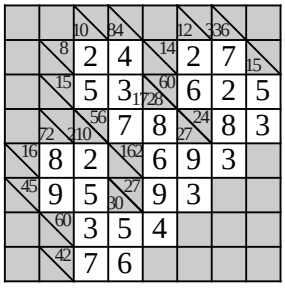


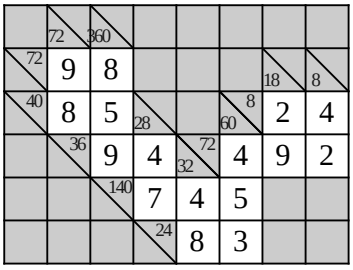


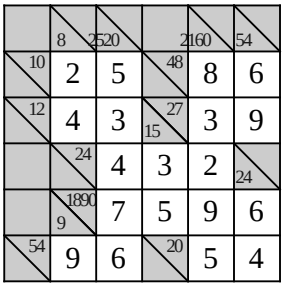


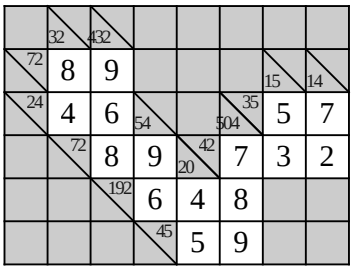


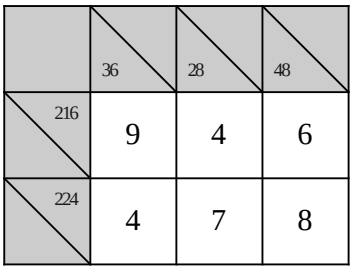


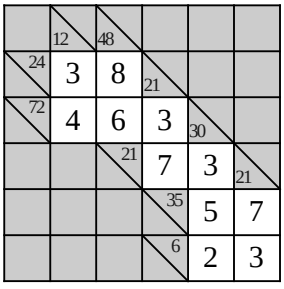




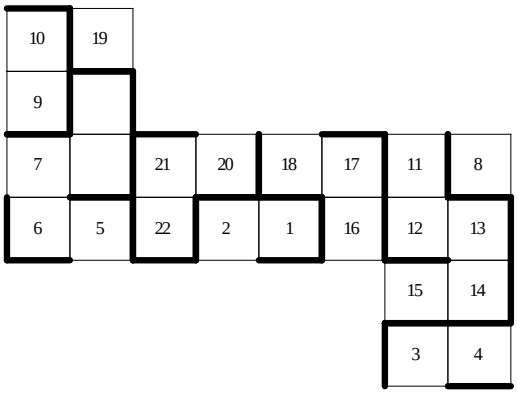


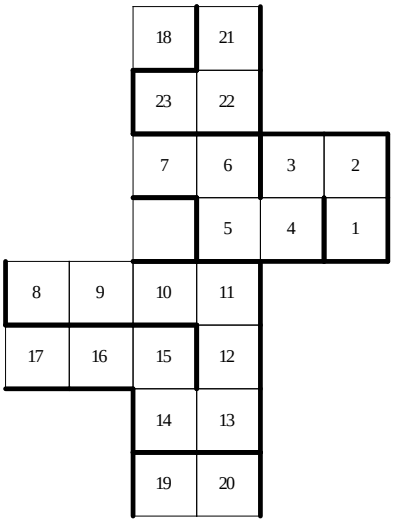


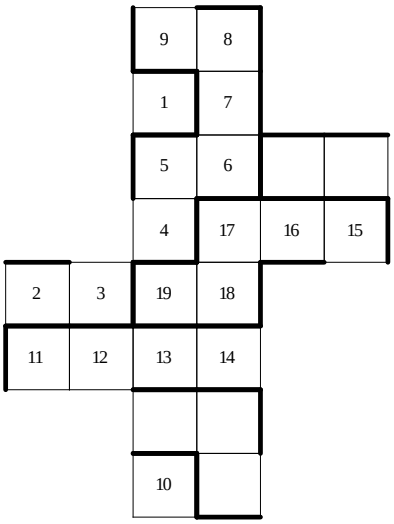


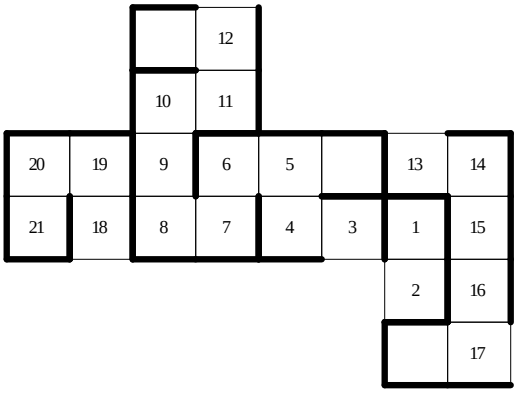


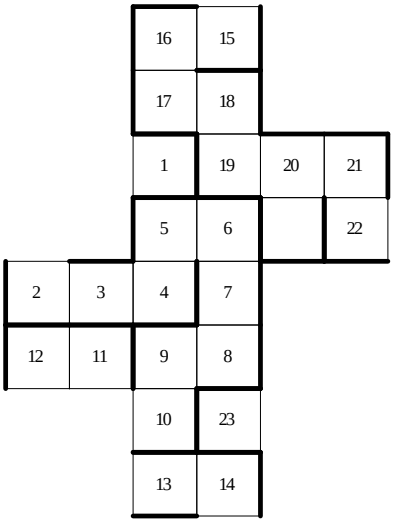
Labirint na kocki

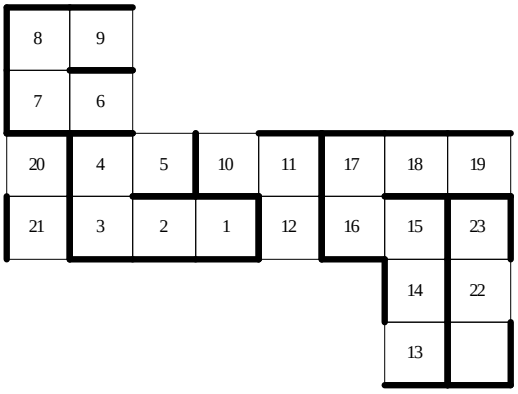




