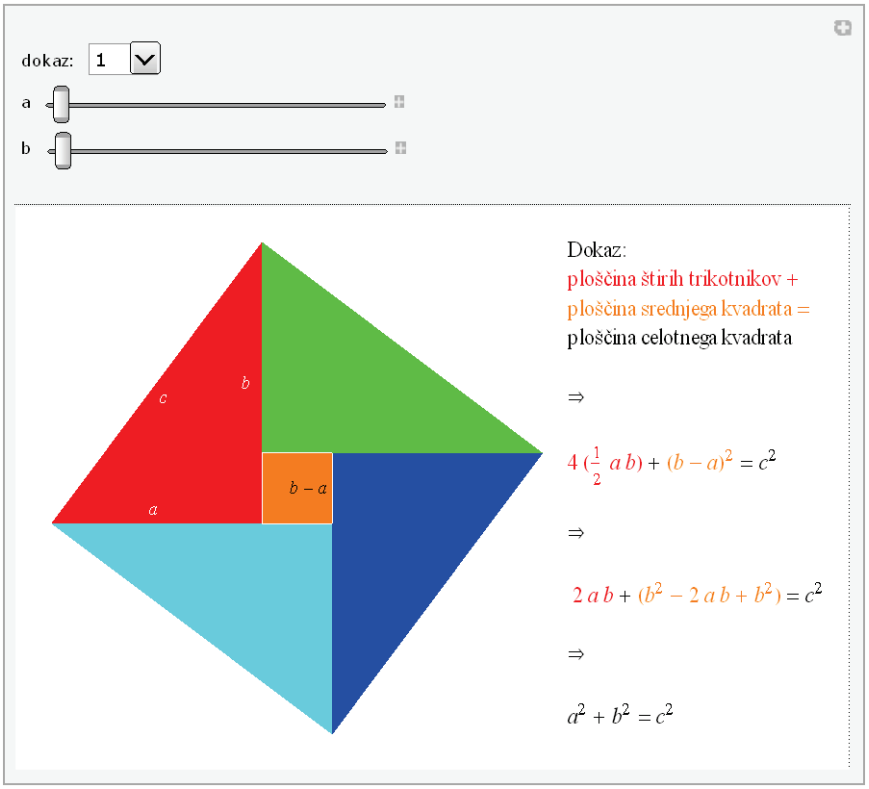
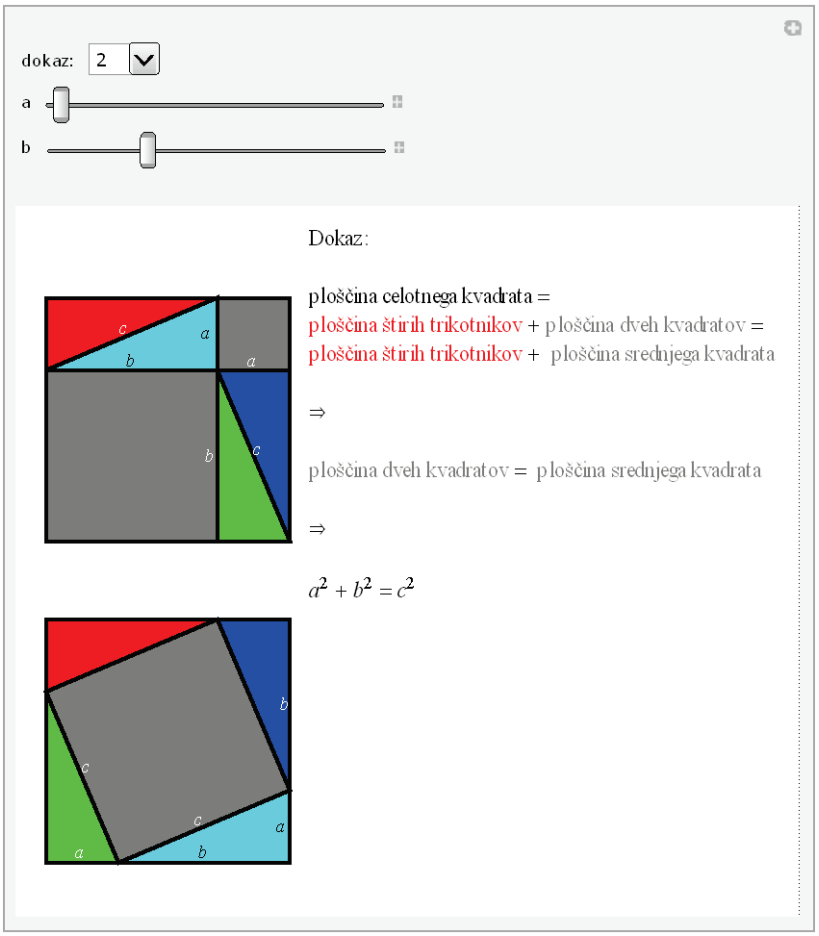
Nekaj dokazov Pitagorovega izreka

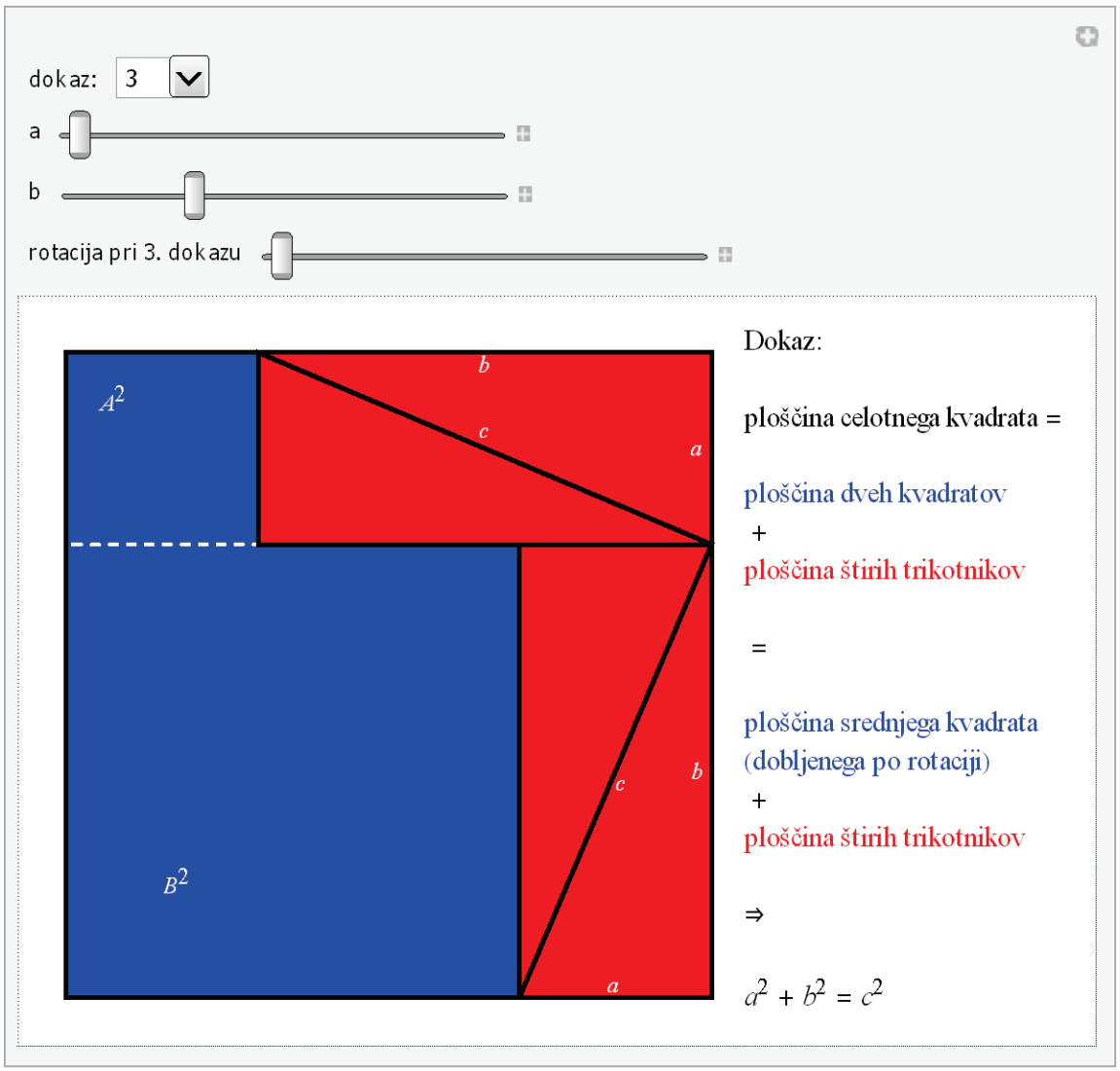
1.



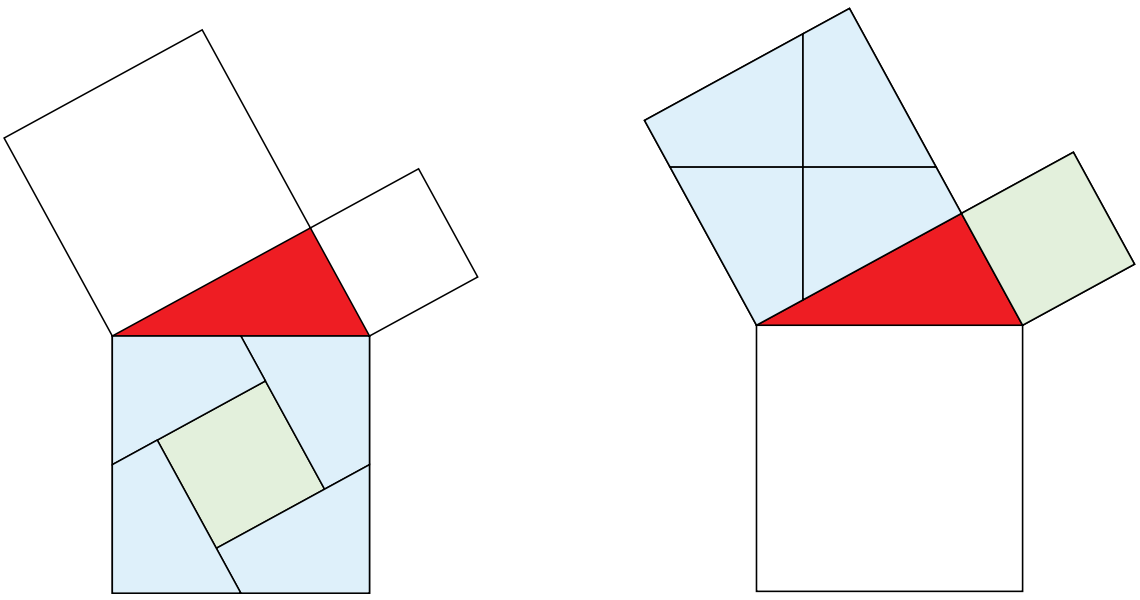
2.



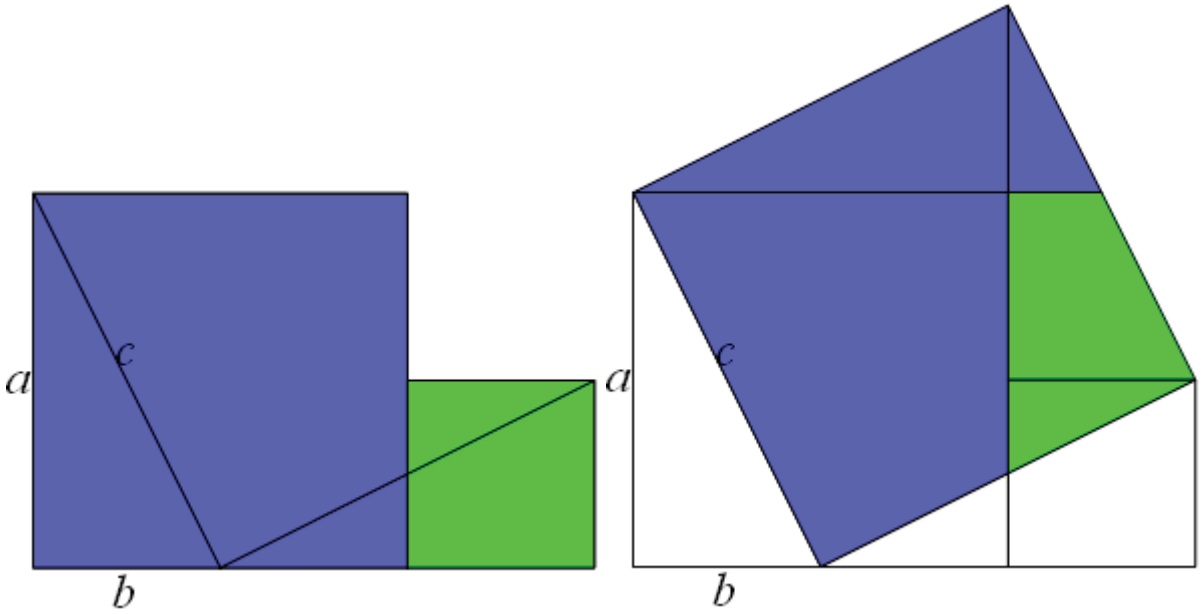
3.


dokaz: 3
a
b
rotacija pri 3. dokazu
A^2
B^2
b
c
a
c
b
a
Dokaz:
ploščina celotnega kvadrata =
ploščina dveh kvadratov
+
ploščina štirih trikotnikov
=
ploščina srednjega kvadrata
(dobljenega po rotaciji)
+
ploščina štirih trikotnikov
⇒
$a^2 + b^2 = c^2$

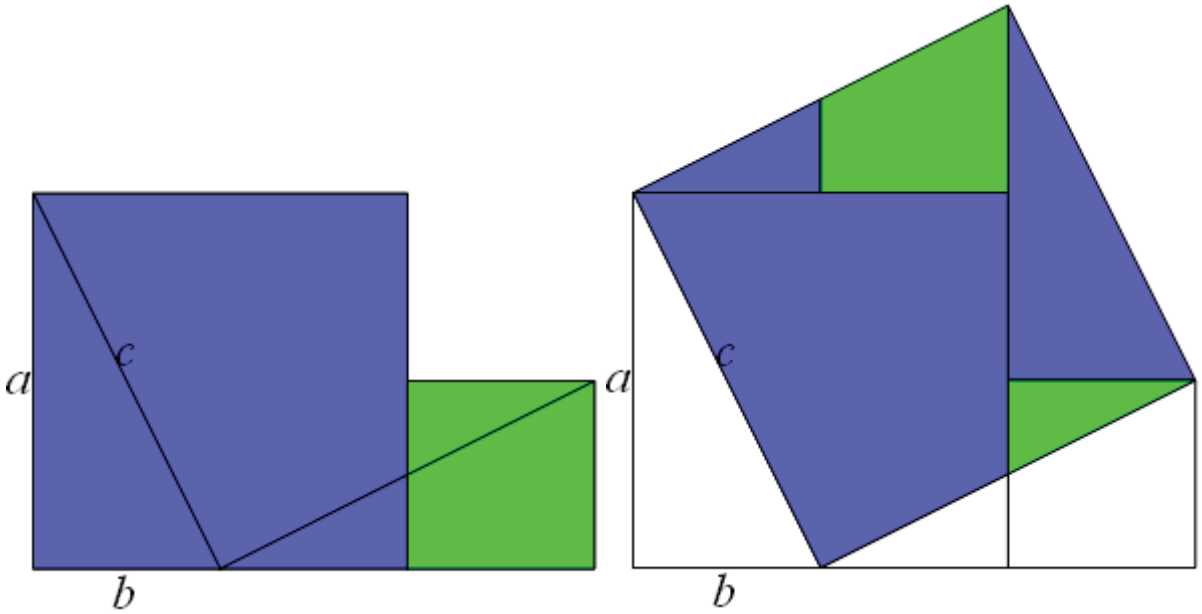
4.



