SEDMI LETNIK — 1997–1998 – 1

LOGIKA

&

RAZVEDRILNA MATEMATIKA

Revijo sta za splet pripravila Nada in Marko Razpet
na podlagi datotek, ki jih je izdelal Darjo Felda.

V S E B I N A

Težke naloge za vse generacije 3

Logične naloge 7

Pravila izpeljevanja pri tabelaričnih nalogah 21

Program za sestavljanje logičnih nalog 27

Učna načrta za predmet Logika 33

Matematične križanke 37

Matematična tekmovanja osnovnošolcev na Hrvaškem 40

Evropski matematični kenguru 44

Matematična naloga – nekaj algebre in več geometrije 52

Mednarodno iskanje matematičnih talentov 54

Izdaja: Založniško podjetje LOGIKA d.o.o., Svetčeva 11, 1240 Kamnik,
št. žiro računa: $50140 - 603 - 57434$

Za izdajatelja: Izidor Hafner

Revija *Logika & Razvedrilna matematika* je vpisana v register časopisov pri *Uradu za informiranje* pod registrsko številko *949*. Po mnenju *Urada za informiranje* št. *23/89–92* šteje revija *Logika & Razvedrilna matematika* med proizvode informativnega značaja, za katere se plačuje davek od prometa po stopnji 5%.

Revijo *Logika & Razvedrilna matematika* subvencionira *Ministrstvo za šolstvo in šport*

Člani časopisnega sveta: prof. dr. Frane Jerman, prof. dr. Tomaž Pisanski in Darjo Felda, prof.

Strokovni pokrovitelj: Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko – Oddelek za teoretično računalništvo

Glavni in odgovorni urednik: dr. Izidor Hafner

Sodelavci: Urša Demšar, Gregor Dolinar, Urška Drčar, Petra Ipavec, Dušanka Kocić, Katka Kurent, Meta Lah, Nika Novak, Hiacinta Pintar, Maja Pohar, Tanja Soklič, Mirjana Todorovič in Aleš Vavpetič

Jezikovni pregled: računalniški program *Besana*

Generalni sponzor: Marand d.o.o., zastopstvo Borland

Tisk: Tiskarna "Planprint", Rožna dolina c. IV/32–36, Ljubljana

Ilustrirala: Ana Hafner

Naklada: 2500 izvodov

© 1997 LOGIKA d.o.o.

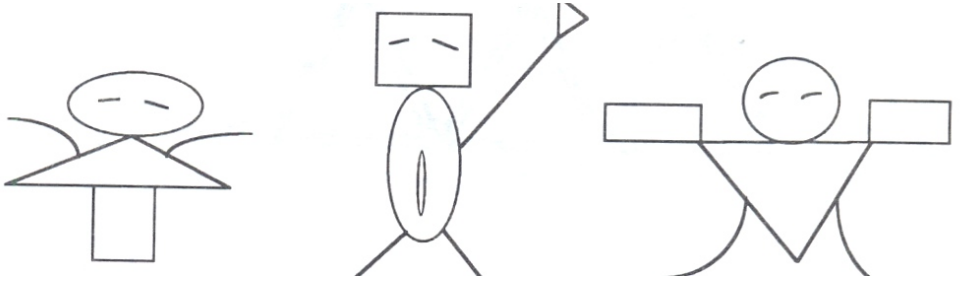
ISSN $0354 - 0359$

LOGIKA & RAZVEDRILNA MATEMATIKA
letnik *VII*, št. 1, 1997/98

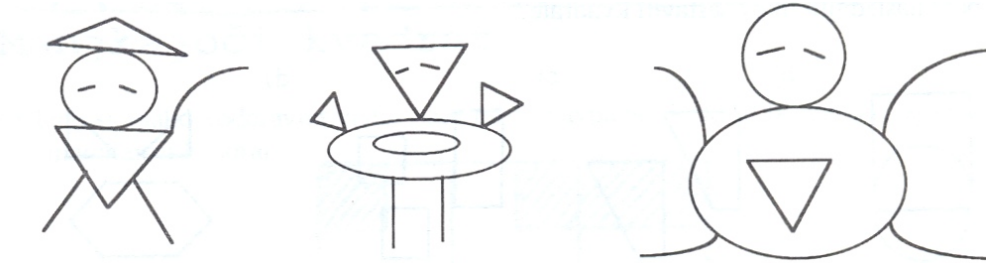
Cena revije: v prosti prodaji 400 SIT, letna naročnina 2200 SIT
(5% prometni davek je vključen)

