Spoštovani,

Pred vami je prva številka 26. letnika revije L&RM. Kot ponavadi, je največji poudarek na nalogah, ki so primerne za tekmovanje iz razvedrilne matematike, logike in tekmovanje Matemček. Sicer pa je logično sklepanje pomembno pri vseh tekmovanjih iz znanja, njihov koledar pa najdete na strani Zavoda za šolstvo RS: http://www.zrss.si/ucilna-zidana/tekmovanja.
Tekmovalce opozarjamo tudi na zbirke nalog, ki so brezplačno na voljo na spletu: http://www.logika.si/sklop_logika/index.html

Vabimo vas tudi na razstavo posvečeno matematiku in umetniku Slaviku Jablanu in na sodelovanje na natečaju Matheme: http://www.mathema.si/

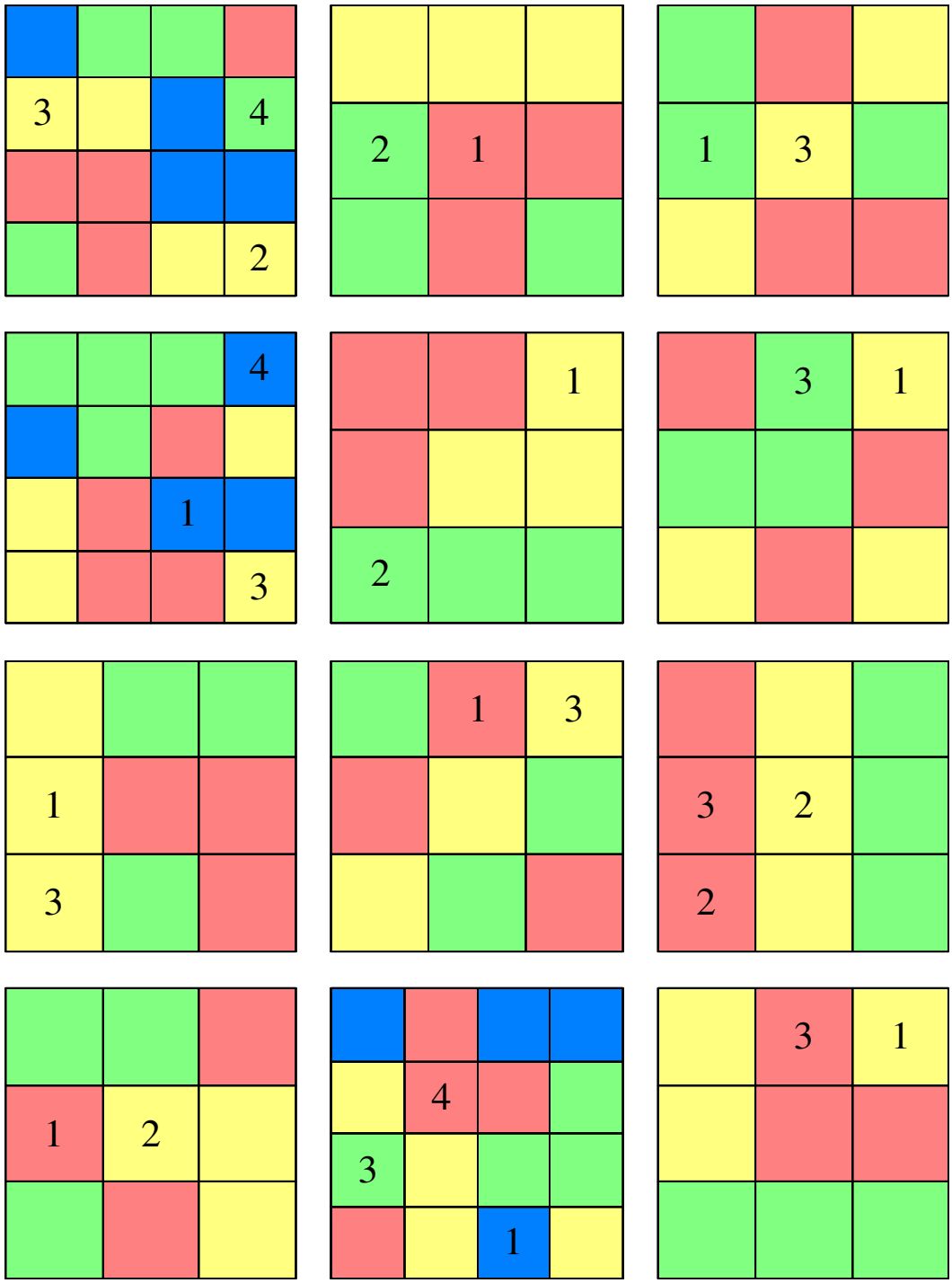


Evropske zveze za matematiko in umetnosti (European Society for Mathematics and the Arts: http://www.math-art.eu/), vsake tri leta organizira mednarodno konferenco s področja prepletanja matematike in umetnosti. Tretja konferenca bo septembra 2016 v Ljubljani.
Strokovna predavanja, javna predavanja (o M. C. Escherju, Picassojeva Guernica, od Bacha do Beethovna), razstave matematične umetnosti
Lokalna organizatorja sta: Fakulteta za matematiko in fiziko in Mathema, Zavod za popularizacijo matematike.
Vabljeni. Stran konference: http://mathema.si/esma/

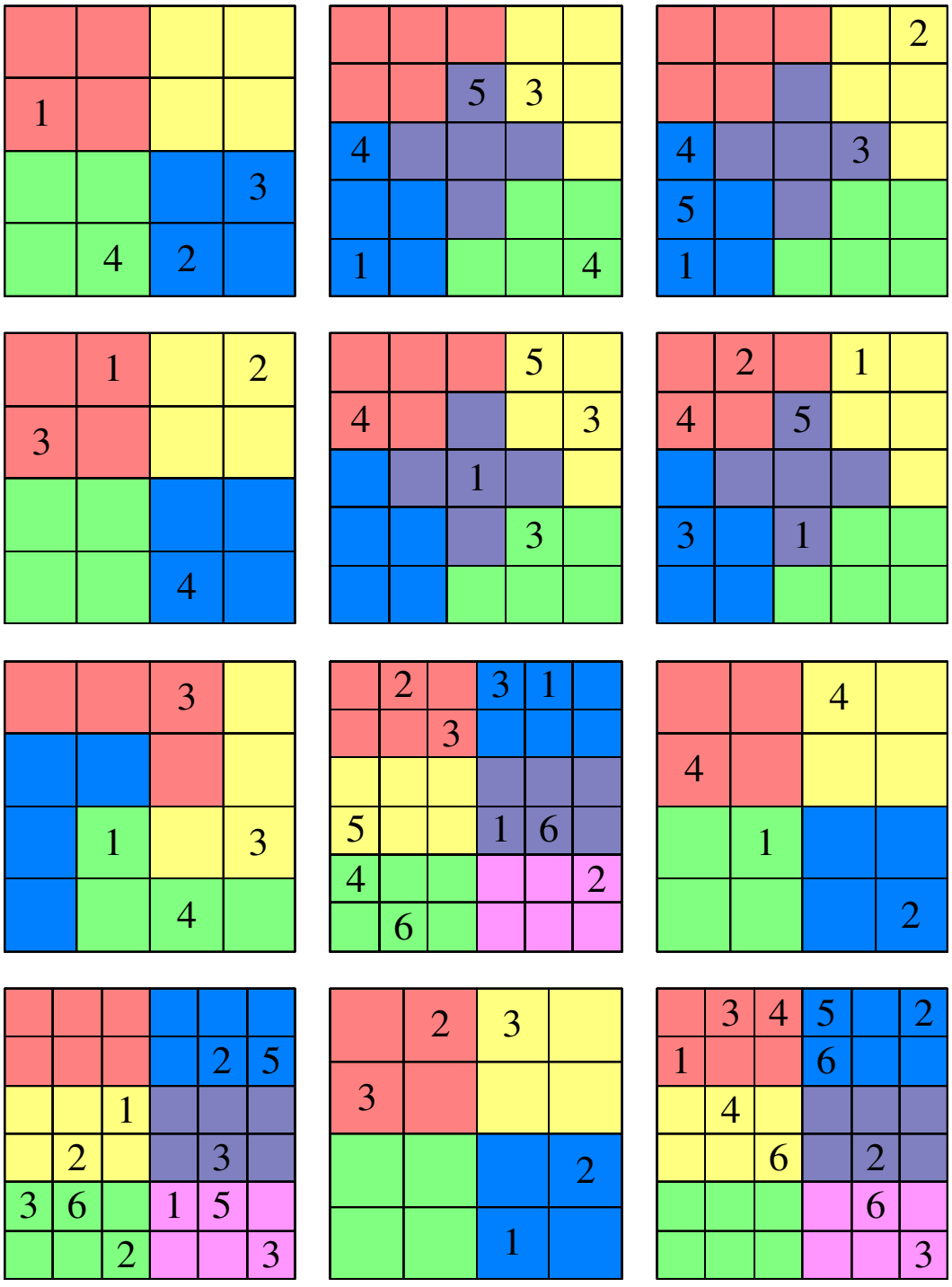
Barvni sudoku

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih iste barve nastopalo vseh n števil.

1.



2.


1
3
4 2
5 3
4
1 4
2
4 3
5
1
1 2
3
4
5
4 3
1
3
4 1
3
2 3 1
3
5 1 6
4 2
6
4
4
1
2
3
1
3
4
2 3
1 6
2
1
3 4 5 2
1 6
4
6 2
6
3
2 5
1
2 3
3 6 1 5
2 3
2 3
3
2
1

Latinski kvadrati

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetne črke A, B, C, … tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu nastopalo vseh n črk.

	E	A		
E	B			
B				
	A		D	B
			E	

B				D
		E		
	D	C		
			C	
A				

	D		C
	A		
		D	
B			

B		D	
A			C
			B

C			
		D	C
		B	
A	B		

		C	
	B		
		D	C

			D	E
E	A			C
C				D
	E	C		

A		B	
			A
D			
			B

	C		A
B			
A		D	

D				
	D	E	B	
			C	E
		B	E	

			D
D			B
		C	

C		B	
		C	
	A		

Sudoku s črkami

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih z isto črko nastopalo vseh n števil.

C	E	D	E 2	C
E 4	A	B	B	C
B	B	D 3	A 1	C
D	A	D	D	A
A	E	E	B	C

B	E	A 1	D	C 5
E	A	A	A	A
E	C	E	B	C
E 2	D	B	B	D
C 3	D	B	C	D

A	B 3	B	C	D
E	E	B	B	D
A	D 2	A	B	D
A	C	C	A 5	C
E 1	C	D	E	E

E	B 2	E	B	C
C 4	E	C	C	B
A	D	A	D	D
E	A 5	E	B	D
C	B 3	D	A	A

B	D 2	A	C 4	E
E 3	E	C	B	E
D	C 1	A	C	E
C	B	D	B	B
D	A	A	A	D

B	C 4	C 2	C	E 3
E	A	D	A	C
B	A	B	D	A
B 5	B	E	D	E
D	E	C	D	A

B	B	C 3	D	A 5
D	B	C	B	D
E	E	A	A	A
C 2	E	D	B	E
A	C	E	C 1	D

B	C	C	B	D
E	B	A 2	D	A
B	C 3	E	A	A
D	C	D 4	E	A
B 1	C	D	E	E

B	E	E	C	E
C	D 2	A	C 5	D
E	A	C	B 3	D
B	A	E	A 1	B
C	D	B	A	D

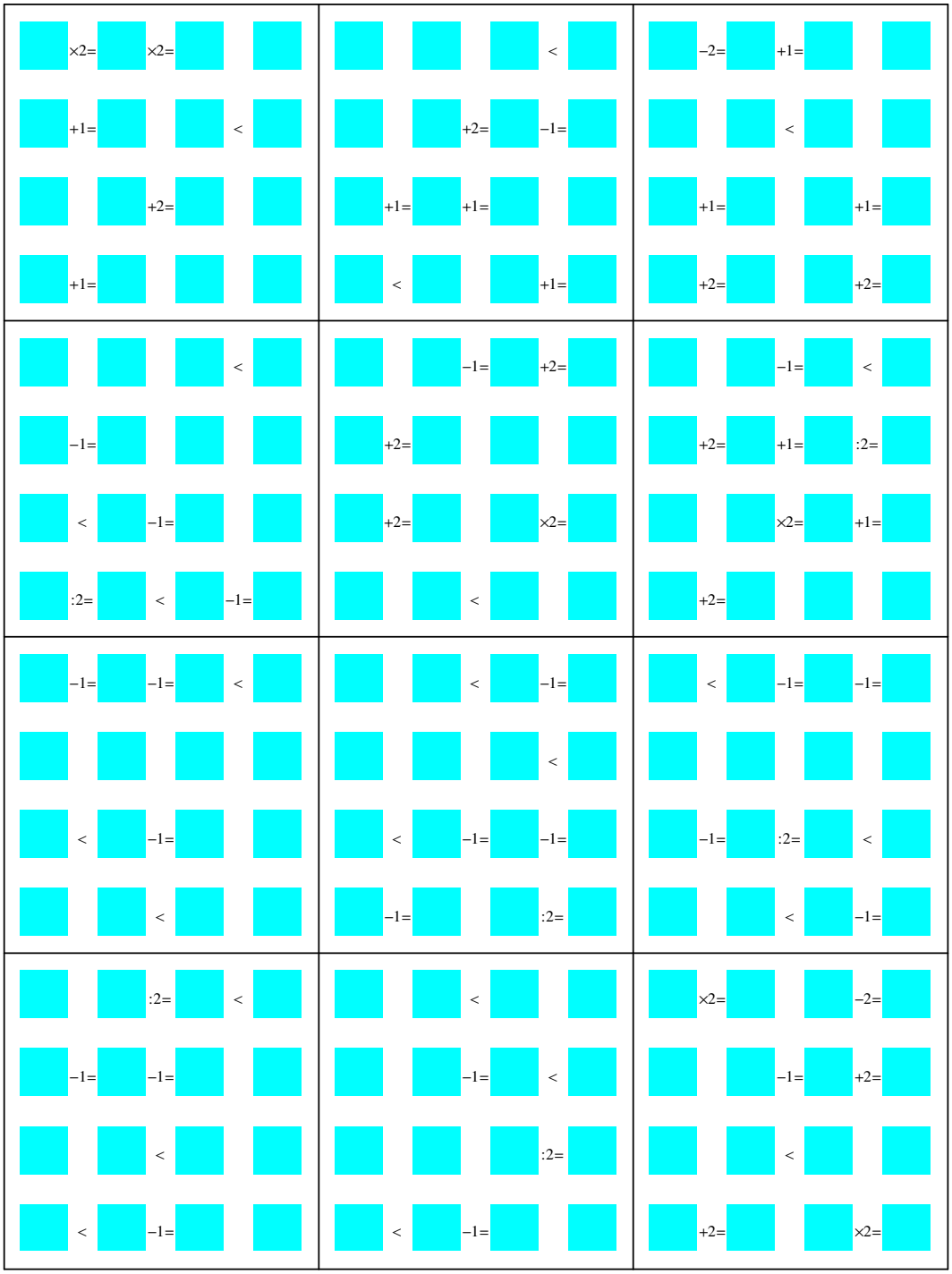
B	B	B	E 5	D
E 1	C	C	D	A
C 4	B	B	D	A
A 3	D	C	C	A
D	A	E	E	E

D	A	E	D 4	C 1
C 3	E	C	A	B
A	E 5	C	D	D
A	A	C	D	E
B	E	B	B	B

A	D	C	A	B
E 4	B	D	A 2	C 1
B	C	D	D	E 5
E	E	A	D	E
A	C	C	B	B

Futoshiki

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n tako, da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopalo vseh n števil ter da bodo izpolnjene vse relacije.



Rdeči kvadratki

Naloga reševalca je, da poišče vse skrite rdeče kvadratke in jih označi z R. Pri tem veljata naslednji pravili: a) Vsako število v preglednici pove, koliko sosednjih kvadratkov je rdečih. Kvadratek je soseden kvadratku, če imata skupno stranico. b) Kvadratki s številkami niso rdeči.

	1		1
	0		0
2		1	

	0	1	
0		0	
		0	
	1	0	

1	2		1
1		0	
		0	

	1			0
0		1		
				1
	0	1		1
0				0

	0		1	1
0		0		1
		0		1
	0	0		

0	0	0	0
1	1		
	1		1

0		0	
			0
	2	0	
	1	1	

0			1
			0
	0		
	1	0	

			1	
0	0			
1			1	0
		0		
	0		0	

				0
0	0	0		
			1	0
0				
1		1	1	

1				0
	1	1		
0			0	
0				
		0		1

0	0	1	0
			0
	1		0

Lastnosti lika

Ugotoviti moramo lastnosti lika. Lik ima obliko (trikotnik, kvadrat, petkotnik), velikost (majhen, srednji, velik), barvo (rumen, oranžen, moder) in debelino (tanek, debel). Lahko si izberemo tudi le nekaj prvih lastnosti. Dano je nekaj stavkov v simbolni obliki in njihova resničnostna vrednost (R za resničen in N za neresničen). Stavki so lahko enostavni, na primer, "Rumen" pomeni, da je lik rumen, ali sestavljeni, na primer, "Velik $\wedge$ Moder" pomeni, da je lik velik in moder; "Petkotnik $\vee$ Tanek", pomeni, da je lik petkotnik ali tanek;
"Debel $\veebar$ Oranžen" pomeni, da je lik ali debel ali oranžen; ; "Tanek $\Rightarrow$ Rumen" pomeni: če je lik tanek, potem je rumen; "Moder $\Leftrightarrow$ Velik" pomeni: lik je moder, če in samo če je velik).

Trikotnik	R
Majhen $\veebar$ Velik	R
Moder $\Rightarrow$ Oranžen	N
Majhen $\veebar$ Petkotnik	N
Trikotnik $\Rightarrow$ Moder	R

oblika	
velikost	
barva	

Petkotnik $\veebar$ Trikotnik	N
Trikotnik $\veebar$ Velik	R
Kvadrat $\wedge$ Trikotnik	N

oblika	
velikost	

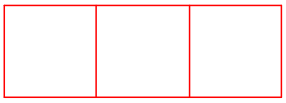
Velik $\wedge$ Petkotnik	R
Velik $\wedge$ Kvadrat	N
Kvadrat $\Rightarrow$ Velik	R

oblika	
velikost	

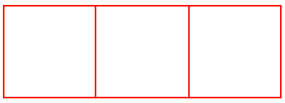
Srednji	R
Majhen $\vee$ Oranžen	R
Kvadrat $\vee$ Rumen	N
Oranžen $\wedge$ Trikotnik	R

oblika	
velikost	
barva	

Določi razpored



A JE LEVO OD B.	R
A JE LEVO OD C.	R
A JE SOSEDA OD C.	N



B JE LEVO OD C.	R
B JE DESNO OD C.	N
A JE SOSEDA OD B.	N



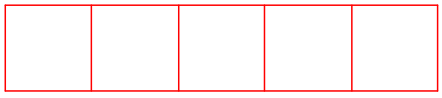
A JE SOSEDA OD C.	N
C JE DESNO OD D.	R
A JE DESNO OD C.	R



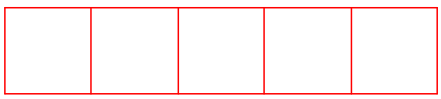
C JE SOSEDA OD D.	N
A JE DESNO OD C.	N
A JE SOSEDA OD D.	R
B JE LEVO OD C.	N



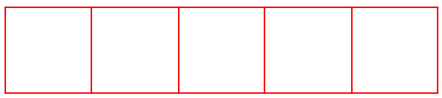
B JE SOSEDA OD D.	R
A JE SOSEDA OD E.	N
D JE SOSEDA OD E.	R
A JE LEVO OD B.	R
B JE LEVO OD E.	N



A JE DESNO OD C.	R
A JE SOSEDA OD D.	N
C JE LEVO OD E.	N
B JE DESNO OD D.	R
B JE DESNO OD E.	N
A JE LEVO OD C.	N



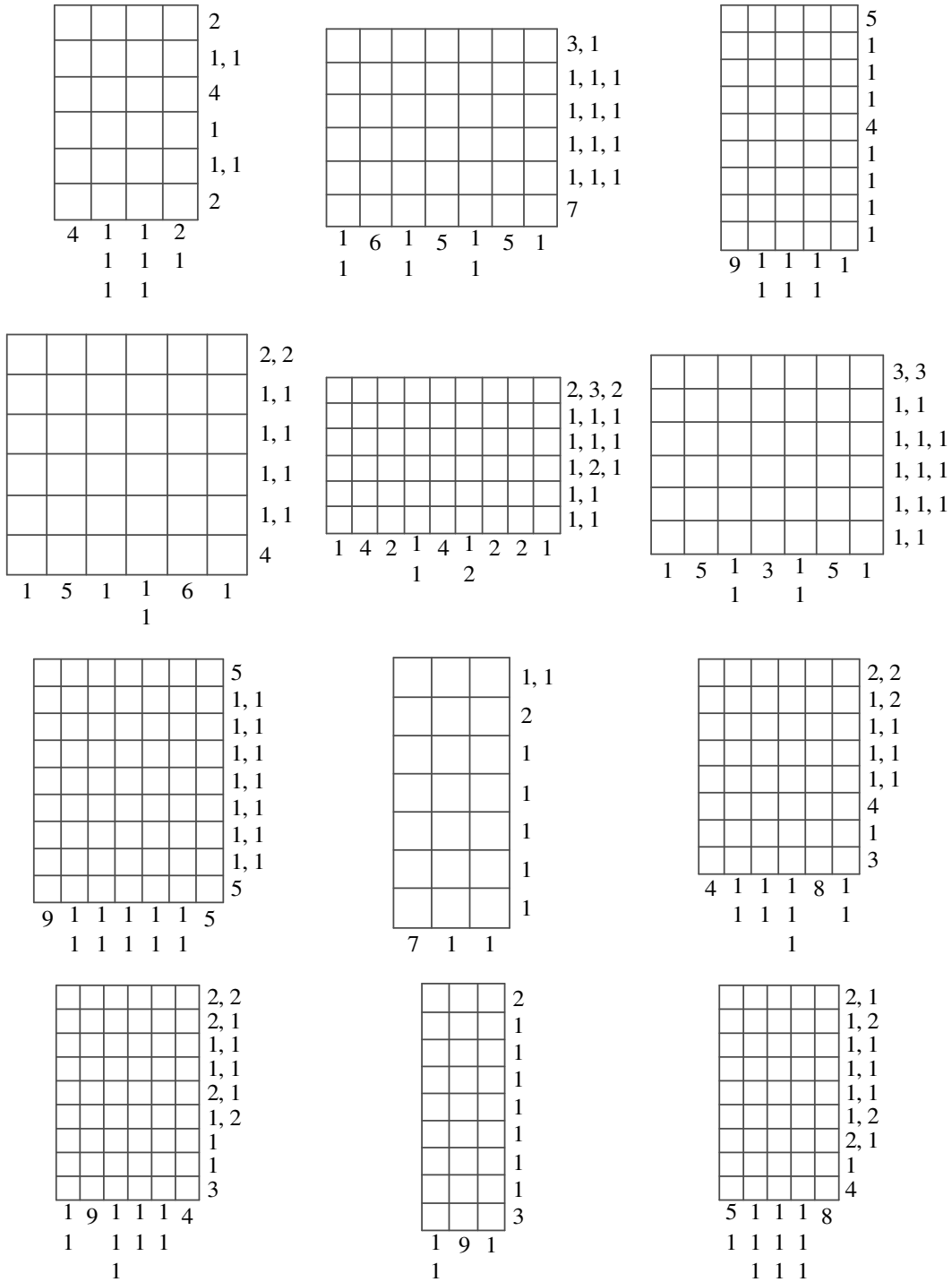
B JE LEVO OD D.	N
B JE SOSEDA OD D.	N
C JE DESNO OD E.	R
D JE LEVO OD E.	N
C JE LEVO OD D.	R



B JE DESNO OD E.	R
A JE DESNO OD C.	N
D JE DESNO OD E.	R
C JE LEVO OD E.	R
B JE DESNO OD D.	N
A JE SOSEDA OD D.	N

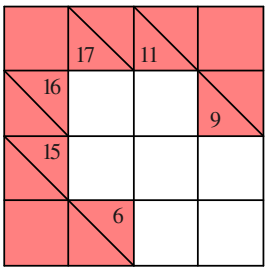
Gobelini

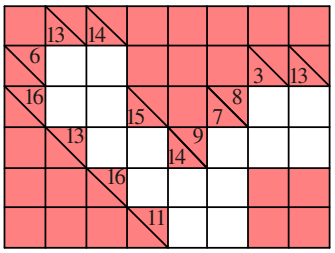
Kvadratke v razpredelnici moraš pobarvati sivo tako, da bo zaporedje sivih pasov v vrstici ustrezalo zaporedju števil na desni in da bo zaporedje sivih pasov v stolpcu ustrezalo zaporedju števil pod njim.

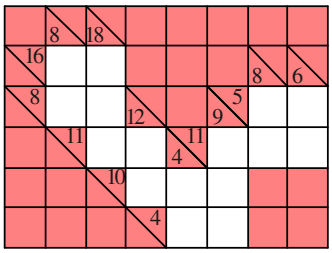


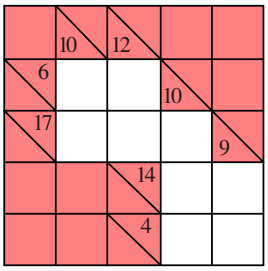
Križne vsote

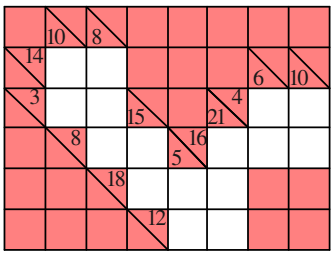
Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števkami od 1 do 9 tako, da je vsota števk v zaporednih belih kvadratkih po vrsticah in stolpcih enaka številu, ki je zapisano v rdečem kvadratku na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem pa morajo biti vse števke v posamezni vrstici (stolpcu) različne.

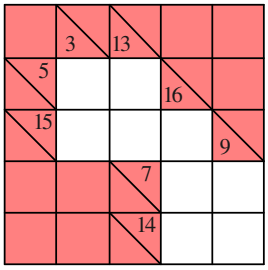


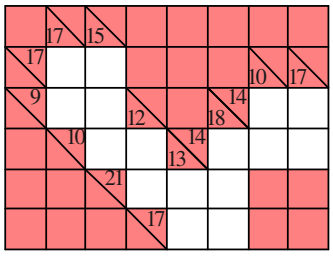


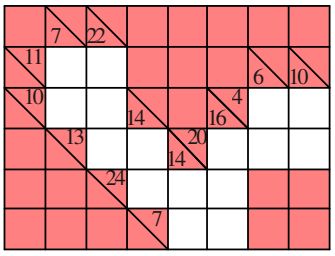


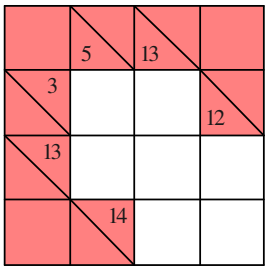


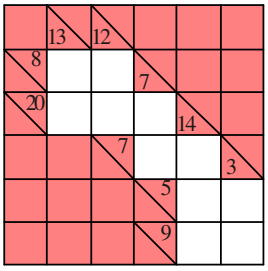


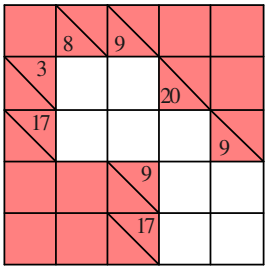


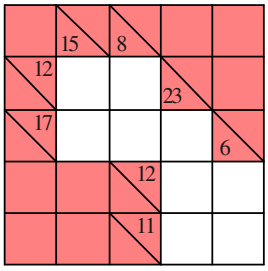






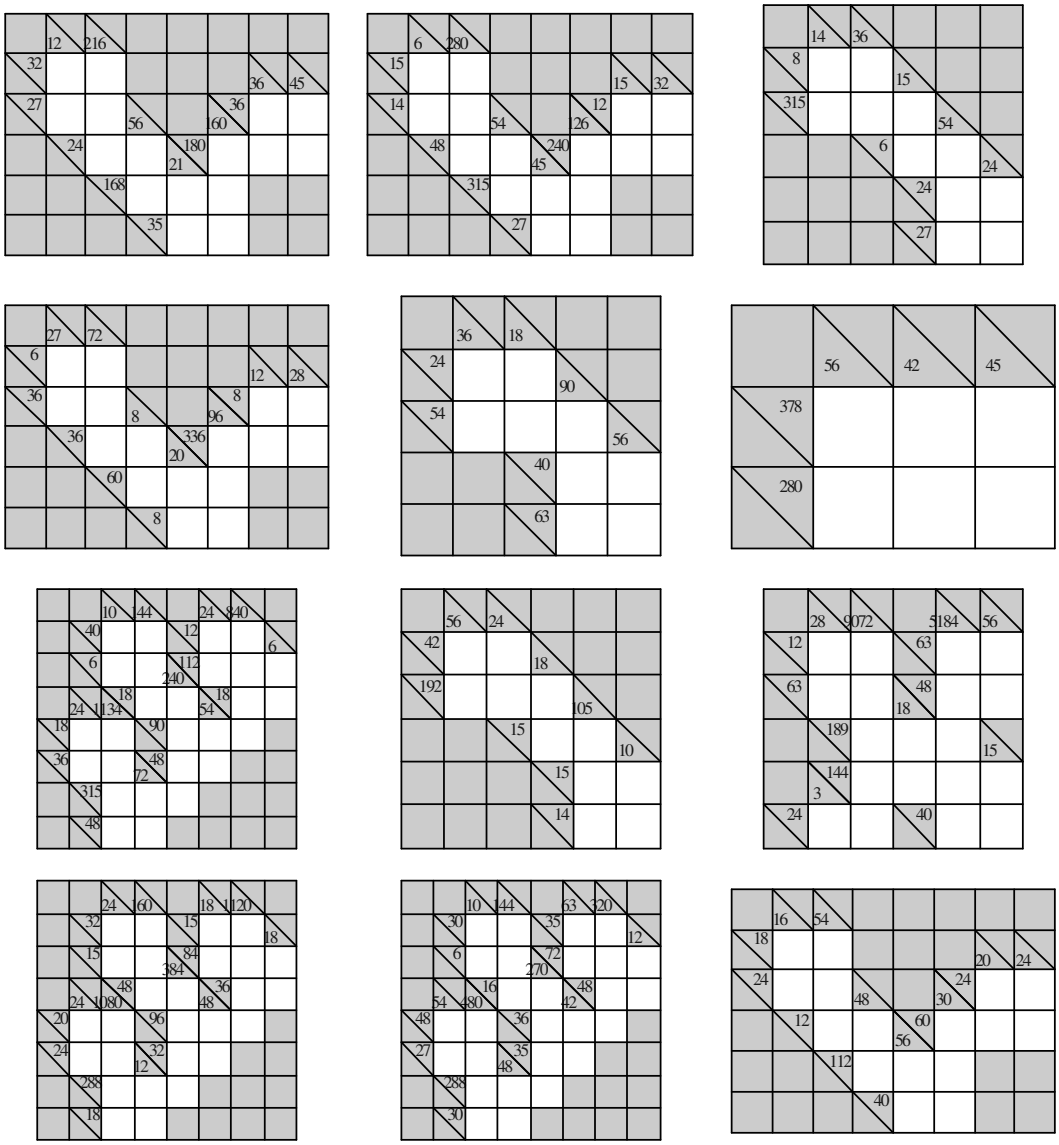






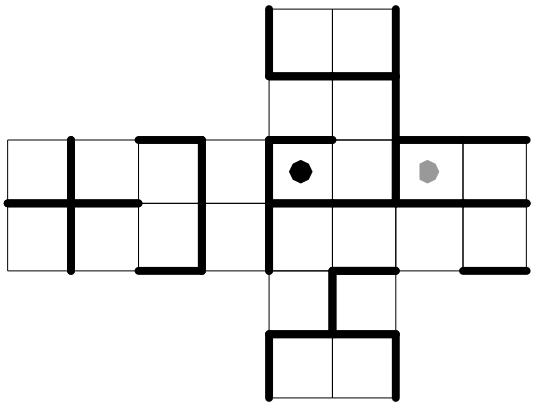
Križni produkti

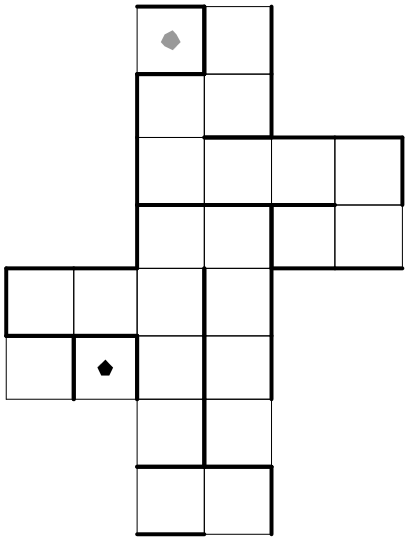
Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števkami od 2 do 9 tako, da bo zmnožek števk v zaporednih belih kvadratkih po vrsticah in stolpcih enak številu, ki je zapisano v sivem kvadratku na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem pa morajo biti vse števke v posamezni vrstici (stolpcu) različne.