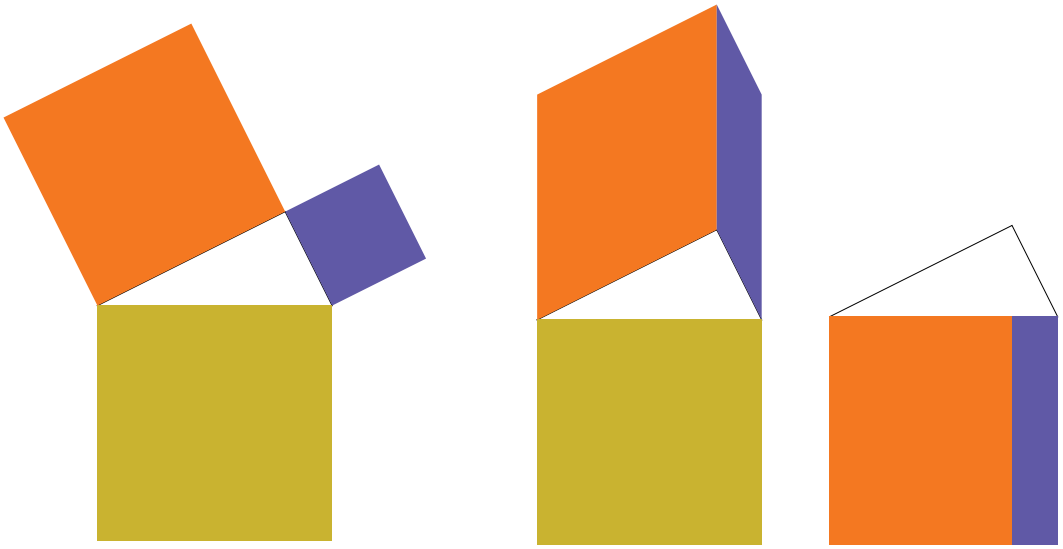
5.



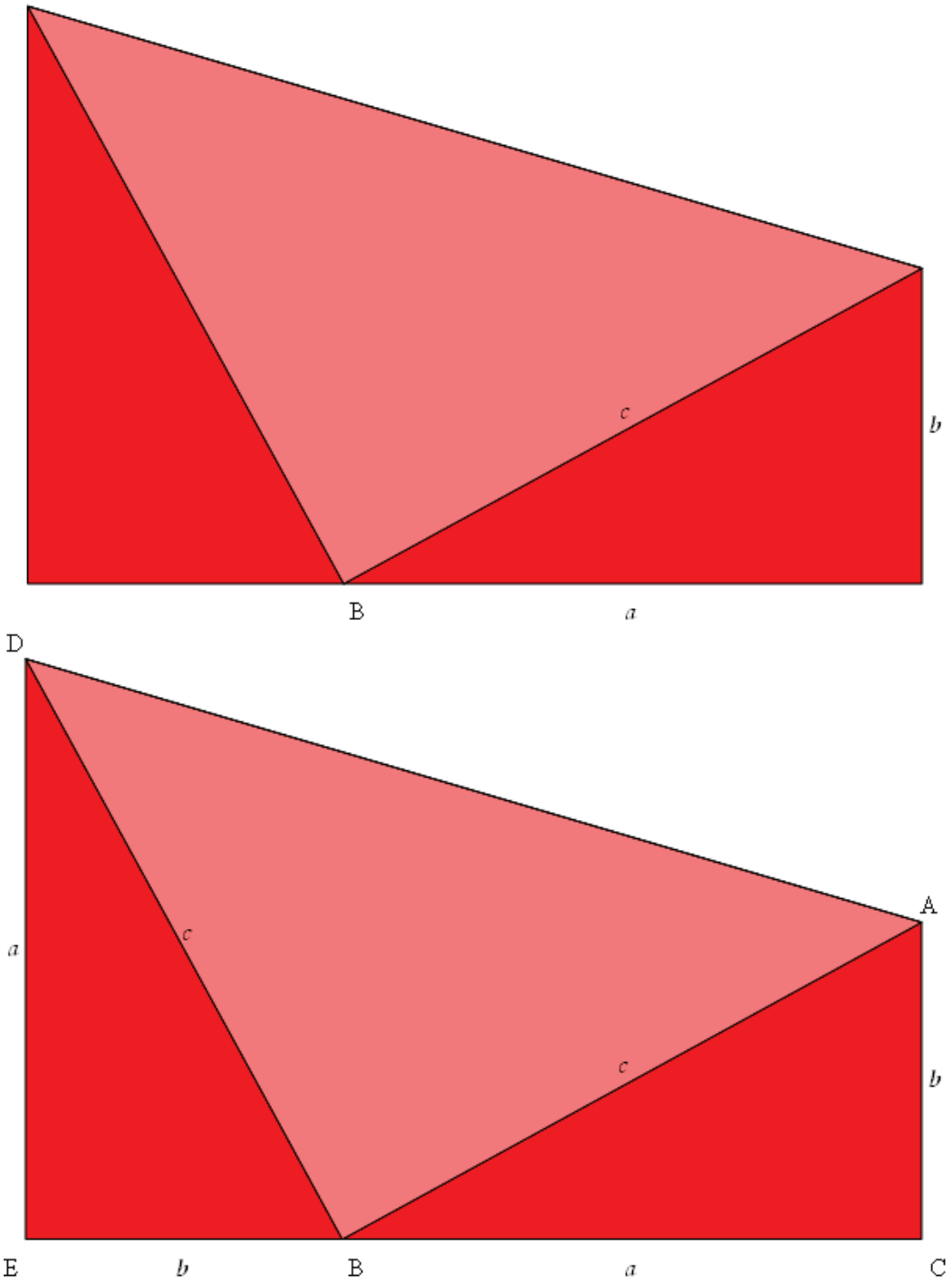
6.



7. Evklidov dokaz



8. Garfieldov dokaz

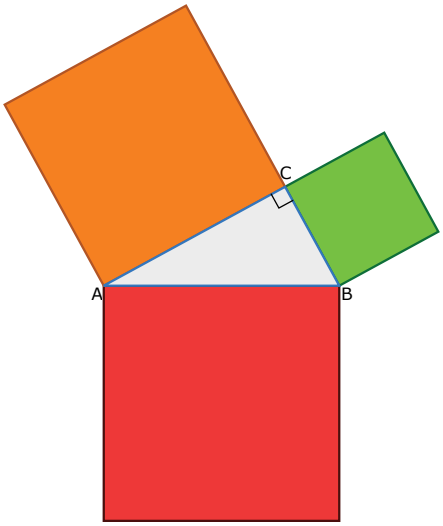


Ploščino trapeza CADE lahko izračunamo na dva načina: kot trapez z osnovnicama a in b in višino a+b, ali kot vsoto ploščin treh trikotnikov:
$(a+b)(a+b)/2=c^2/2+2a\ b/2$.
Enakost pomnožimo z 2 in dobimo: $a^2+2a\ b+b^2=c^2+2a\ b$,
kar poenostavljeno pomeni $a^2+b^2=c^2$.

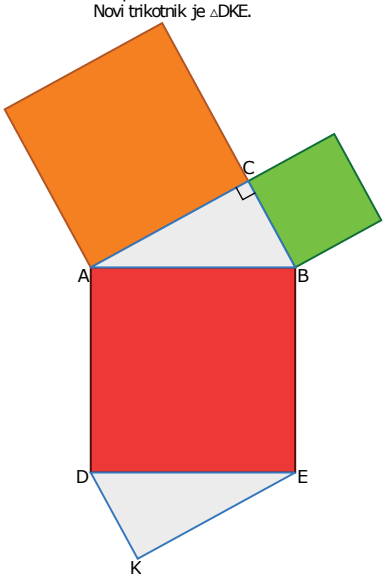


9. Da Vincijev dokaz

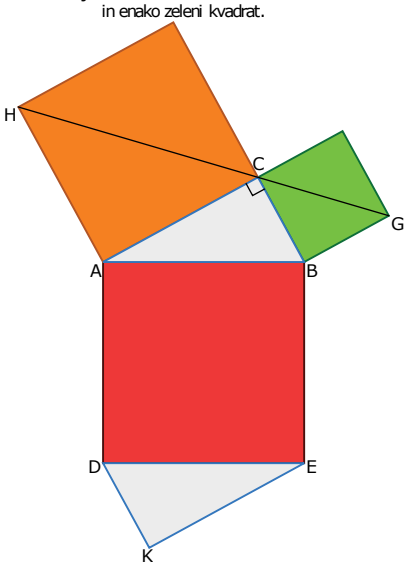
Pitagorov izrek: Če je △ABC pravokotni trikotnik, potem je vsota ploščin rjavega in zelenega kvadrata enaka ploščini roza kvadrata.



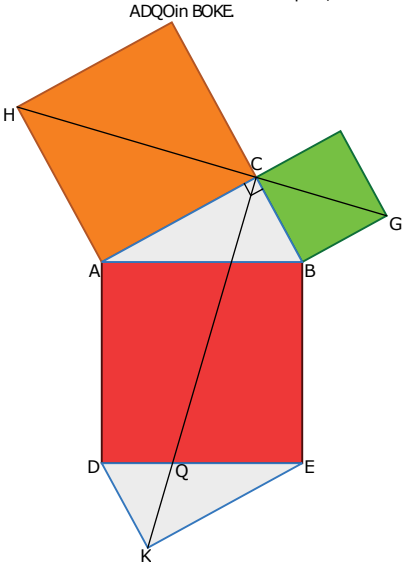
Nariši trikotnik, ki je skladen trikotniku △ABC pod roza kvadratom. Novi trikotnik je △DKE.



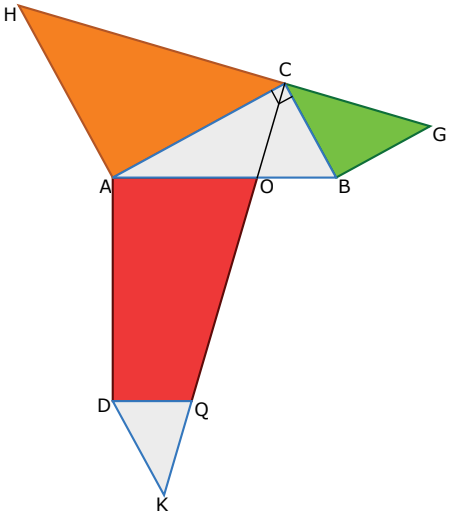
Nariši daljico HG. Ta deli rjavi kvadrat na dva skladna trikotnika in enako zeleni kvadrat.



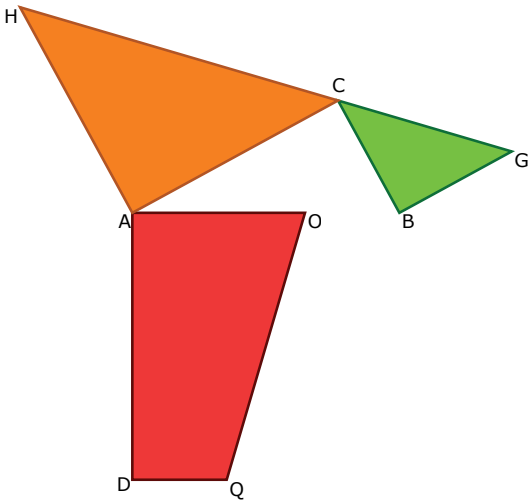
Nariši daljico CK. Ta deli roza kvadrat na dva skladna trapeza, ADQO in BOKE.



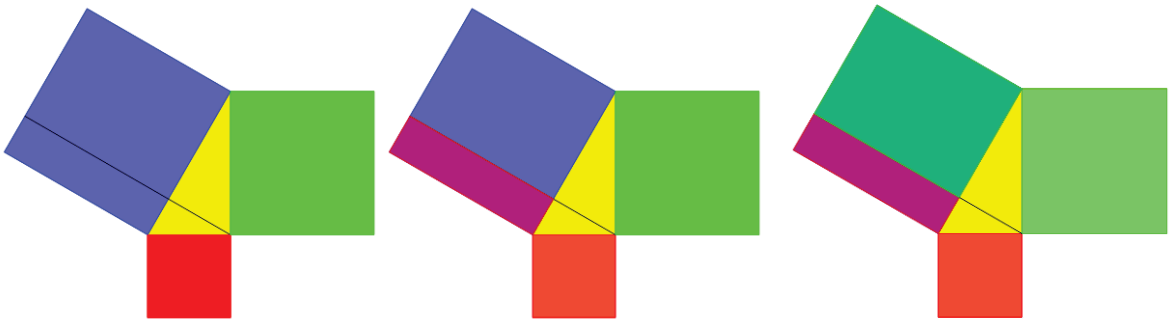
Zbriši polovico ploščin na sliki. Štirikotnika ABGH in ADKC sta skladna, saj imata enake stranice in kote.