Težke uganke za vse generacije

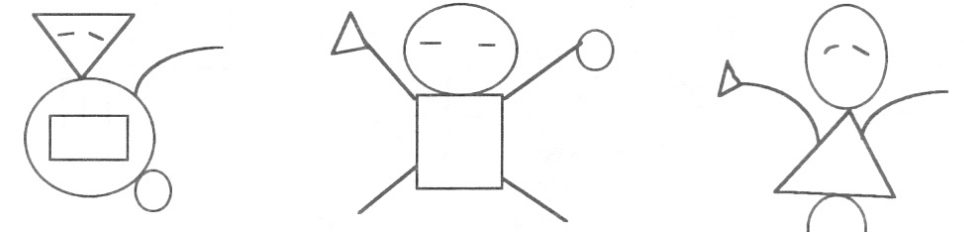
Marsovci



Tole so Marsovci. Vsi Marsovci imajo nekaj skupnega.



Tile niso Marsovci.



a) Bubu b) Huri c) Drmr

Kateri od teh so Marsovci?

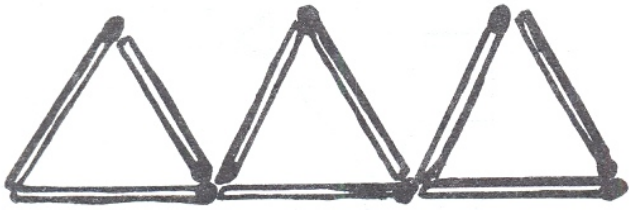
Manjkajoče število

Katero število manjka?

4 8 9 27 16 ? 25 125

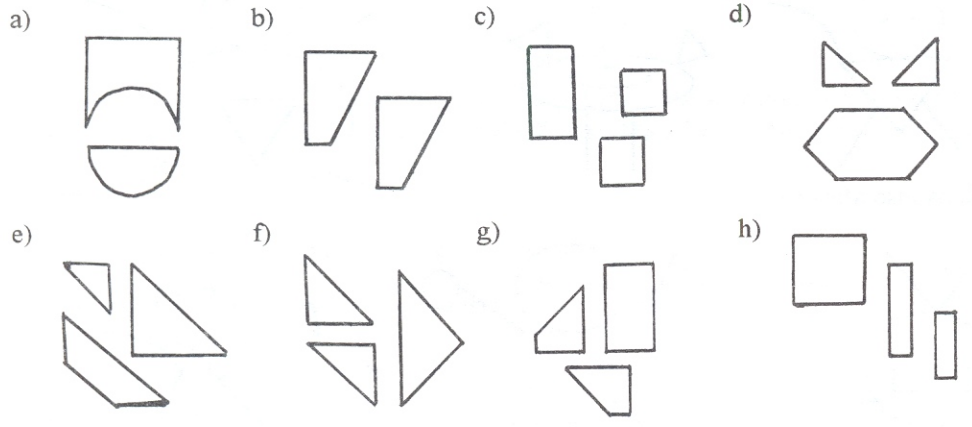
Vžigalice

Iz devetih vžigalic lahko naredimo tri trikotnike. Kako bi s premikom treh vžigalic dobili pet trikotnikov?



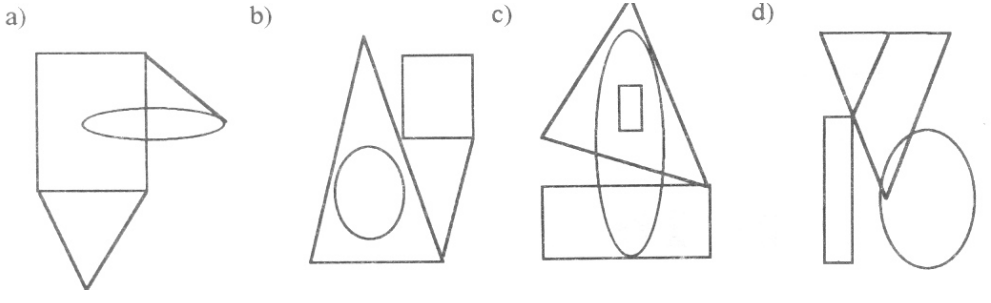
Kvadrati

Kako bi iz naslednjih likov sestavili kvadrate?