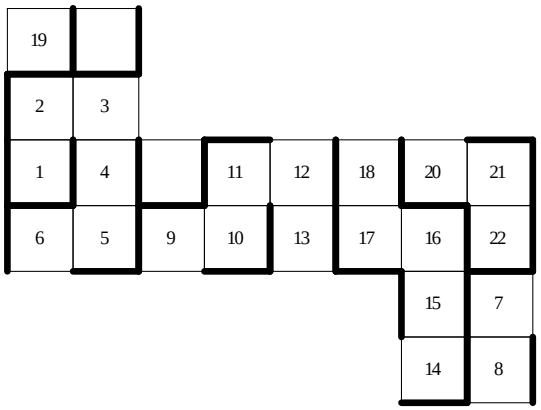


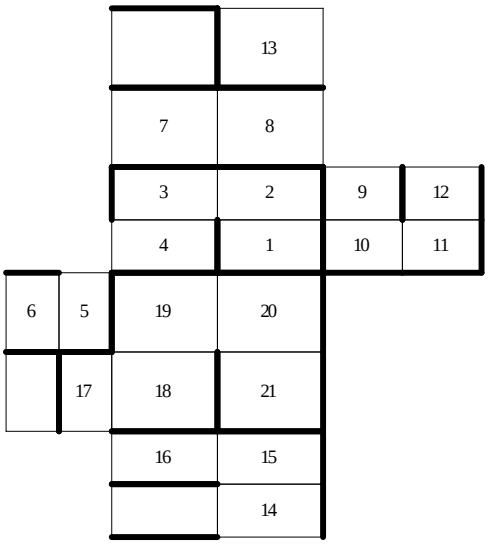


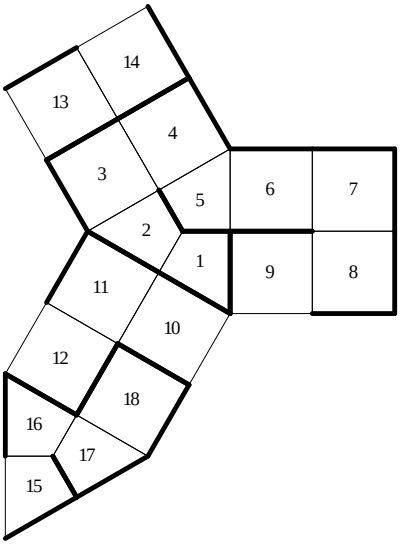


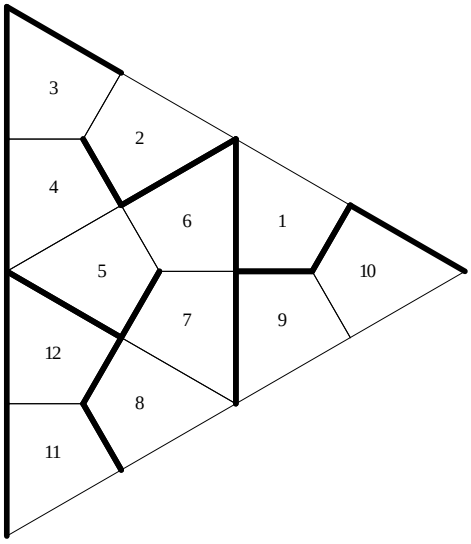


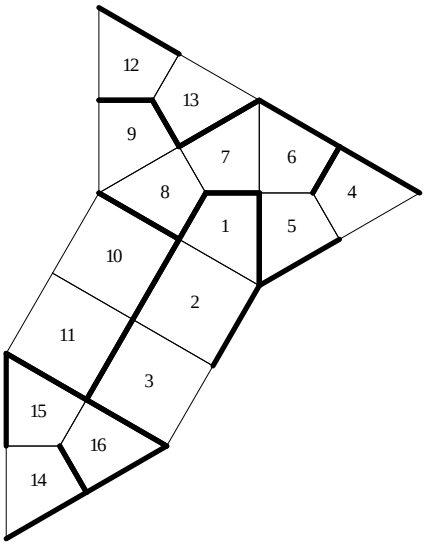
Labirinti na enostavnih poliedrih

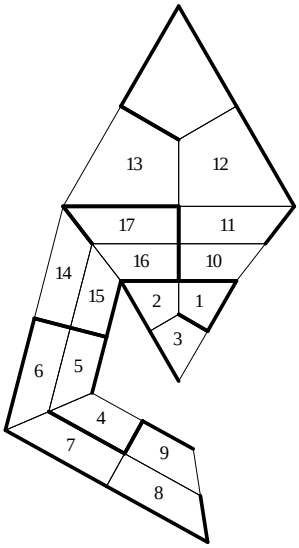












Grupe

Sličice na drugi sliki moramo zaporedoma označiti:
{10, 8, 15, 12, 13, 3, 4, 6, 7, 11, 16, 17, 9, 14, 2, 1, 5}
Linearne grupe:
a) {7, 3, 4, 6, 2, 5, 1}, {1, 6, 2, 7, 3, 5, 4}
b) {1, 5, 2, 3, 7, 6, 4}, {7, 2, 6, 5, 1, 4, 3}

Prostorska predstavljivost

a)