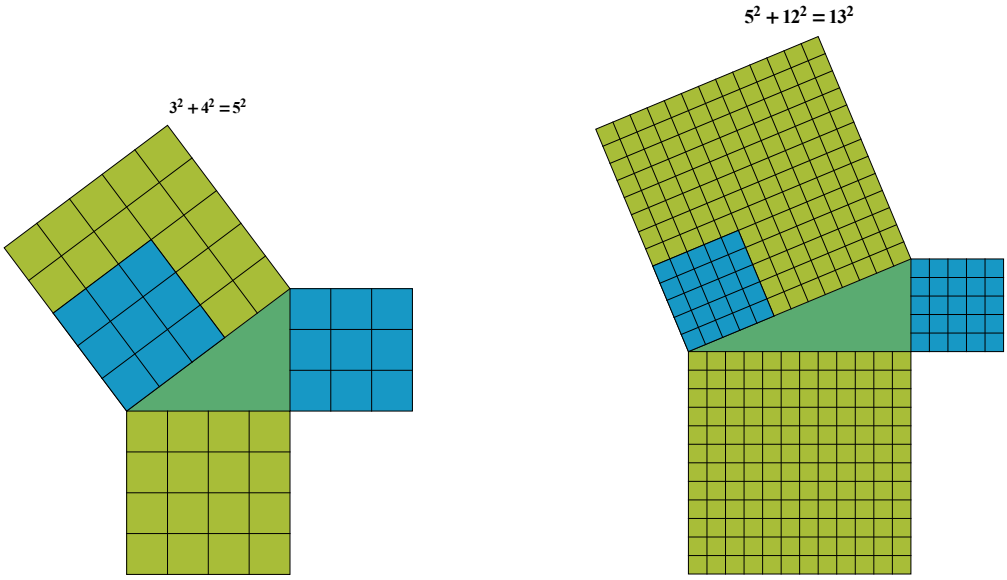
Zbriši modre ploščine. Vsota ploščin rjavega in zelenega trikotnika je enaka ploščini roza trapeza. Podvojitev teh treh likov dokazuje izrek.



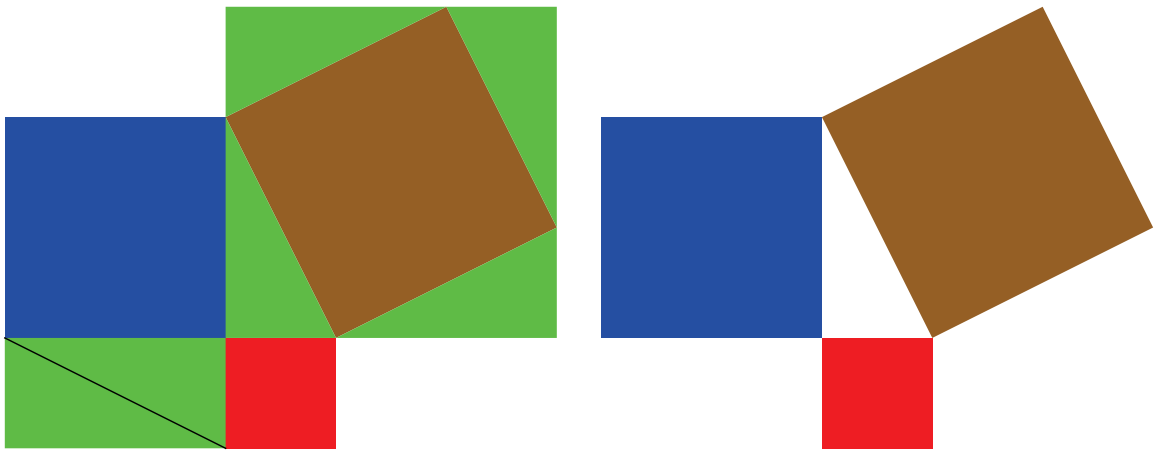
10.



11. Dva primera pitagorejskih trojk:



12.

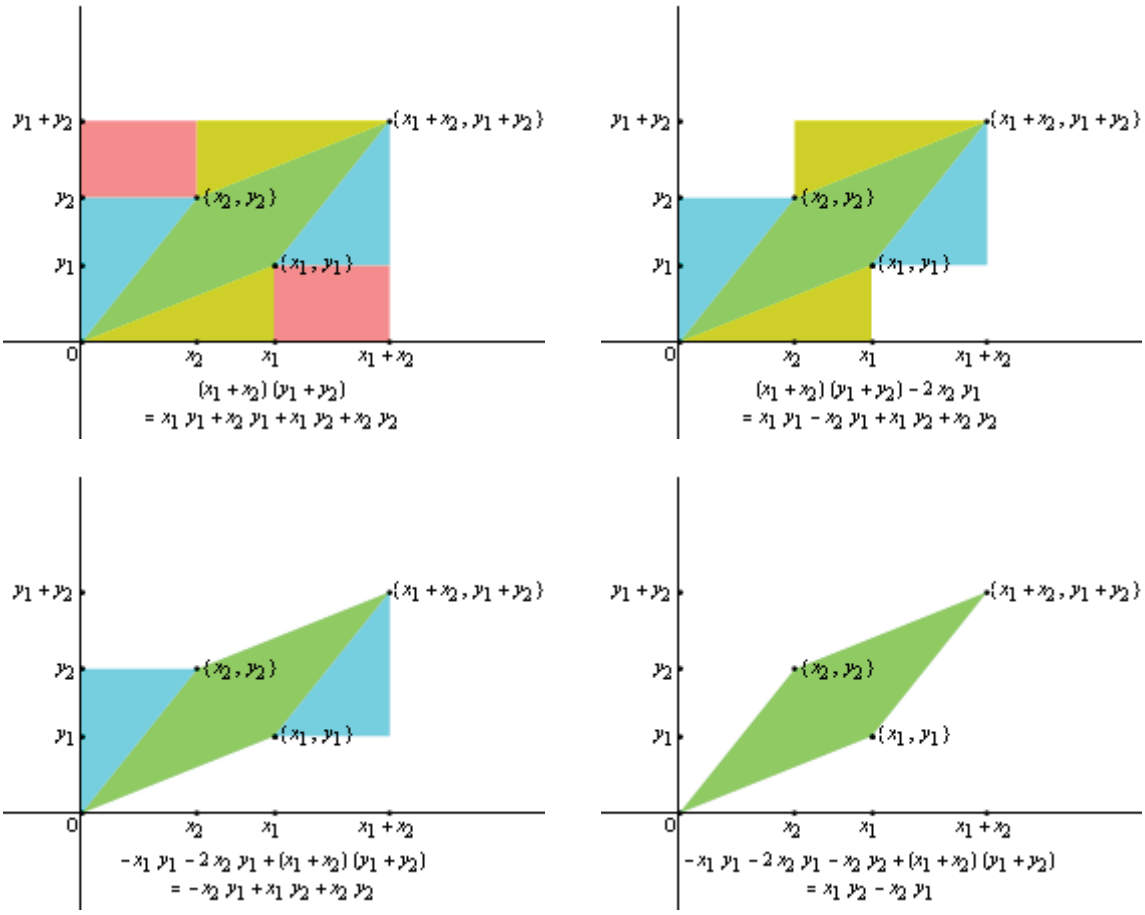


Reference:
http://demonstrations.wolfram.com/
http://www.cut-the-knot.org/pythagoras/

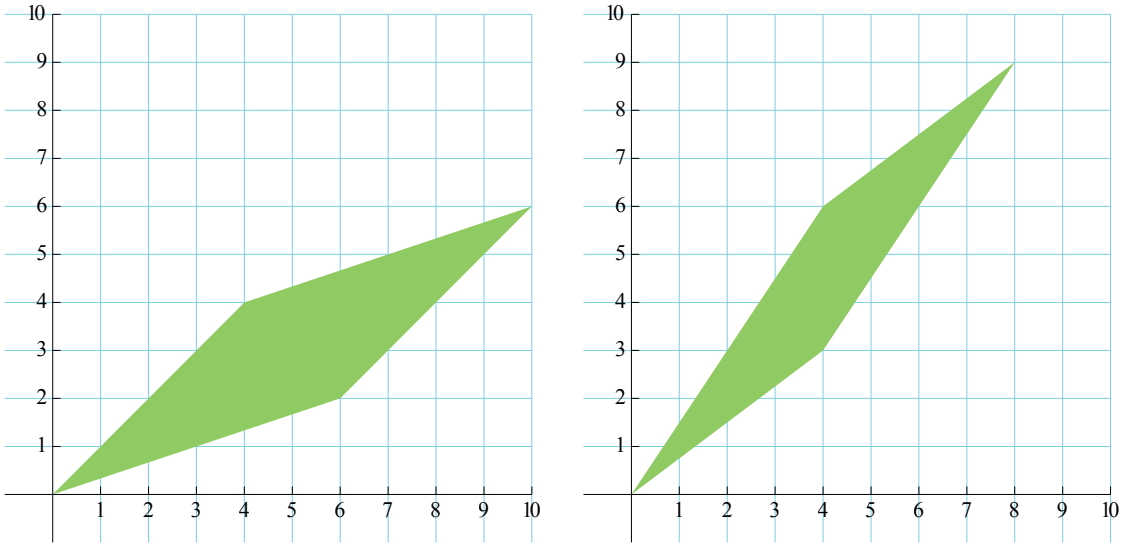
Ploščina paralelograma in trikotnika

Izraz za ploščino paralelograma $x_1y_2-x_2y_1$, ki je določen z vektorjema (x_1, y_1) in (x_2, y_2), je ena od pomembnejših matematičnih formul. Ploščina trikotnika pa je polovica ploščine paralelograma.

Slike prikazujejo grafično izpeljavo te formule.



Nalogi: Izračunaj ploščino paralelograma.

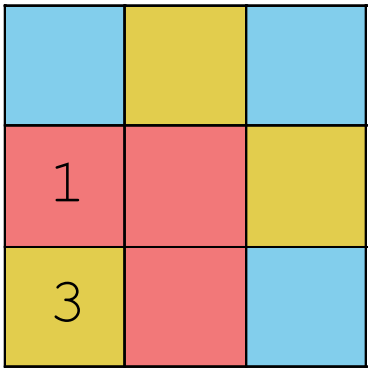


Rešitvi: stran 22

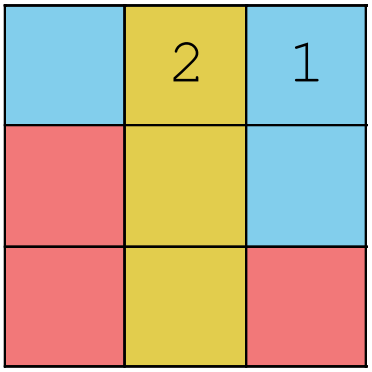
Barvni sudoku

V n x n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n, tako da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih iste barve nastopalo vseh n števil.

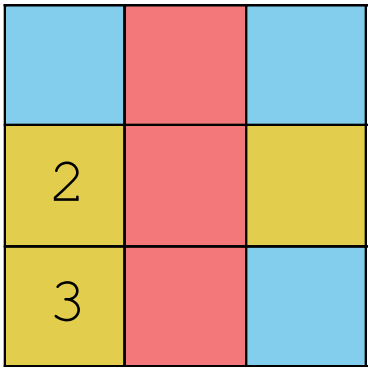
1.



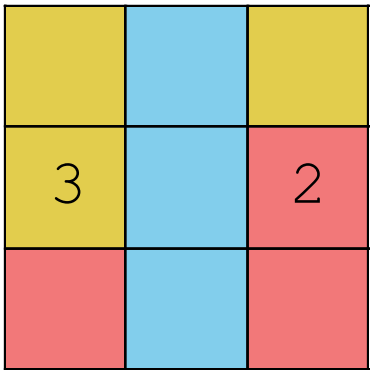
2.



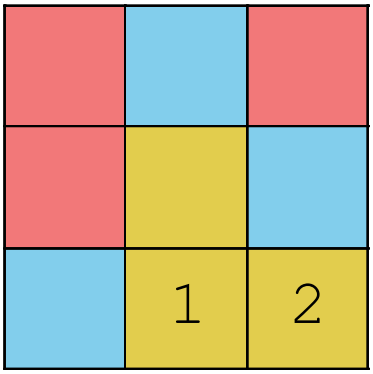
3.



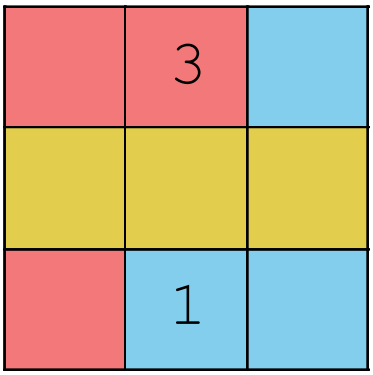
4.



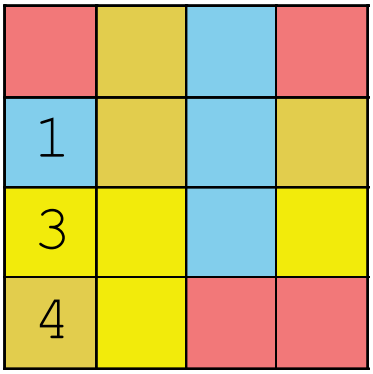
5.



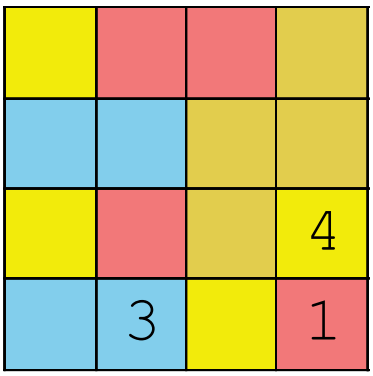
6.



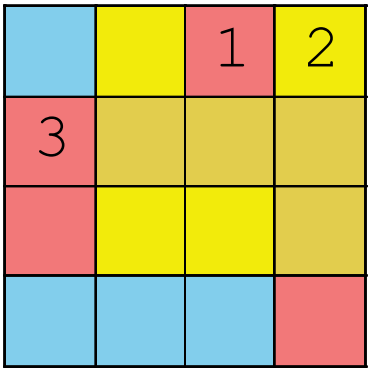
7.