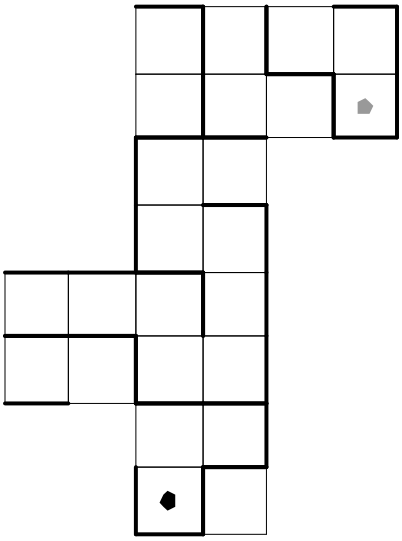


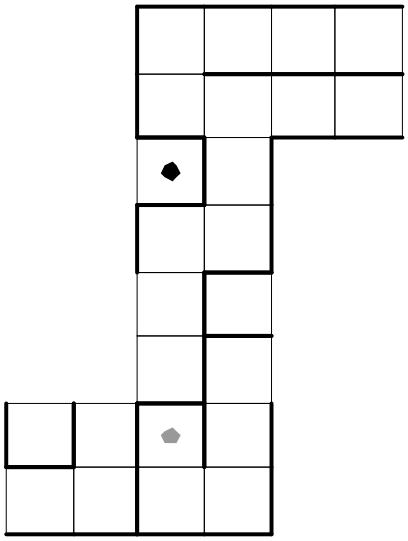
Labirint na kocki

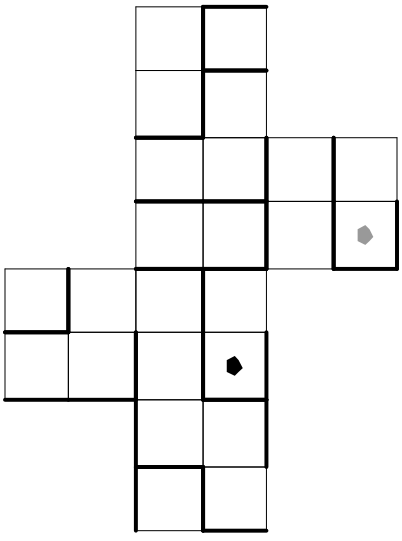
Poveži točki na kocki:

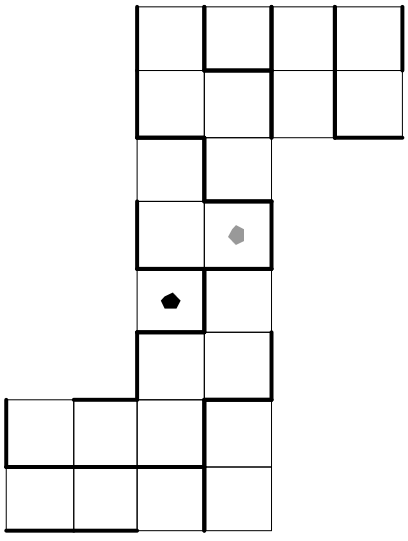






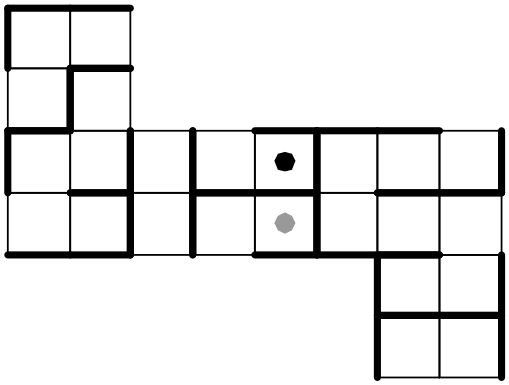


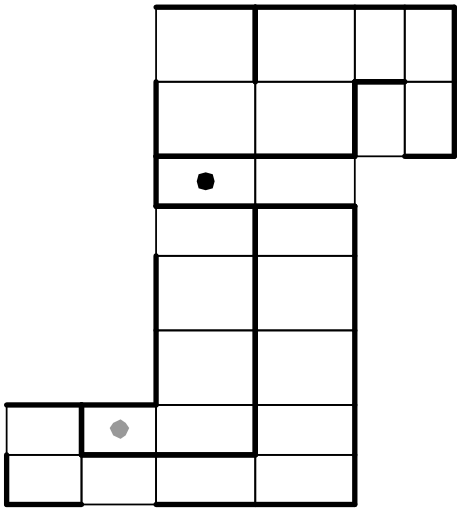


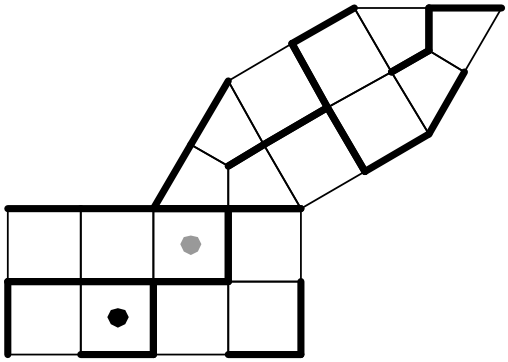


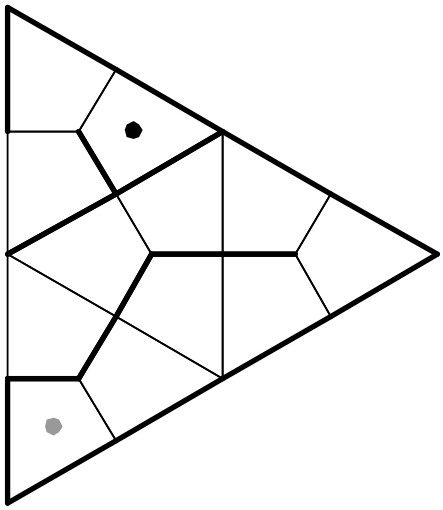
Labirinti na enostavnih poliedrih

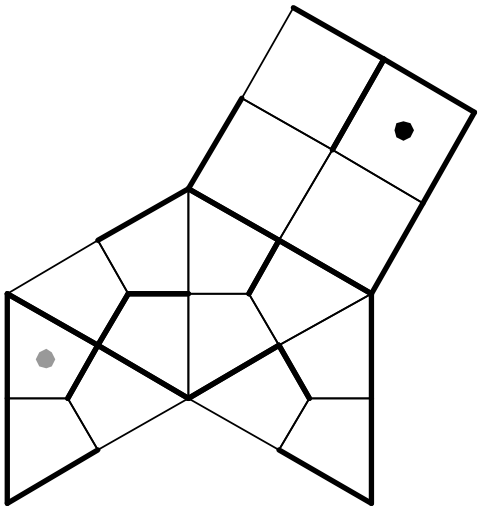
Poveži točki na poliedru:

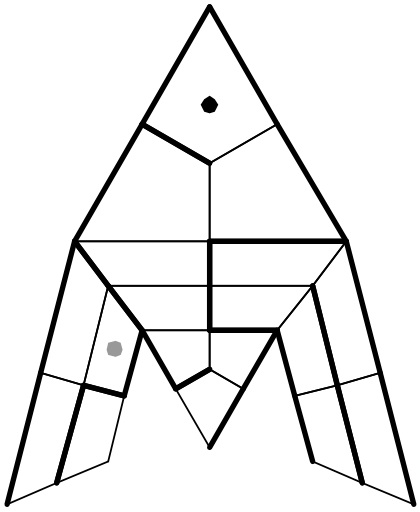




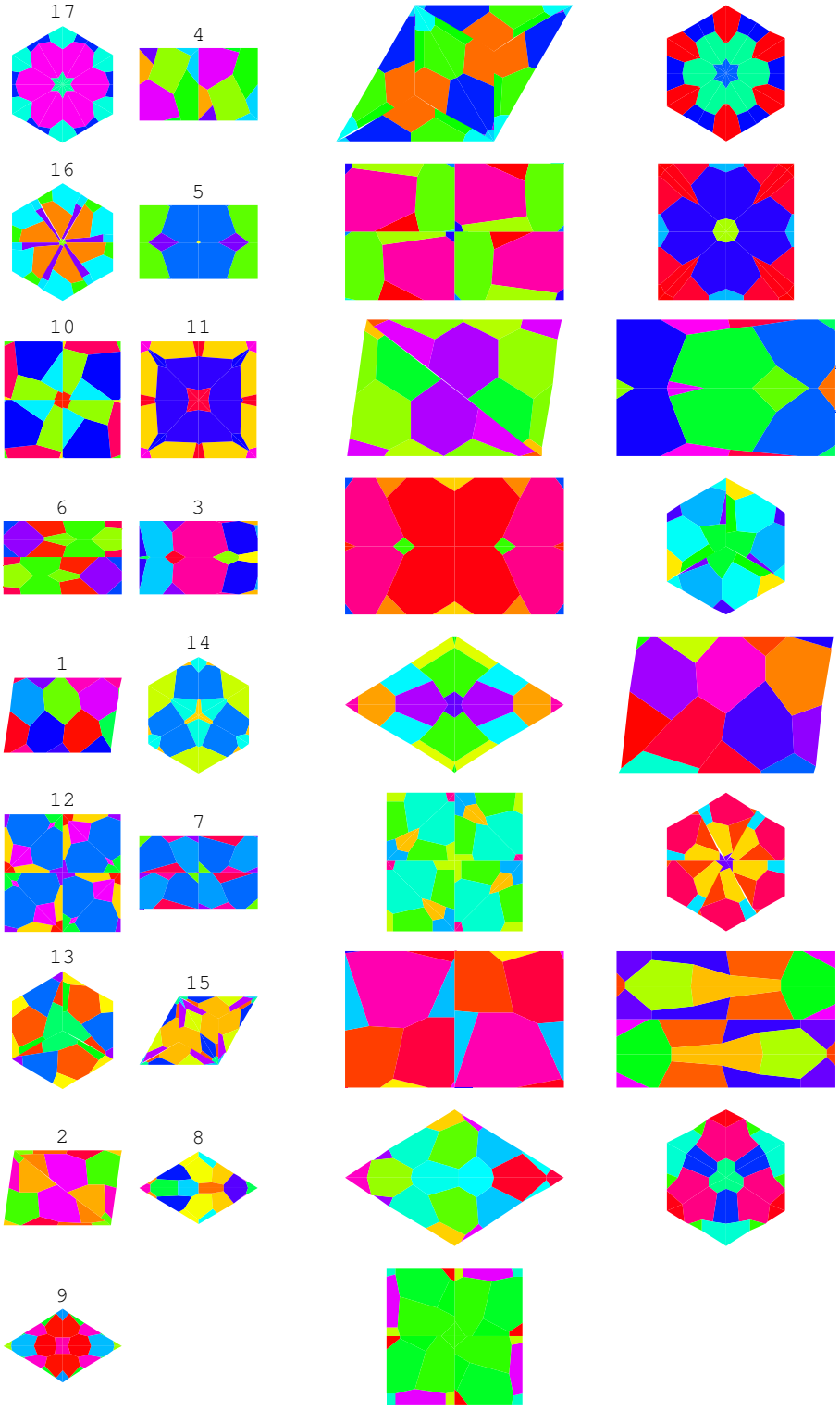






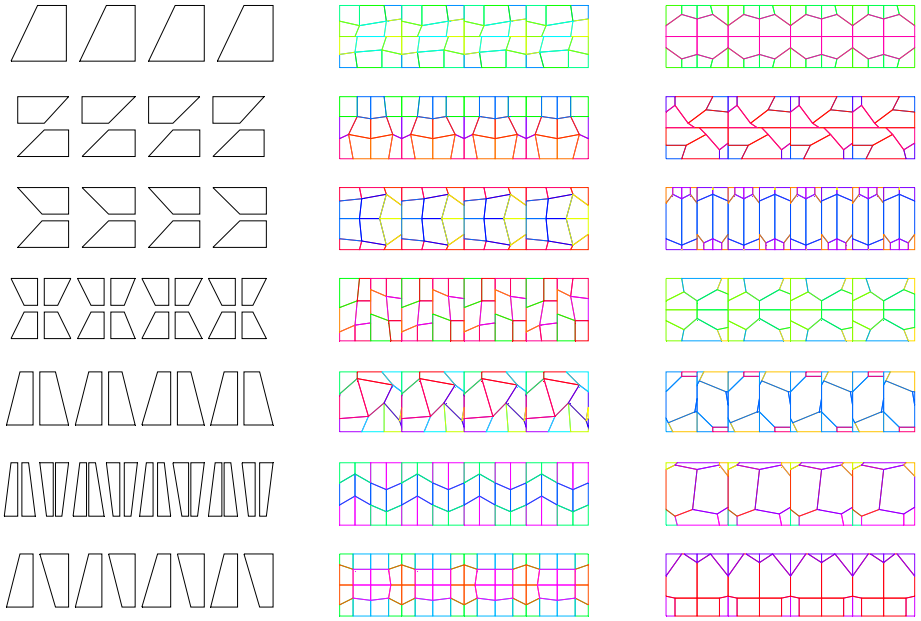


Poveži sličici, ki pripadata isti grupi

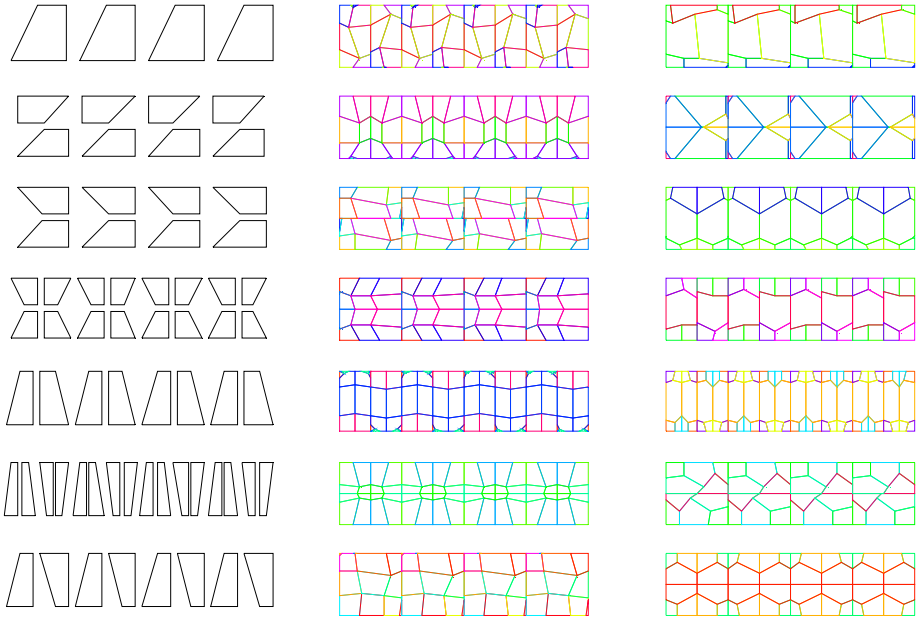


Poveži sličici, ki pripadata isti grupi

a)

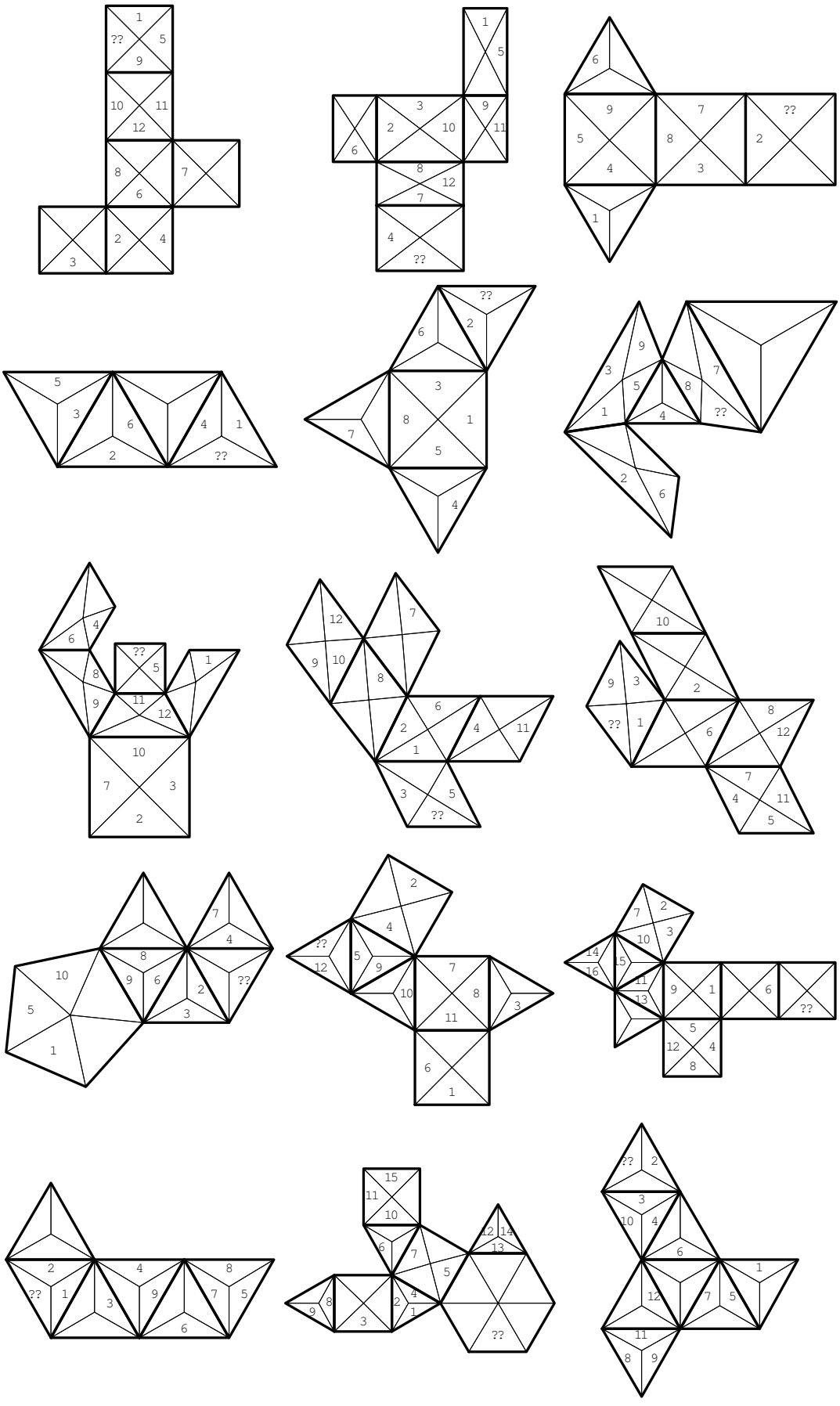


b)

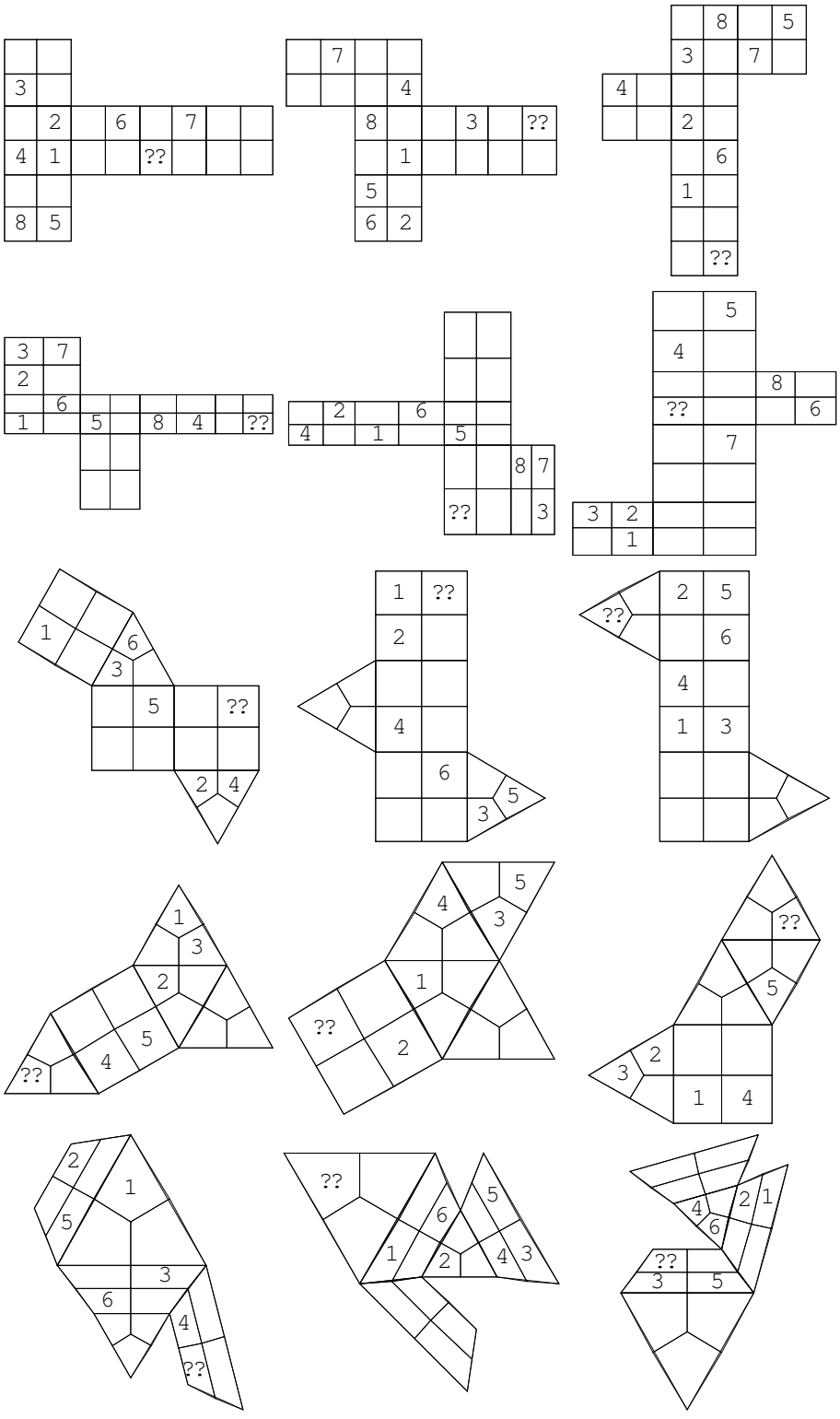


Prostorska predstavljivost

a) Katero število moramo vpisati na mesto znaka ??, da bosta stranici pripadali istemu robu poliedra?


1 ?? 5 9
10 11 12
8 6 7
2 4 3
1 5
3 9 2 10 11 6
8 12 7
4 ??
6
9 7 ?? 5 8 2 4 3
1
5 3 6 4 1 2 ??
?? 6 2 3 8 1 7 5 4
9 3 5 7 8 1 ?? 4 2 6
6 4 ?? 5 1 8 4
12 7 9 10 8 6 2 4 11 1 3 5 ??
10 9 3 2 ?? 1 8 12 6 7 4 11 5
7 4 8 10 9 6 2 ?? 5 3 1
2 ?? 12 4 5 9 7 10 8 3 11 6 1
7 2 10 3 14 15 16 11 13 9 1 6 ?? 5 12 4 8
2 ?? 1 4 3 9 8 7 5 6
15 11 10 6 7 12 14 13 5 9 8 3 2 4 1 ??
?? 2 3 10 4 6 1 12 7 5 11 8 9

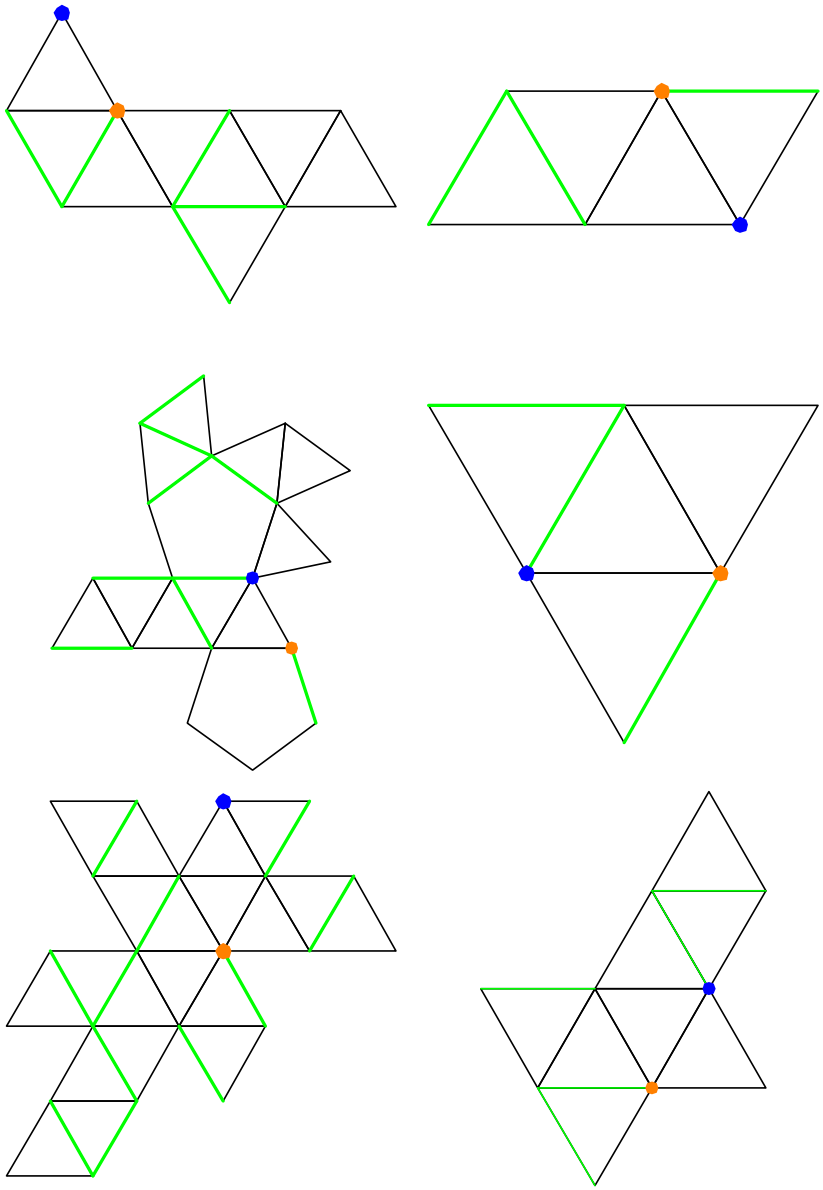
b) Katero številko moramo vpisati na mesto znaka ??, da bosta oglišči pripadali istemu oglišču poliedra?