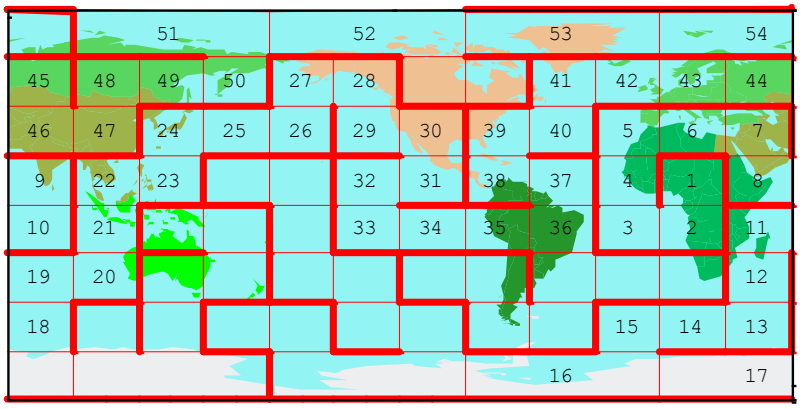
	1	2	3
1	12	9	1
2	3	11	8
3	8	5	2
4	8	6	4
5	4	9	9

b)

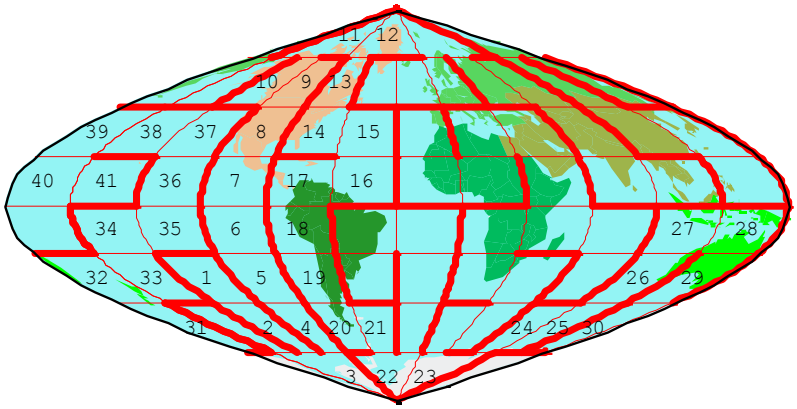
	1	2	3
1	3	1	6
2	7	1	3
3	1	3	3
4	3	3	5
5	4	2	2

Labirinti na zemljevidu

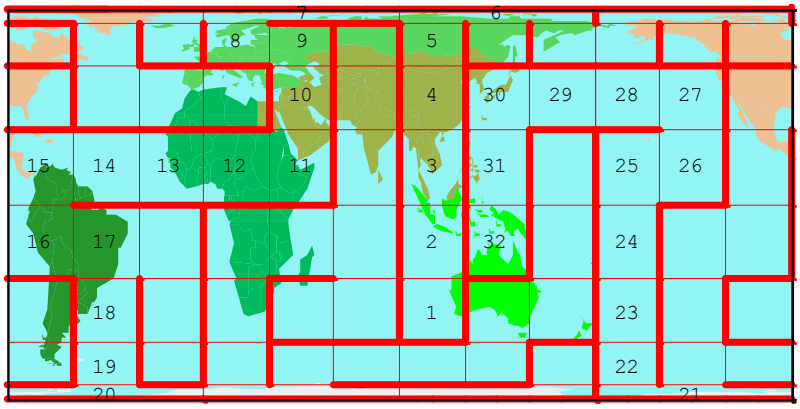
1.



2.

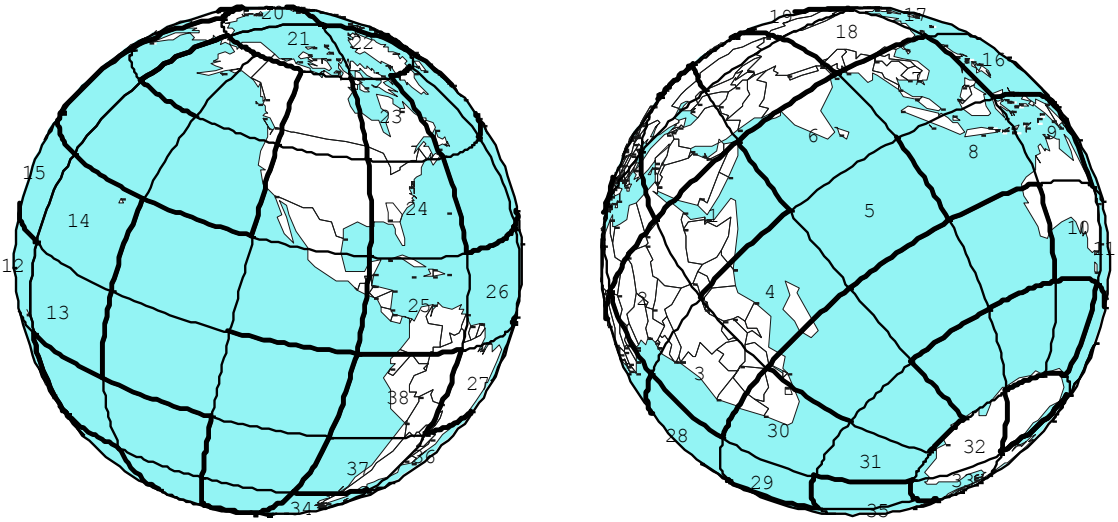


3.