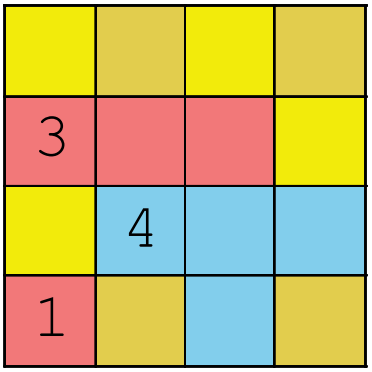
8.



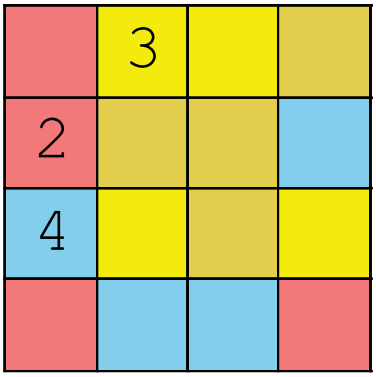
9.



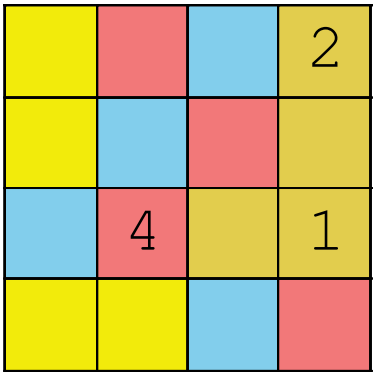
10.



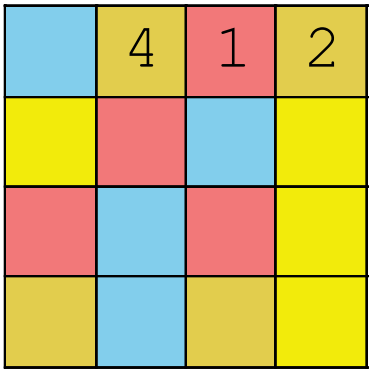
11.



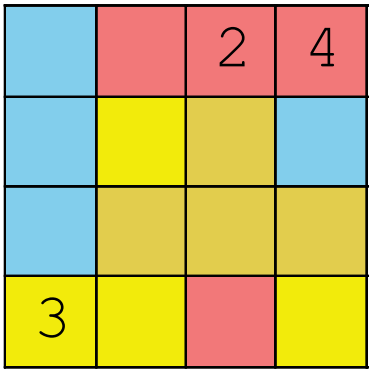
12.



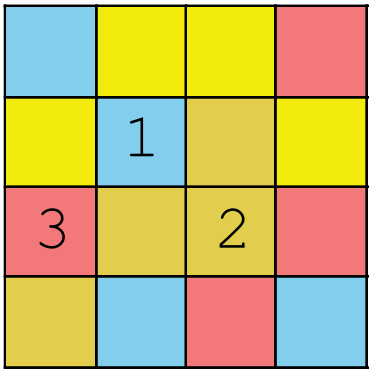
13.



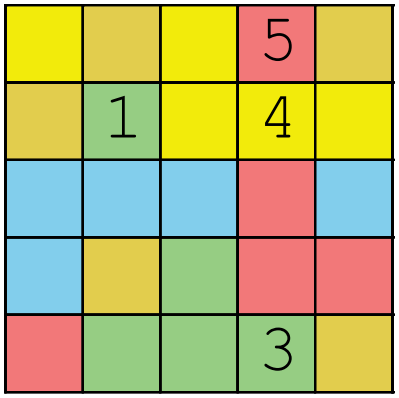
14.



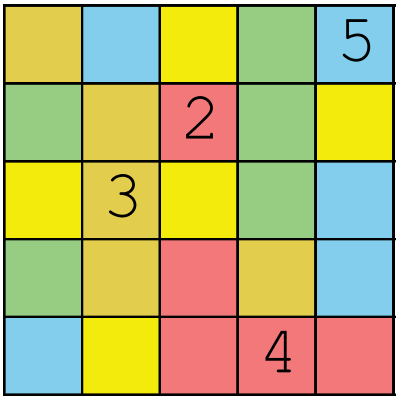
15.



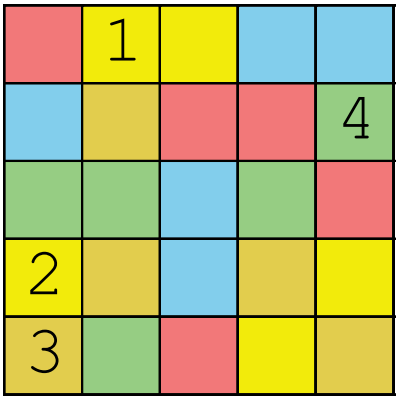
16.



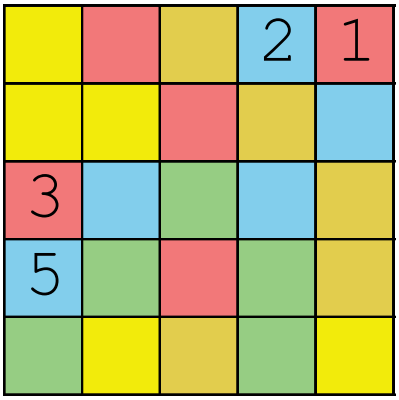
17.



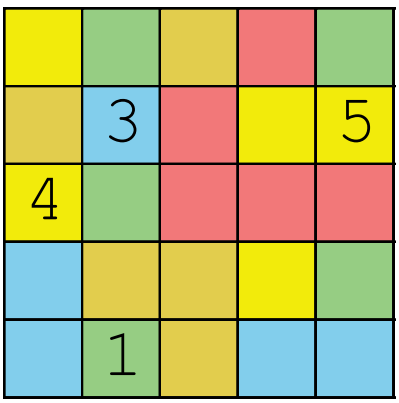
18.



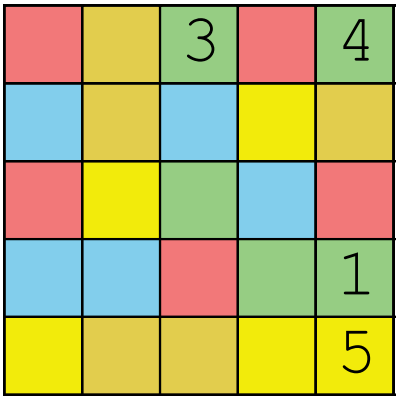
19.



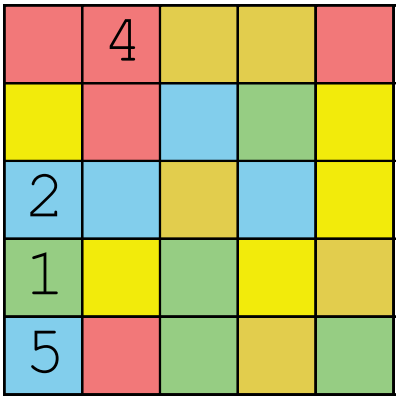
20.



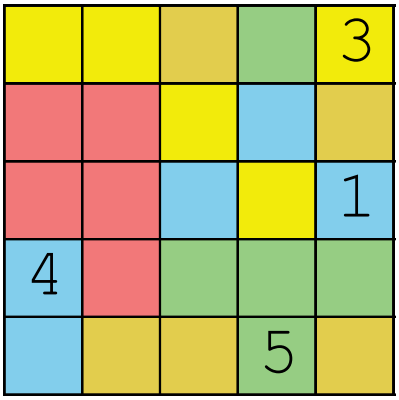
21.



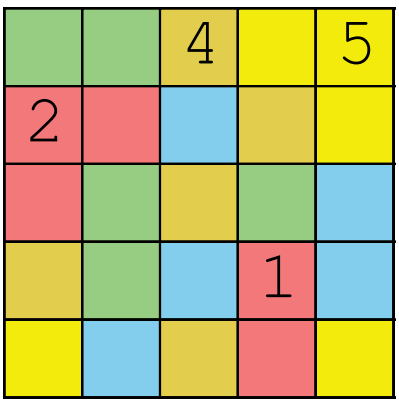
22.



23.



24.

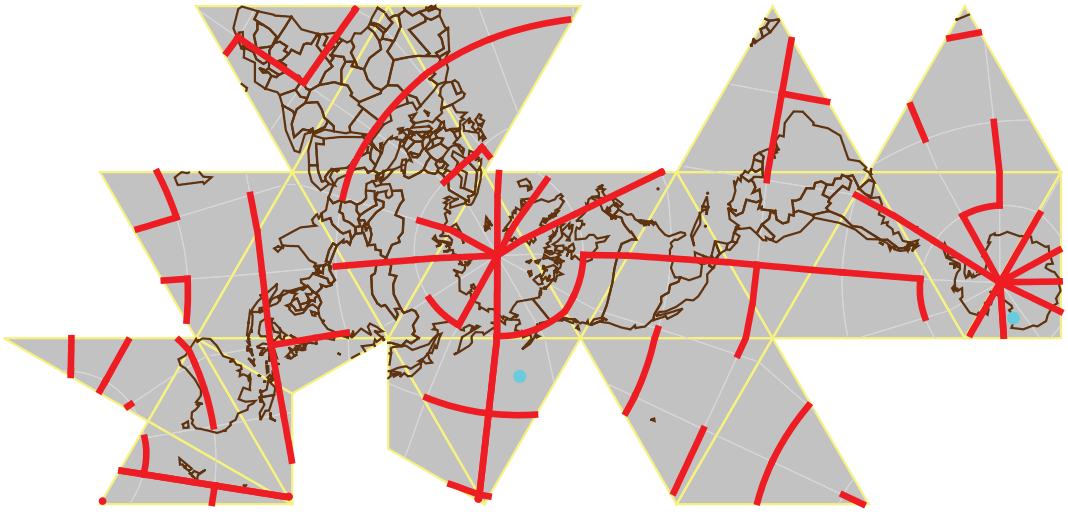


Rešitve: stran 22

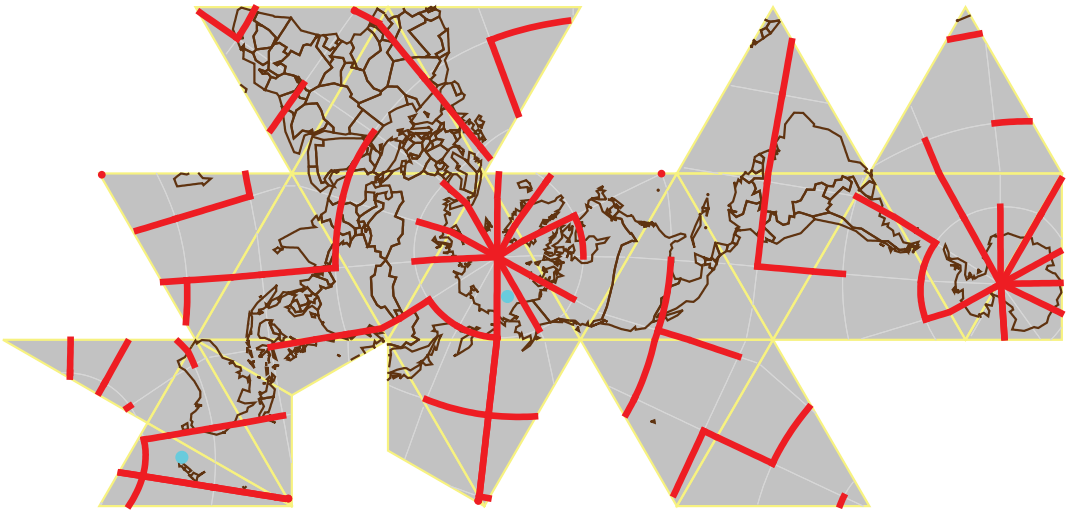
Labirinti na Fullerjevem »dimaxion« zemljevidu

Poveži modri piki (*rešitve: stran 23*):

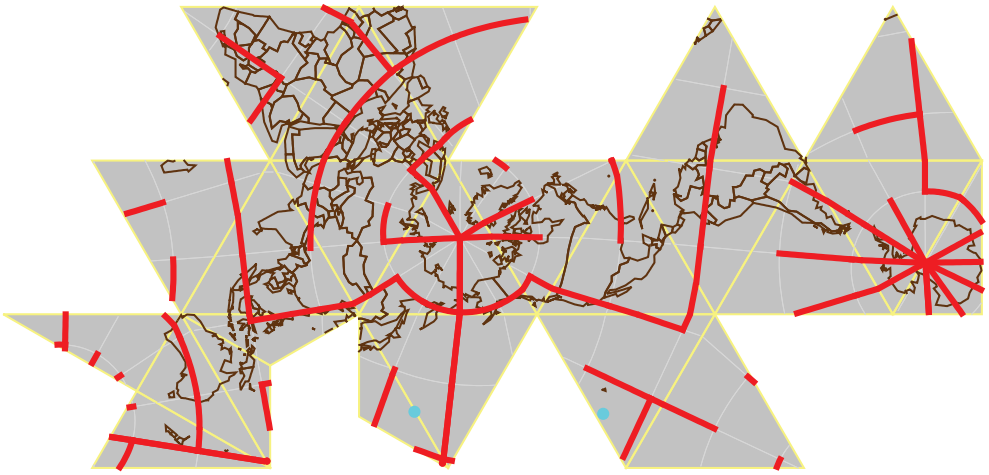
a)



b)

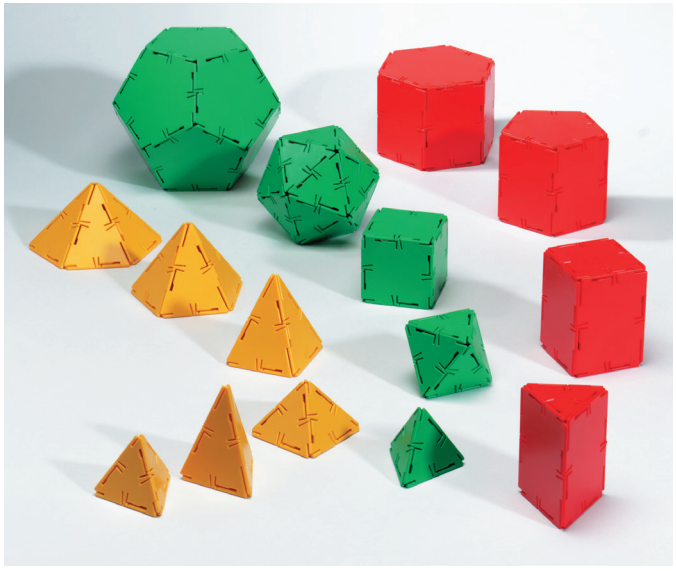


c)



Poliedri iz plastičnih ploščic

S plastičnimi ploščicami lahko sestavimo pravilne in delnopravilne poliedre, prizme, antiprizme ter različna tlakovanja.