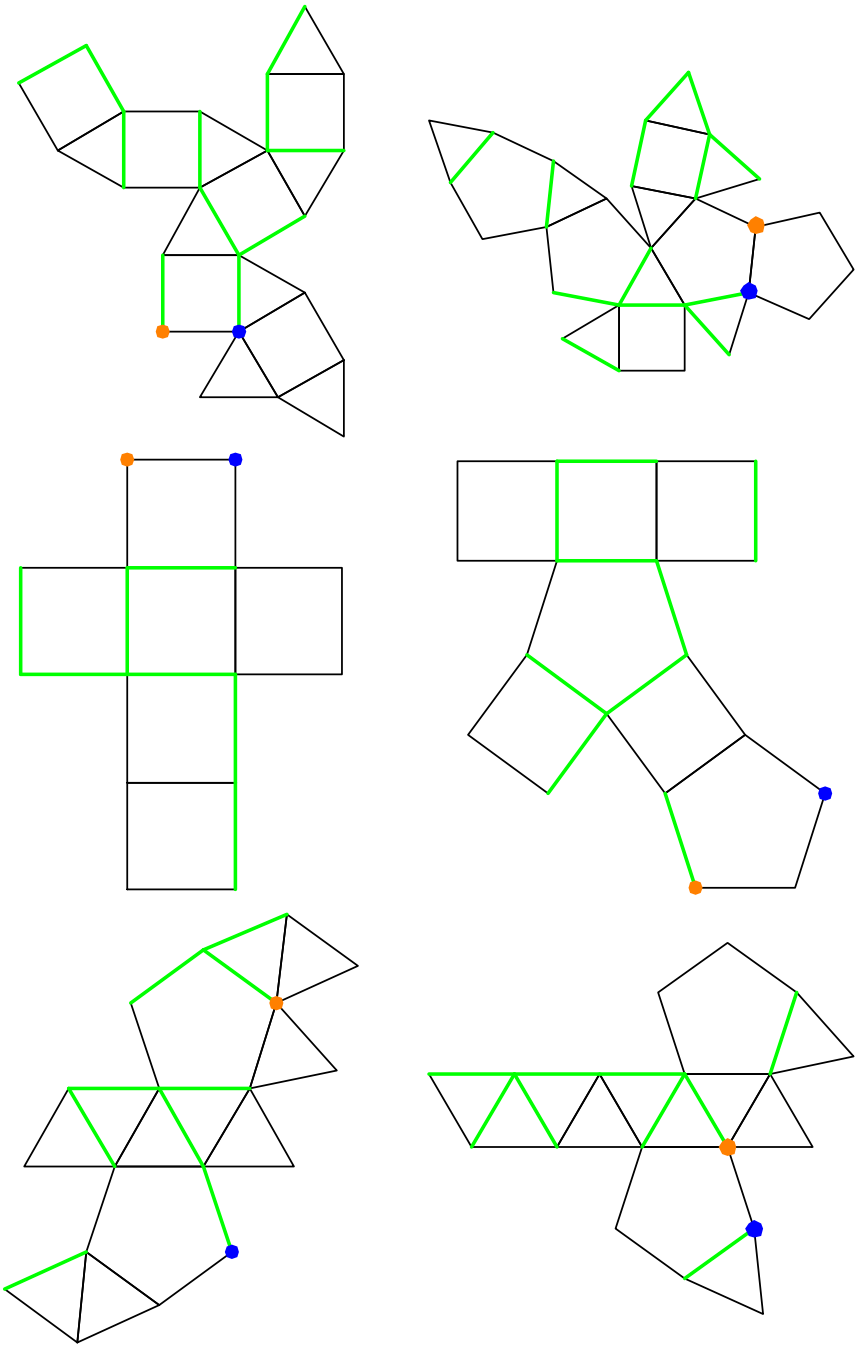
Labirinti na robovih poliedra

V naslednjih nalogah moramo povezati dve oglišči poliedra, ki je podan z mrežo. Poiskati moramo pot od modre do oranžne točke. Iz ene točke lahko gremo do druge točke, če je med njima zelena črta ali pa točki predstavljata isto oglišče poliedra.

1.

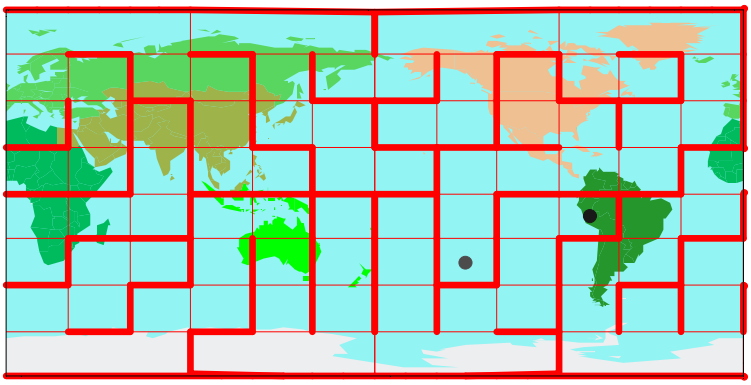


2.

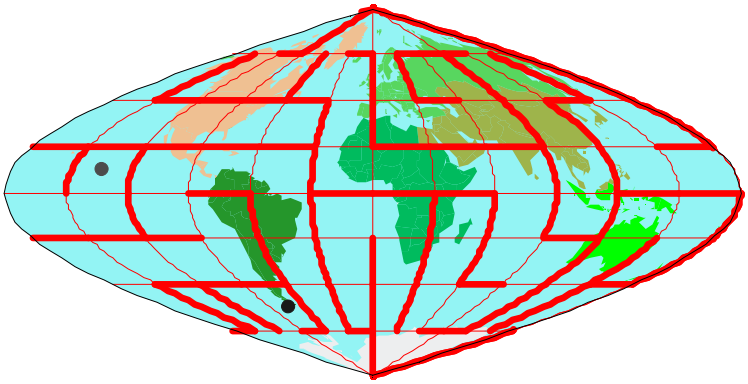


Labirinti na zemljevidu

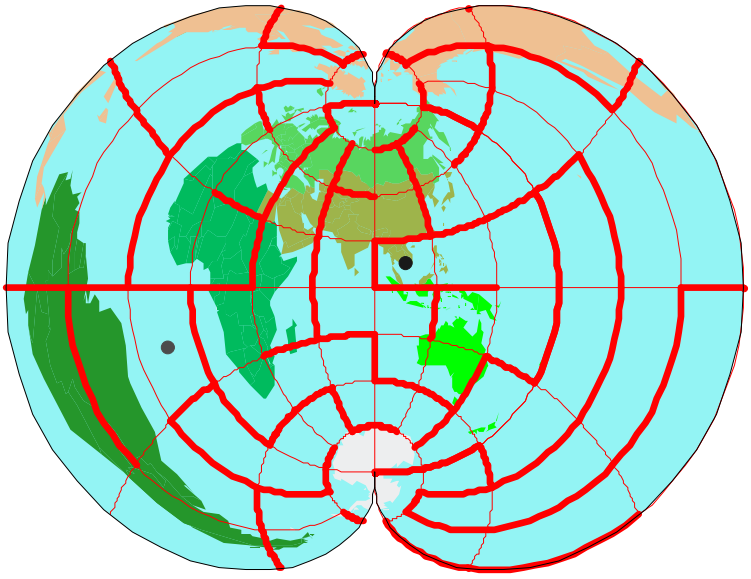
1.



2.

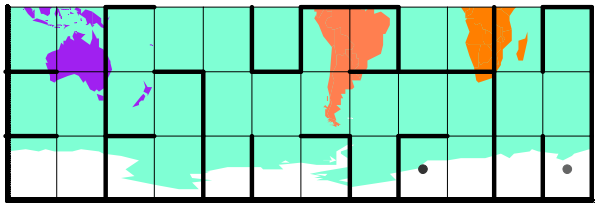


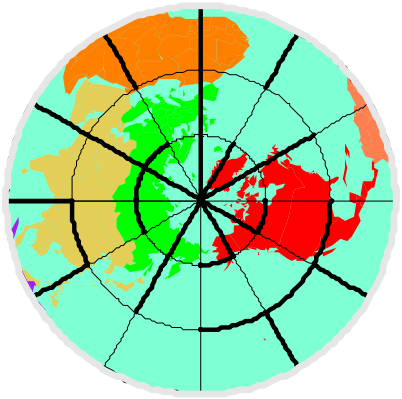
3.



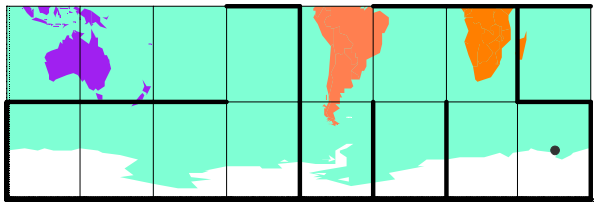
Večdelni labirinti na zemljevidu

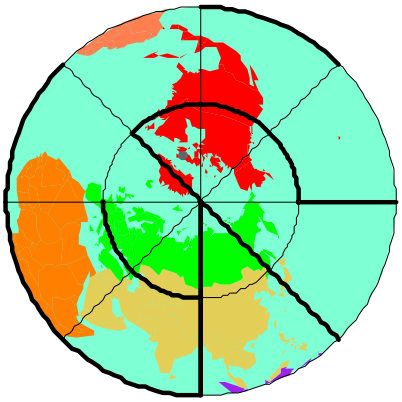
1.



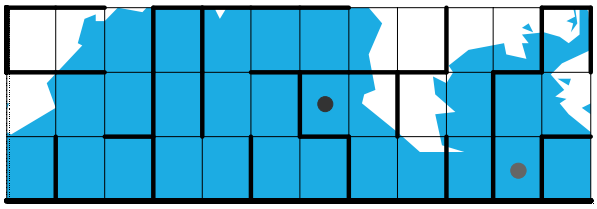


2.





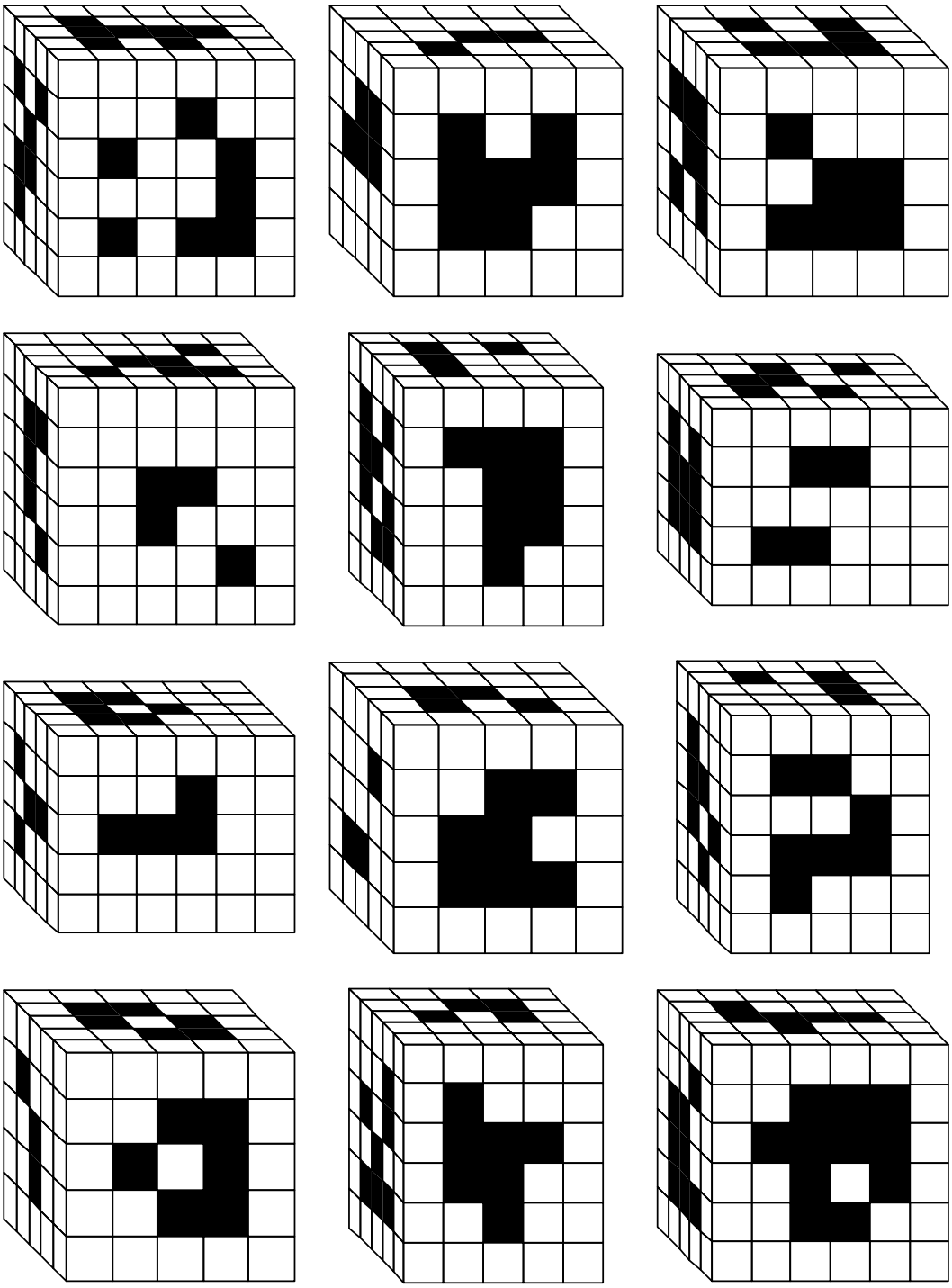
3.





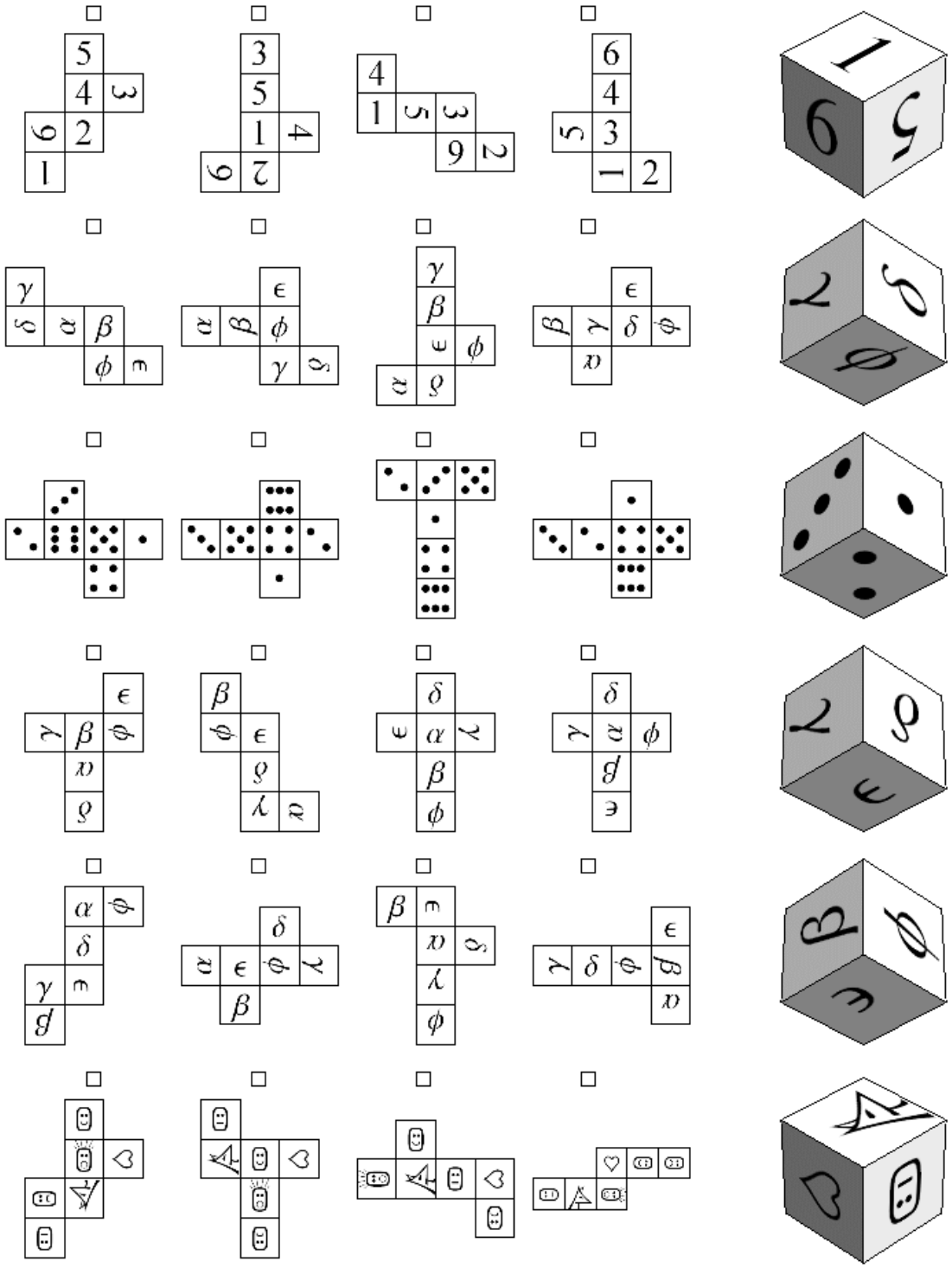
Odstranjene kocke

Dan je kvader, ki sestoji iz kockic. Odstranimo vse kocke, ki so zaznamovane črno od vrha do dna, od leve do desne in od spredaj do zadaj. Koliko kock smo odstranili?



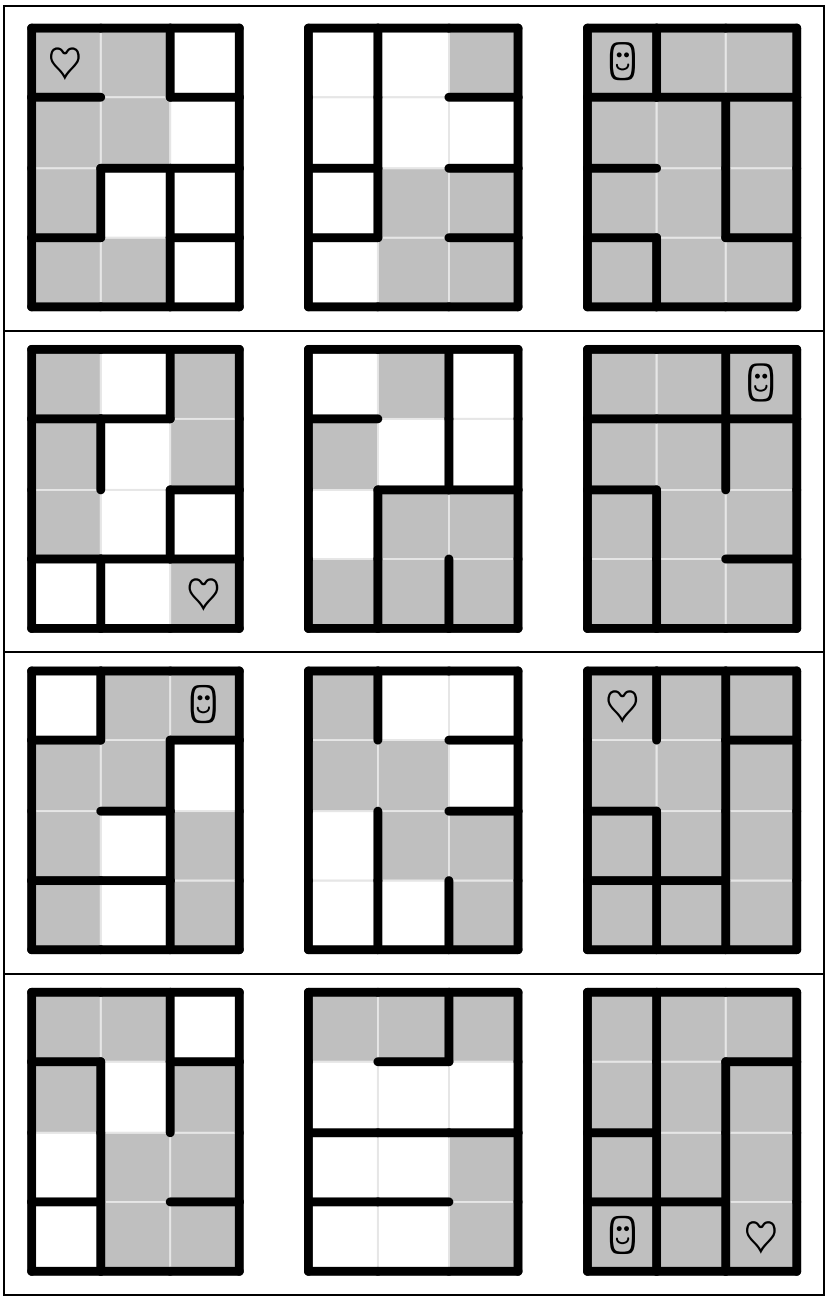
Kocki določi mrežo

Vsaki mreži na desni (večja mreža) določi mrežo iste kocke na levi.



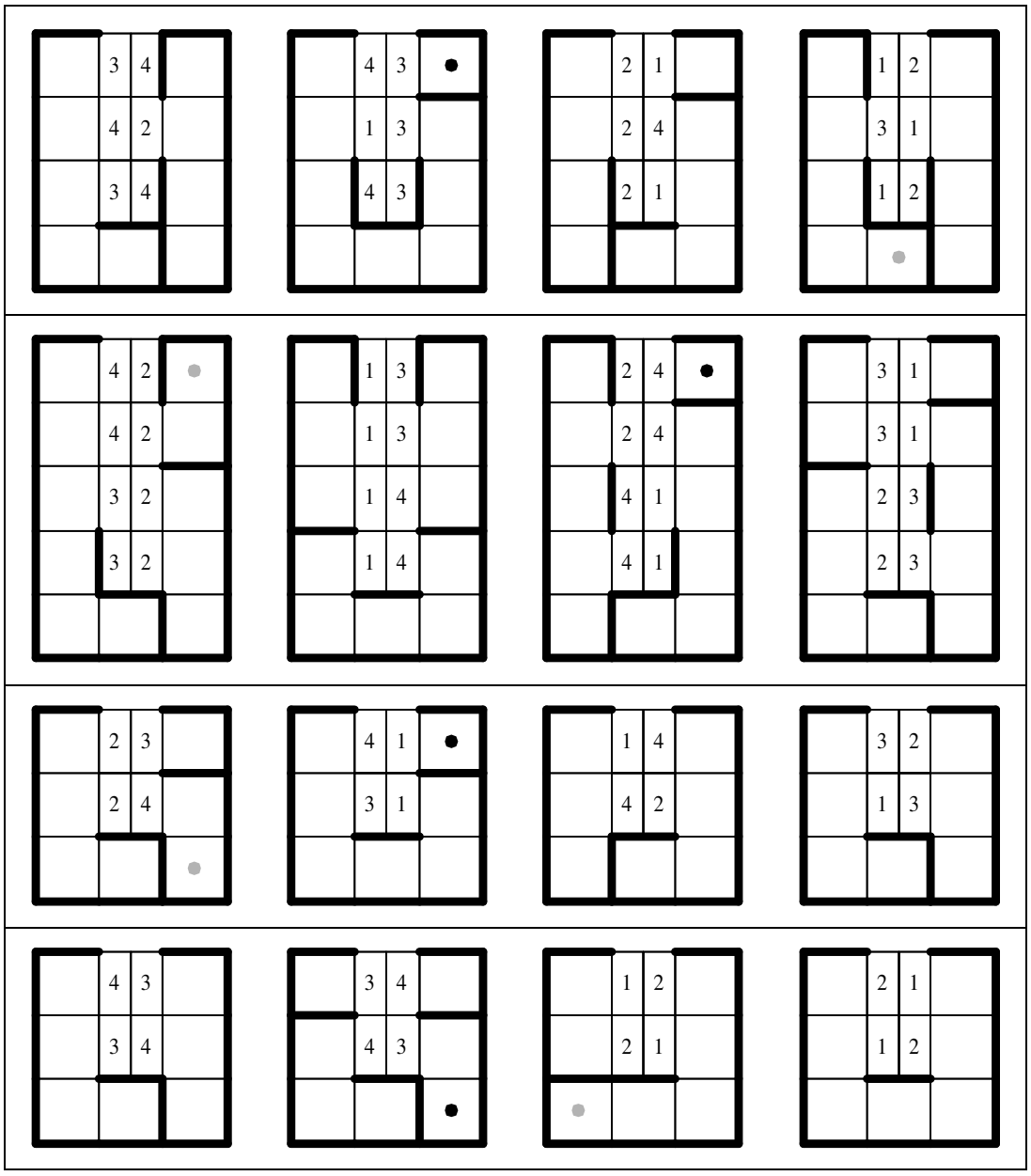
Labirint v kvadru

Kvader sestoji iz vodoravnih slojev kockastih oddelkov (zgornji, srednji in spodnji sloj so dani od leve proti desni). Odebeljene črte preprečujejo prehajanje med sosednjima oddelkoma istega sloja. Med oddelkom in oddelkom neposredno pod njim lahko prehajamo, če in samo če je prvi pobarvan belo.
Poišči najkrajšo pot od oddelka s smeškom do oddelka s srcem! Pot označi z zaporednimi naravnimi števili tako, da oddelek s smeškom označiš z 1, vsak naslednji sosednji oddelek (kocko) pa z številom, večjim za 1.

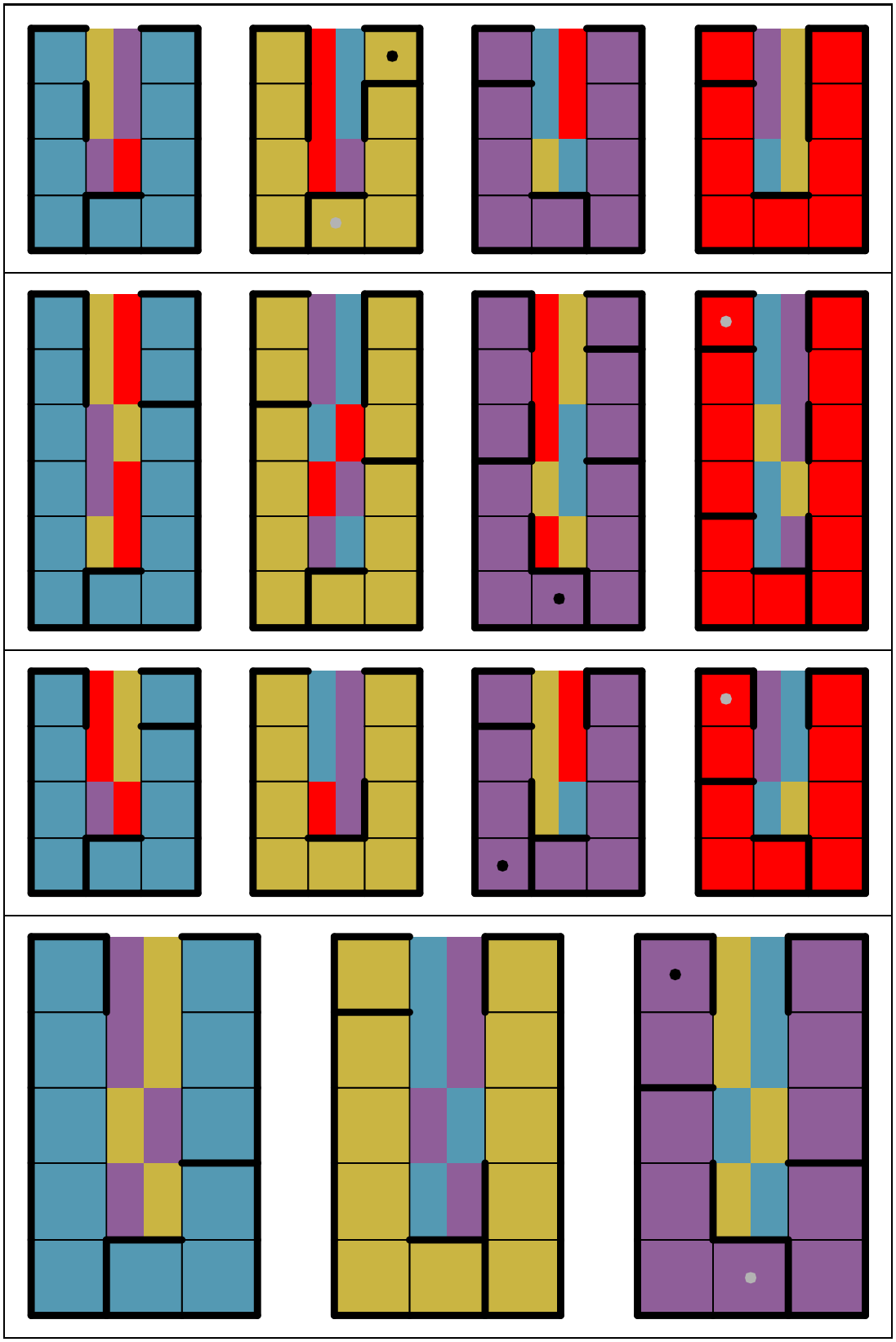


Labirint na Riemannovi ploskvi

Imamo več listov, ki jih razlikujemo po zaporedni številki od leve proti desni. Vsak list ima obliko podkve, sredina pa je razrez. Vsi kvadratki enega lista so povezani, prehod med njimi pa nam prepreči odebeljena črta. Kako je s prehajanjem z nekega lista na drugega? To so prehodi po horizontali. Recimo, da smo se znašli na desnem zgornjem kvadratku četrtega lista. Oznaka sosednjega pravokotnika je 2 - to pomeni, da lahko nadaljujemo na levem zgornjem kvadratku drugega lista. Tak prehod pa ni možen, če je med kvadratkom in sosednim pravokotnikom odebeljena črta. Poiskati moramo pot od črne do sive pike.

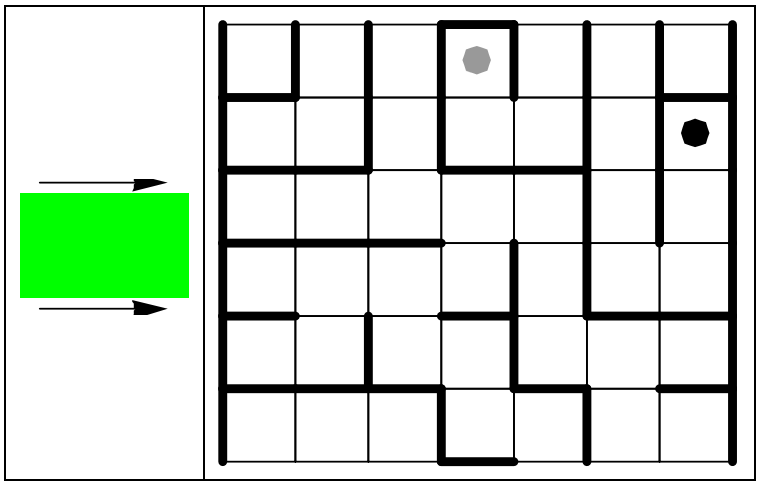


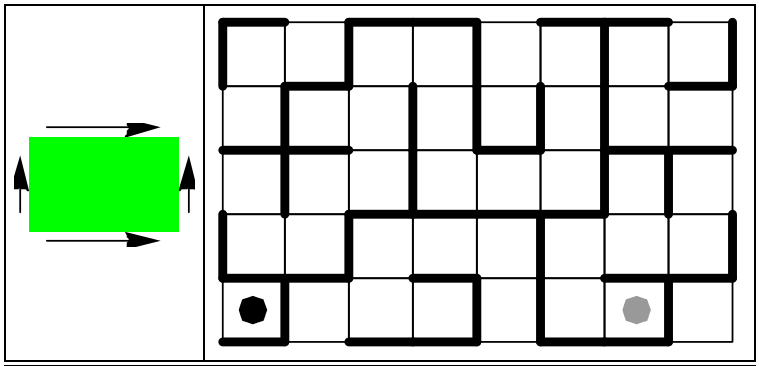
Pri barvnem labirintu so listi označeni z barvami.