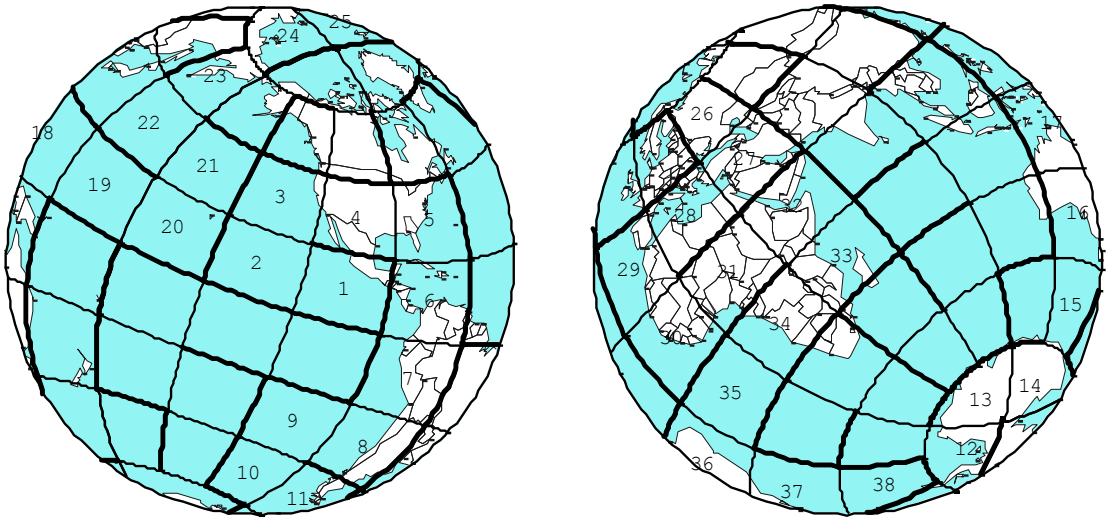


Večdelni labirinti na zemljevidu

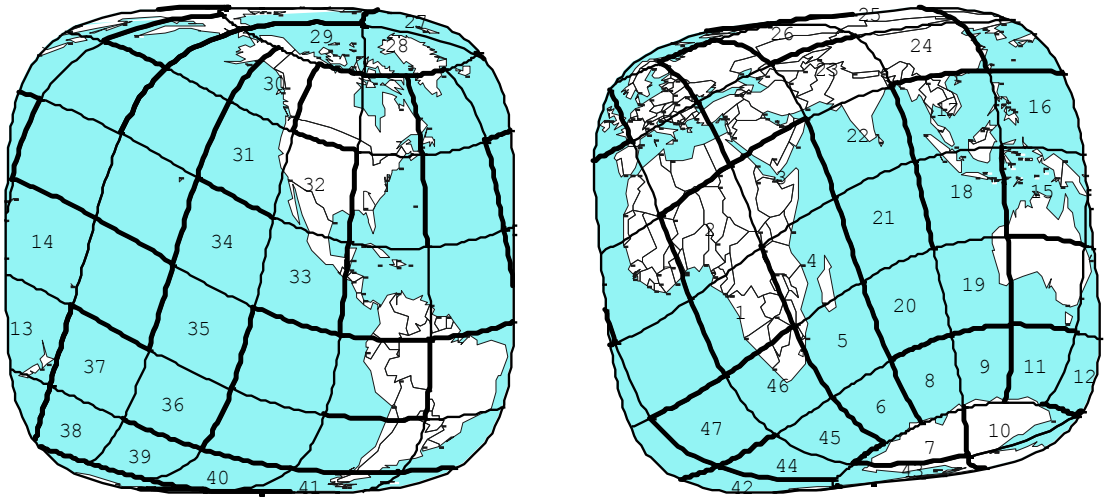
1.



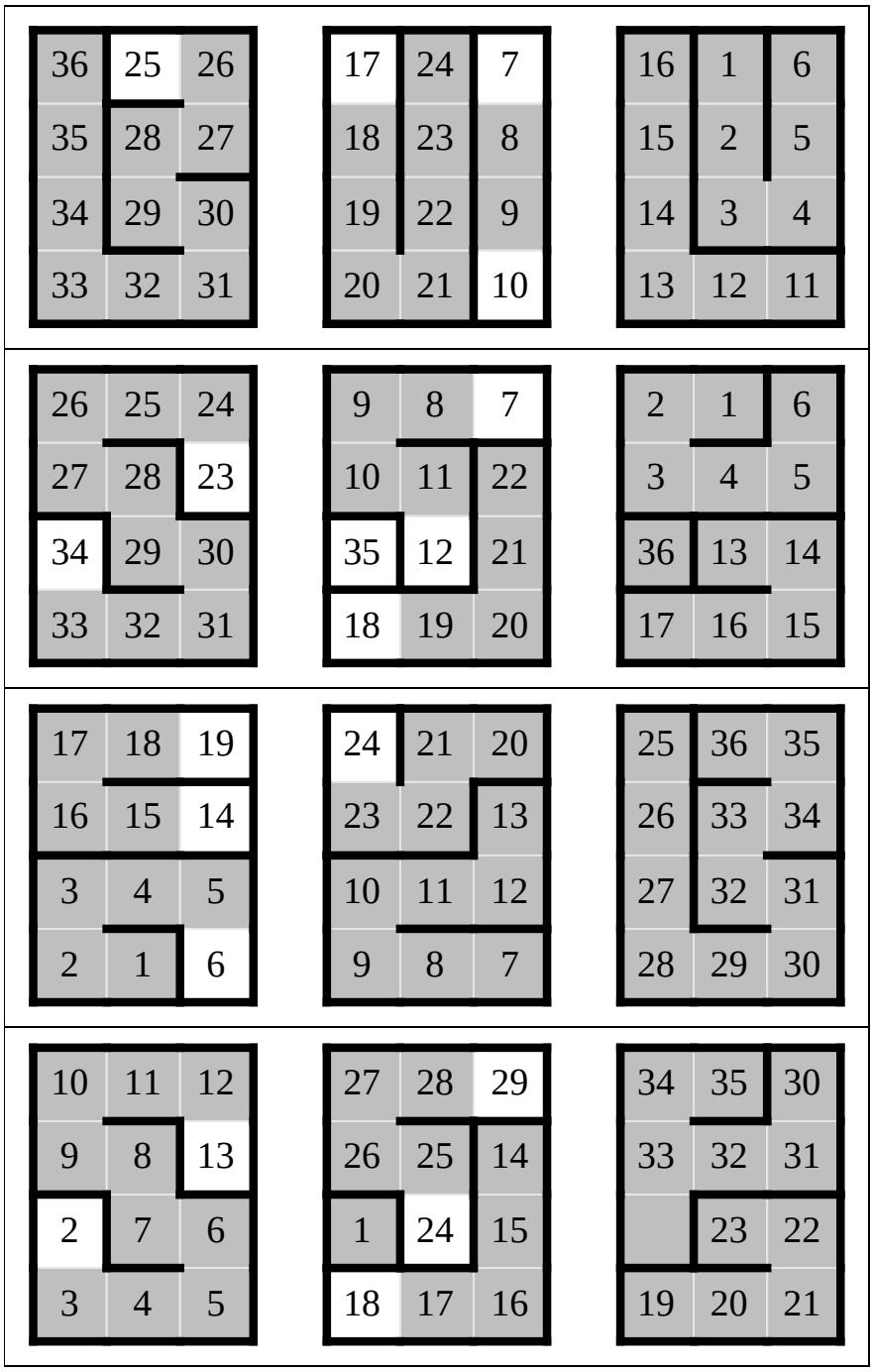
2.