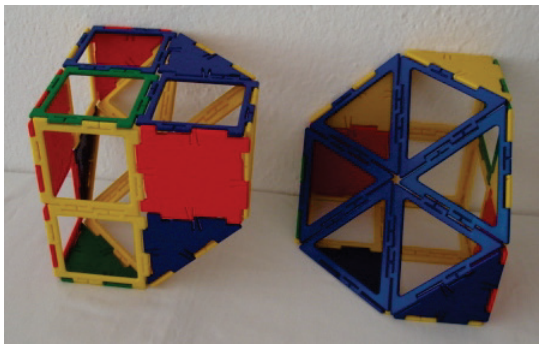
Tule pa predstavljamo še nekaj posebnosti.

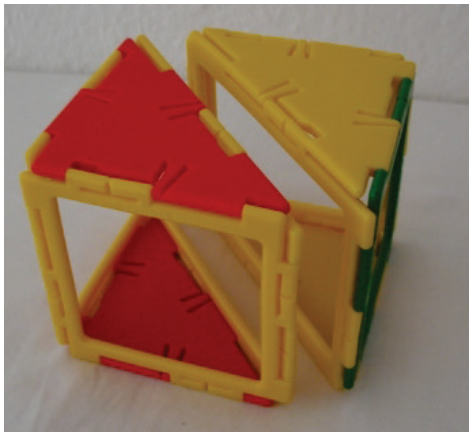
Kocko lahko razdelimo na četverec in štiri pokončne tristrane piramide:



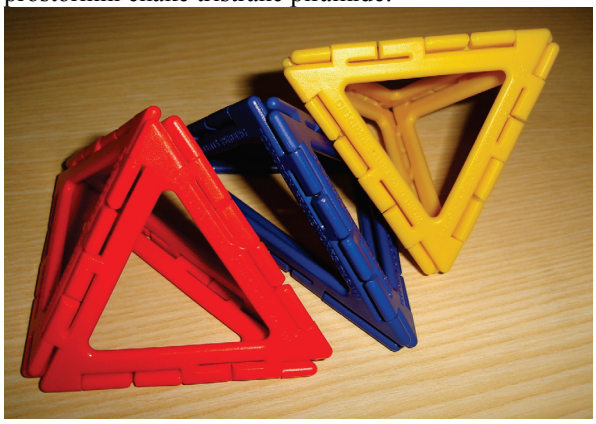
Kocko lahko razdelimo s pravokotnim presekom na dva skladna dela:

Kocko lahko razdelimo s šestkotnim presekom na dva skladna dela:

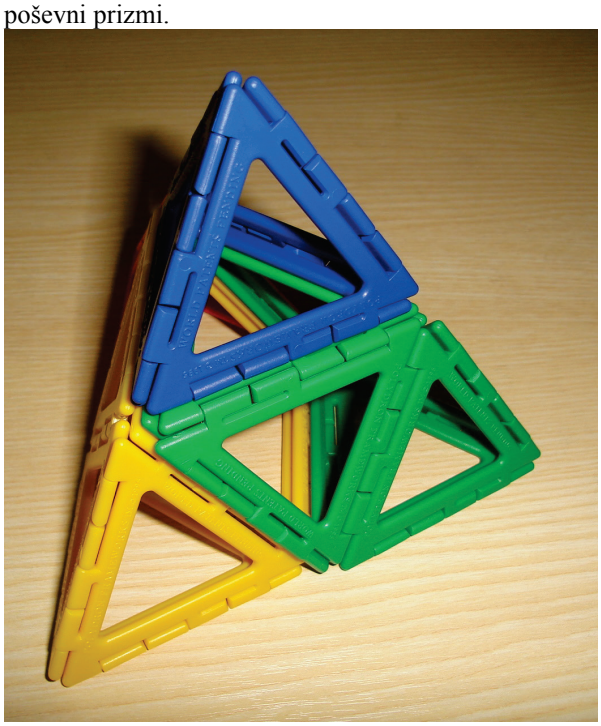




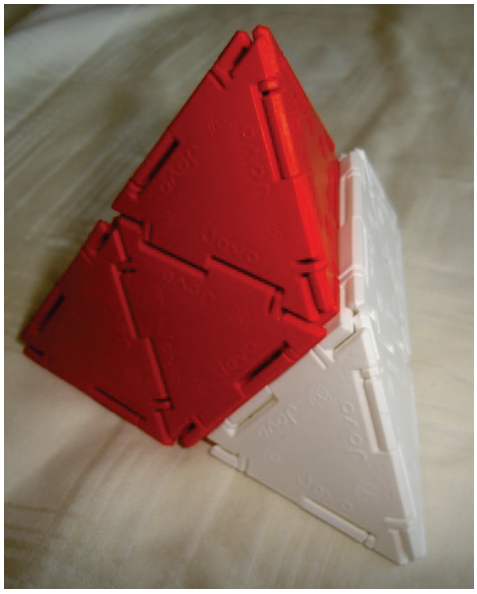
Poševno tristrano prizmo lahko razdelimo na tri po prostornini enake tristrane piramide:



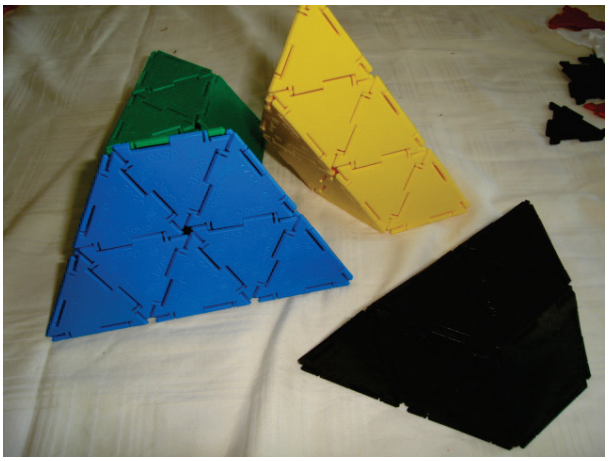
Tristrano piramido lahko razdelimo na dve manjši tristrani piramidi (podobni prvotni) in dve tristrani poševni prizmi.



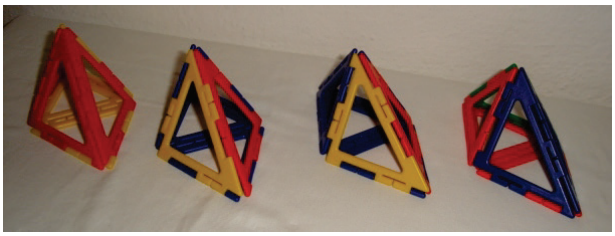
Razdelitev četverca na dva skladna dela:



Razdelitev četverca na štiri skladne dele:



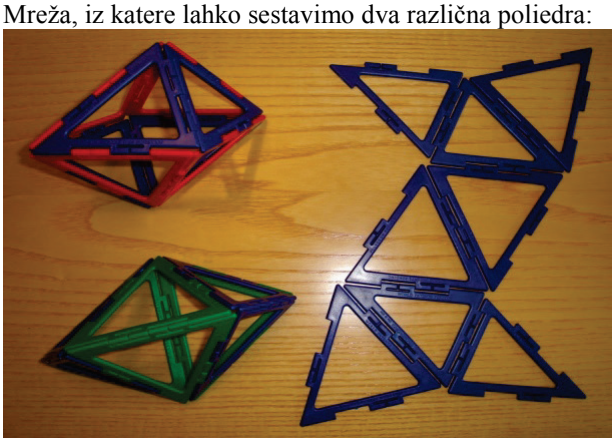
Še ena razdelitev četverca na štiri skladne dele:



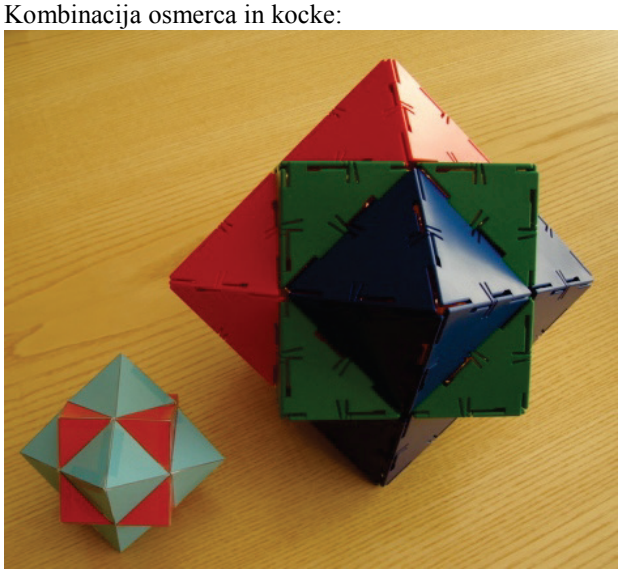
Iz štirih poševnih šeststranih prizem in štirih poševnih kvadratnih prizem lahko sestavimo prisekani osmerec.



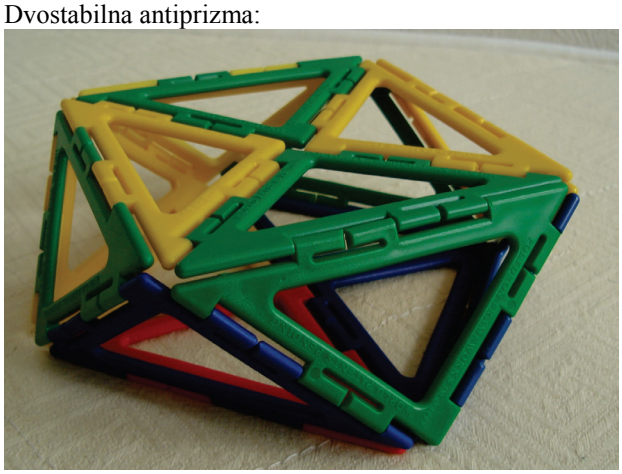
Mreža, iz katere lahko sestavimo dva različna poliedra:



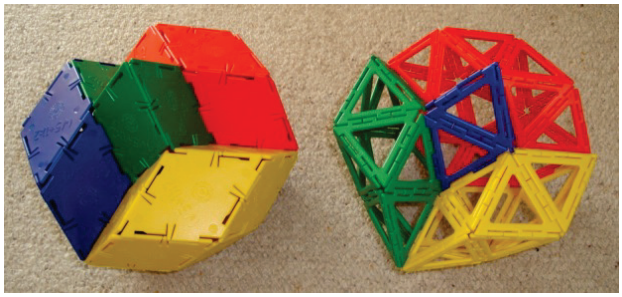
Kombinacija osmerca in kocke:

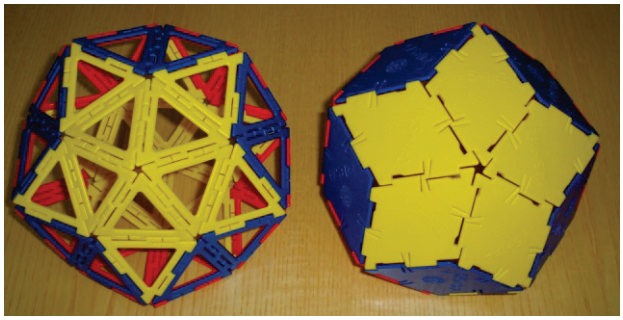


Dvostabilna antiprizma:

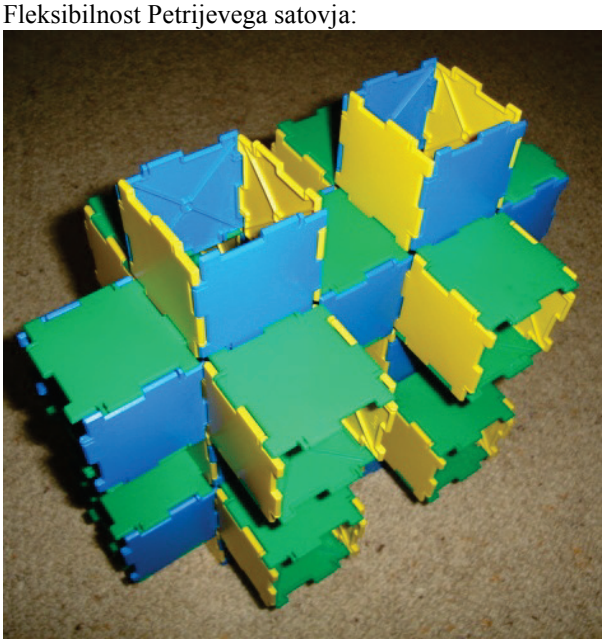


Če nimamo zlatih rombov, si lahko pomagamo z rombi iz dveh enakostraničnih trikotnikov.