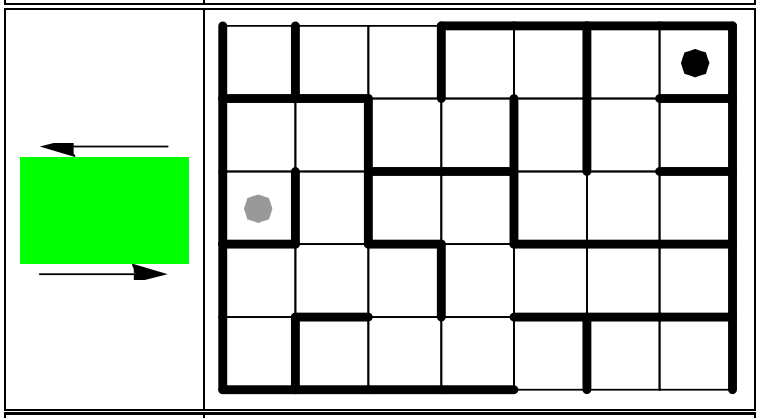


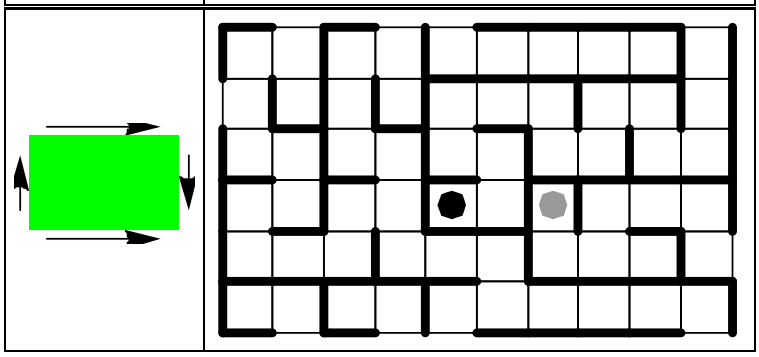
Labirinti na ploskvah

Podan je labirint na pravokotniku. Moramo poiskati pot od temnejše do svetlejše pike. Prehod med sosednimi kvadratki je možen, če med njima ni odebeljene črte. Skica na levi pomeni, kako sta nasprotni stranici pravokotnika povezani (miselno ju moramo zlepiti).



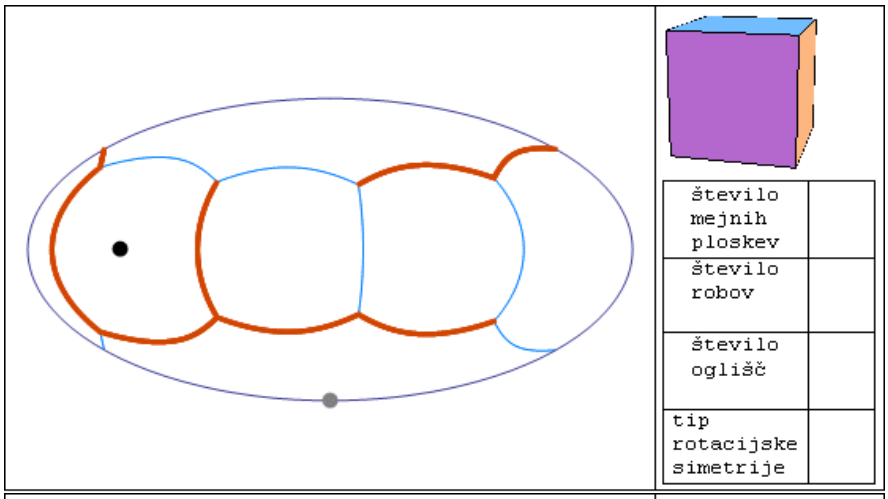




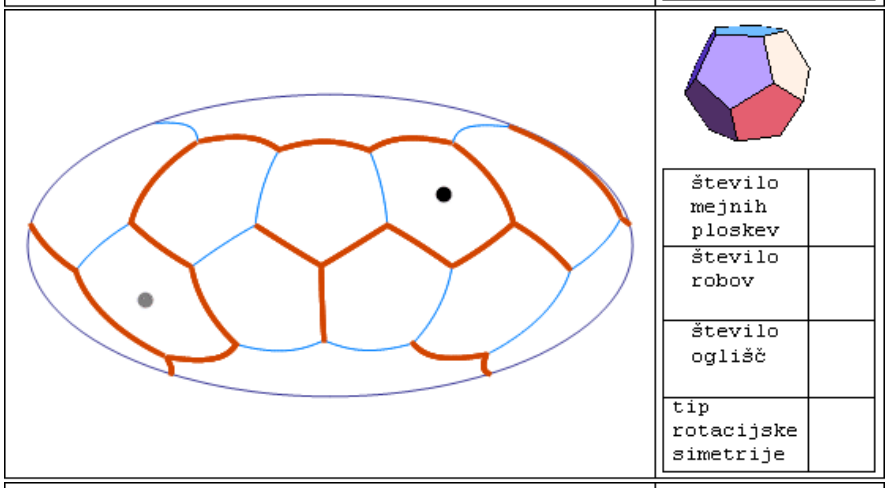


Labirinti na projekcijah teles

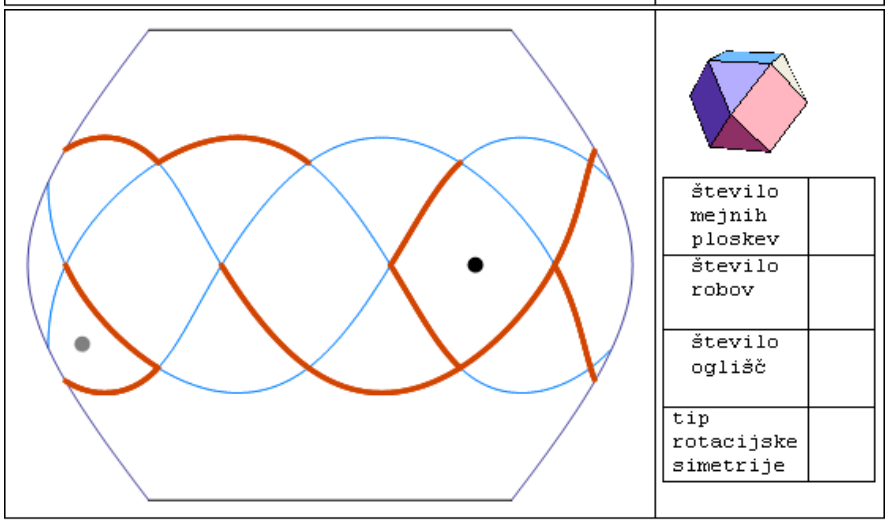
Telo je projicirano v ravnino. Na projekciji je podan labirint, kjer odebeljene črte preprečujejo prehod iz projekcije mejne ploskve na projekcijo sosedne mejne ploskve.



število mejnih ploskev	
število robov	
število oglišč	
tip rotacijske simetrije	



število mejnih ploskev	
število robov	
število oglišč	
tip rotacijske simetrije	



število mejnih ploskev	
število robov	
število oglišč	
tip rotacijske simetrije	

Določi razpored črk

Določi razpored črk. Pogoji so dani s tabelo. V spodnjo preglednico vpiši rešitev, v desno pa vse rešitve, kjer določen pogoj ni izpolnjen, drugi pa so. Če je premalo prostora za vpis v preglednico, nadaljuj vpis v isti vrstici.

1.

A	JE DESNO OD	D.
C	JE LEVO OD	D.
A	JE LEVO OD	B.

1				
2				
3				

2.

B	JE SOSEDA OD	C.
A	JE SOSEDA OD	D.
B	JE LEVO OD	C.
A	JE SOSEDA OD	B.

1			
2			
3			
4			

3.

A	JE SOSEDA OD	C.
D	JE SOSEDA OD	E.
A	JE DESNO OD	D.
B	JE DESNO OD	C.
C	JE SOSEDA OD	E.

1			
2			
3			
4			
5			

4.

A	JE LEVO OD	B.
C	JE SOSEDA OD	E.
A	JE LEVO OD	D.
C	JE DESNO OD	E.
A	JE SOSEDA OD	D.
A	JE DESNO OD	E.

1		
2		
3		
4		
5		
6		

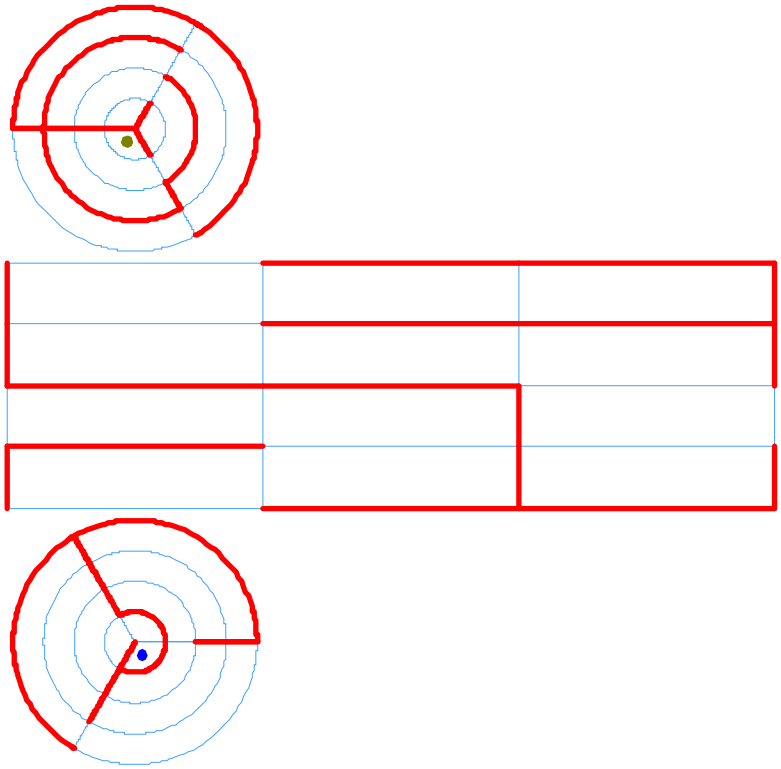
5.

B	JE SOSEDA OD	D.
A	JE SOSEDA OD	C.
A	JE LEVO OD	C.
A	JE LEVO OD	B.
B	JE DESNO OD	D.

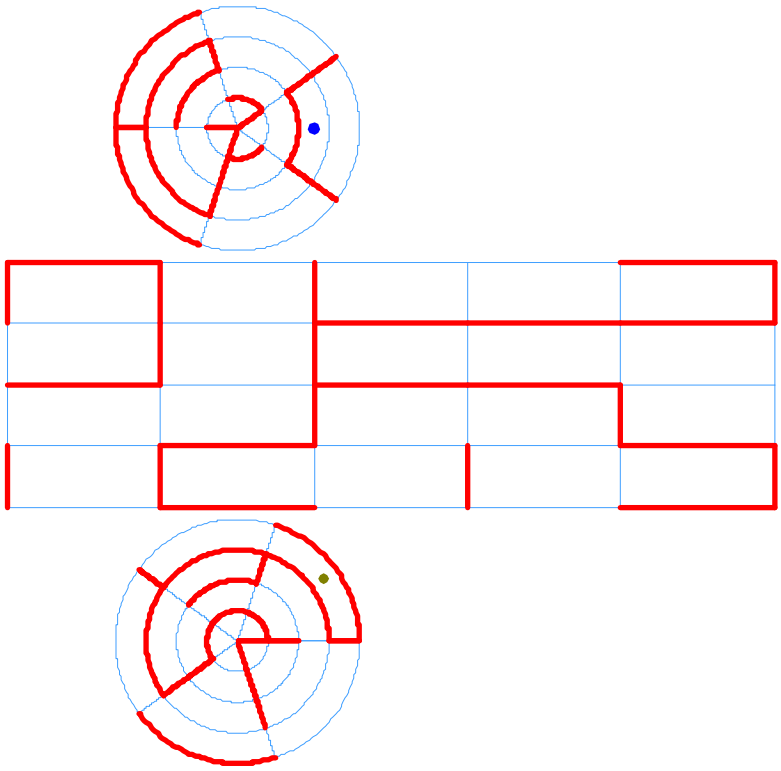
1			
2			
3			
4			
5			

Labirinti na mreži valja in stožca

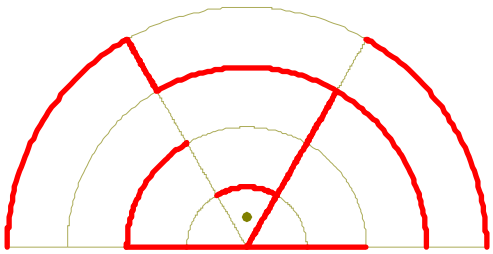
1.

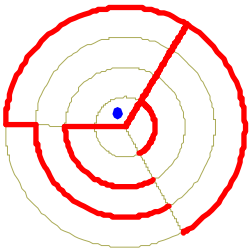


2.

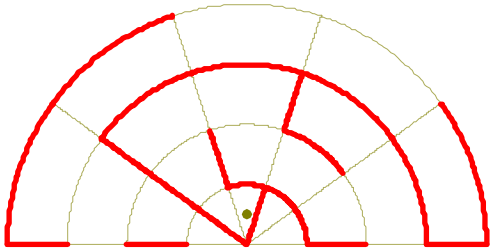


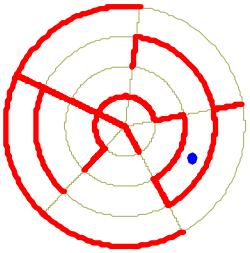
3.



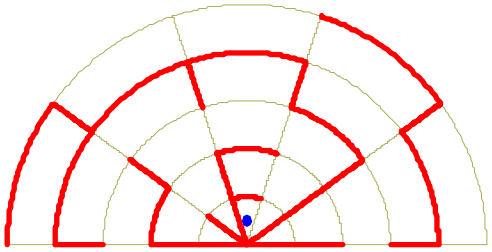


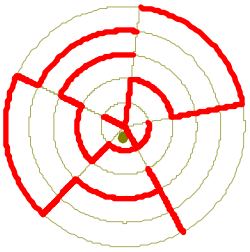
4.



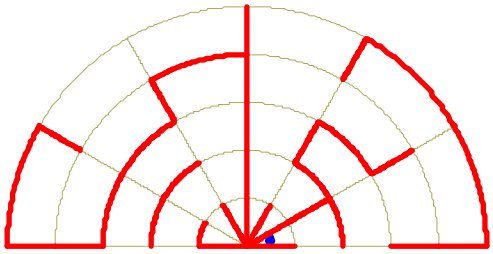


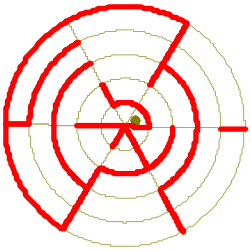
5.



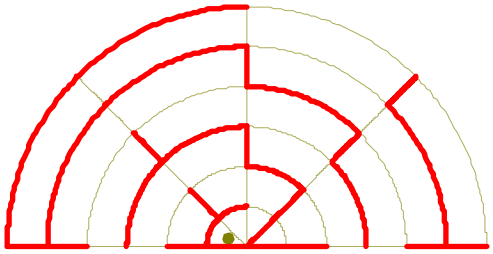


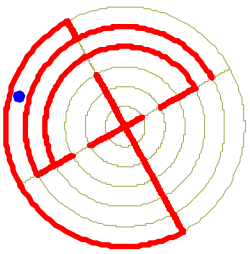
6.





7.





Nagradna logična naloga

Tri prijateljice (Mija, Pika, Eva) imajo konje (Tornado, King, Pongo), ki so različnih pasem (poni, arabec, rjavec) in so iz različnih krajev (Kranj, Ljubljana, Lendava).
Za vsako določi ime, konja, pasmo konja in kraj bivanja.

1. Evin konj je Pongo.
2. Tornado ni iz Kranja.
3. Rjavec ni iz Ljubljane.
4. Poni ni iz Ljubljane.
5. King ni rjavec.
6. Pika ni doma iz Lendave.
7. Rjavec ni iz Lendave.
8. Tornado ni arabec.

	Tornado	King	Pongo	poni	arabec	rjavec	Kranj	Ljubljana	Lendava
Mija									
Pika									
Eva									
Kranj									
Ljubljana									
Lendava									
poni									
arabec									
rjavec									

Ime	konj	pasma	kraj
Mija			
Pika			
Eva			

Rešitev nagradne uganke pošljite do 1.10.2016 na naslov Logika d.o.o., Svetčeva pot 11, 1241 Kamnik, s pripisom »Nagradna uganka«.
Naslednji reševalci nagradne uganke iz 4. številke bodo prejeli poševno prizmo: R.O.., ILIRSKA BISTRICA, L.B., PREM, U.J. in A.S., OŠ ŠMARJE-SAP, T.Ž., NOVO MESTO.



Kalejdoskopi

Običajni kalejdoskop je valjasta igrača, ki ima tri ogledala, vzporedna z osjo. Med ogledali so delci obarvanega stekla. Ko se svetloba odbija od ogledal, dobimo zanimive simetrične oblike (slika spodaj).

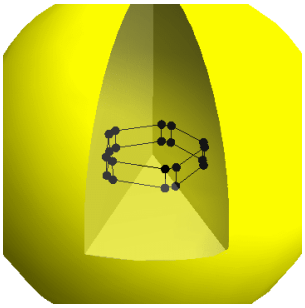
Kalejdoskopi so zanimivi tudi z matematičnega stališča. Zrcaljenje je preslikava, ki točki A priredi točko B, ki leži na pravokotnici iz točke A na ravnino zrcaljenja in je enako oddaljena od ravnine kot A, le da je na nasprotni strani ravnine.

Če imamo dve zrcali na razdalji d, ki sta vzporedni, in je os x pravokotna na zrcali, bo vtis, kot da imamo neskončno mnogo zrcal postavljenih v osi x.
Če pa se ravnini zrcaljenja sekata, na primer po osi z, in je kot med njima $2\pi/n$, bodo slike točke, ki je na simetrali ravnin, oglišča pravilnega n-kotnika.

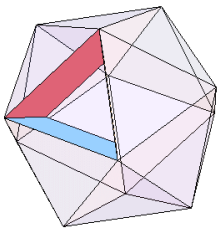
Če nadaljujemo zadnji primer tako, da dodamo zrcalno ravnino $z=0$ (xy-ravnino), bodo slike točke oglišča pravilne n-kotne prizme.

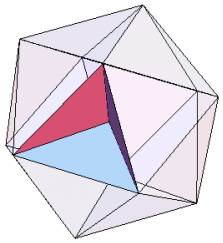


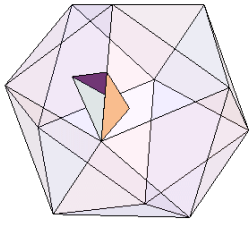


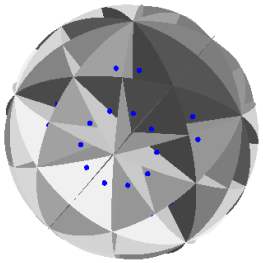


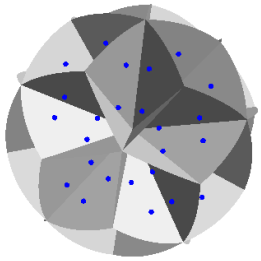
V splošnem primeru, ko se ravnine zrcaljenja sekajo v eni točki, so vse slike neke izbrane točke med zrcali, ki je oddaljena od presečišča za d, na sferi z radiem d. V poštev pridejo le kot oblike π/k. Veljati mora $1/m+1/n+1/p>1$. Rešitve te diofantske enačbe so: 2, 2, k; 2, 3 ,3; 2, 3, 4; 2, 3, 5.
Dobili bomo oglišča poliedra prizmatične, tetraedrske, oktaedrske in ikozaedrske simetrije.
V teh primerih ogledala izrežemo kot krožne izseke.

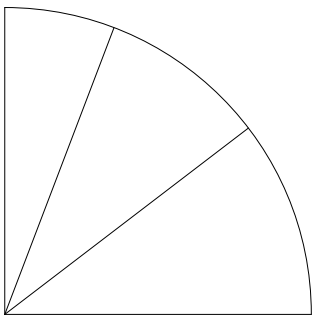




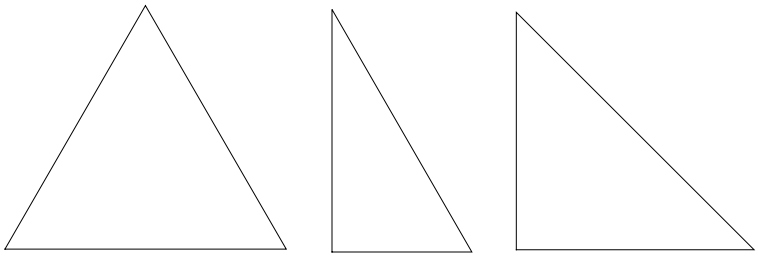




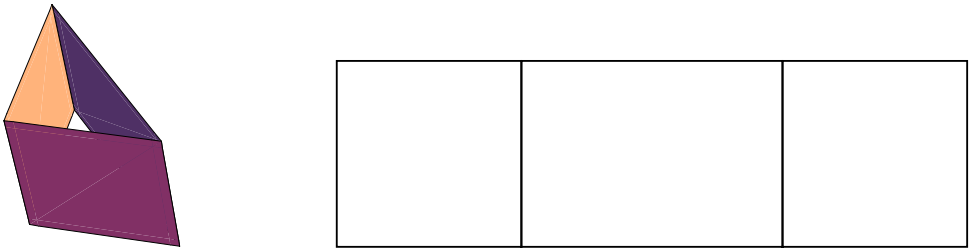




Lahko pa so vse tri ravnine zrcaljenje vzporedne (na primer osi z). Prečni presek so trikotniki. V poštev pridejo koti kot prej, le veljati mora $1/m+1/n+1/p=1$. Rešitve so: 3, 3, 3; 2 ,3, 6; 2, 4, 4. Trikotniki parketirajo ravnino.
Število slik je zdaj neskončno.

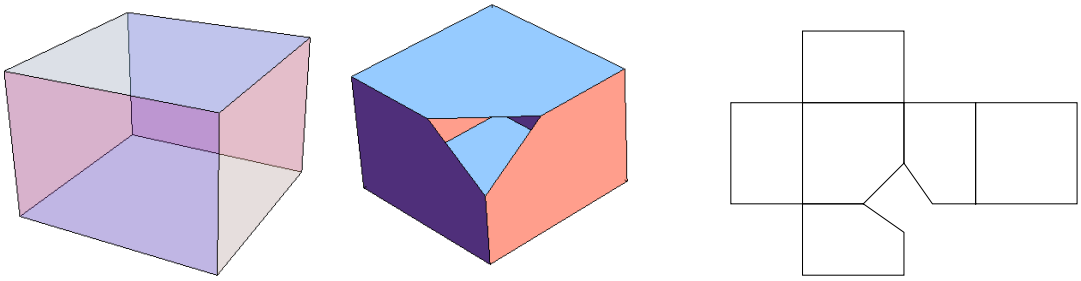


Zrcaljenje teh trikotnikov je enako njihovemu vrtenju okoli stranic.

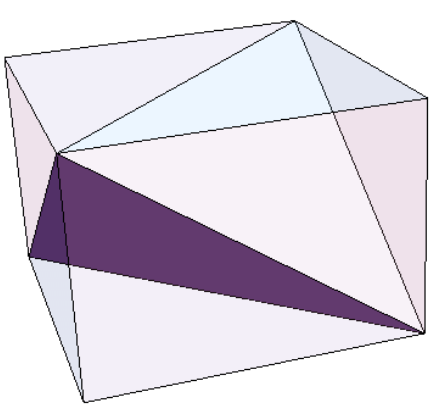


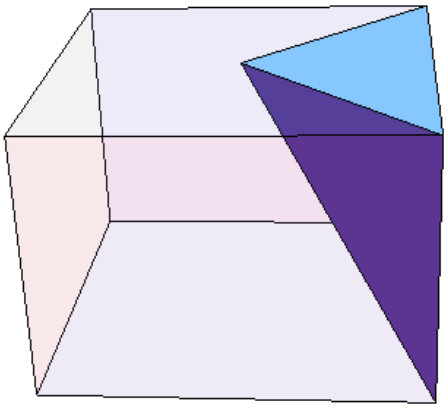
Zgornji sliki prikazujeta odprt polieder in njegovo mrežo za tretji primer.

Primer šestih zrcal, razporejenih v kvadrasti obliki (pri tem je kvader dimenzij $\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times 1$). Seveda pa moramo narediti še odprtino za opazovanje.

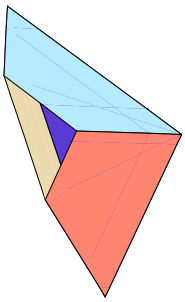


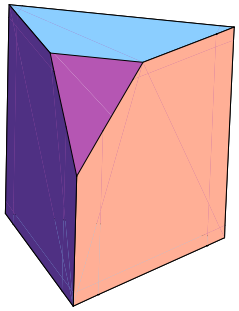
Zglede za štiri zrcala, postavljena v obliki nepravilnega četverca, dobimo iz zgornjega kvadra:

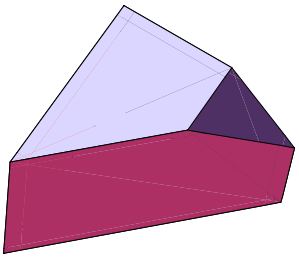




Seveda moramo tudi tokrat izrezati odprtino (slika spodaj).





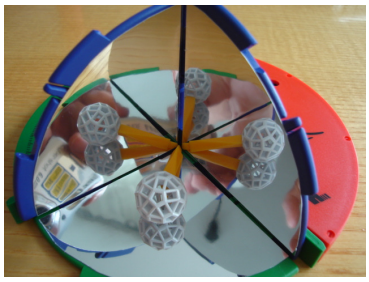
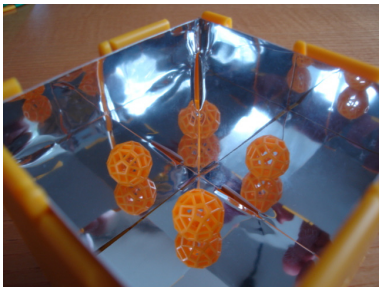


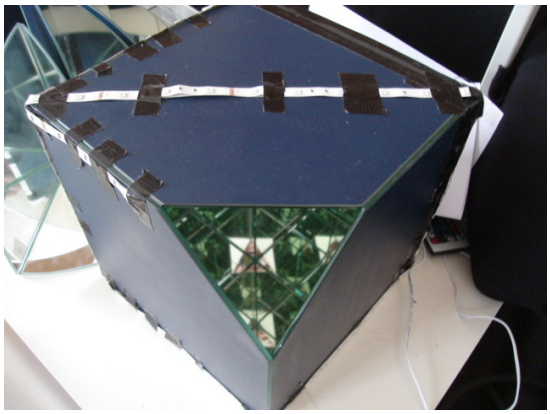
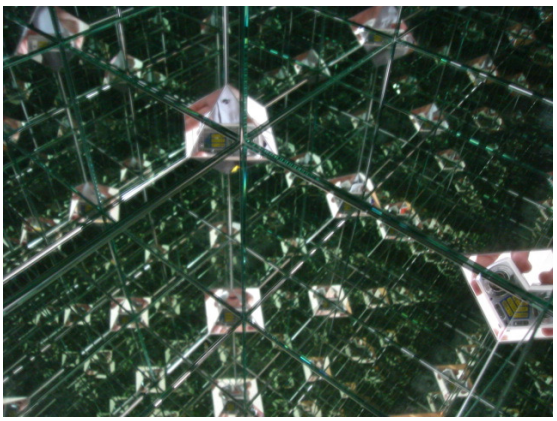
Zglede s petimi zrcali dobimo iz prizem s trikotno osnovo (sliki zgoraj).
Navodila za izdelavo. Kovinsko samolepilno folijo kupimo na oddelkih za tapete v ustreznih trgovinah. Mreže prenesemo iz demonstracij (potrebujemo brezplačni Wolfram CDF-Player) v program za pripravo besedila. Ker folija ni ravna, jo čez noč damo pod težjo knjigo.
Natisnemo mrežo, jo približno izrežemo in izrežemo ustrezen del folije. Odstranimo prvo zaščitno prevleko in nalepimo ostanek na mrežo, tako da so robovi mreže vidni. Nato natančno obrežemo robove in prepognemo mrežo (še prej po robovih potegnemo s praznim kemičnim svinčnikom). Odstranimo še drugi zaščitni sloj in zlepimo s selotejpom mrežo v polieder. Ker folija ni povsem ravna, pred dokončnim lepljenjem naredimo še strani poliedra iz kartona in jih nalepimo z lepilom na ustrezna mesta.
Pri kalejdoskopih z odprtino mora le-ta biti dovolj velika, da lahko skozi njo potisnemo žarnico na baterijo.
Na mesto papirnatih mrež lahko uporabimo tudi ploščice Polydron, vendar z njimi ni možno tvoriti majhnih kotov.
Nekaj slik: kalejdoskopi iz folije, ploščic Polydron in kockast kalejdoskop pri Mathemi.