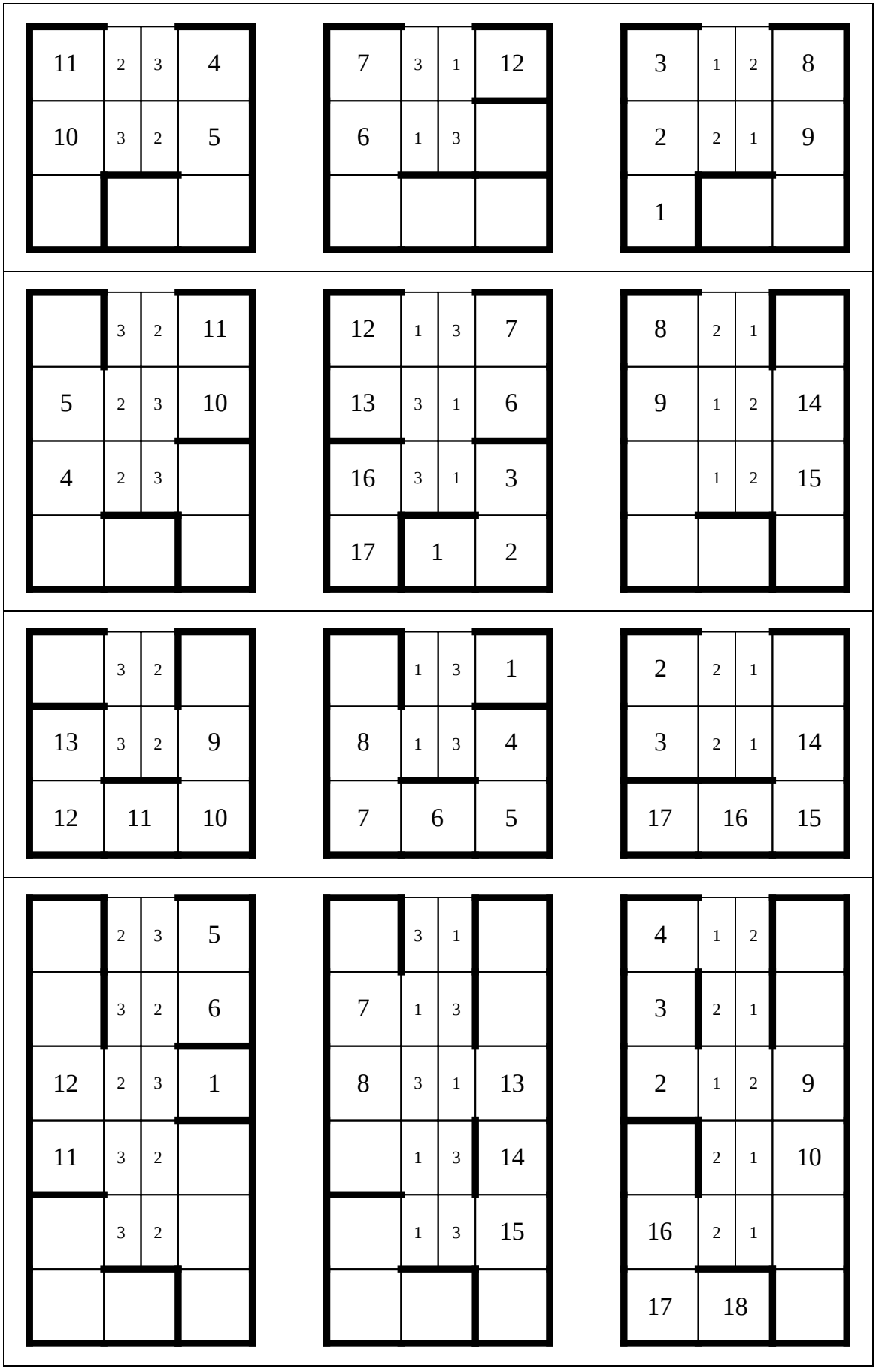
3.