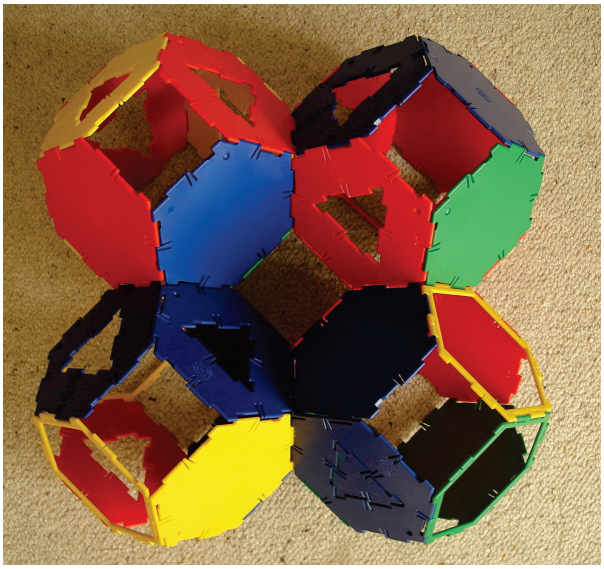


Fleksibilnost Petrijevega satovja:

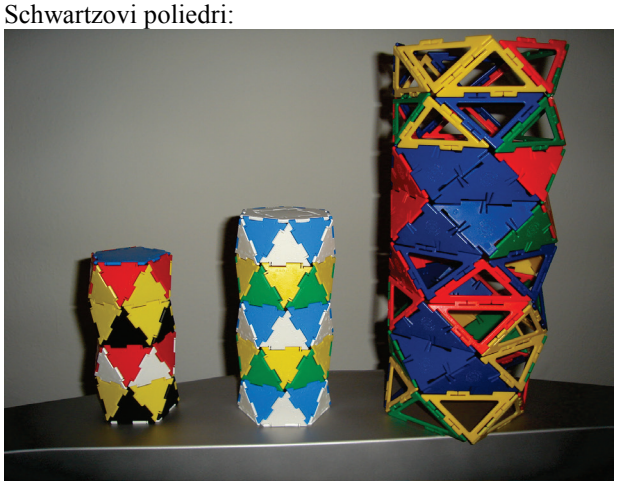


Dve satovji iz šestkotnikov:





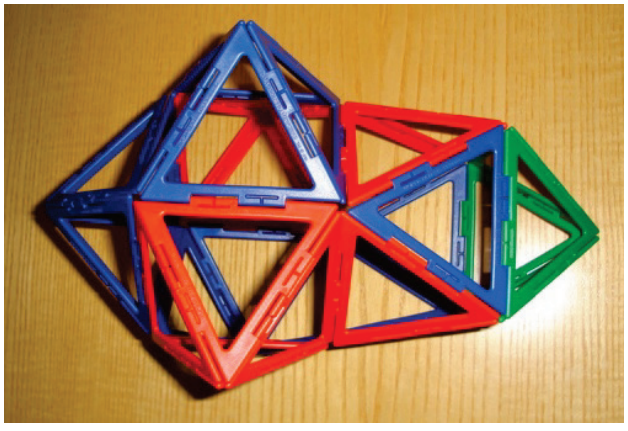
Schwartzovi poliedri:

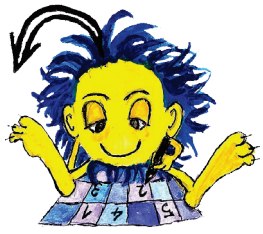


Infinitezimalno fleksibilen Schwartzov polieder:



Infinitezimalno fleksibilen Masonov deltaeder:





Infinitezimalno fleksibilen mali ozvezdeni dvanajsterec iz ploščic Jovo (odnos kraka in osnovnice je 2:1):



Piramida z dvema naklonoma:



Stopničasta piramida:



Logične naloge

1.

Štirje prijatelji (Miha, Janko, Izidor, Marko) z različnimi priimki (Gornik, Gorjak, Kranjc, Novak) imajo različne poklice (igralec, politik, policist, odvetnik).
Za vsakega določi ime, priimek in poklic, če veš:

1. Gornik ni ne policist ne igralec.
2. Janko ni ne igralec ne odvetnik.
3. Gorjak je po poklicu politik.
4. Marko ni odvetnik.
5. Miha je policist.
6. Kranjc ni po poklicu policist.

	Gornik	Gorjak	Kranjc	Novak	igralec	politik	policist	odvetnik
Miha								
Janko								
Izidor								
Marko								
igralec								
politik								
policist								
odvetnik								

ime	priimek	poklic
Miha		
Janko		
Izidor		
Marko		

2.

Trije prijatelji (Tone, Marko, Andrej) z različnimi priimki (Gorjak, Rop, Gorjup) so različnih poklicev (igralec, kuhar, ekonomist).
Za vsakega določi ime, priimek in poklic.

1. Gorjup ni ne kuhar ne igralec.
2. Marko ni igralec.
3. Rop ni po poklicu igralec.
4. Tone je kuhar.

	Gorjak	Rop	Gorjup	igralec	kuhar	ekonomist
Tone						
Marko						
Andrej						
igralec						
kuhar						
ekonomist						

ime	priimek	poklic
Tone		
Marko		
Andrej		

3.

Trije prijatelji (Janez, Peter, Tone) z različnimi priimki (Gorjak, Lipar, Grilj) so različnih poklicev (matematik, mizar, politik).
Za vsakega določi ime, priimek in poklic.

1. Gorjak ni ne politik ne mizar.
2. Lipar ni po poklicu mizar.
3. Peter ni matematik.
4. Tone je politik.

	Gorjak	Lipar	Grilj	matematik	mizar	politik
Janez						
Peter						
Tone						
matematik						
mizar						
politik						

ime	priimek	poklic
Janez		
Peter		
Tone		

4.

Trije prijatelji (Janez, Jure, Cene) z različnimi priimki (Gorjanc, Hafner, Gaber) so različnih poklicev (optik, policist, sodnik).
Za vsakega določi ime, priimek in poklic.

1. Gaber je po poklicu sodnik.
2. Janez se ne piše ne Hafner ne Gorjanc.
3. Gorjanc ni po poklicu policist.
4. Cene ni optik.

	Gorjanc	Hafner	Gaber	optik	policist	sodnik
Janez						
Jure						
Cene						
optik						
policist						
sodnik						

ime	priimek	poklic
Janez		
Jure		
Cene		

Nagrajenci iz prejšnje številke:

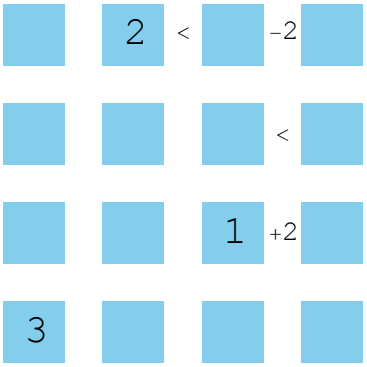
- EVA ŠTEFANČOČ, IL. BISTRICA
- TJAŽ SILOVŠEK, VELENJE
- ANJA STOPAR, LAŠKO
- JERNEJ KOBAL, RENČE
- NINA KUKOVIČIČ, SENOVO
- MATEJA BABIČ, ORMOŽ
- JANA MLINAREC, JESENICE

Rešitve: stran 23

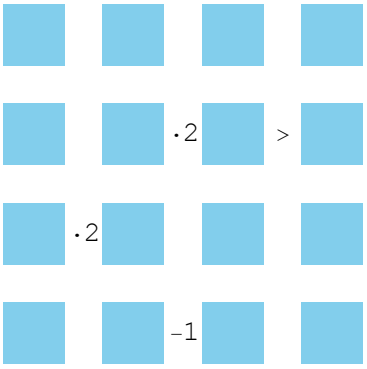
Futošiki

V n x n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n, tako da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopalo vseh n števil ter da bodo izpolnjene vse relacije. x|y pomeni, da x deli y, x·2y pomeni 2x=y, x+2y pomeni x+2=y ...

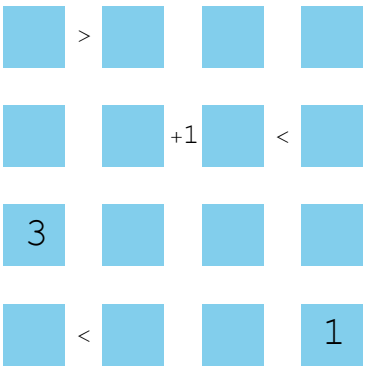
1.



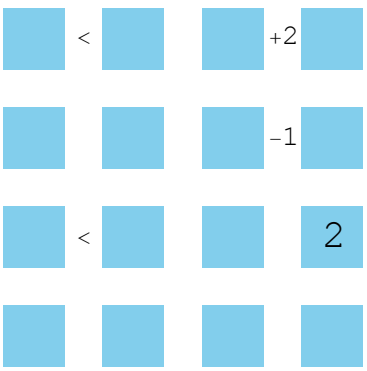
2.



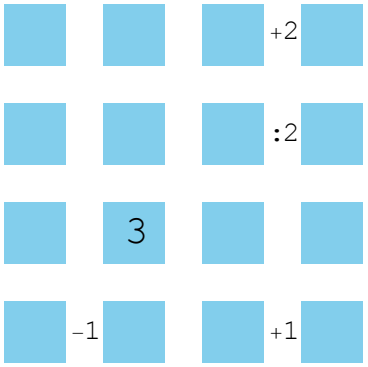
3.



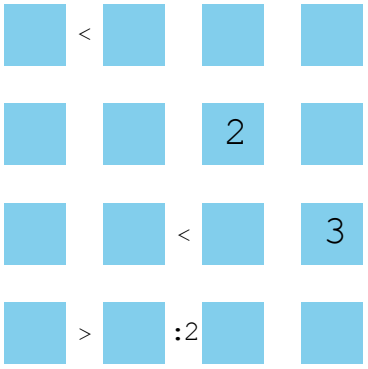
4.



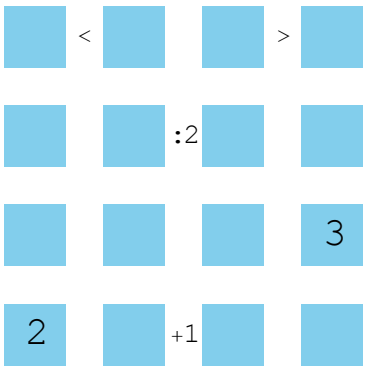
5.



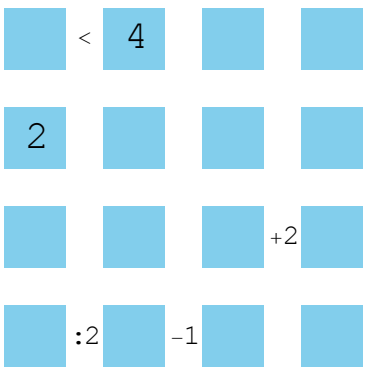
6.



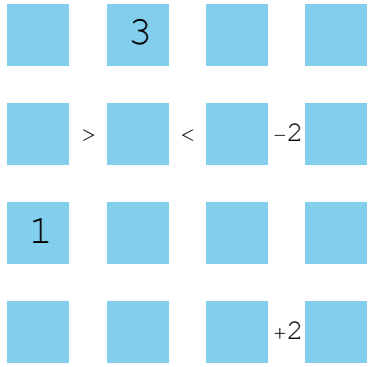
7.



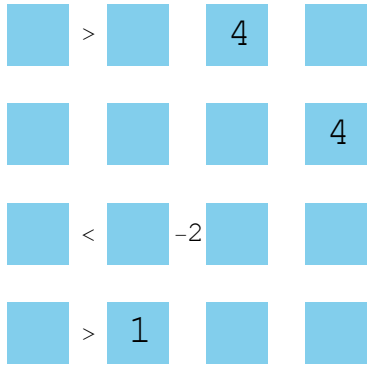
8.



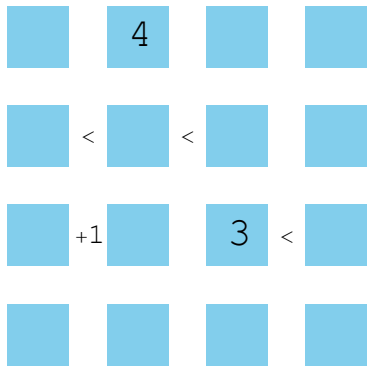
9.



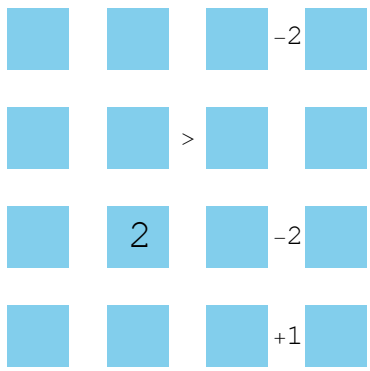
10.



11.



12.



13.

3	>		>	·2
		>		
			>	·2
4	>		2	

14.

		+1		
		>	<	
5		4	−1	
	>			
		+1		:2

15.

	2	<		
				−2
+2	3			
>		<	>	+2
		4		

16.

		+1	2	<
		5		<
5	>		<	1
				+1
			<	

17.

		>		+1
2				>
		<	5	
	<		>	−2

18.

		−1		
			−1	
	>	<	5	>
3	>			<
	5			2

19.

		>		
				+1
			3	+2
2				<
1	<	>	5	>

20.

	<		<	5
4			>	1
	<	2	<	
				+2
			<	

21.

2	5				
	3	4		<	5
	+1		3		
			4		+2
			3		−1

22.

		3			5
2		6			
6	2			>	
	−2		+2		1
			2		
	>				

23.

	3				1
	<				−1 4
6	2		<		
		1		4	
			+2		5

24.