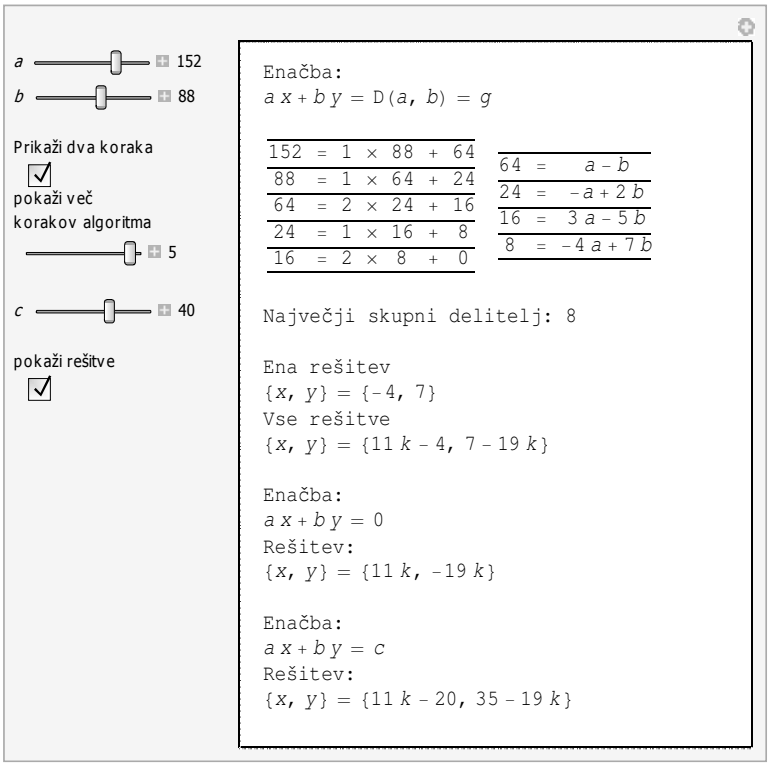



Reference:

[1] I. Hafner, "Kaleidoscope with One Horizontal and Two Vertical Mirrors"
http://demonstrations.wolfram.com/KaleidoscopeWithOneHorizontalAndTwoVerticalMirrors/
Wolfram Demonstrations Project
Published: May 4, 2016
[2] Izidor Hafner
"Making Kaleidoscopes"
http://demonstrations.wolfram.com/MakingKaleidoscopes/
Wolfram Demonstrations Project
Published: June 1, 2016
[3] Izidor Hafner
"Components and Nets of Regular Polyhedra"
http://demonstrations.wolfram.com/ComponentsAndNetsOfRegularPolyhedra/
Wolfram Demonstrations Project
Published: June 3, 2016
[4] I. Hafner, "Two Types of Kaleidoscopes"
http://demonstrations.wolfram.com/TwoTypesOfKaleidoscopes/
Wolfram Demonstrations Project
Poslano v objavo.
[5] W.W.R. Ball, H.S.M. Coxeter, Mathematical Recreation and Essays, Dover Pub., New York, 1987

Evklidov algoritem in reševanje diofantske enačbe *ax + by = c*

V tem sestavku bomo našteli spoznanja o reševanju diafantske enačbe *ax + by = c* z Evklidovim algoritmom, za katerega smo izdelali demonstracijo v sistemu *mathematica*.

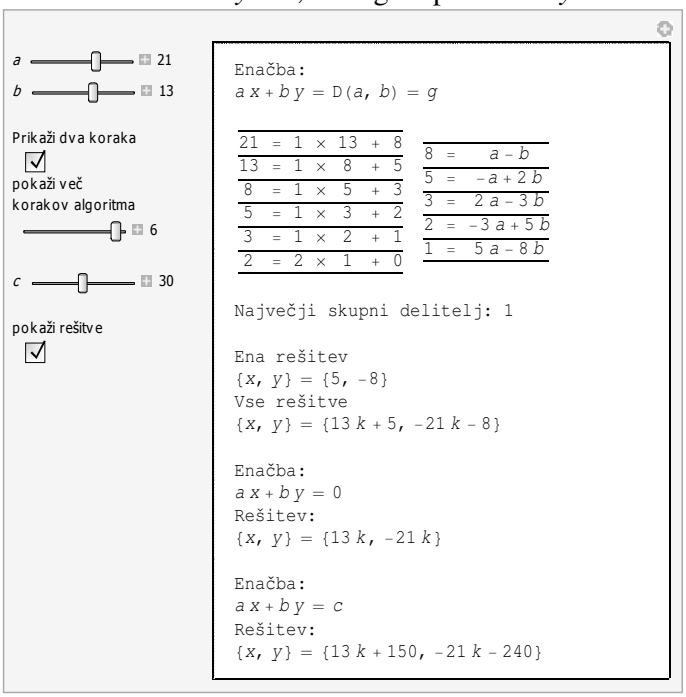


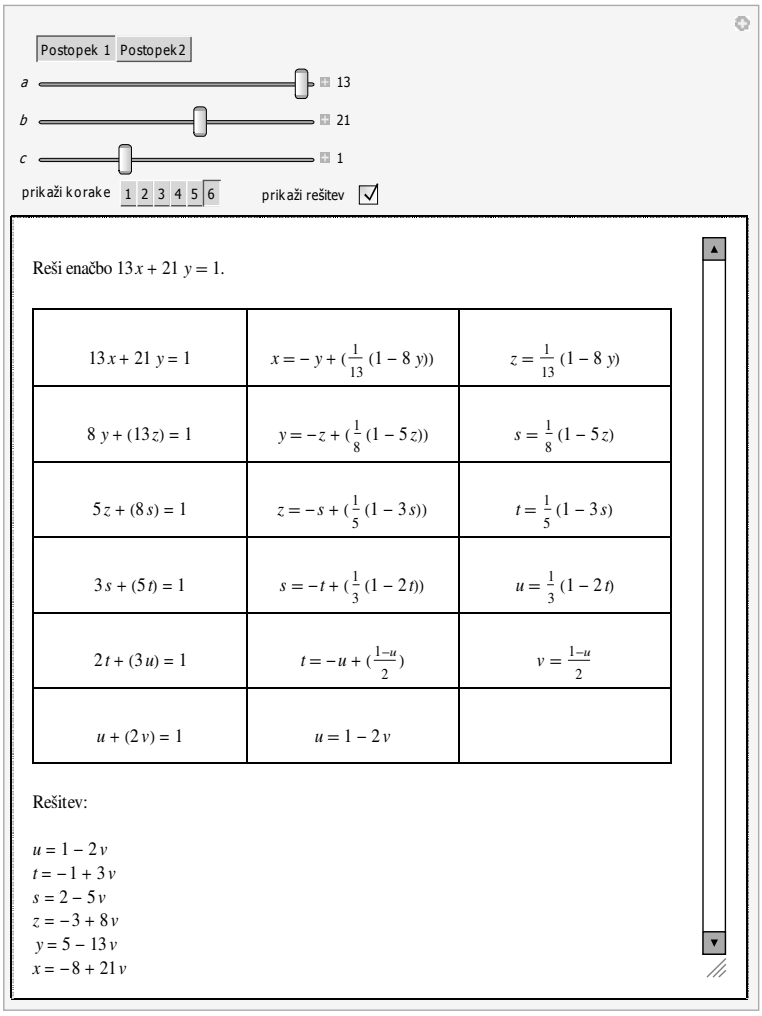
Poiskati moramo največji skupni delitelj števil *a* in *b* (*a* >*b*) to je D(*a*, *b*), v našem zgledu D(152, 88). Zapišemo 152 = 1 × 88 + 64 (1 je količnik pri deljenju 152 z 88, 64 pa je ostanek), 64 = *a* - *b*. Zdaj enako naredimo z 88 in 64, to je z b in ostankom (glej zgled). Ostanke sproti izrazimo z *a* in *b*. Ko na koncu dobimo ostanek 0, je predzadnji ostanek enak največjemu skupnemu delitelju števil *a* in *b*. Hkrati smo našli, da je le-ta 8 = -4*a* + 7*b* in smo tako našli eno rešitev diofantske enačbe 152 x + 88 y = 8.

V posebnem primeru, ko je b delitelj števila a, je kar b = D(a, b). Rešujemo mbx + by = b, mx + y = 1. Ena rešitev te enačbe je (0, 1). Vse rešitve pa so (k, 1 - km), kjer je k poljubno celo število. Sicer pa velja:

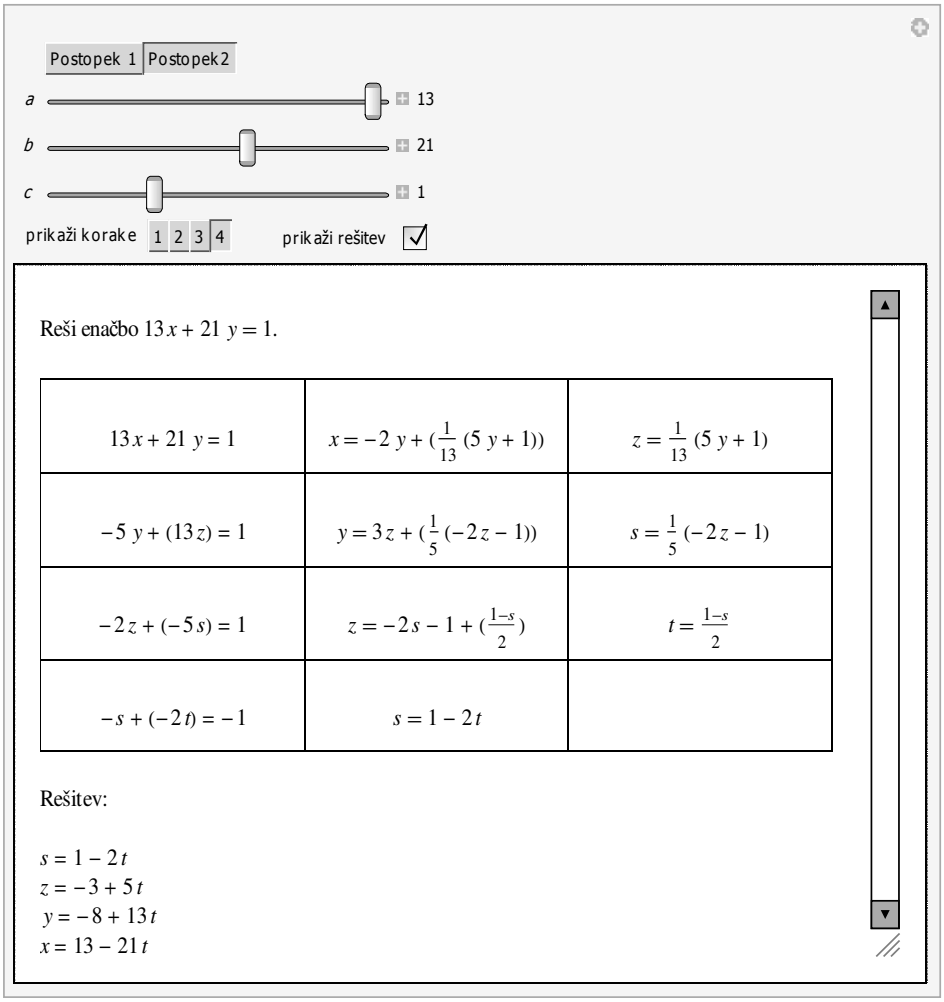
Izrek 1: Vzemimo, da sta a in b neničelni celi števili in da je g = D(a, b). Potem ima enačba ax + by = g vedno rešitev (x1, y1) med celimi števili, ki jo dobimo z Evklidovim algoritmom. Splošno rešitev (vse rešitve) dobimo s formulo (x1+kb/g, y1- ka/g), kjer je k poljubno celo število.
Izrek 2: Homogena diofantska linearna enačba ax + by = 0 ima splošno rešitev (kb/g, -ka/g).
Izrek 3: Diofantska enačba ax + by = c nima rešitve, če c ni deljiv z g. Če pa je c = ng, potem je splošna rešitev te enačbe (nx1+kb/g, ny1- ka/g), kjer je (x1, y1) rešitev enačbe ax + by = g.
Dokaz: a(nx1 + kb/g) + b(ny1 – ka/g) = n(ax1 + by1) + akb/g - bka/g = ng = c.

Naloga: Primerjaj reševanje diofantske enačbe z Evklidovim algoritmom in Eulerjevo metodo. V prvem primeru rešujemo enačbo $21x + 13y = 1$, v drugem pa $13x+21y=1$





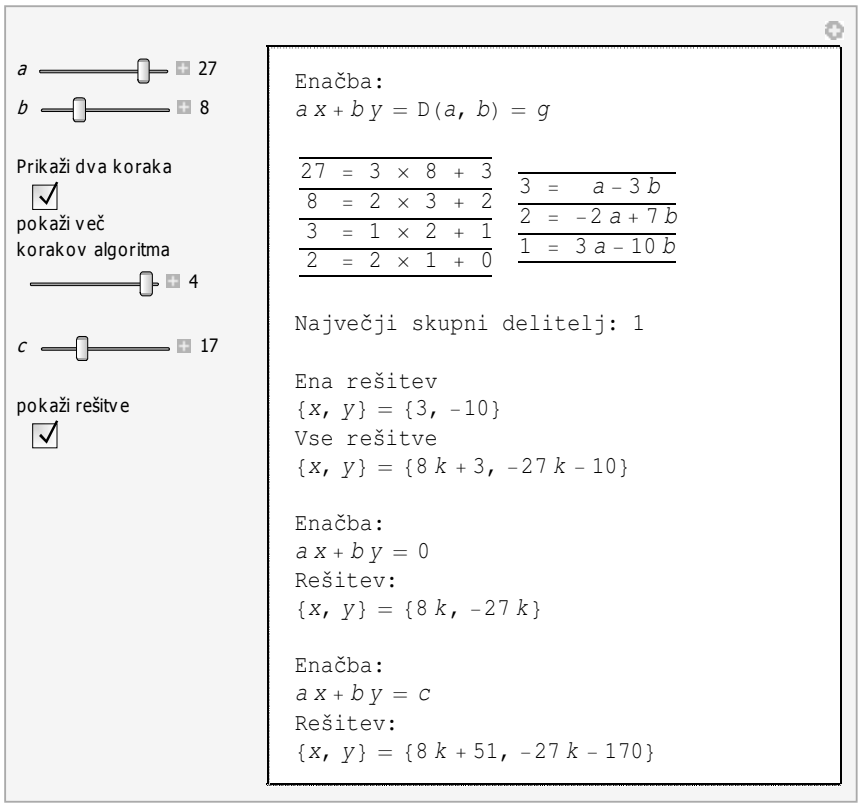
Dobimo enako rešitev, le parametra *v* in *k* sta nasprotna. Število korakov je enako. Pri izboljšani Eulerjevi metodi dobimo:

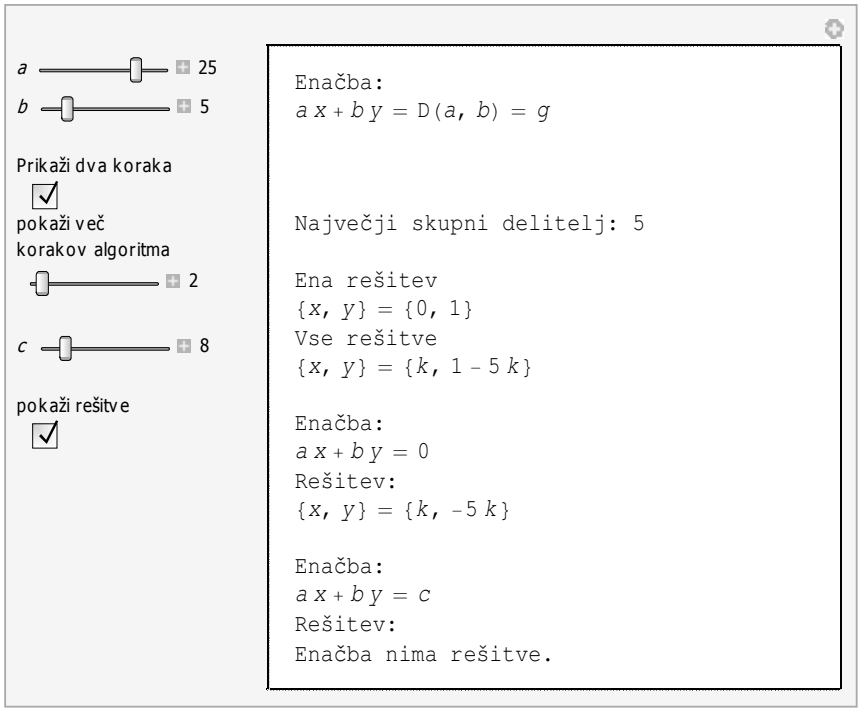


Rešitev je podana z drugačno parametrizacijo:
Pri prvem postopku: $x = -8 + 21v$, $y = 5 - 13v$; pri drugem $x = 13 - 21t$, $y = -8 + 13t$. Zveza med parametroma je $t = -v - 1$.

Nalogi. Reši diofantske enačbe
a) $27x + 8y = 1$, $27x + 8y = 0$, $27x + 8y = 17$,
b) $25x + 5y = 5$, $25x + 5y = 0$, $25x + 5y = 8$.

Rešitve:





Sledi program v *mathematici*, ki generira in reši 100 diofantskih enačb $ax + by = c$, s slučajno izbranimi koeficienti.

```
aa={}; Do[a=RandomInteger[{9,39}]; b=RandomInteger[{1,a-1}]; c=RandomInteger[{0,9}];
eq=a x+b y==c; res=Reduce[eq,{x,y},Integers]; resitev=TraditionalForm@Row[{eq,",
",If[res===False,"protislovna enačba",Take[List@@res/.{c_1->"s"},{2,3}]]}] ;AppendTo[aa,resitev],{i,1,100}];
gr=Grid[Partition[aa,2],Frame->All,Alignment->Left]
```

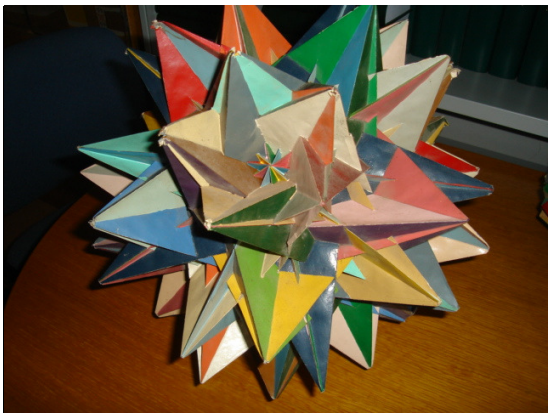
$12x+4y=8,\ \{x=s,\ y=2-3s\}$	$18x+4y=0,\ \{x=2s,\ y=-9s\}$
$17x+8y=2,\ \{x=8s+2,\ y=-17s-4\}$	$35x+10y=3,$ protislovna enačba
$13x+7y=8,\ \{x=7s+6,\ y=-13s-10\}$	$12x+5y=7,\ \{x=5s+1,\ y=-12s-1\}$
$29x+19y=3,\ \{x=19s+6,\ y=-29s-9\}$	$12x+3y=6,\ \{x=s,\ y=2-4s\}$
$19x+14y=8,\ \{x=14s+10,\ y=-19s-13\}$	$21x+y=2,\ \{x=s,\ y=2-21s\}$
$35x+15y=7,$ protislovna enačba	$16x+2y=6,\ \{x=s,\ y=3-8s\}$
$20x+4y=2,$ protislovna enačba	$28x+y=2,\ \{x=s,\ y=2-28s\}$
$35x+7y=1,$ protislovna enačba	$20x+5y=6,$ protislovna enačba
$31x+5y=4,\ \{x=5s+4,\ y=-31s-24\}$	$15x+4y=9,\ \{x=4s+3,\ y=-15s-9\}$
$32x+7y=7,\ \{x=7s,\ y=1-32s\}$	$27x+3y=0,\ \{x=s,\ y=-9s\}$
$27x+18y=4,$ protislovna enačba	$38x+12y=5,$ protislovna enačba
$35x+12y=0,\ \{x=12s,\ y=-35s\}$	$20x+12y=6,$ protislovna enačba
$17x+y=5,\ \{x=s,\ y=5-17s\}$	$36x+22y=4,\ \{x=11s+5,\ y=-18s-8\}$
$38x+33y=2,\ \{x=33s+7,\ y=-38s-8\}$	$30x+28y=8,\ \{x=14s+4,\ y=-15s-4\}$
$24x+18y=6,\ \{x=3s+1,\ y=-4s-1\}$	$34x+10y=6,\ \{x=5s+4,\ y=-17s-13\}$
$16x+2y=4,\ \{x=s,\ y=2-8s\}$	$20x+8y=4,\ \{x=2s+1,\ y=-5s-2\}$
$17x+12y=0,\ \{x=12s,\ y=-17s\}$	$16x+5y=9,\ \{x=5s+4,\ y=-16s-11\}$
$28x+27y=6,\ \{x=27s+6,\ y=-28s-6\}$	$11x+4y=5,\ \{x=4s+3,\ y=-11s-7\}$
$17x+4y=0,\ \{x=4s,\ y=-17s\}$	$18x+y=7,\ \{x=s,\ y=7-18s\}$
$38x+12y=2,\ \{x=6s+1,\ y=-19s-3\}$	$25x+6y=5,\ \{x=6s+5,\ y=-25s-20\}$
$18x+14y=0,\ \{x=7s,\ y=-9s\}$	$20x+11y=2,\ \{x=11s+10,\ y=-20s-18\}$
$37x+12y=2,\ \{x=12s+2,\ y=-37s-6\}$	$38x+23y=1,\ \{x=23s+20,\ y=-38s-33\}$
$39x+32y=4,\ \{x=32s+28,\ y=-39s-34\}$	$25x+2y=0,\ \{x=2s,\ y=-25s\}$
$14x+7y=9,$ protislovna enačba	$29x+14y=5,\ \{x=14s+5,\ y=-29s-10\}$
$32x+27y=8,\ \{x=27s+7,\ y=-32s-8\}$	$10x+4y=7,$ protislovna enačba
$31x+15y=6,\ \{x=15s+6,\ y=-31s-12\}$	$24x+9y=9,\ \{x=3s,\ y=1-8s\}$
$33x+15y=4,$ protislovna enačba	$32x+23y=5,\ \{x=23s+21,\ y=-32s-29\}$
$24x+12y=2,$ protislovna enačba	$22x+4y=8,\ \{x=2s,\ y=2-11s\}$
$37x+11y=9,\ \{x=11s+5,\ y=-37s-16\}$	$13x+8y=2,\ \{x=8s+2,\ y=-13s-3\}$
$34x+28y=0,\ \{x=14s,\ y=-17s\}$	$17x+11y=8,\ \{x=11s+5,\ y=-17s-7\}$
$11x+6y=4,\ \{x=6s+2,\ y=-11s-3\}$	$11x+2y=2,\ \{x=2s,\ y=1-11s\}$
$23x+19y=3,\ \{x=19s+15,\ y=-23s-18\}$	$32x+28y=0,\ \{x=7s,\ y=-8s\}$
$34x+y=0,\ \{x=s,\ y=-34s\}$	$35x+32y=1,\ \{x=32s+11,\ y=-35s-12\}$
$21x+17y=2,\ \{x=17s+9,\ y=-21s-11\}$	$21x+12y=3,\ \{x=4s+3,\ y=-7s-5\}$
$13x+2y=3,\ \{x=2s+1,\ y=-13s-5\}$	$24x+y=2,\ \{x=s,\ y=2-24s\}$
$35x+7y=8,$ protislovna enačba	$29x+23y=2,\ \{x=23s+8,\ y=-29s-10\}$
$25x+8y=7,\ \{x=8s+7,\ y=-25s-21\}$	$11x+2y=9,\ \{x=2s+1,\ y=-11s-1\}$
$22x+5y=8,\ \{x=5s+4,\ y=-22s-16\}$	$37x+8y=9,\ \{x=8s+5,\ y=-37s-22\}$
$25x+12y=0,\ \{x=12s,\ y=-25s\}$	$32x+25y=7,\ \{x=25s+1,\ y=-32s-1\}$
$9x+y=6,\ \{x=s,\ y=6-9s\}$	$36x+31y=4,\ \{x=31s+7,\ y=-36s-8\}$
$17x+3y=7,\ \{x=3s+2,\ y=-17s-9\}$	$12x+9y=3,\ \{x=3s+1,\ y=-4s-1\}$
$37x+13y=2,\ \{x=13s+12,\ y=-37s-34\}$	$20x+9y=8,\ \{x=9s+4,\ y=-20s-8\}$
$37x+32y=6,\ \{x=32s+14,\ y=-37s-16\}$	$38x+24y=0,\ \{x=12s,\ y=-19s\}$
$10x+2y=5,$ protislovna enačba	$33x+13y=7,\ \{x=13s+1,\ y=-33s-2\}$
$15x+8y=4,\ \{x=8s+4,\ y=-15s-7\}$	$21x+15y=1,$ protislovna enačba
$35x+8y=6,\ \{x=8s+2,\ y=-35s-8\}$	$18x+7y=5,\ \{x=7s+3,\ y=-18s-7\}$
$22x+3y=2,\ \{x=3s+2,\ y=-22s-14\}$	$20x+5y=8,$ protislovna enačba
$34x+12y=6,\ \{x=6s+3,\ y=-17s-8\}$	$26x+4y=9,$ protislovna enačba
$39x+5y=3,\ \{x=5s+2,\ y=-39s-15\}$	$24x+5y=5,\ \{x=5s,\ y=1-24s\}$
$39x+9y=8,$ protislovna enačba	$26x+22y=6,\ \{x=11s+7,\ y=-13s-8\}$

Referenca:
J. Grasselli, Osnove teorije števil, Mladinska knjiga, Ljubljana 1966, str. 43-45.

Uniformni poliedri Janeza Lesjaka







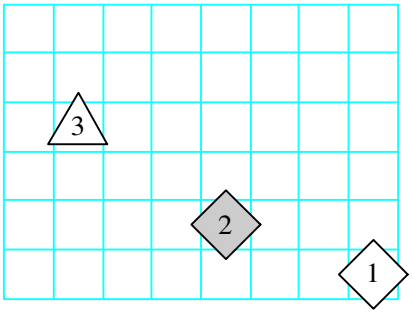
Janez Lesjak je bil prvi slovenski izdelovalec uniformnih poliedrov. Na slikah je devet njegovih izdelkov.
Rojen je bil 30. marca 1942 v Novem mestu, diplomiral je iz fizike oktobra 1966 - teoretično diplomsko delo, kar ga je napotilo k računalnikom. Za poliedre se je zanimal že v študentskih letih, razstavljene pa je začel izdelovati leta 1973, še predno je zvedel za Wennigerjevo knjigo*. Za poliedre, ki niso prirezani ("snub", zavrnjen), lahko vse konstruiramo samo s šestilom in ravnilom.
Za prirezane poliedre pa je moral seveda vse izračunati z računalnikom, še posebej zato, ker so načrti v knjigi nenatančni in premajhni. Naredil je skoraj vse, koliko natančno se ne spominja, razen enega ali dveh prirezanih. Za razstavljeni velik prirezani polieder je porabil nekaj čez 3 mesece, vmes pa je imel enotedensko prekinitev z orožnimi vajami. Še kar se programa tiče: napisan je bil v algolu, žal se ni ohranil. Imel je dve fazi, najprej izračun ogliščnega prereza z bisekcijo in nato rotacije okoli posameznih stranskih ploskev in izračun vseh prebodišč robov z drugimi stranskimi ploskvami. Vidnost delov robov in ploskvic je ugotavljal peš po slikah. Poliedri so razstavljeni v vitrini FMF, Jadranska 21, Ljubljana.

* M. J. Wenninger, Polyhedron Models, Cambridge University Press, 1971.

Neodvisnost pogojev

Dobro definirana naloga je naloga, ki ima enolično rešitev, pogoji naloge pa so potrebni in zadostni za njeno rešitev. To pomeni, da noben pogoj ni odveč. V logiki bi temu rekli, da so pogoji zadostni in neodvisni.
Zdaj pa se bomo ukvarjali z nalogami, ki imajo enolično rešitev in neodvisne pogoje. Potrebno bo pokazati, da so pogoji neodvisni. To pomeni, da ima naloga, ki sestoji iz negacije nekega pogoja, pri tem ostali pogoji ostanejo nespremenjeni, tudi rešitev.
Poiskati moramo imena likov A, B,…, ki so označeni z 1, 2,…, če so izpolnjeni pogoji. Nato pa poiskati imena likov, kadar določen pogoj ni izpolnjen

1.

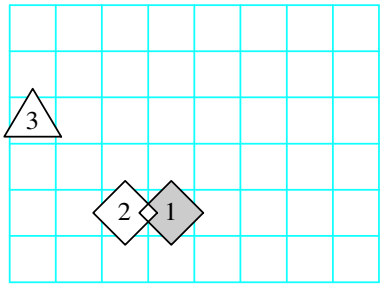


1. Lik A ni bel.	R
2. Lik A je nad B.	N

1	2	3

1		
2		

2.

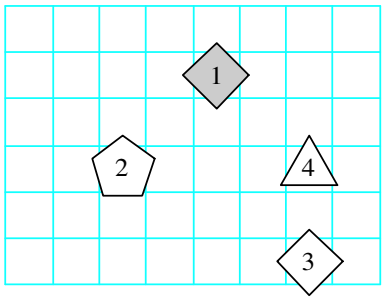


1. Ali je lik C petkotnik ali je lik C kvadrat.	R
2. Ali je lik C petkotnik ali je lik B bel.	R
3. Lik A je bel in lik B je bel.	N

1	2	3

1		
2		
3		

3.

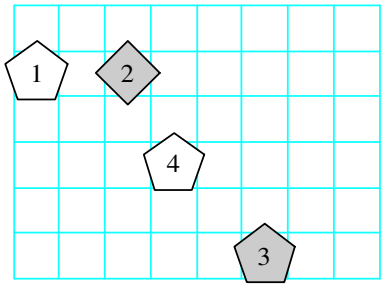


1. Lik B je kvadrat.	N
2. Lik B je kvadrat, če in samo če je lik B pod C.	N
3. Ali je lik B bel ali je lik A desno od C.	R

1	2	3	4

1						
2						
3						

4.

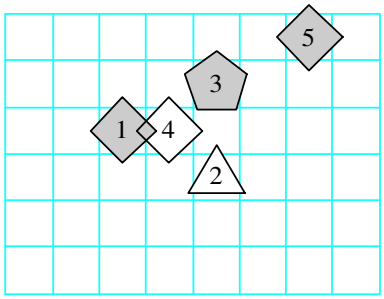


1. Lik C je siv.	N
2. Lik D je bel, če in samo če je lik A levo od B.	N
3. Lik B je kvadrat in lik B je nad C.	N
4. Ali je lik B petkotnik ali je lik C nad D.	N

1	2	3	4

1			
2			
3			
4			

5.