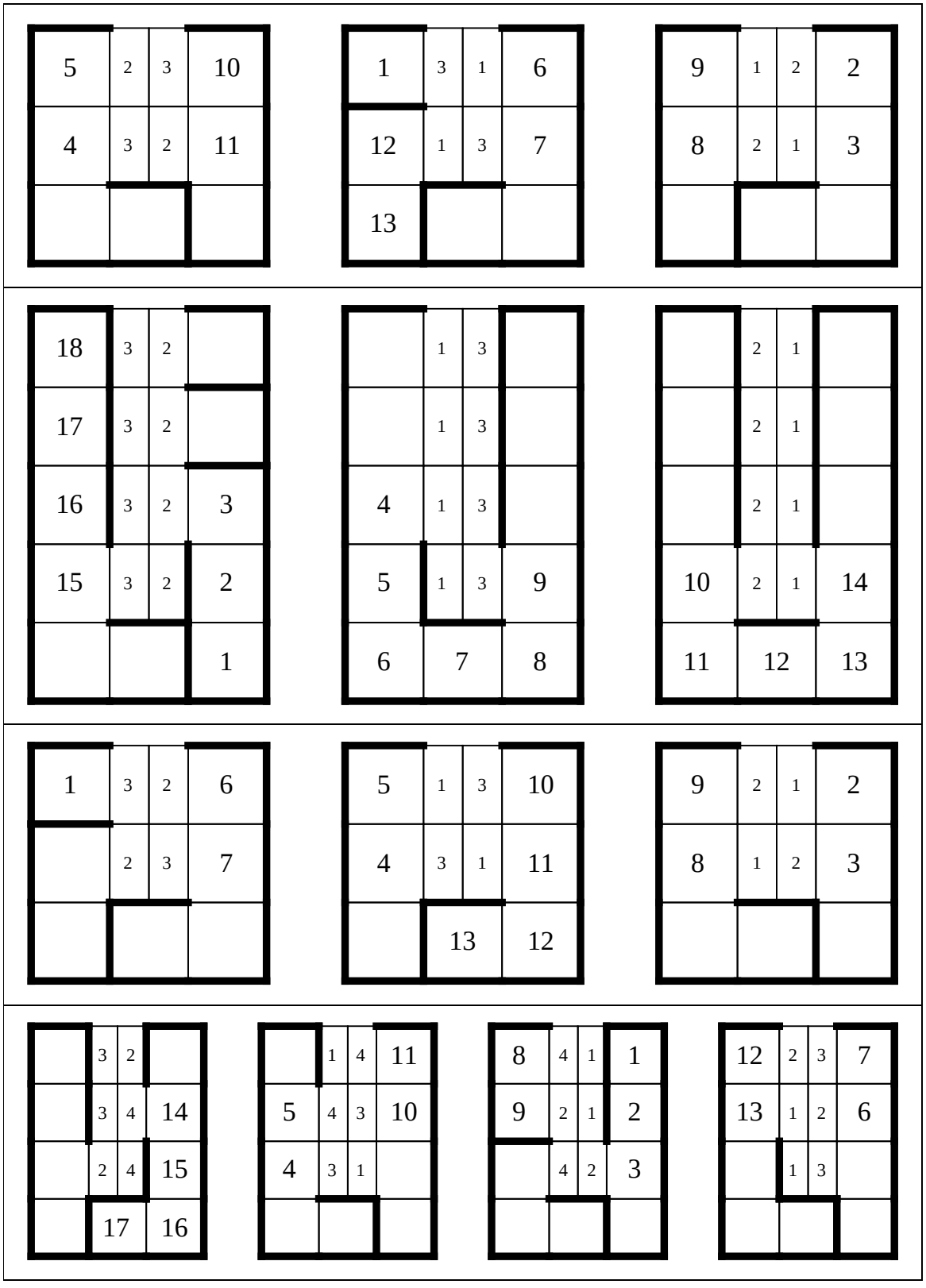


Labirint v kvadru

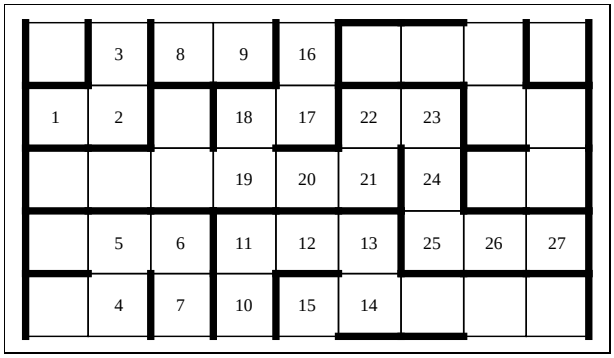


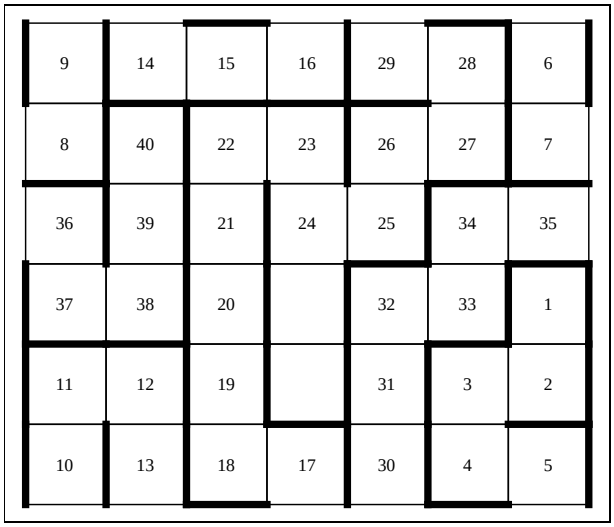
Labirint na Reimannovi ploskvi

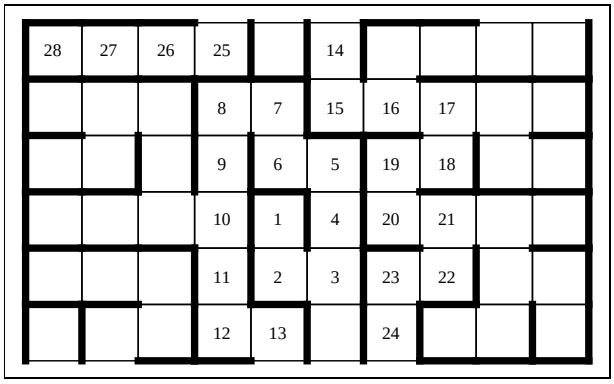


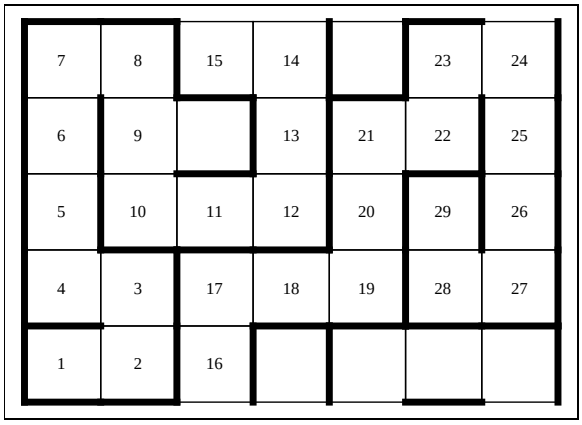

5 2 3 10
4 3 2 11
1 3 1 6
12 1 3 7
13
9 1 2 2
8 2 1 3
18 3 2
17 3 2
16 3 2 3
15 3 2 2
1
1 3
1 3
4 1 3
5 1 3 9
6 7 8
2 1
2 1
2 1
10 2 1 14
11 12 13
1 3 2 6
2 3 7
5 1 3 10
4 3 1 11
13 12
9 2 1 2
8 1 2 3
3 2
3 4 14
2 4 15
17 16
1 4 11
5 4 3 10
4 3 1
8 4 1 1
9 2 1 2
4 2 3
12 2 3 7
13 1 2 6
1 3