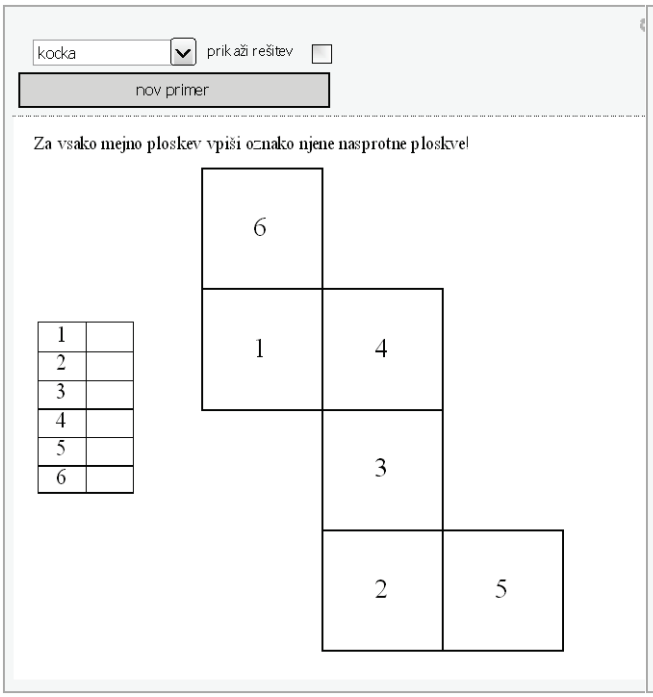
	2		4		5
2					
	1				+2
3	6		>		
				3	>
			+2		

Rešitve: stran 23

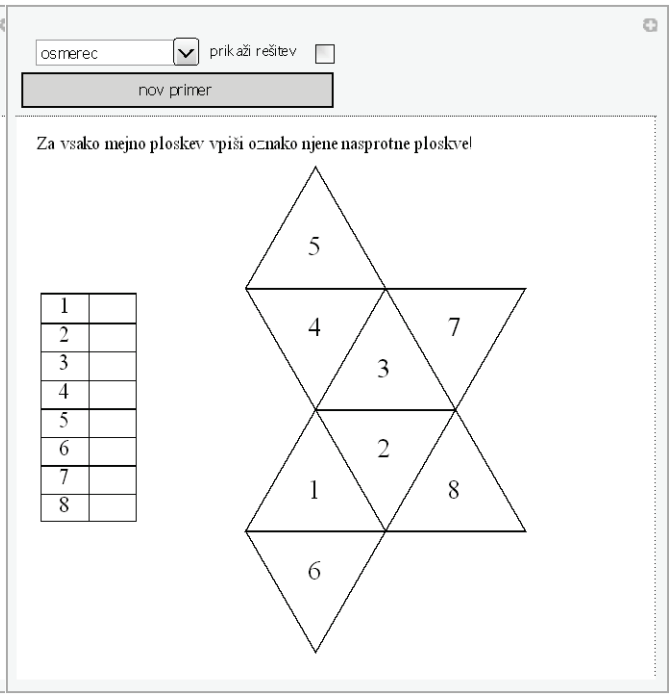


Poišči nasprotne mejne ploskve

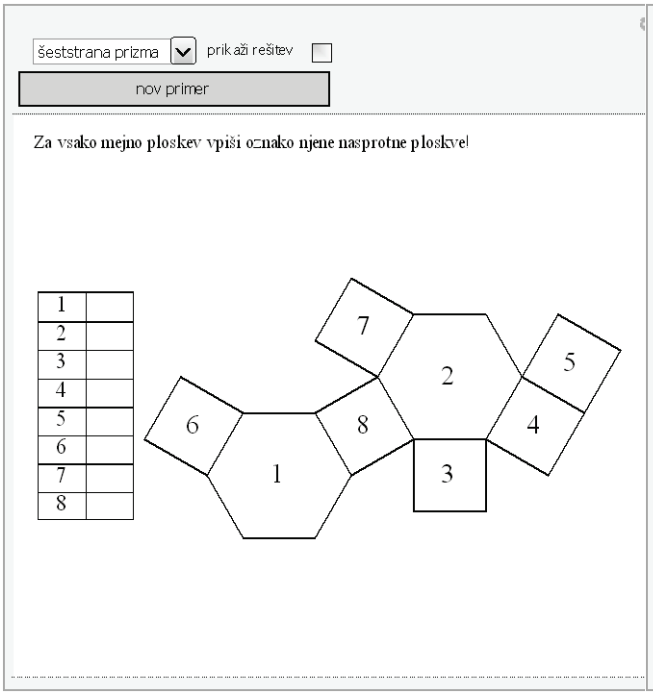
1.



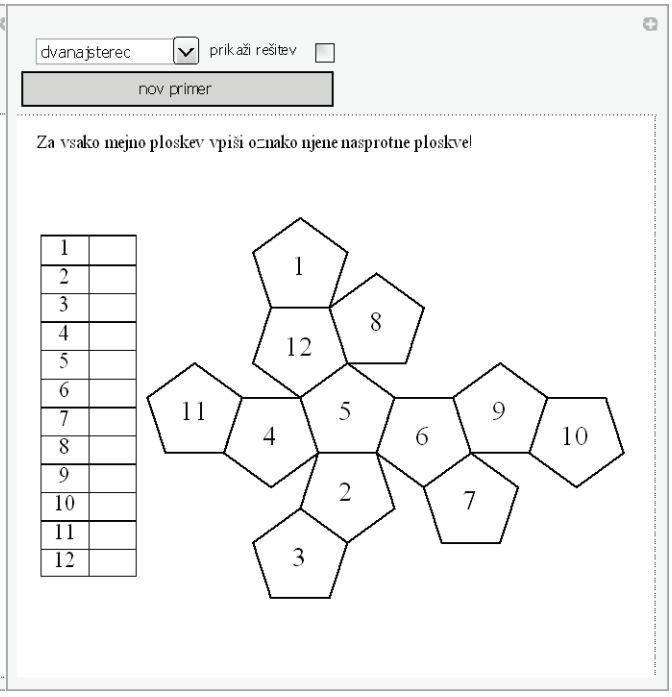
3.



2.



4.



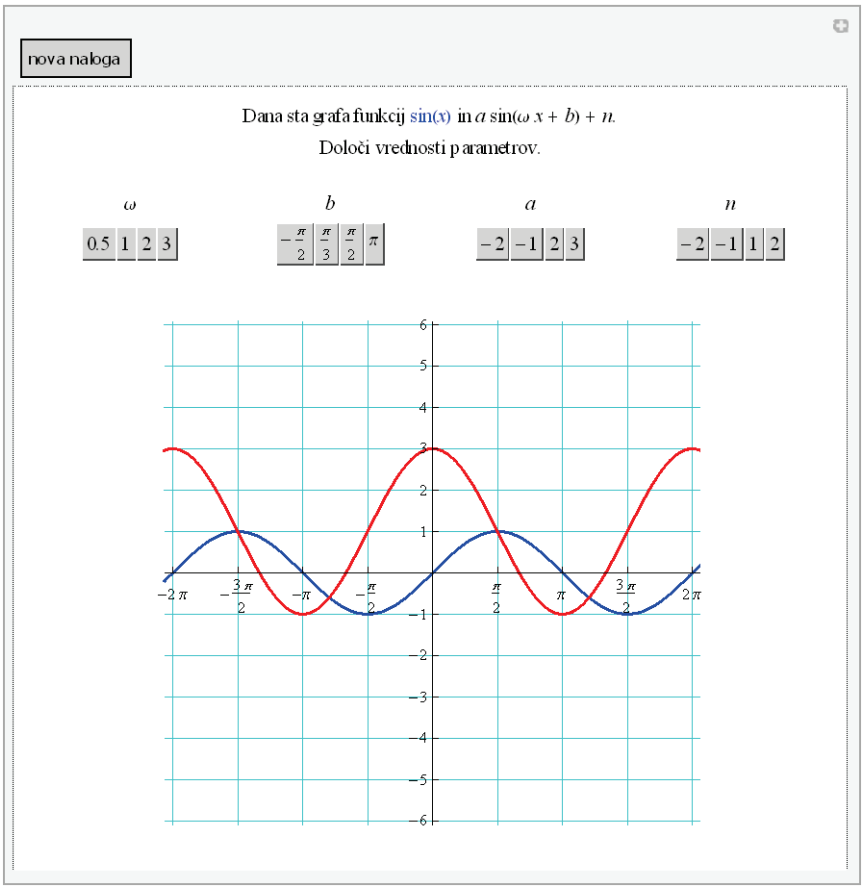
Referenca:
Izidor Hafner
"Find the Opposite Face"
http://demonstrations.wolfram.com/FindTheOppositeFace/
Wolfram Demonstrations Project

Rešitve: www.logika.si

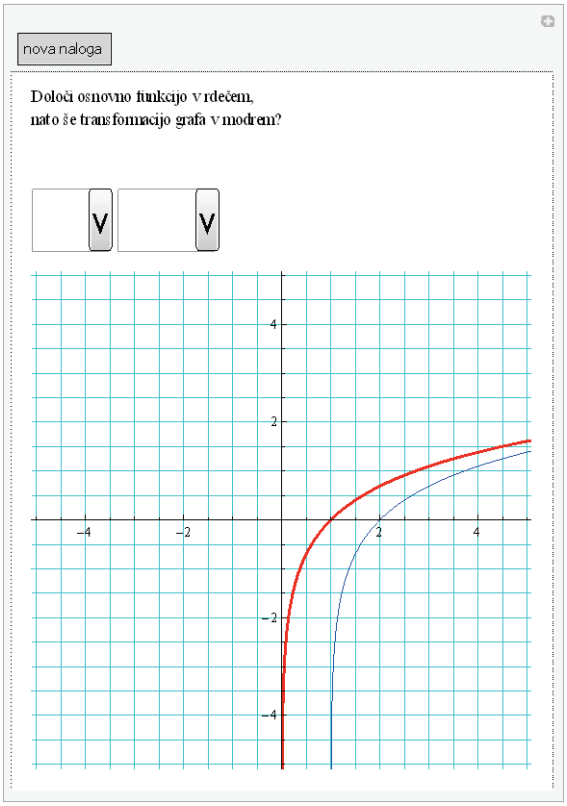
Grafi funkcij in njihove transformacije

V naslednjih nalogah bomo uporabili nekaj demonstracij, napisanih v mathematici.

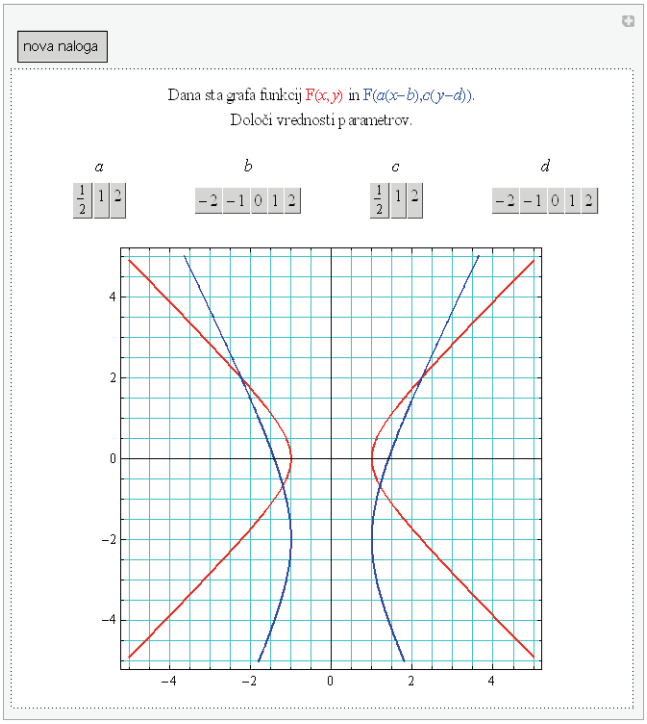
1.



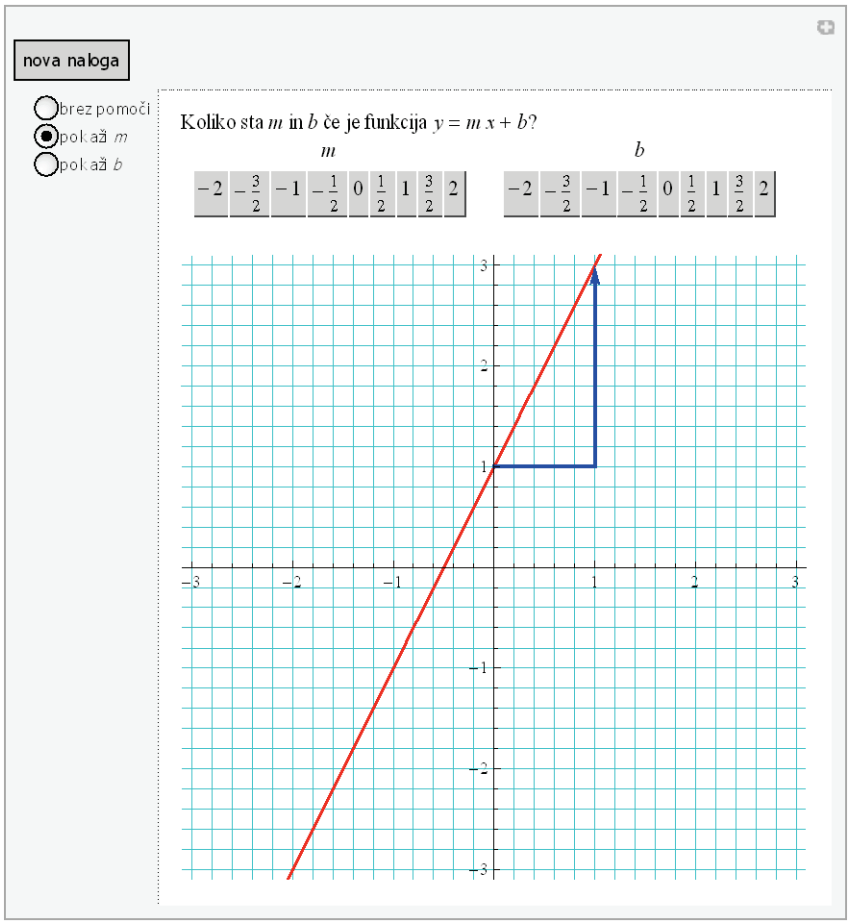
2.



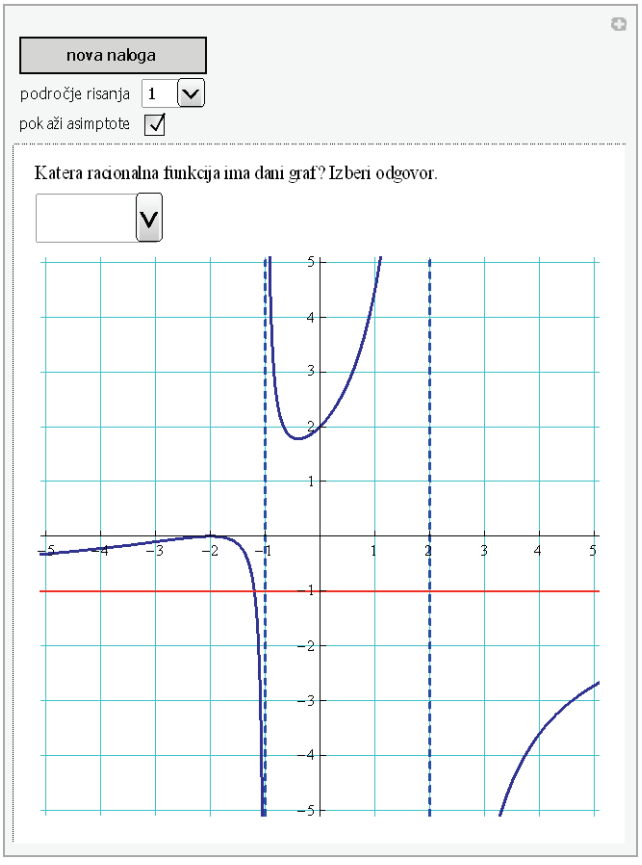
3.