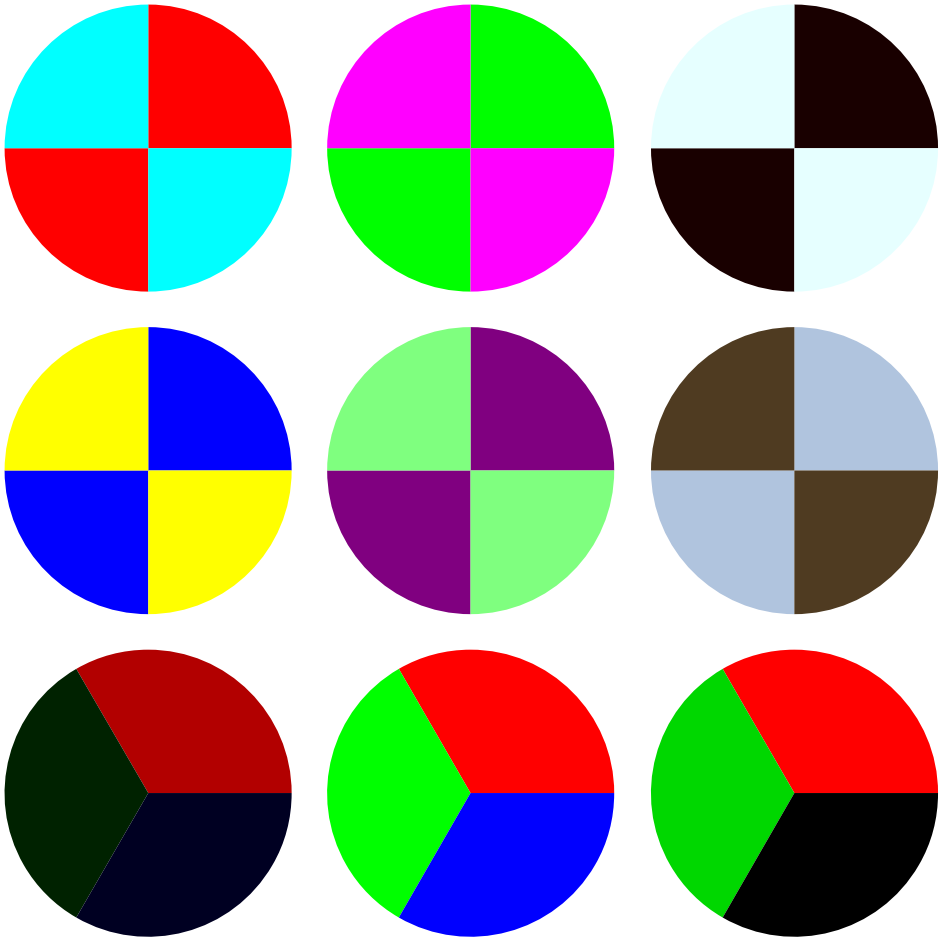
1. Lik C je kvadrat.	N
2. Lik B je levo od C.	R
3. Ali je lik D kvadrat ali je lik A bel.	R
4. Lik B je petkotnik, če in samo če je lik E bel.	R
5. Lik C je siv ali je lik B desno od C.	R

1	2	3	4	5

1							
2							
3							
4							
5							

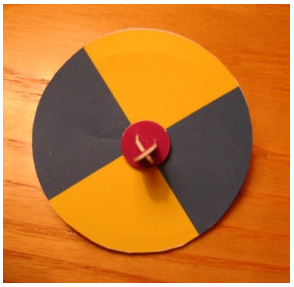
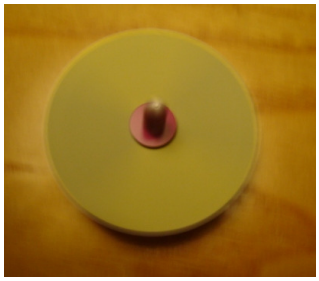
Vrtavka komplementarnih barv

Krog razdelimo na 4 enake krožne izseke in dva nasprotna obarvamo z rdečo barvo -RGB(1,0,0), druga dva pa s komplementarno barvo - RGB(0,1,1). Pri hitrem vrtenju takšnega kroga dobimo bel krog. Enako velja za vsak krog, ki je obarvan na isti način z neko barvo in njeno komplementarno barvo.
Seveda bo to veljalo, če je krog dobro osvetljen, na primer s sončno svetlobo, in so tiskarske barve resnično prave. Sicer bo krog obarvan z eno barvo, ki se nekoliko razlikuje od bele.



Zdaj vzamemo Mercatorjevo vrtavko Disney Frozen in med oba krožna dela vstavimo krog, v katerem smo izrezali majhen + na sredini, da ga lahko nataknemo na držalo vrtavke.
Vrtavka se bo lepo vrtela in poskrbela za lep fizikalen eksperiment.

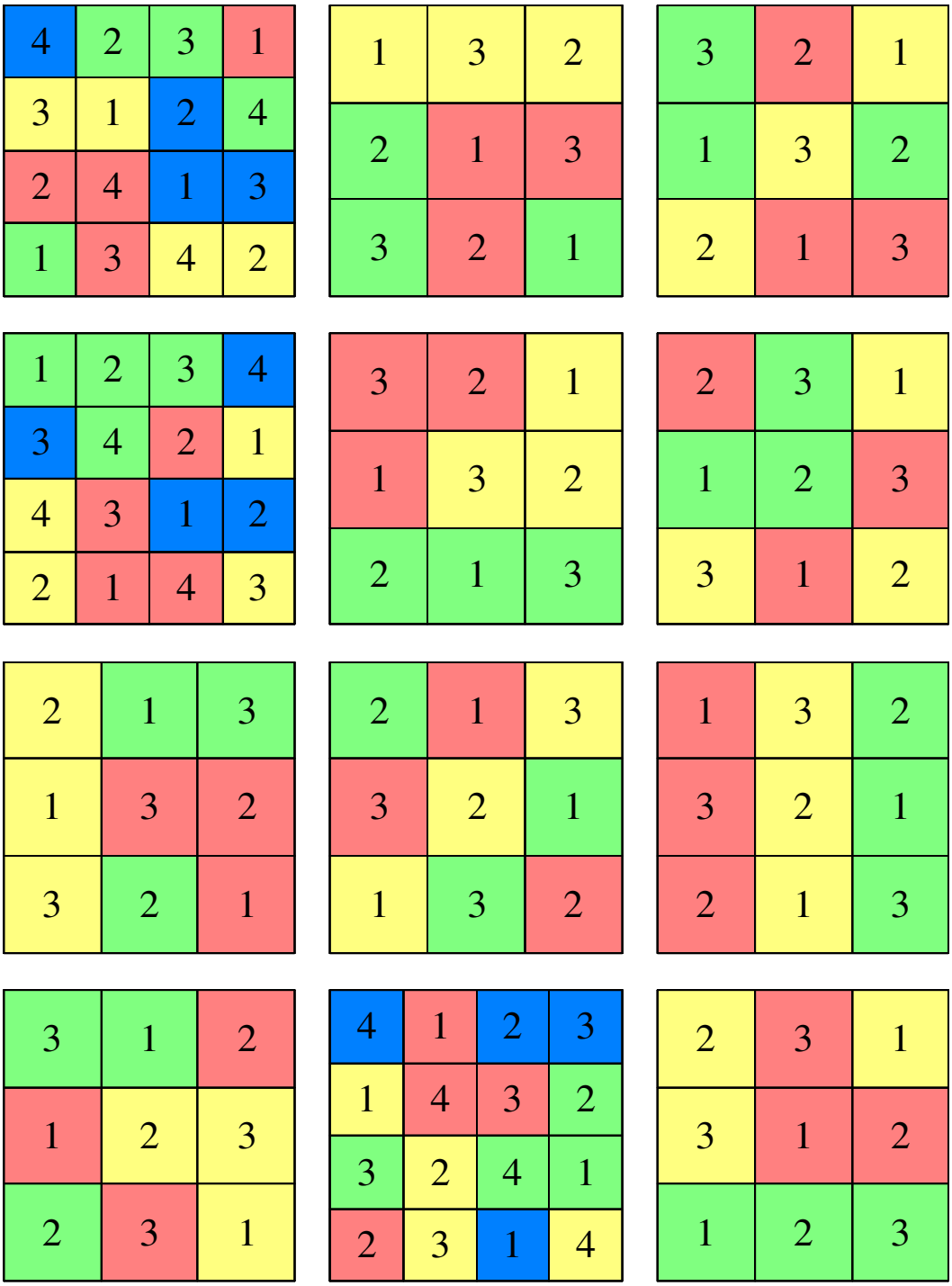


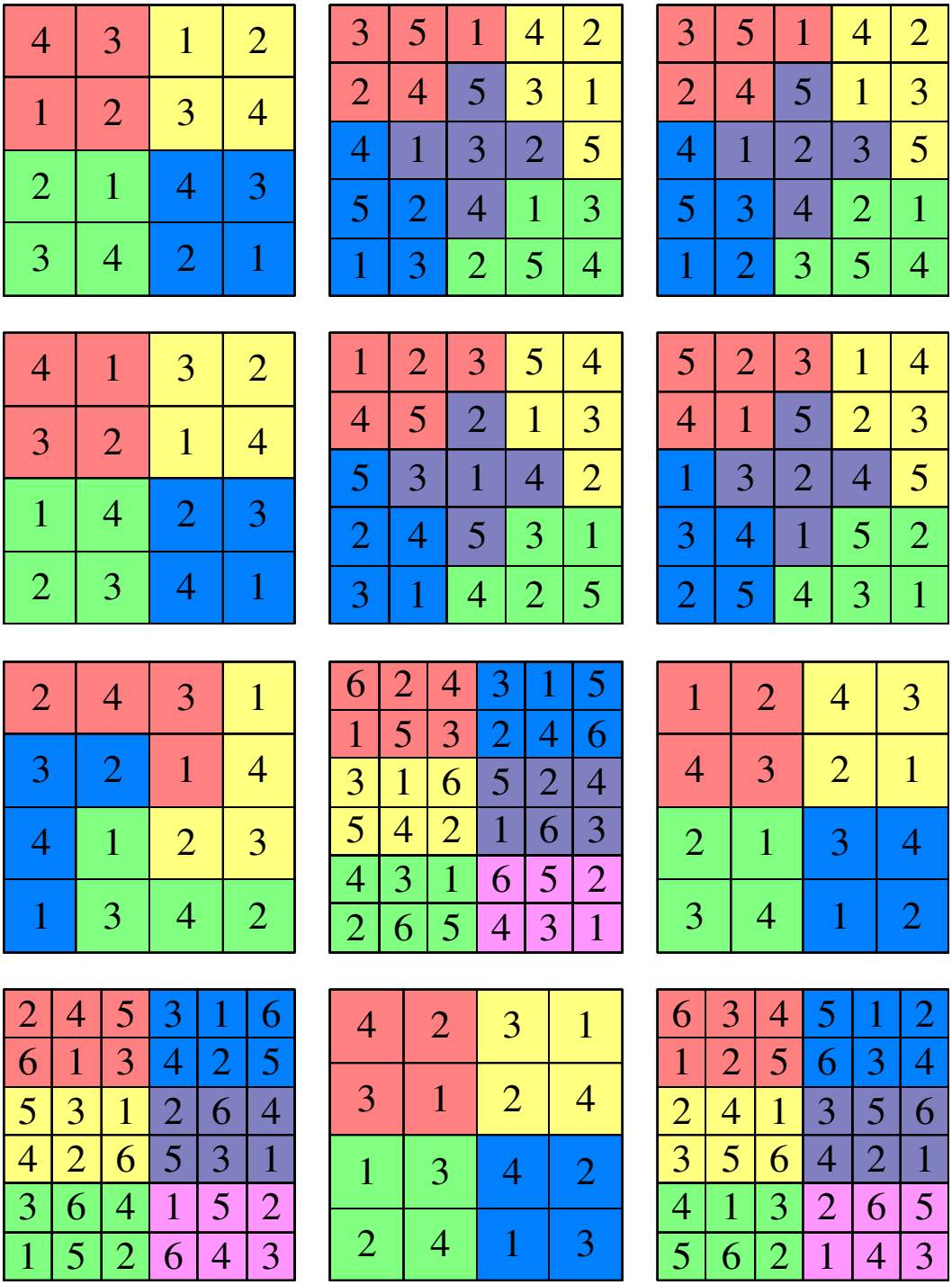
Rešitve

Barvni sudoku

1.



2.


4 3 1 2
1 2 3 4
2 1 4 3
3 4 2 1
3 5 1 4 2
2 4 5 3 1
4 1 3 2 5
5 2 4 1 3
1 3 2 5 4
3 5 1 4 2
2 4 5 1 3
4 1 2 3 5
5 3 4 2 1
1 2 3 5 4
4 1 3 2
3 2 1 4
1 4 2 3
2 3 4 1
1 2 3 5 4
4 5 2 1 3
5 3 1 4 2
2 4 5 3 1
3 1 4 2 5
5 2 3 1 4
4 1 5 2 3
1 3 2 4 5
3 4 1 5 2
2 5 4 3 1
2 4 3 1
3 2 1 4
4 1 2 3
1 3 4 2
6 2 4 3 1 5
1 5 3 2 4 6
3 1 6 5 2 4
5 4 2 1 6 3
4 3 1 6 5 2
2 6 5 4 3 1
1 2 4 3
4 3 2 1
2 1 3 4
3 4 1 2
2 4 5 3 1 6
6 1 3 4 2 5
5 3 1 2 6 4
4 2 6 5 3 1
3 6 4 1 5 2
1 5 2 6 4 3
4 2 3 1
3 1 2 4
1 3 4 2
2 4 1 3
6 3 4 5 1 2
1 2 5 6 3 4
2 4 1 3 5 6
3 5 6 4 2 1
4 1 3 2 6 5
5 6 2 1 4 3

Latinski kvadrati

D	E	A	B	C
E	B	D	C	A
B	D	C	A	E
C	A	E	D	B
A	C	B	E	D

B	C	A	E	D
C	B	E	D	A
E	D	C	A	B
D	A	B	C	E
A	E	D	B	C

A	D	B	C
D	A	C	B
C	B	D	A
B	C	A	D

C	B	A	D
B	C	D	A
A	D	B	C
D	A	C	B

C	D	A	B
B	A	D	C
D	C	B	A
A	B	C	D

D	C	B	A
A	D	C	B
C	B	A	D
B	A	D	C

A	C	B	D	E
E	A	D	B	C
B	D	E	C	A
C	B	A	E	D
D	E	C	A	B

A	C	B	D
B	D	C	A
D	B	A	C
C	A	D	B

D	C	B	A
B	A	C	D
C	D	A	B
A	B	D	C

D	E	C	A	B
E	B	A	D	C
C	D	E	B	A
B	A	D	C	E
A	C	B	E	D

C	A	B	D
A	B	D	C
D	C	A	B
B	D	C	A

D	C	A	B
C	D	B	A
A	B	C	D
B	A	D	C

Sudoku s črkami

C 3	E 1	D 4	E 2	C 5
E 4	A 5	B 1	B 3	C 2
B 5	B 2	D 3	A 1	C 4
D 1	A 4	D 2	D 5	A 3
A 2	E 3	E 5	B 4	C 1

B 4	E 3	A 1	D 2	C 5
E 1	A 2	A 3	A 5	A 4
E 5	C 1	E 4	B 3	C 2
E 2	D 4	B 5	B 1	D 3
C 3	D 5	B 2	C 4	D 1

A 4	B 3	B 5	C 2	D 1
E 5	E 4	B 2	B 1	D 3
A 3	D 2	A 1	B 4	D 5
A 2	C 1	C 3	A 5	C 4
E 1	C 5	D 4	E 3	E 2

E 3	B 2	E 5	B 4	C 1
C 4	E 1	C 2	C 3	B 5
A 1	D 4	A 3	D 5	D 2
E 2	A 5	E 4	B 1	D 3
C 5	B 3	D 1	A 2	A 4

B 1	D 2	A 3	C 4	E 5
E 3	E 4	C 5	B 2	E 1
D 5	C 1	A 4	C 3	E 2
C 2	B 3	D 1	B 5	B 4
D 4	A 5	A 2	A 1	D 3

B 1	C 4	C 2	C 5	E 3
E 2	A 3	D 5	A 4	C 1
B 3	A 1	B 4	D 2	A 5
B 5	B 2	E 1	D 3	E 4
D 4	E 5	C 3	D 1	A 2

B 4	B 1	C 3	D 2	A 5
D 1	B 2	C 4	B 5	D 3
E 5	E 3	A 1	A 4	A 2
C 2	E 4	D 5	B 3	E 1
A 3	C 5	E 2	C 1	D 4

B 3	C 1	C 5	B 4	D 2
E 4	B 5	A 2	D 1	A 3
B 2	C 3	E 1	A 5	A 4
D 5	C 2	D 4	E 3	A 1
B 1	C 4	D 3	E 2	E 5

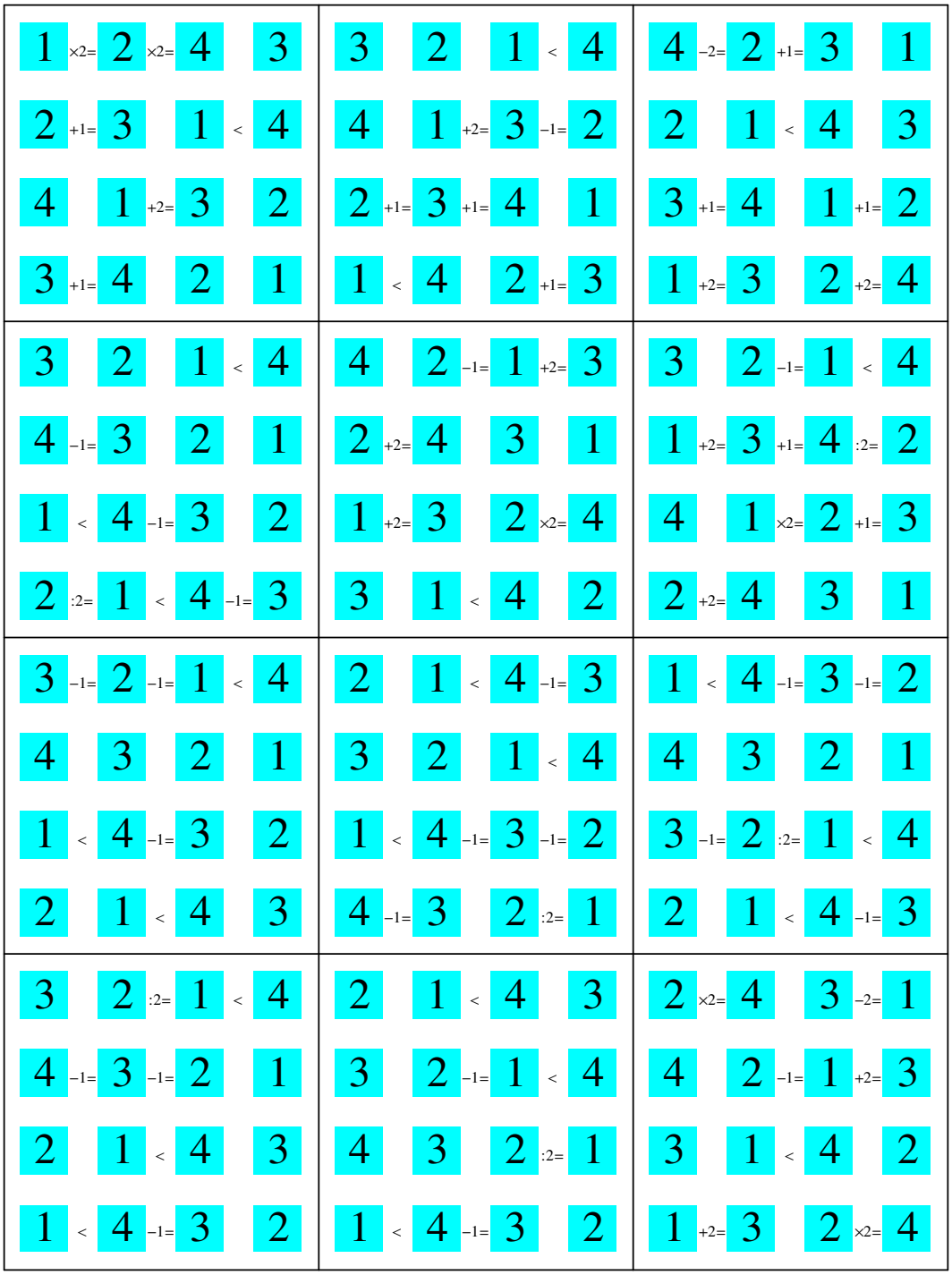
B 5	E 1	E 3	C 4	E 2
C 1	D 2	A 4	C 5	D 3
E 4	A 5	C 2	B 3	D 1
B 2	A 3	E 5	A 1	B 4
C 3	D 4	B 1	A 2	D 5

B 2	B 4	B 3	E 5	D 1
E 1	C 3	C 2	D 4	A 5
C 4	B 5	B 1	D 3	A 2
A 3	D 2	C 5	C 1	A 4
D 5	A 1	E 4	E 2	E 3

D 5	A 2	E 3	D 4	C 1
C 3	E 1	C 2	A 5	B 4
A 1	E 5	C 4	D 2	D 3
A 4	A 3	C 5	D 1	E 2
B 2	E 4	B 1	B 3	B 5

A 1	D 2	C 5	A 3	B 4
E 4	B 5	D 3	A 2	C 1
B 2	C 3	D 1	D 4	E 5
E 3	E 1	A 4	D 5	E 2
A 5	C 4	C 2	B 1	B 3

Futoširi


1 ×2= 2 ×2= 4 3
2 +1= 3 1 < 4
4 1 +2= 3 2
3 +1= 4 2 1
3 2 1 < 4
4 1 +2= 3 −1= 2
2 +1= 3 +1= 4 1
1 < 4 2 +1= 3
4 −2= 2 +1= 3 1
2 1 < 4 3
3 +1= 4 1 +1= 2
1 +2= 3 2 +2= 4
3 2 1 < 4
4 −1= 3 2 1
1 < 4 −1= 3 2
2 :2= 1 < 4 −1= 3
4 2 −1= 1 +2= 3
2 +2= 4 3 1
1 +2= 3 2 ×2= 4
3 1 < 4 2
3 2 −1= 1 < 4
1 +2= 3 +1= 4 :2= 2
4 1 ×2= 2 +1= 3
2 +2= 4 3 1
3 −1= 2 −1= 1 < 4
4 3 2 1
1 < 4 −1= 3 2
2 1 < 4 3
2 1 < 4 −1= 3
4 3 2 1
1 < 4 −1= 3 2
4 −1= 3 2 :2= 1
1 < 4 −1= 3 −1= 2
4 3 2 1
3 −1= 2 :2= 1 < 4
2 1 < 4 −1= 3
3 2 :2= 1 < 4
4 −1= 3 −1= 2 1
2 1 < 4 3
1 < 4 −1= 3 2
2 1 < 4 3
3 2 −1= 1 < 4
4 3 2 :2= 1
1 < 4 −1= 3 2
2 ×2= 4 3 −2= 1
4 2 −1= 1 +2= 3
3 1 < 4 2
1 +2= 3 2 ×2= 4

Rdeči kvadratki

	1	R	1
	0		0
R			
2	R	1	

	0	1	R
0		0	
		0	
R	1	0	

1	2	R	1
R	R		
1		0	
		0	

	1	R		0
0		1		
			R	1
	0	1	R	1
0				0

	0		1	1
			R	R
0		0		1
		0		1
	0	0		R

0	0	0	0
1	1	R	R
R	1		1

0		0	
	R		0
R	2	0	
R	1	1	R

0		R	1
			0
	0		
R	1	0	

			1	
0	0		R	
1			1	0
R		0		
	0		0	

				0
0	0	0		
			1	0
0			R	
1	R	1	1	

1	R	R		0
	1	1		
0			0	
0				R
		0		1

		R	
0	0	1	0
			0
R	1		0

Lastnosti lika

Trikotnik	R
Majhen $\veebar$ Velik	R
Moder $\Rightarrow$ Oranžen	N
Majhen $\veebar$ Petkotnik	N
Trikotnik $\Rightarrow$ Moder	R

oblika	Trikotnik
velikost	Velik
barva	Moder

Petkotnik $\veebar$ Trikotnik	N
Trikotnik $\veebar$ Velik	R
Kvadrat $\wedge$ Trikotnik	N

oblika	Kvadrat
velikost	Velik

Velik $\wedge$ Petkotnik	R
Velik $\wedge$ Kvadrat	N
Kvadrat $\Rightarrow$ Velik	R

oblika	Petkotnik
velikost	Velik

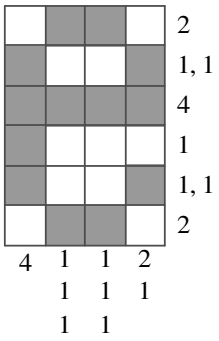
Srednji	R
Majhen $\vee$ Oranžen	R
Kvadrat $\vee$ Rumen	N
Oranžen $\wedge$ Trikotnik	R

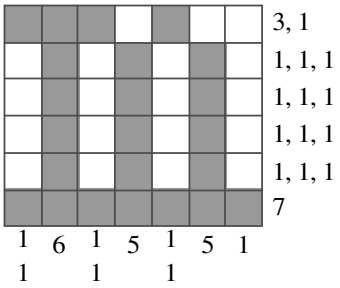
oblika	Trikotnik
velikost	Srednji
barva	Oranžen

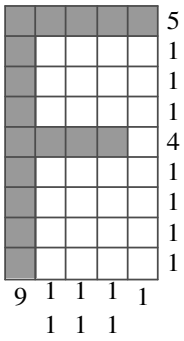
Razpored znakov

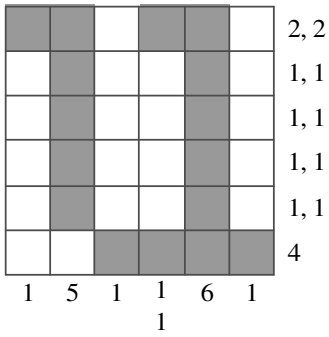
A B C	B C A
D C B A	D A C B
A C E D B	D B E C A
E C D A B	A C E B D