Labirint na ploskvah

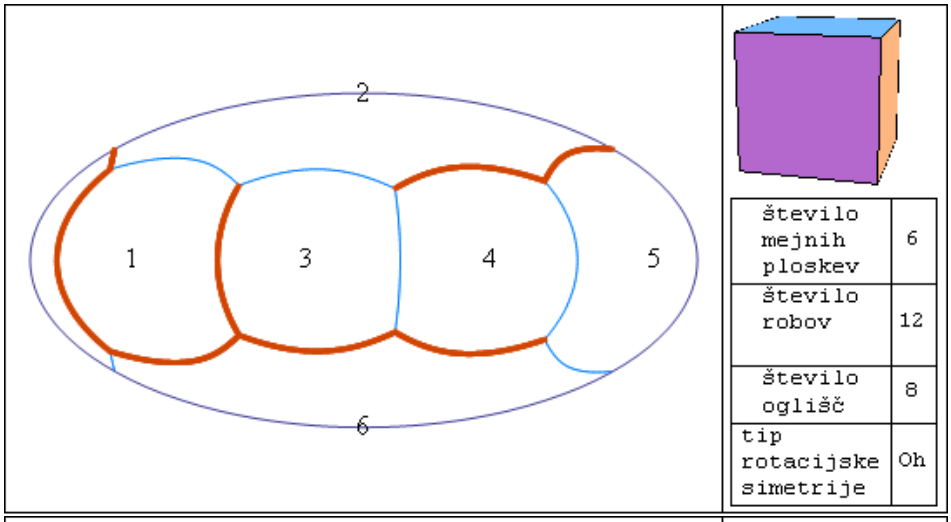




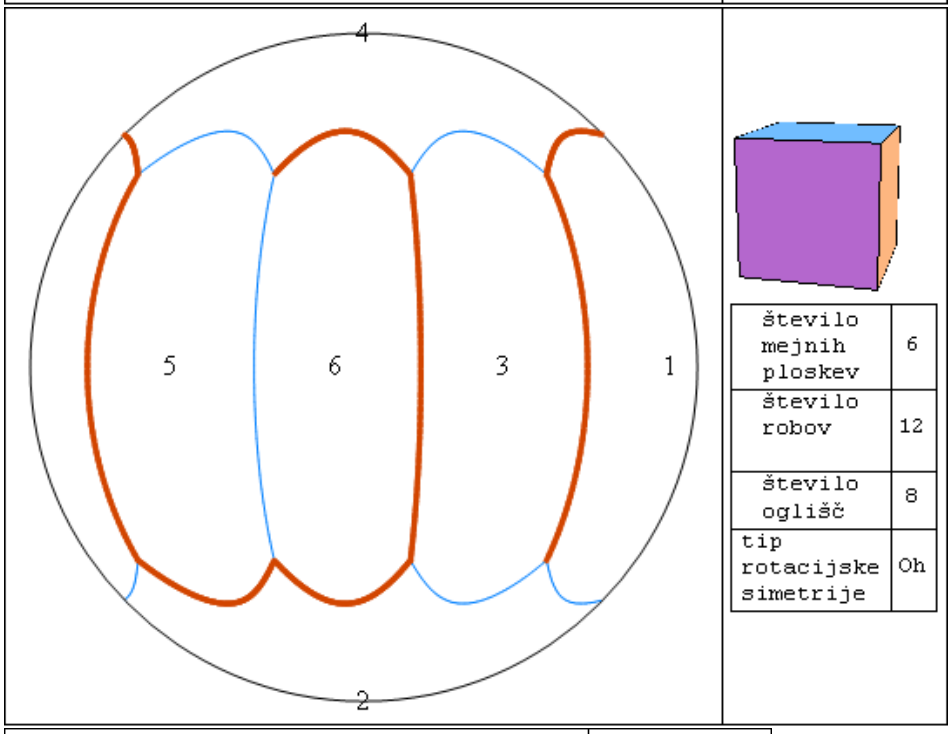




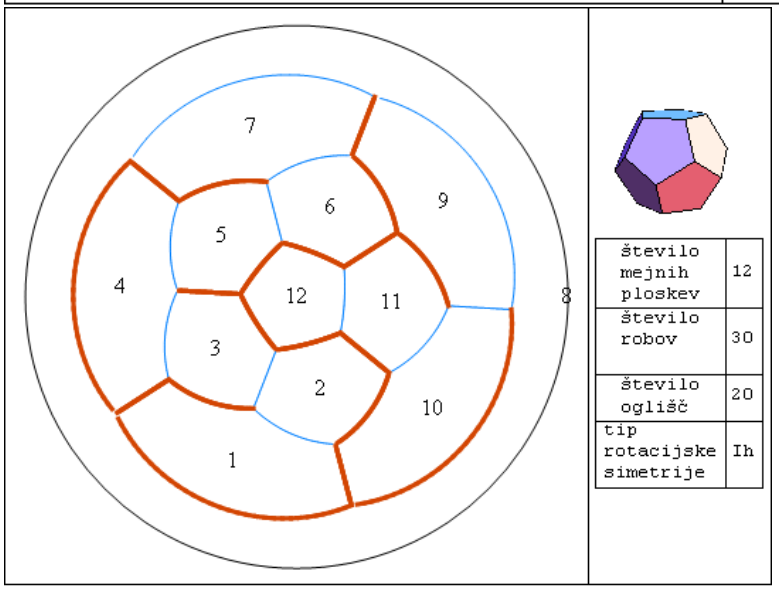
Labirint na projekcijah teles



število mejnih ploskev	6
število robov	12
število oglišč	8
tip rotacijske simetrije	Oh