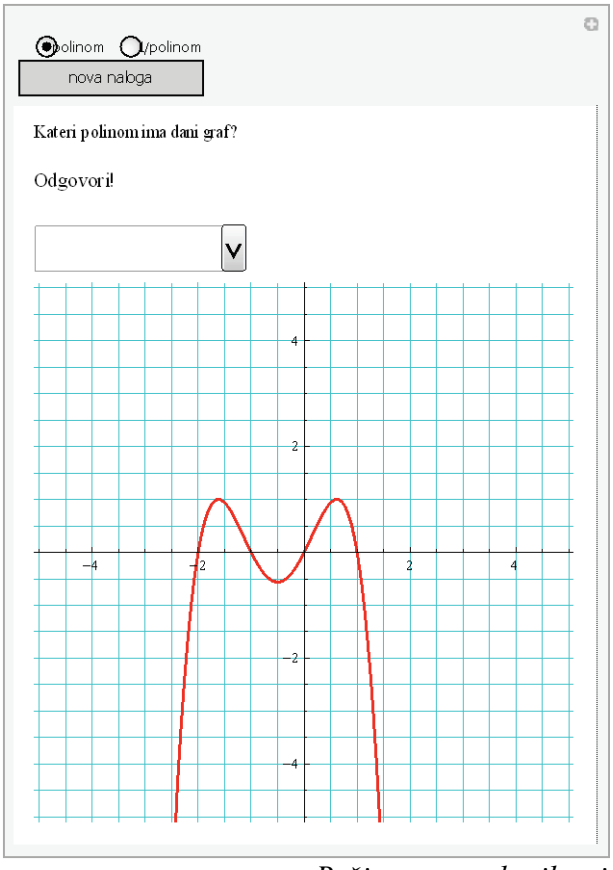
4.



5.



6.



Rešitve: www.logika si

Rešitve

Stran 7: Ploščina paralelograma in trikotnika: 16, 12

Stran 8: Barvni sudoku

1.

2	1	3
1	3	2
3	2	1

2.

3	2	1
1	3	2
2	1	3

3.

1	2	3
2	3	1
3	1	2

4.

2	3	1
3	1	2
1	2	3

5.

1	2	3
2	3	1
3	1	2

6.

1	3	2
3	2	1
2	1	3

7.

2	1	3	4
1	3	4	2
3	4	2	1
4	2	1	3

8.

1	4	3	2
2	1	4	3
3	2	1	4
4	3	2	1

9.

4	3	1	2
3	4	2	1
2	1	4	3
1	2	3	4

10.

4	1	3	2
3	2	4	1
2	4	1	3
1	3	2	4

11.

1	3	4	2
2	4	1	3
4	2	3	1
3	1	2	4

12.

3	1	4	2
1	3	2	4
2	4	3	1
4	2	1	3

13.

3	4	1	2
2	3	4	1
4	1	2	3
1	2	3	4

14.

1	3	2	4
2	1	4	3
4	2	3	1
3	4	1	2

15.

4	3	1	2
2	1	3	4
3	4	2	1
1	2	4	3

16.

1	4	3	5	2
3	1	2	4	5
5	3	1	2	4
2	5	4	1	3
4	2	5	3	1

17.

2	1	4	3	5
1	4	2	5	3
5	3	1	2	4
4	5	3	1	2
3	2	5	4	1

18.

4	1	5	3	2
5	2	3	1	4
1	3	4	2	5
2	4	1	5	3
3	5	2	4	1

19.

4	5	3	2	1
1	2	4	5	3
3	4	5	1	2
5	1	2	3	4
2	3	1	4	5

20.

3	2	1	5	4
2	3	4	1	5
4	5	2	3	1
1	4	5	2	3
5	1	3	4	2

21.

2	5	3	1	4
1	4	5	3	2
5	1	2	4	3
3	2	4	5	1
4	3	1	2	5

22.

3	4	2	1	5
4	2	1	5	3
2	3	5	4	1
1	5	3	2	4
5	1	4	3	2

23.

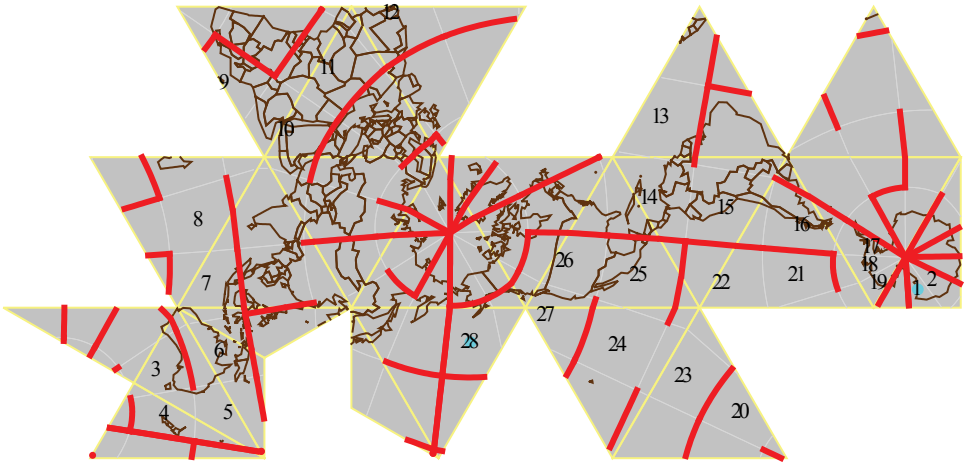
5	1	2	4	3
1	2	4	3	5
3	4	5	2	1
4	5	3	1	2
2	3	1	5	4

24.

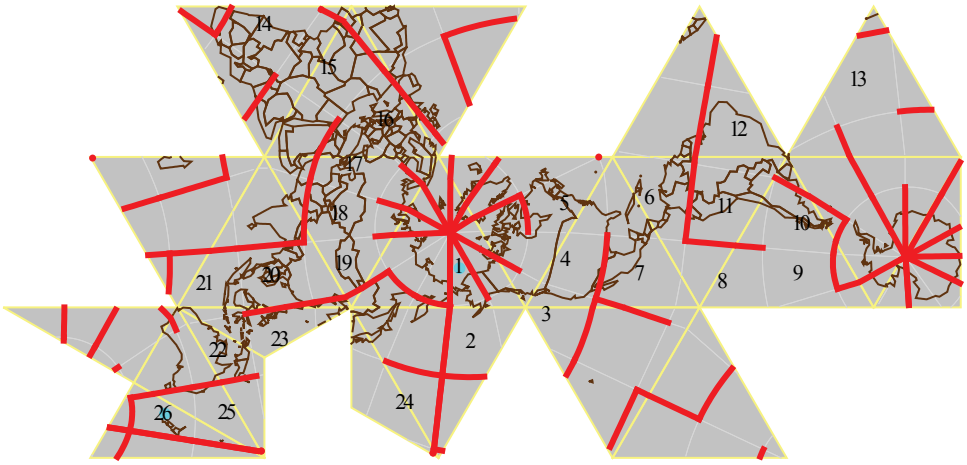
1	3	4	2	5
2	4	5	3	1
3	5	1	4	2
5	2	3	1	4
4	1	2	5	3

Stran 8: Labirinti na Fullerjevem »dimaxion« zemljevidu

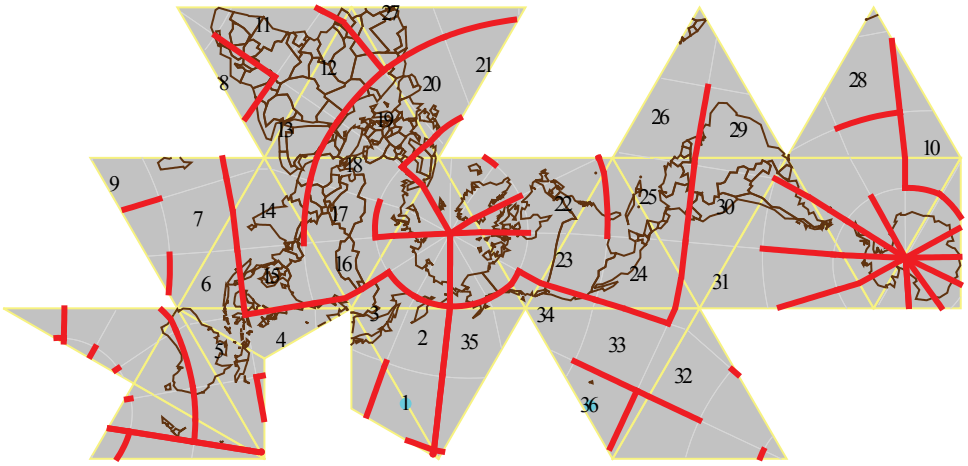
a)



b)



c)



Stran 15: Logične naloge

1.
Marko, Kranjc, igralec;
Janko, Gorjak, politik;
Miha, Novak, policist;
Izidor, Gornik, odvetnik

2.
Andrej, Gorjak, igralec;
Tone, Rop, kuhar;
Marko, Gorjup, ekonomist

3.
Janez, Gorjak, matematik;
Peter, Grilj, mizar;
Tone, Lipar, politik

4.
Jure, Gorjanc, optik;
Cene, Hafner, policist;
Janez, Gaber, sodnik

Stran 17: Futoši

1.

4	2	3	1
1	3	2	4
2	4	1	3
3	1	4	2

2.

4	1	3	2
3	2	4	1
2	4	1	3
1	3	2	4

3.

4	1	2	3
1	2	3	4
3	4	1	2
2	3	4	1

4.

1	3	2	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	2	3	1

5.

4	2	1	3
3	4	2	1
1	3	4	2
2	1	3	4

6.

1	4	3	2
4	3	2	1
2	1	4	3
3	2	1	4

7.

1	4	3	2
3	2	1	4
4	1	2	3
2	3	4	1

8.

1	4	3	2
2	3	4	1
3	1	2	4
4	2	1	3

9.

4	3	2	1
3	1	4	2
1	2	3	4
2	4	1	3

10.

3	2	4	1
2	3	1	4
1	4	2	3
4	1	3	2

11.

3	4	1	2
2	3	4	1
1	2	3	4
4	1	2	3

12.

3	1	4	2
2	3	1	4
4	2	3	1
1	4	2	3

13.

1	2	4	3	5
3	1	5	2	4
2	5	1	4	3
5	4	3	1	2
4	3	2	5	1

14.

1	2	3	5	4
2	5	1	4	3
5	1	4	3	2
4	3	2	1	5
3	4	5	2	1

15.

4	2	5	3	1
2	4	1	5	3
1	3	2	4	5
5	1	3	2	4
3	5	4	1	2

16.

1	3	4	2	5
3	4	5	1	2
5	2	3	4	1
2	5	1	3	4
4	1	2	5	3

17.

5	4	1	2	3
2	5	4	3	1
3	1	2	5	4
4	2	3	1	5
1	3	5	4	2

18.

1	3	2	5	4
5	4	3	2	1
2	1	5	4	3
3	2	4	1	5
4	5	1	3	2

19.

3	5	2	4	1
5	1	4	2	3
4	2	1	3	5
2	3	5	1	4
1	4	3	5	2

20.

3	4	1	5	2
4	3	5	2	1
1	2	3	4	5
2	5	4	1	3
5	1	2	3	4

21.

2	5	3	1	4	6
1	3	4	2	6	5
3	4	1	6	5	2
6	1	2	5	3	4
5	2	6	4	1	3
4	6	5	3	2	1

22.

4	6	3	1	2	5
2	5	6	3	1	4
6	2	1	5	4	3
5	3	2	4	6	1
1	4	5	2	3	6
3	1	4	6	5	2

23.

4	3	5	6	2	1
1	6	3	2	5	4
6	2	4	5	1	3
5	4	6	1	3	2
2	5	1	3	4	6
3	1	2	4	6	5

24.

6	2	3	4	1	5
2	4	1	5	6	3
5	1	2	3	4	6
3	6	5	1	2	4
4	5	6	2	3	1
1	3	4	6	5	2

Izdaja: Založniško podjetje **LOGIKA d.o.o., Svetčeva pot 11, 1241 Kamnik**. Poslovni račun pri NLB: 02312-0016592829. Davčna številka: SI56917309. Podjetje je obvezni zavezanec po zakonu o DDV. Za izdajatelja*: Izidor Hafner*.
E-mail: **logika@siol.net**.
Spletna stran: **http://www.logika.si**.
Revija *Logika & razvedrilna matematika* je vpisana v register medijev pri Ministrstvu za kulturo pod številko 759. Revijo je sofinanciralo **Ministrstvo za izobraževanje, znanost, kulturo in šport.** Strokovni pokrovitelj: *Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko - oddelek za teoretično računalništvo*.

Glavni in odgovorni urednik: *dr. Izidor Hafner* (**http://matematika.fe.uni-lj.si/people/izidor/homepage/**)
Člana časopisnega sveta: *prof. dr. Tomaž Pisanski in Darjo Felda, prof.* Recenzent: *Vilko Domajnko, prof.*
Sodelavci: *mag. Urša Demšar, dr. Gregor Dolinar, Petra Grošelj, Monika Kavalir, dr. Meta Lah, Boštjan Kuzman,Teja Oblak, Hiacinta Pintar, Maja Pohar, mag. Katka Šenk in dr. Aleš Vavpetič*.
Oblikovanje: *Ana Hafner*
Jezikovni pregled: *Barbara Janežič Bizant*
Tisk: *Tiskarna Littera picta*, Rožna dolina c. IV/32-36, Ljubljana. Naklada: 600 izvodov.

Za objavljene prispevke ne plačujemo honorarjev.

© 2013 LOGIKA d.o.o.
ISSN 0354 0359
LOGIKA & RAZVEDRILNA MATEMATIKA, letnik XXII, št. 4 od 4, 2012/2013
Cena revije: letna naročnina **17 €** (8,5% DDV je vključen). Posameznih številk ne prodajamo. Naročnina za posameznike velja do pisnega preklica.