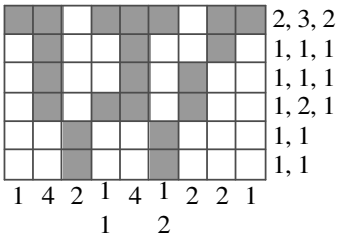
Gobelini

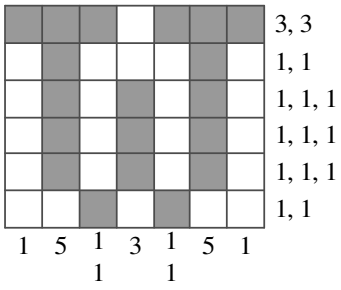

2
1, 1
4
1
1, 1
2
4 1 1 2
1 1 1
1 1

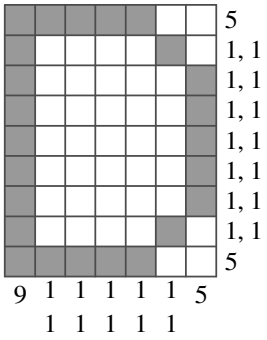

3, 1
1, 1, 1
1, 1, 1
1, 1, 1
7
1 6 1 5 1 5 1
1 1 1

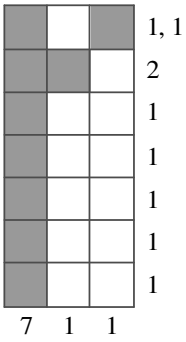

5
1
1
1
4
1
1
1
1
9 1 1 1 1
1 1 1

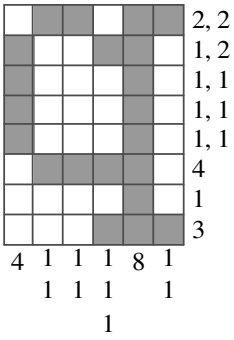

2, 2
1, 1
1, 1
1, 1
1, 1
4
1 5 1 1 6 1
1

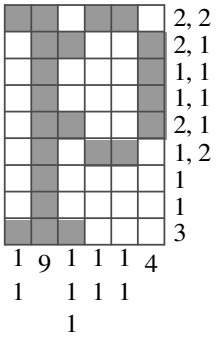

2, 3, 2
1, 1, 1
1, 1, 1
1, 2, 1
1, 1
1, 1
1 4 2 1 4 1 2 2 1
1 2

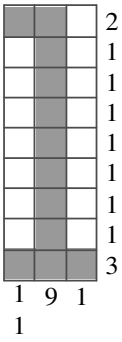

3, 3
1, 1
1, 1, 1
1, 1, 1
1, 1, 1
1, 1
1 5 1 3 1 5 1
1 1

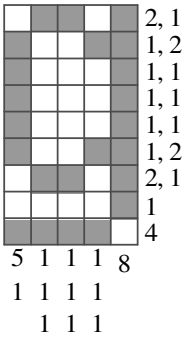

5
1, 1
1, 1
1, 1
1, 1
1, 1
1, 1
1, 1
5
9 1 1 1 1 1 5
1 1 1 1 1


1, 1
2
1
1
1
1
1
7 1 1

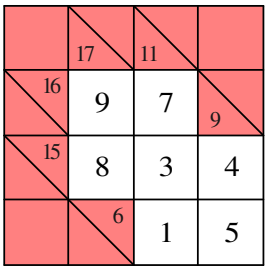

2, 2
1, 2
1, 1
1, 1
1, 1
4
1
3
4 1 1 1 8 1 1
1 1 1
1

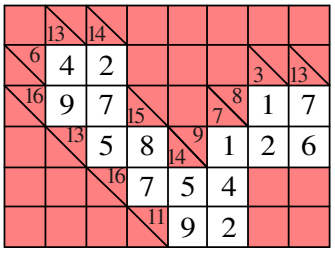

2, 2
2, 1
1, 1
1, 1
2, 1
1, 2
1
1
3
1 9 1 1 1 4
1 1 1 1
1

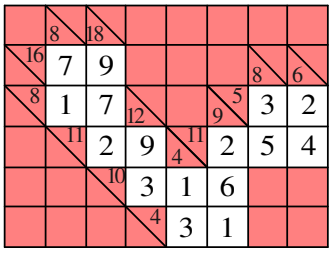

2
1
1
1
1
1
1
1
3
1 9 1
1

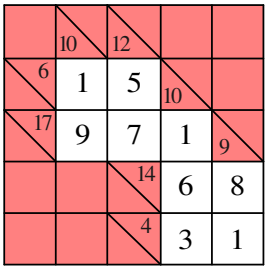

2, 1
1, 2
1, 1
1, 1
1, 1
1, 2
2, 1
1
4
5 1 1 1 8
1 1 1 1
1 1 1

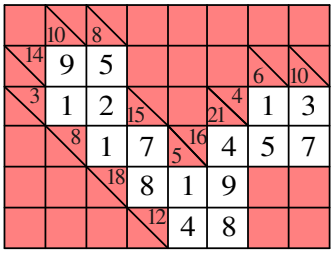
Križne vsote

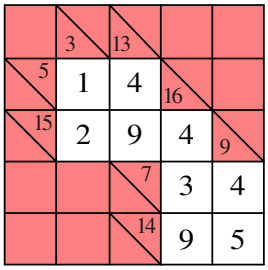


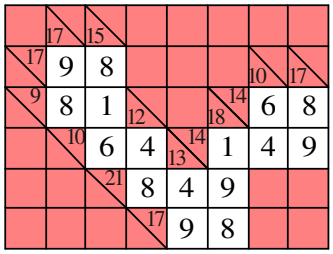


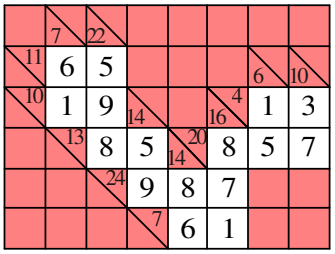


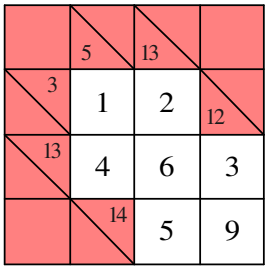


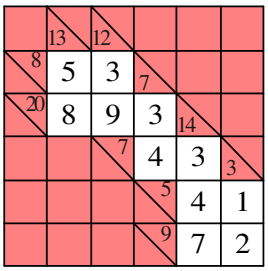


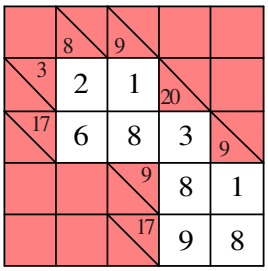


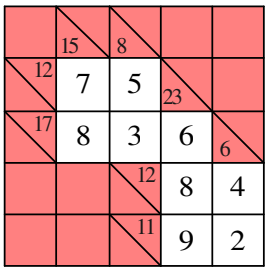




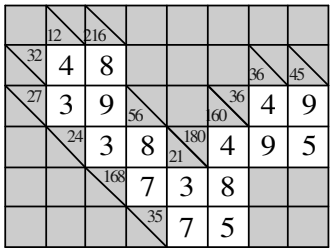


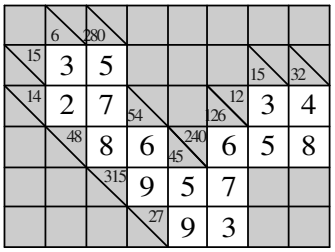


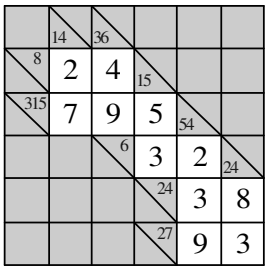


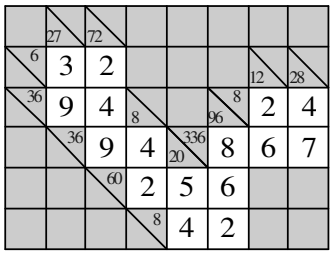


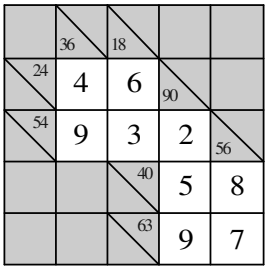
Križni produkti

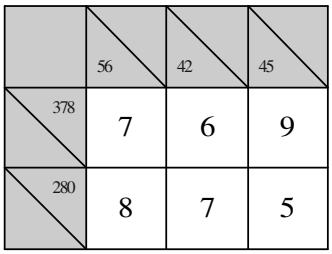


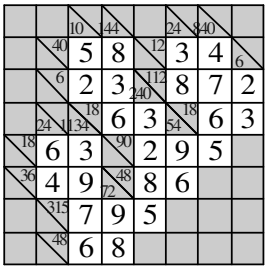


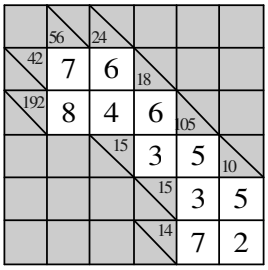


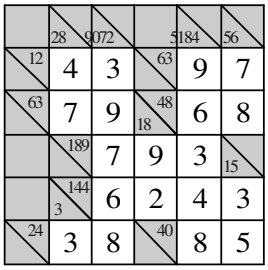


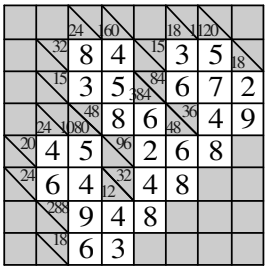


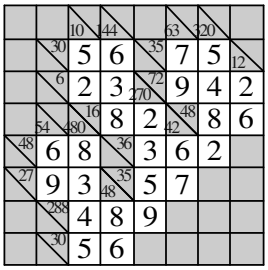


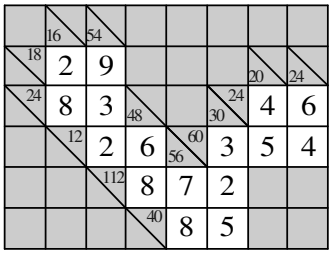




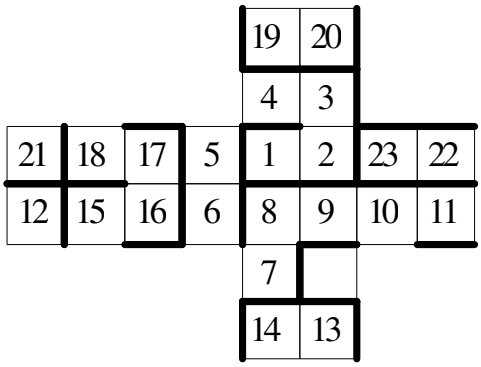


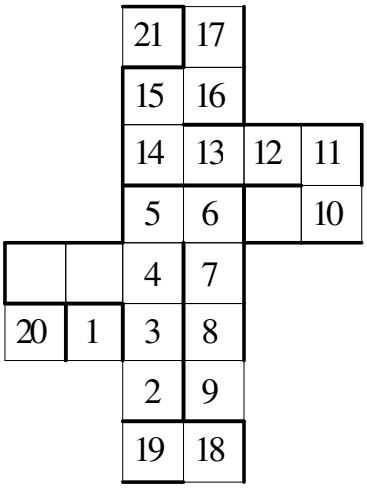


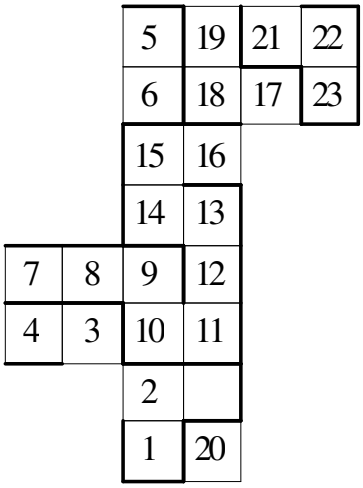


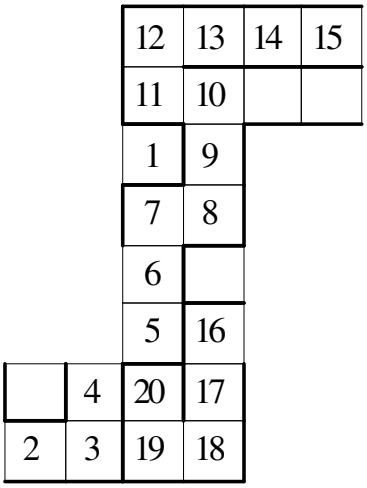


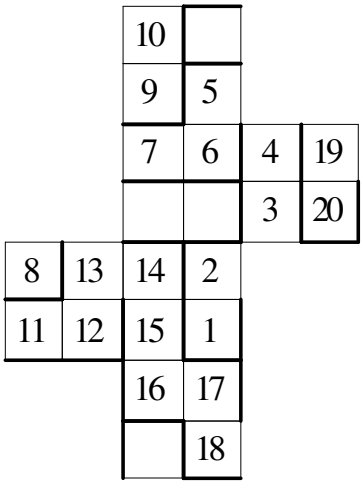
Labirint na kocki

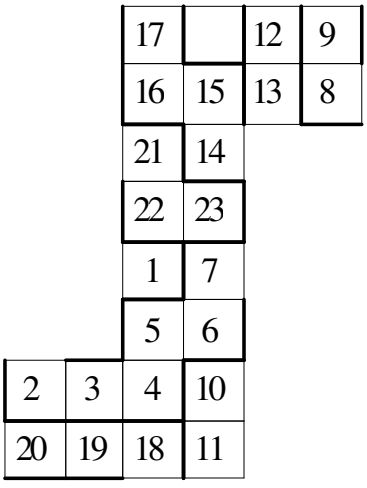




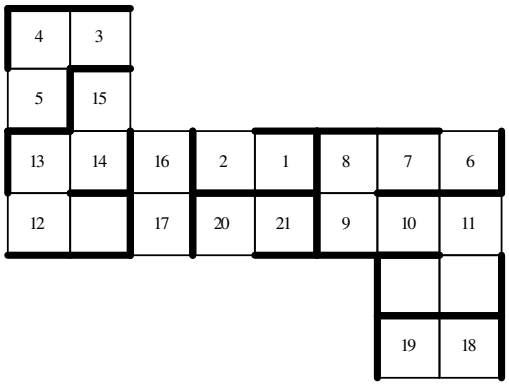


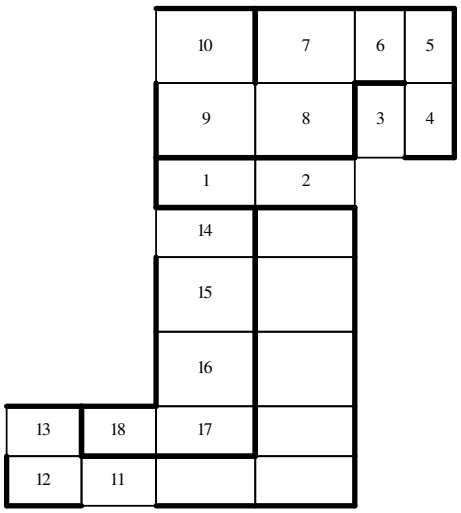


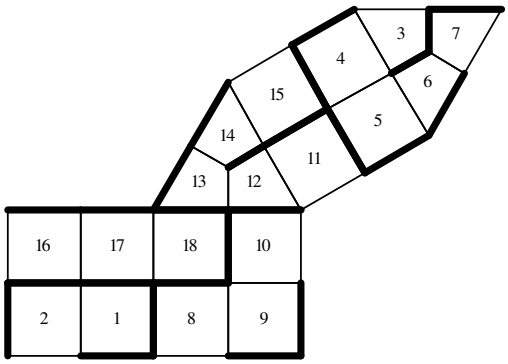


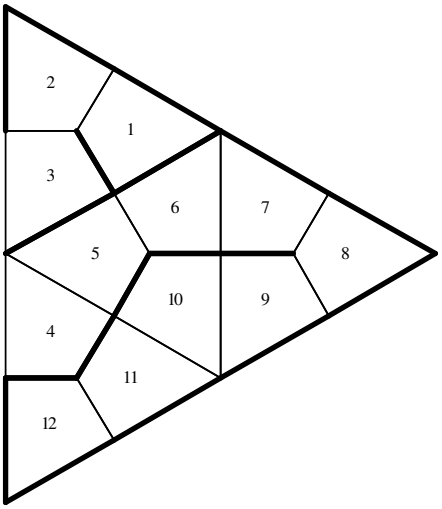


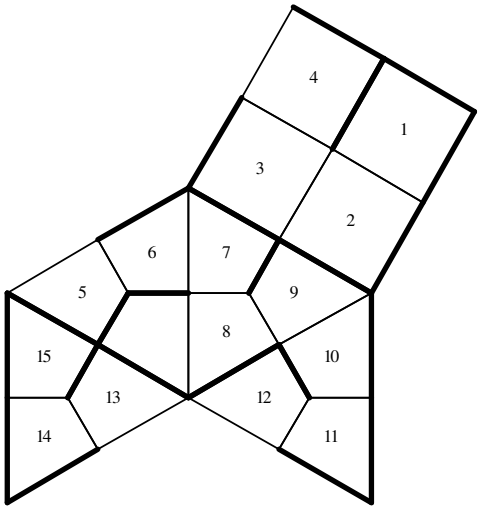
Labirinti na enostavnih poliedrih

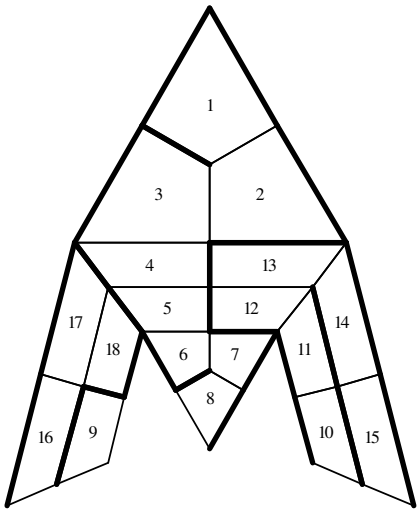












Grupe

Sličice na drugi sliki moramo zaporedoma označiti:
{14, 1, 12, 6, 15, 8, 4, 13, 17, 9, 11, 3, 2, 7, 16, 10, 5} (Prva sličica na desni ustreza 14. sličici na levi.)
Linearne grupe:
a) {5, 1, 3, 7, 2, 6, 4}, {6, 2, 4, 1, 7, 3, 5}} b) {7, 3, 4, 6, 2, 5, 1}, {1, 6, 2, 7, 3, 5, 4}

Prostorska predstavljivost

a)

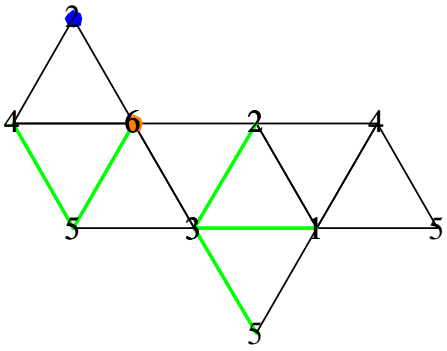
	1	2	3
1	3	5	6
2	2	4	6
3	4	9	5
4	1	6	8
5	5	3	8

b)

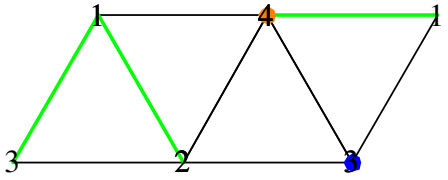
	1	2	3
1	5	7	8
2	1	1	3
3	6	3	1
4	3	4	4
5	2	3	4

Labirinti na robovih poliedra

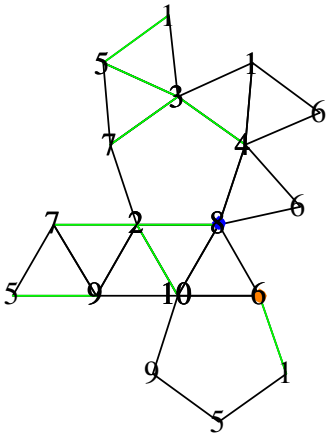
1.



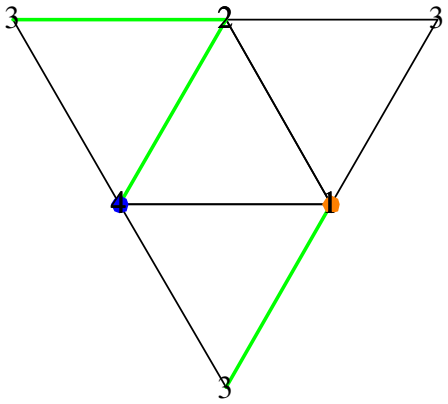
{2, 3, 5, 6}



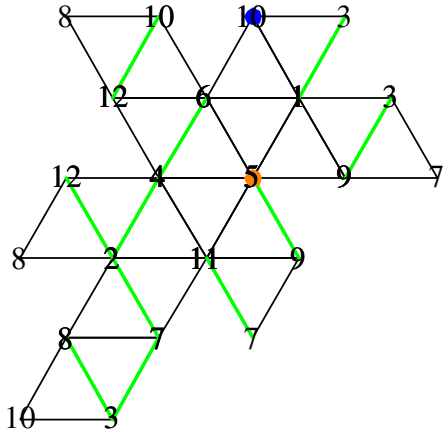
{3, 1, 4}



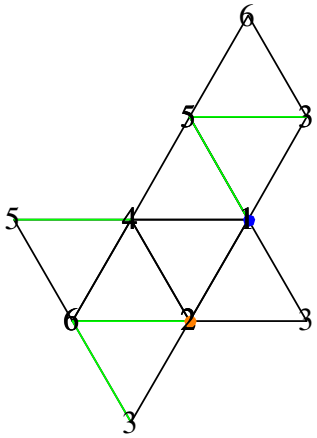
{8, 2, 7, 3, 5, 1, 6}



{4, 2, 3, 1}

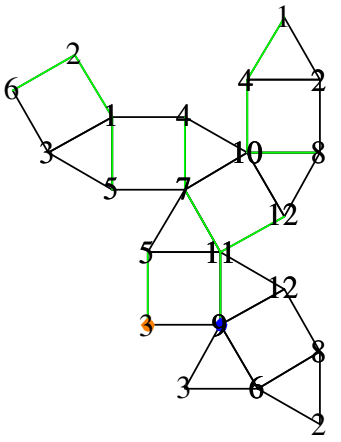


{10, 12, 2, 7, 3, 9, 5}

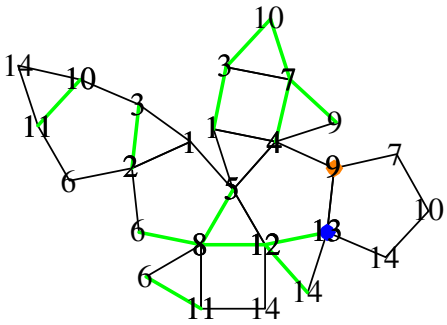


{1, 5, 3, 6, 2}

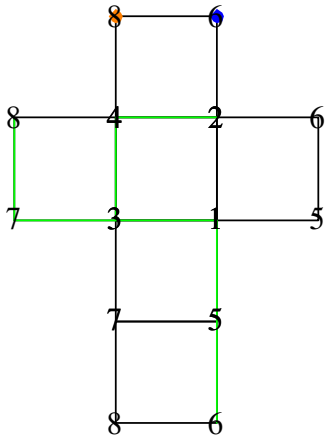
2.



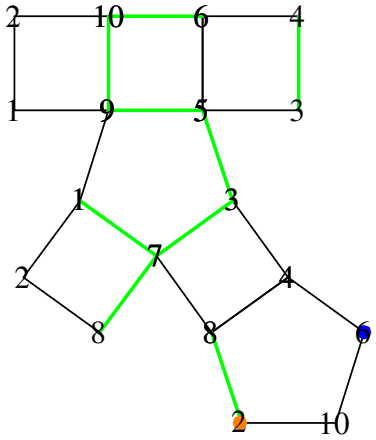
{9, 11, 7, 4, 1, 5, 3}



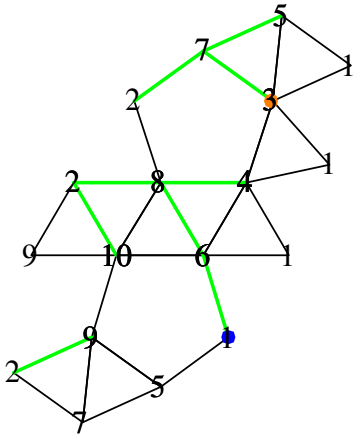
{13, 12, 8, 6, 11, 10, 7, 9}



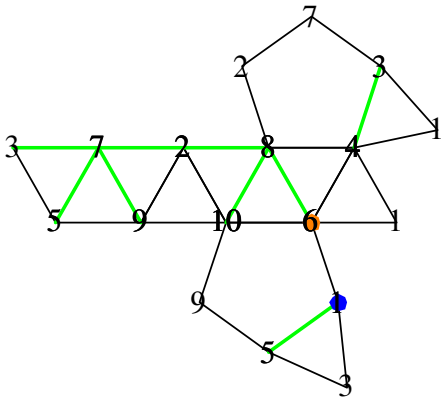
{6, 5, 1, 3, 7, 8}



{6, 10, 9, 5, 3, 7, 8, 2}



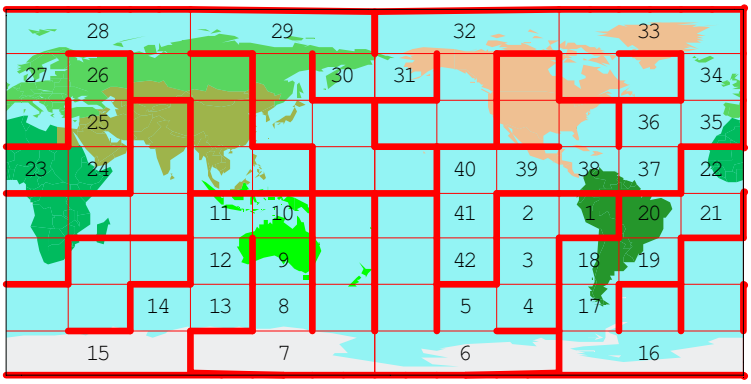
{1, 6, 8, 2, 7, 3}



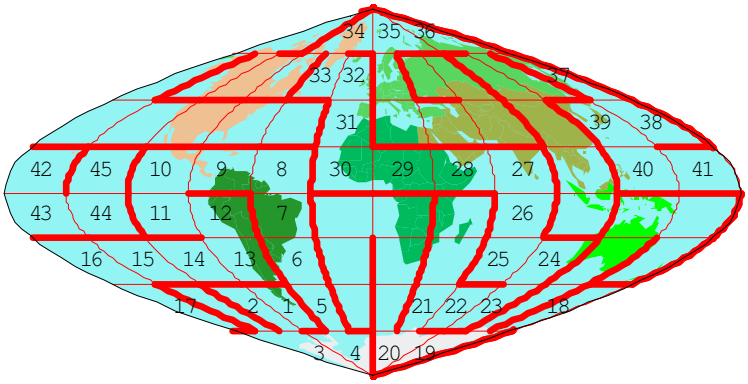
{1, 5, 7, 2, 8, 6}

Labirinti na zemljevidu

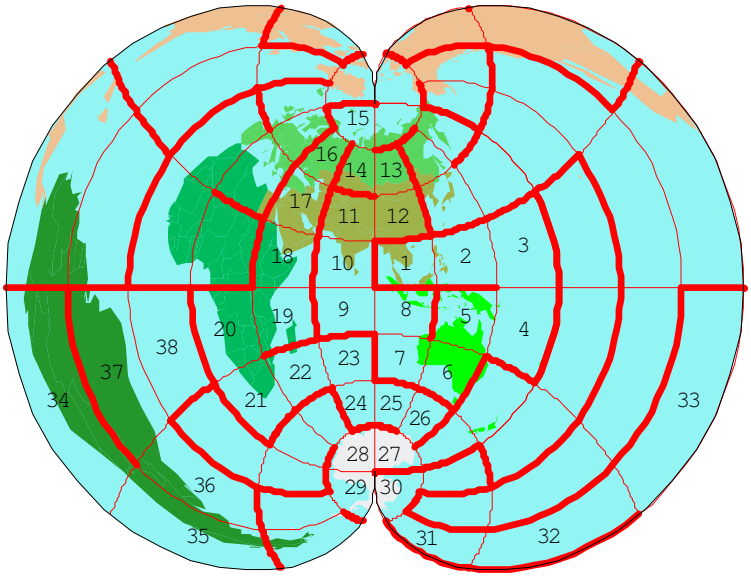
1.



2,

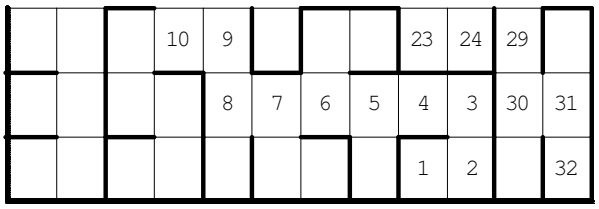


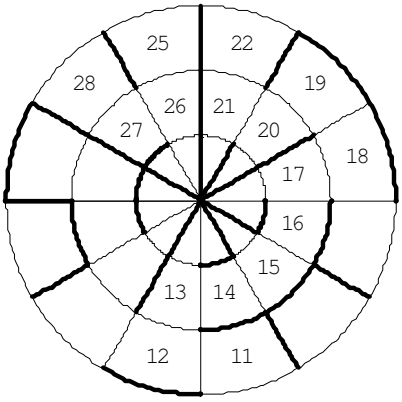
3.



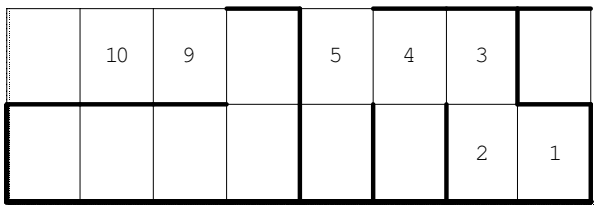
Večdelni labirinti na zemljevidu

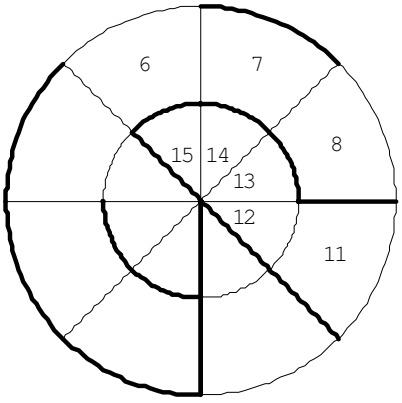
1.



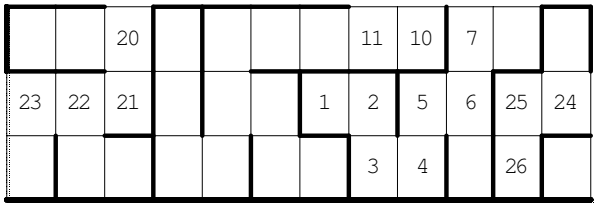


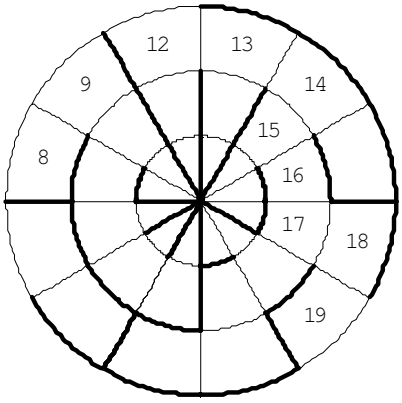
2.



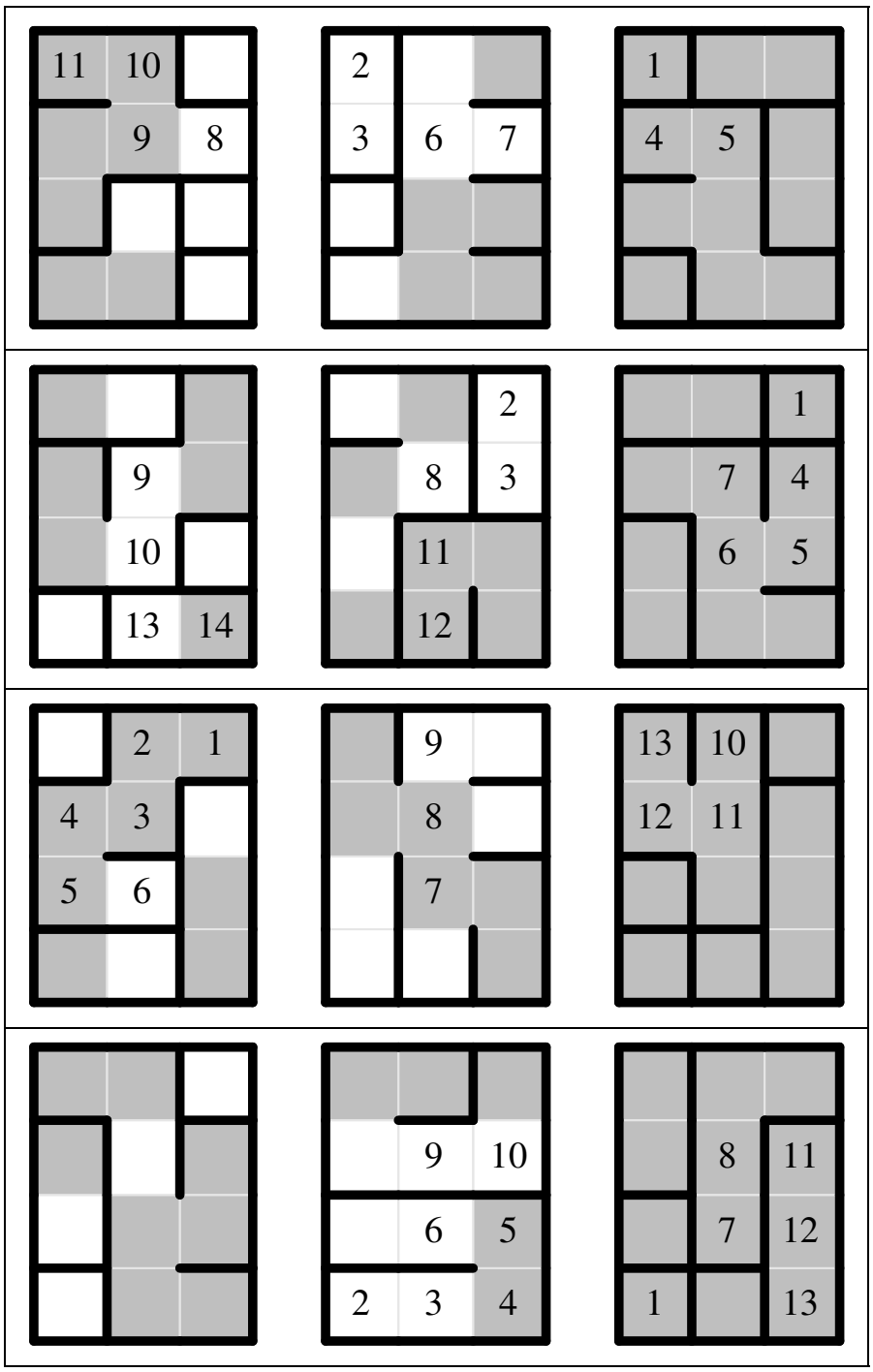


3.