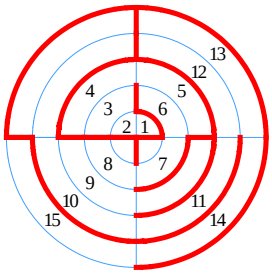


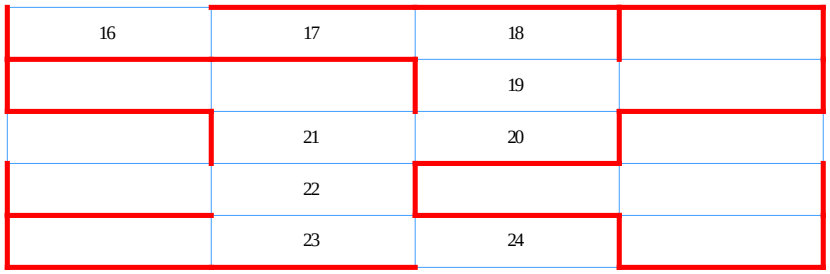
število mejnih ploskev	6
število robov	12
število oglišč	8
tip rotacijske simetrije	Oh

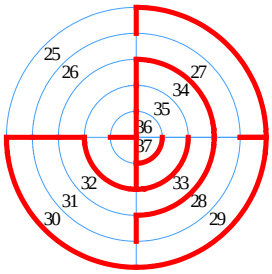


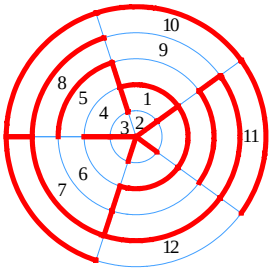
število mejnih ploskev	12
število robov	30
število oglišč	20
tip rotacijske simetrije	Ih

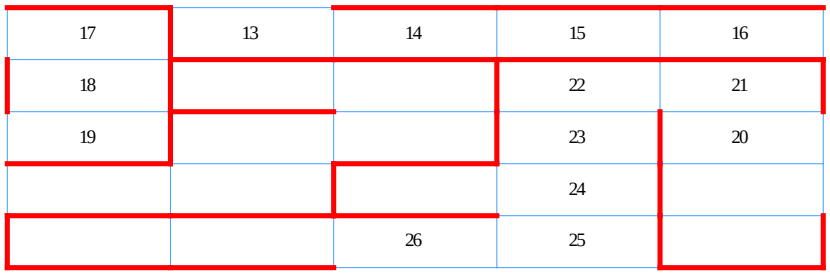
Labirinti na mreži valja in stožca

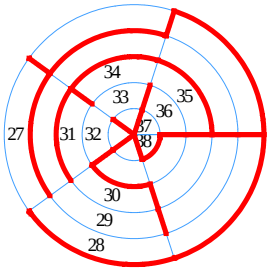


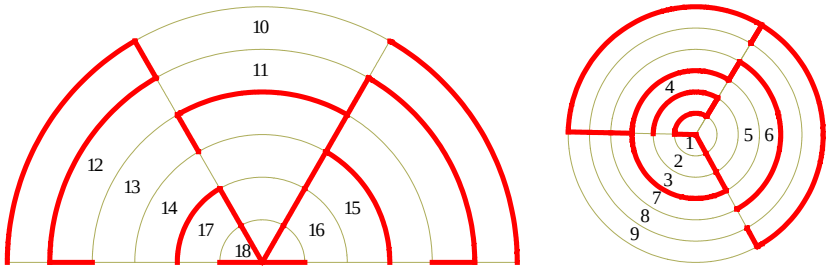












Neodvisnost pogojev

B C A	CBA ABC BAC
B A C	ABC ACB BCA
C B A	BCA BAC ABC CAB
A C B	CBA ABC BCA BAC

Imena likov

A B C	A B C	A B C	B C A

Odstranjene kockice

57 119 67

49 76 72

92 43 86

68 82 92

Kocki določi mrežo

{1, 1, 4, 1, 3, 3}

Izdaja: Založniško podjetje **LOGIKA d.o.o., Svetčeva pot 11, 1241 Kamnik**. Poslovni račun pri NLB: 02312-0016592829. Davčna številka: SI56917309. Podjetje je zavezanec za DDV po zakonu o DDV.
Za izdajatelja*: Izidor Hafner*.
E-mail: **info@logika.si**.
Spletna stran: **http://www.logika.si**.
Revija *Logika & razvedrilna matematika* je vpisana v register medijev pri Ministrstvu za kulturo pod številko 759. Strokovni pokrovitelj: *Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko - oddelek za teoretično računalništvo*.

Glavni in odgovorni urednik: *dr. Izidor Hafner* (**http://mat03.fe.uni-lj.si/html/people/izidor/homepage/**)
Člana časopisnega sveta: *prof. dr. Tomaž Pisanski in Darjo Felda, prof.*
Recenzent: *Vilko Domajnko, prof.*
Sodelavci: *mag. Urša Demšar, dr. Gregor Dolinar, Monika Kavalir, dr. Meta Lah, Boštjan Kuzman,Teja Oblak, Hiacinta Pintar, Maja Pohar, mag. Katka Šenk in dr. Aleš Vavpetič.*
Oblikovanje: *Ana Hafner*
Jezikovni pregled: *Besana*

Za objavljene prispevke ne plačujemo honorarjev.

© 2017 LOGIKA d.o.o.
ISSN 2350-532X
LOGIKA & RAZVEDRILNA MATEMATIKA, letnik XXVI, št. 3 od 4, 2016/2017
Elektronska izdaja. Cena revije: 0 €.