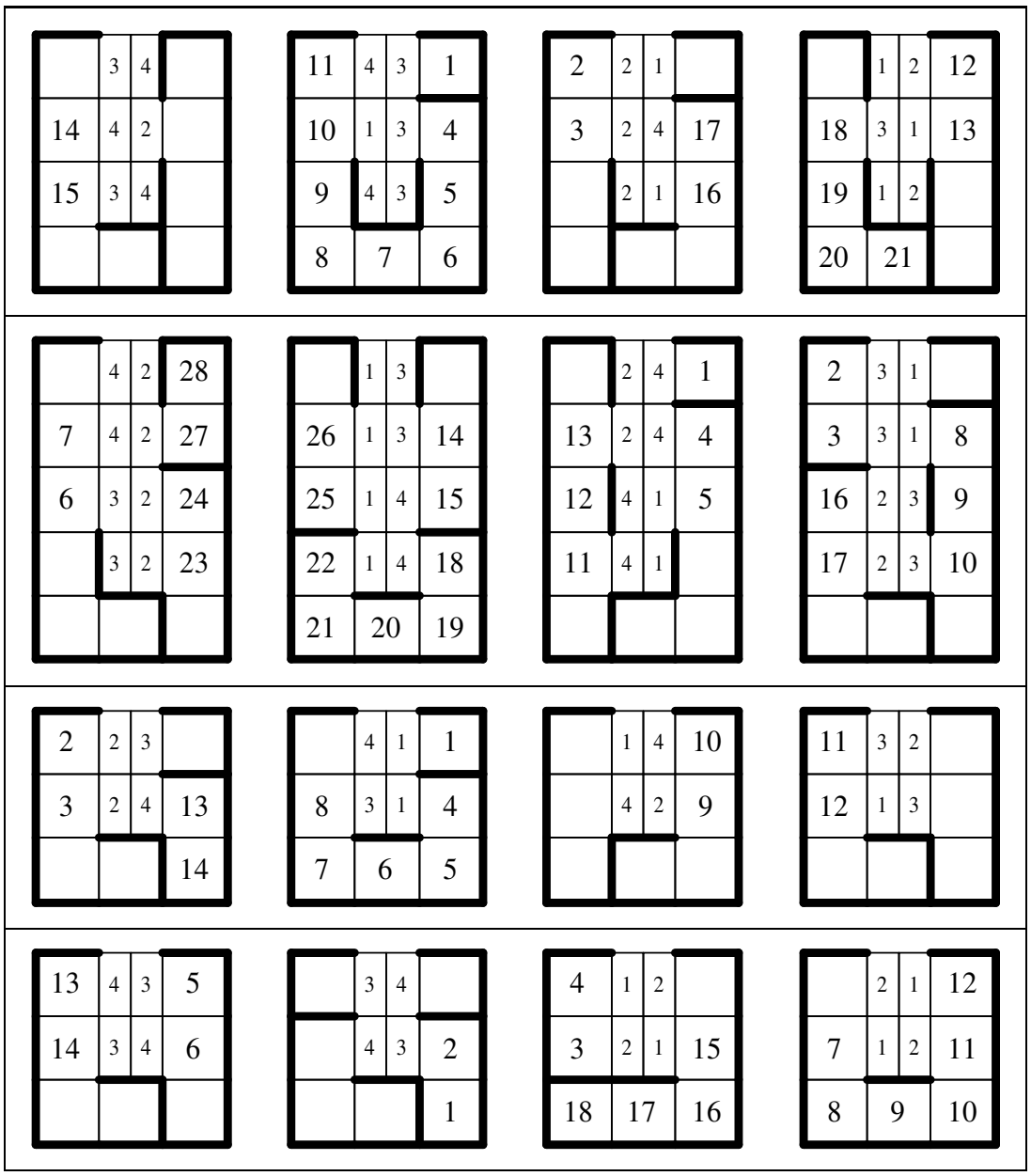


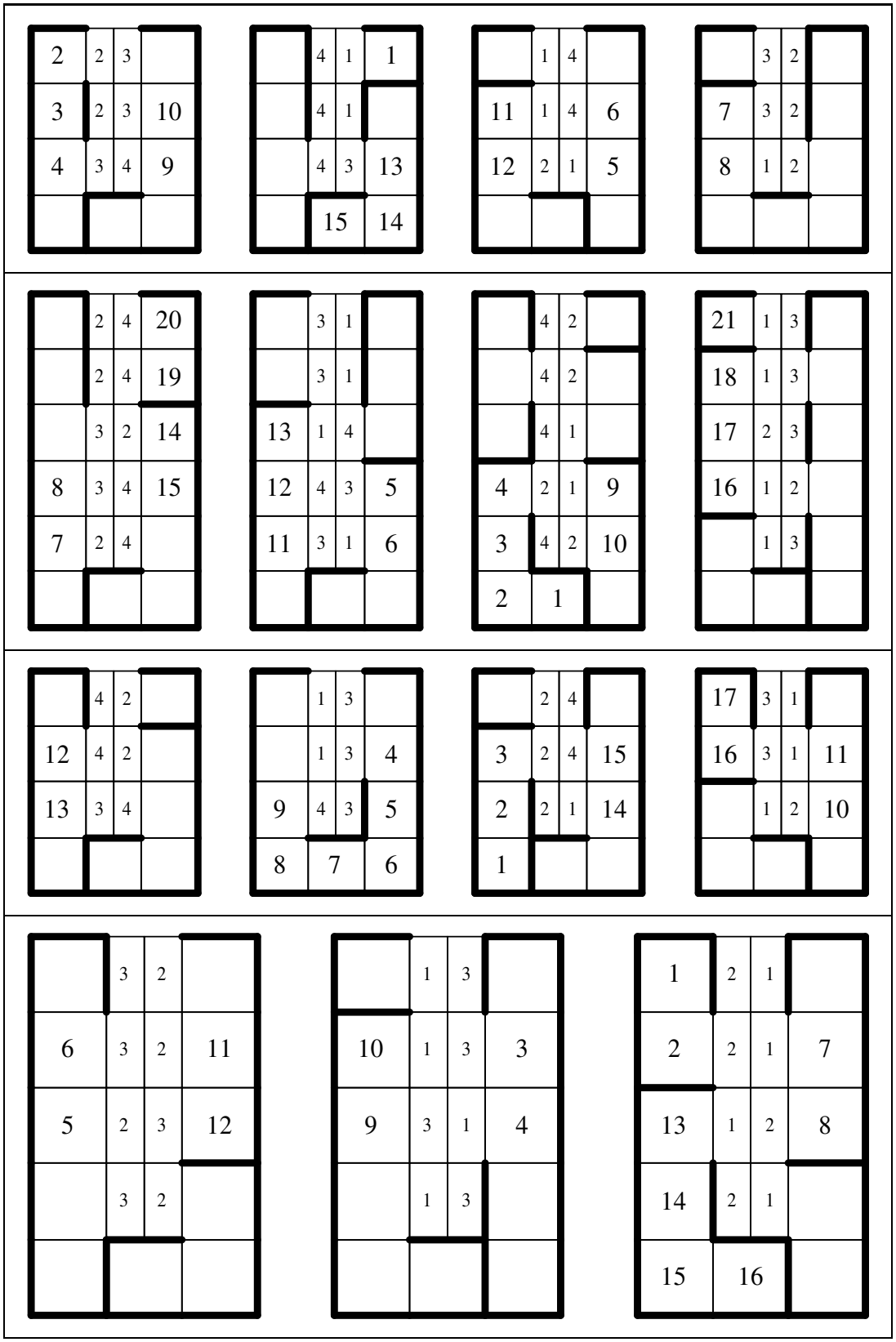


Labirint v kvadru

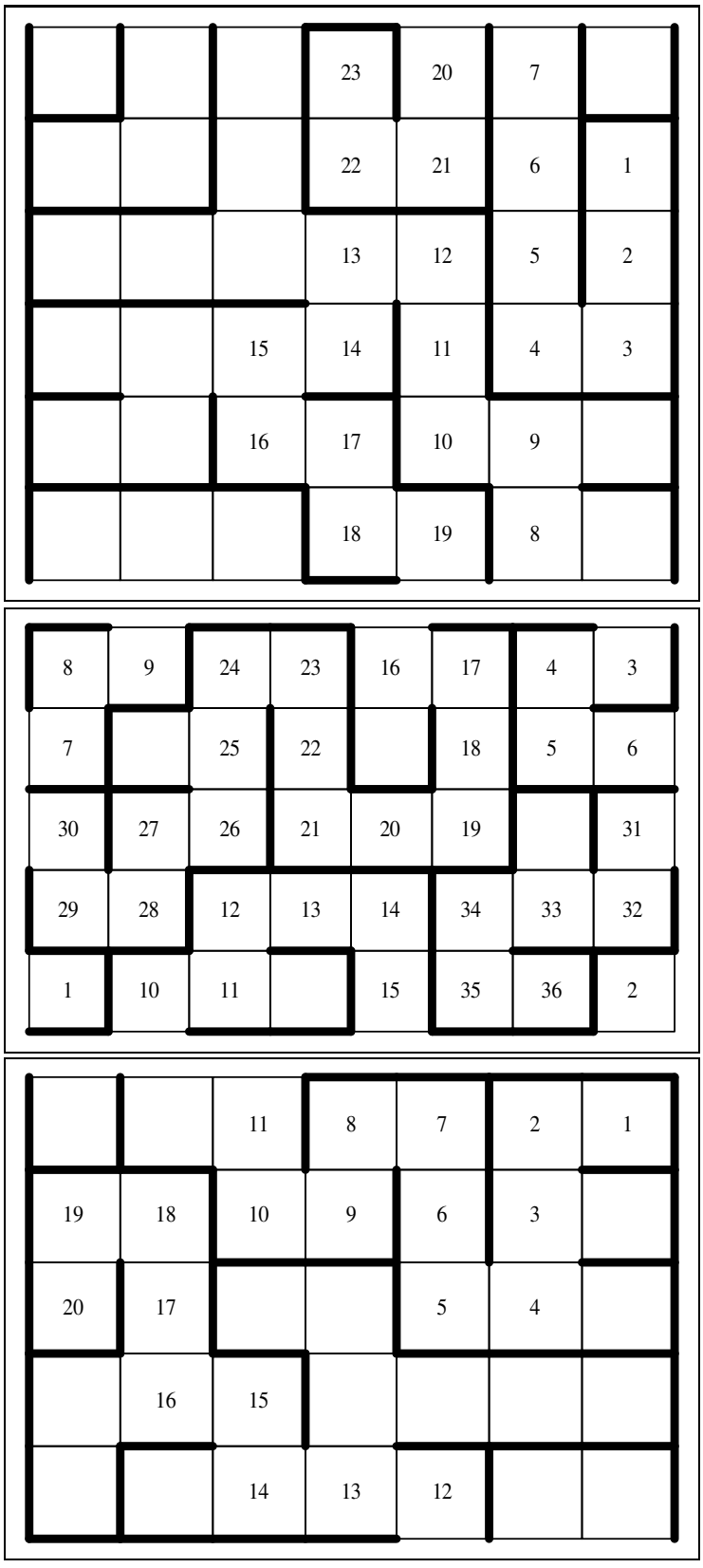


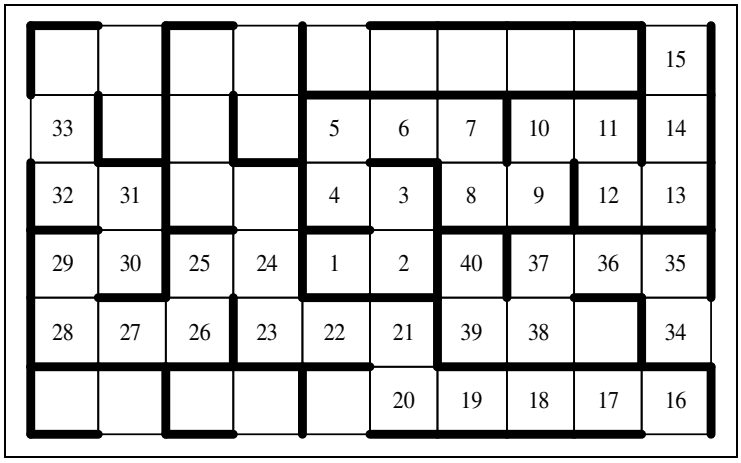
Labirint na Reimannovi ploskvi



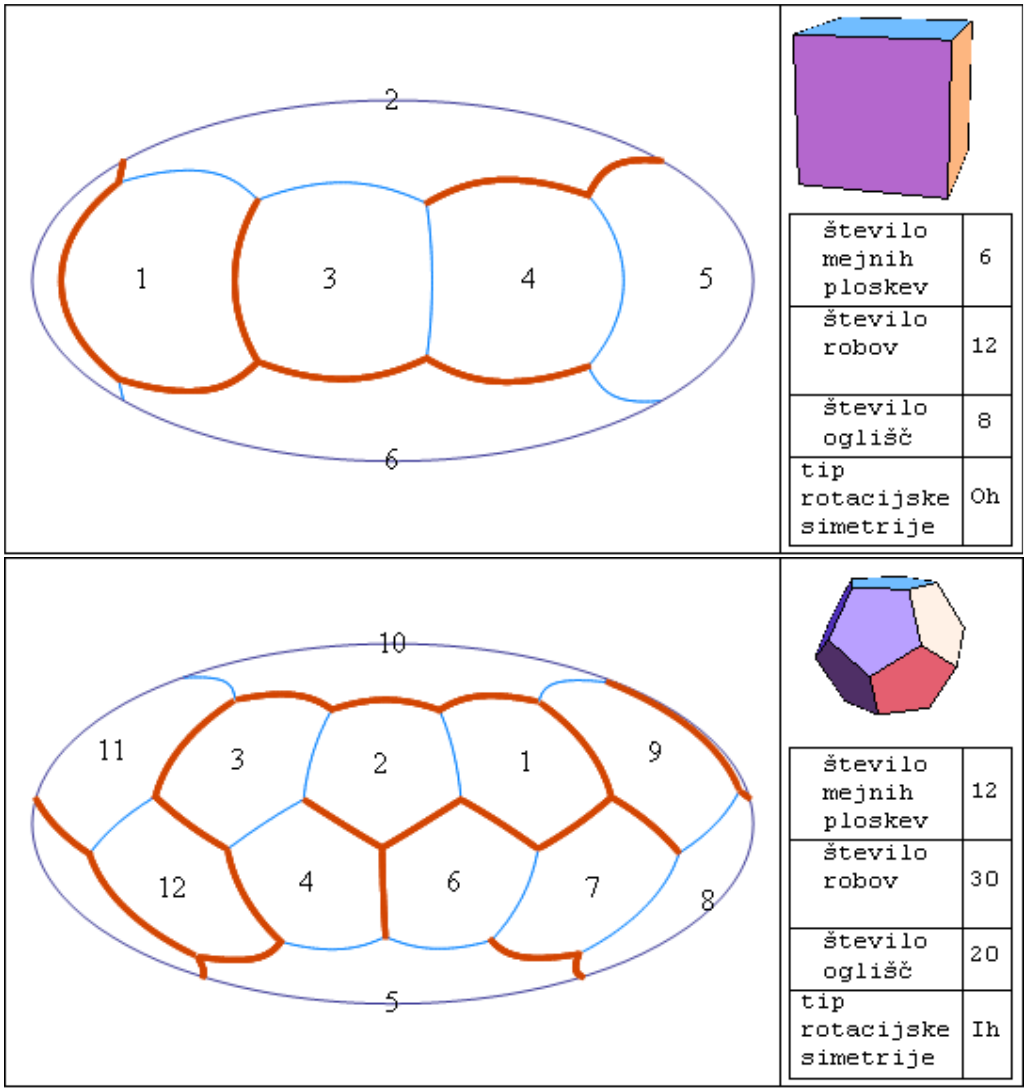

2 2 3
3 2 3 10
4 3 4 9
4 1 1
4 1
4 3 13
15 14
1 4
11 1 4 6
12 2 1 5
3 2
7 3 2
8 1 2
2 4 20
2 4 19
3 2 14
8 3 4 15
7 2 4
3 1
3 1
13 1 4
12 4 3 5
11 3 1 6
4 2
4 2
4 1
4 2 1 9
3 4 2 10
2 1
21 1 3
18 1 3
17 2 3
16 1 2
1 3
4 2
12 4 2
13 3 4
1 3
1 3 4
9 4 3 5
8 7 6
2 4
3 2 4 15
2 2 1 14
1
17 3 1
16 3 1 11
1 2 10
3 2
6 3 2 11
5 2 3 12
3 2
1 3
10 1 3 3
9 3 1 4
1 3
1 2 1
2 2 1 7
13 1 2 8
14 2 1
15 16

Labirint na ploskvah



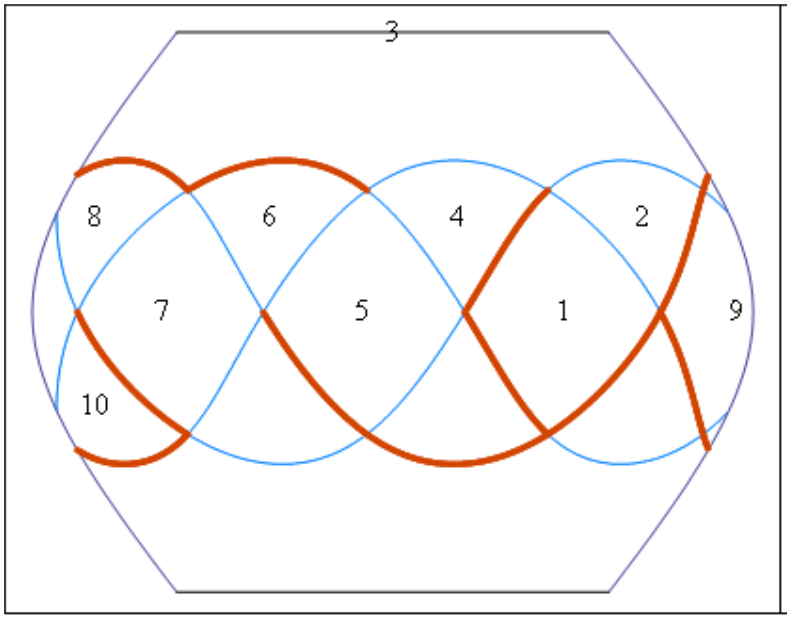


Labirint na projekcijah teles



število mejnih ploskev	6
število robov	12
število oglišč	8
tip rotacijske simetrije	Oh

število mejnih ploskev	12
število robov	30
število oglišč	20
tip rotacijske simetrije	Ih





število mejnih ploskev	14
število robov	24
število oglišč	12
tip rotacijske simetrije	Oh

Določi razpored črk

1.

C	D	A	B

ABCD	ACBD	ACDB	CABD	CADB
DABC	DACB	DCAB		
BCDA	CBDA	CDBA		

2.

D	A	B	C

BADC		
ABCD		
CBAD		
ADBC	BCAD	BCDA

3.

D	E	C	A	B

CEDAB	CEDBA	DECBA
DACEB		
ACEDB		
BDECA		
DEACB	EDACB	EDCAB

4.

E	C	A	D	B

BECAD	ECBAD
EADBC	EADCB
ECDAB	
CEADB	
ECABD	
ADBEC	ADECB

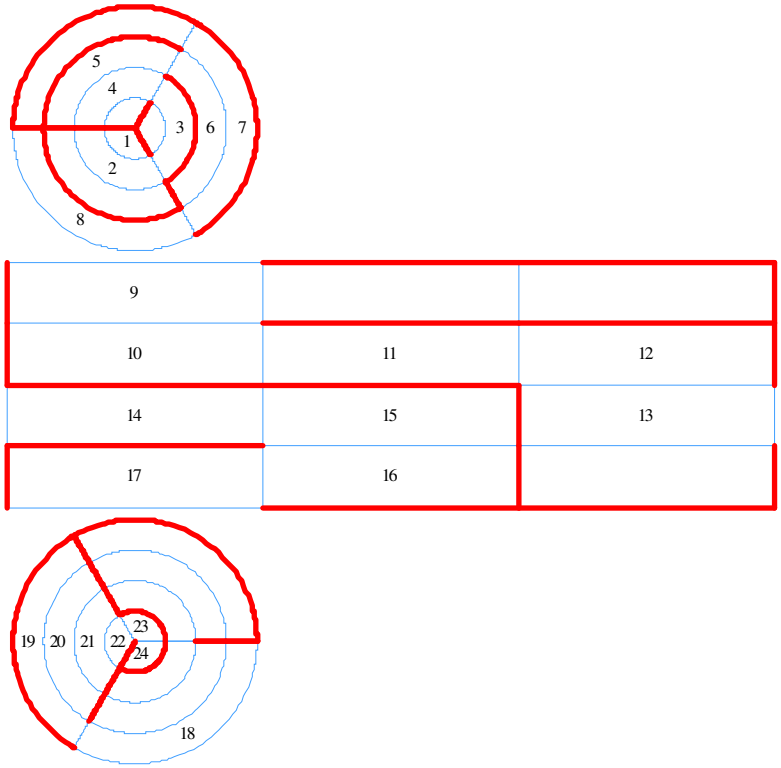
5.

A	C	D	B

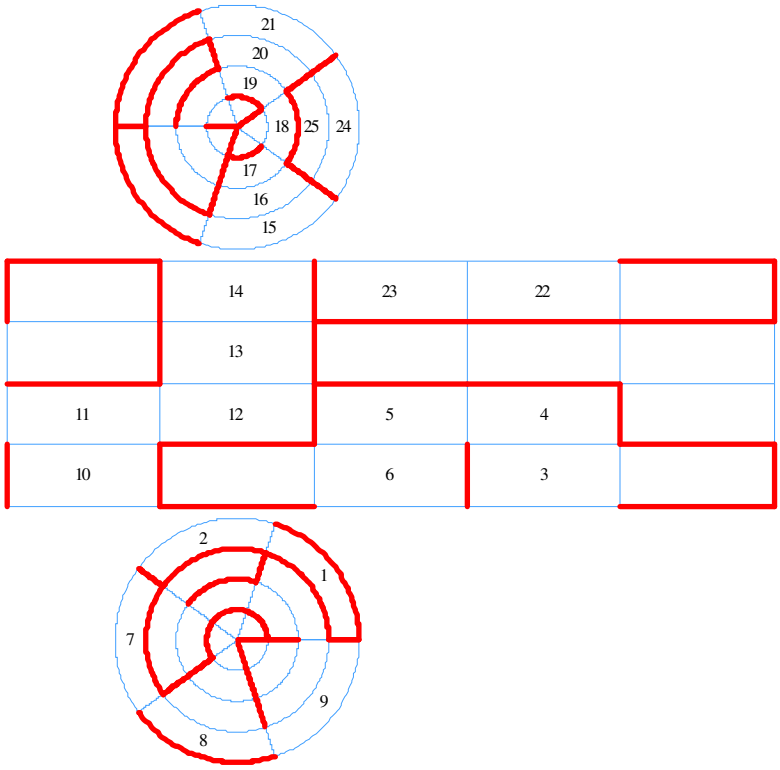
DACB
ADBC
CADB
DBAC
ACBD

Labirinti na mreži valja in stožca

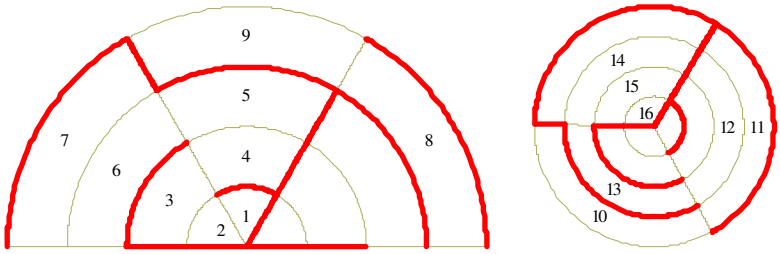
1.



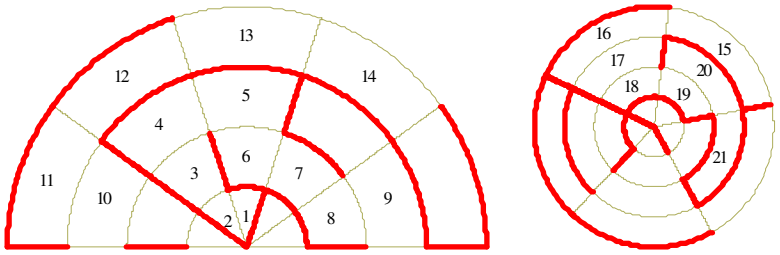
2.


21
20
19
18
25
24
17
16
15
14
23
22
13
11
12
5
4
10
6
3
2
1
7
9
8

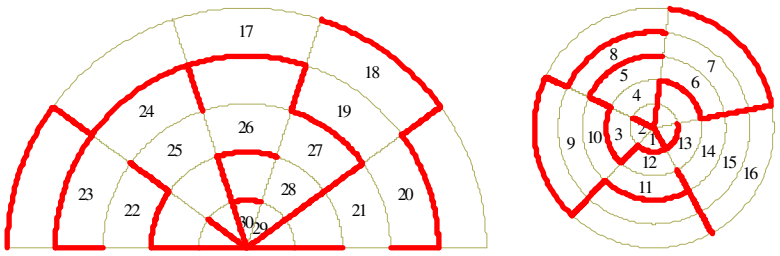
3.


9
5
7
8
6
4
3
1
2
14
15
16
12
11
13
10

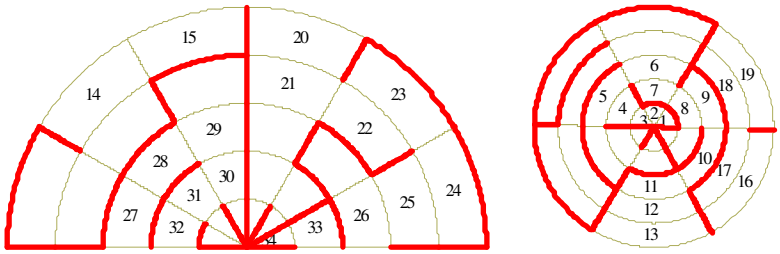
4.


13
12
14
5
4
6
3
7
11
10
9
2
1
8
16
17
15
20
18
19
21

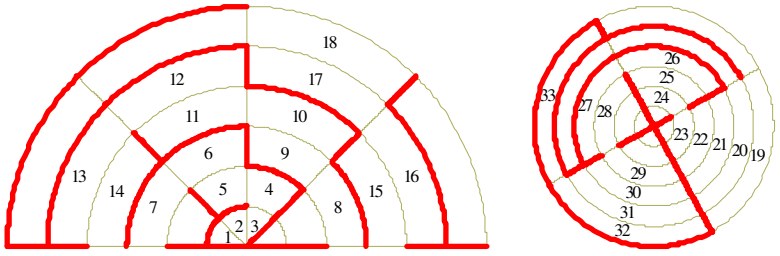
5.


17
18
24
19
26
25
27
23
28
20
22
21
30
29
8
5
7
6
4
9
10
3
2
1
13
14
12
15
16
11

6.



7.



Neodvisnost pogojev

1.

1	2	3
C	A	B

1	ABC	ACB
2	BAC	

2.

1	2	3
A	C	B

1	ABC	
2	BCA	
3	CBA	CAB

3.

1	2	3	4
C	A	D	B

1	BCDA	BCAD				
2	DACB	DBCA	ABDC	ABCD	ADCB	DBAC
3	CBDA	CBAD	CDAB			

4.

1	2	3	4
C	A	D	B

1	ACDB	BCAD	
2	BADC	CABD	
3	DBAC		
4	CDBA	ADBC	CBAD

5.

1	2	3	4	5
B	D	C	A	E

1	BDEAC	EBDAC	AEBDC	ABEDC	EBADC	EADBC	
2	EDCAB	ECDAB	ABCDE	ACEDB	ECADB	EBCDA	
3	ADCBE	DACBE	EACBD	BACDE	EDCBA		
4	AECBD	DECBA	BECDA				
5	BCDAE	ACEBD	DCABE	ECABD	BCADE	DCEBA	BCEDA

Odstranjene kockice

83 54 65
68 76 71
56 52 66
55 70 96

Kocki določi mrežo

3, 3, 2, 1, 4, 4.

Izdaja: Založniško podjetje **LOGIKA d.o.o., Svetčeva pot 11, 1241 Kamnik**. Poslovni račun pri NLB: 02312-0016592829. Davčna številka: SI56917309. Podjetje je zavezanec za DDV po zakonu o DDV.
Za izdajatelja*: Izidor Hafner*.
E-mail: **logika@siol.net**.
Spletna stran: **http://www.logika.si**.
Revija *Logika & razvedrilna matematika* je vpisana v register medijev pri Ministrstvu za kulturo pod številko 759. Strokovni pokrovitelj: *Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko - oddelek za teoretično računalništvo*.

Glavni in odgovorni urednik: *dr. Izidor Hafner* (**http://mat03.fe.uni-lj.si/html/people/izidor/homepage/**)
Člana časopisnega sveta: *prof. dr. Tomaž Pisanski in Darjo Felda, prof.*
Recenzent: *Vilko Domajnko, prof.*
Sodelavci: *mag. Urša Demšar, dr. Gregor Dolinar, Monika Kavalir, dr. Meta Lah, Boštjan Kuzman,Teja Oblak, Hiacinta Pintar, Maja Pohar, mag. Katka Šenk in dr. Aleš Vavpetič.*
Oblikovanje: *Ana Hafner*
Jezikovni pregled: *Besana*

Za objavljene prispevke ne plačujemo honorarjev.

© 2016 LOGIKA d.o.o.
ISSN 2350-532X
LOGIKA & RAZVEDRILNA MATEMATIKA, letnik XXVI, št. 1 od 4, 2016/2017
Elektronska izdaja. Cena revije: 0 €.