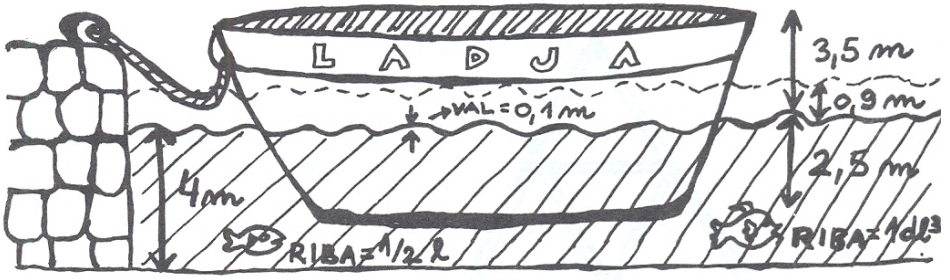
Neustrezen lik

Kateri od naslednjih likov ne spada k ostalim?



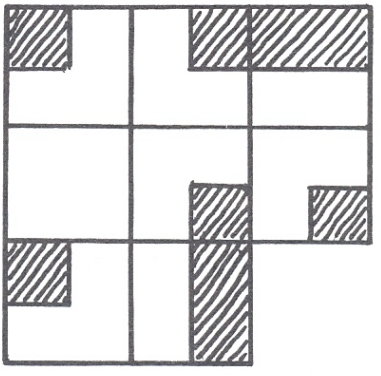
Ladja

Ladja je privezana na obalo, kjer je morje globoko 4 metre. Ladjinega trupa je pod gladino morja 250 cm, nad morjem pa 3 in pol m. Popoldne pride plima, zato se gladina vode zviša za 90 cm. Koliko ladje je zdaj pod in nad morjem?

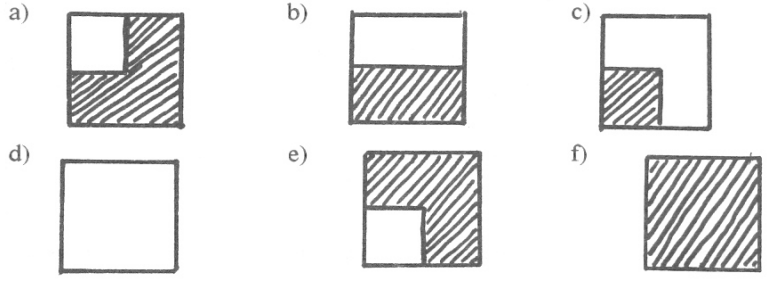


Manjkajoči kvadrat

Oglejte si vsako vodoravno vrsto, nato pa še navpične. Kakšen bi najbolj logičen moral biti manjkajoči kvadrat?



Izberite med

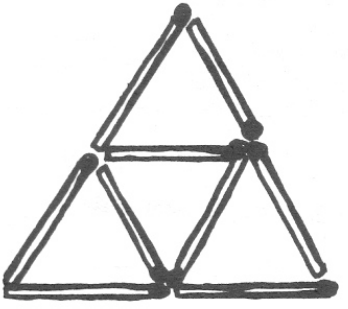


REŠITVE

Marsovci: a, b ("telo" vsebuje pravokotnike)

Manjkajoče število: 64

Vžigalice:



Neustrezen lik: b (v njem se nobeni črti ne sekata)

Ladja: pod morjem 250 cm, nad morjem 350 cm

Manjkajoči kvadrat: e

Logične naloge

PISATELJI

V literarnem krožku so se pogovarjali o petih pisateljih in njihovih znanih delih. Marjetka si je vse skozi delala zapiske, vendar pa je doma ugotovila, da so njeni zapiski skrajno nepregledni. Obupana je spoznala, da iz njih še tega ne more ugotoviti, kako je bilo kateremu pisatelju ime in kdaj se je rodil. Prav tako ni vedela, katero delo je kdo napisal in zvrsti del. Kmalu pa je ugotovila, da si s svojimi obupnimi zapiski vseeno lahko pomaga.
Najprej je sistematično razvrstila podatke:

Priimki: de Montemayor, Ousmane, Hansson, Hawthorne, Johnson
Imena: Samuel, Jorge, Ola, Sembene, Nathaniel
Letnice rojstva: 1923, 1709, 1804, 1520, 1860
Imena del: Škrlatno znamenje, Življenje pesnikov, Sensitiva amorosa, Poslednji iz cesarstva, Diana
Zvrst: esej, realistični roman, črtice, družbeni roman, pastirski roman

Nato jih je na podlagi svojih zapiskov s pomočjo logičnega sklepanja pravilno razporedila.

1. Samuel se ne piše Ousmane niti Hawthorne, ni se rodil leta 1860 in ni napisal družbenega romana.
2. Jorge se piše de Montemayor ali Hansson. Ni se rodil niti 1709 niti 1860.
3. Ola se piše Hansson ali de Montemayor.
4. Sembene se ne piše Hawthorne. Ni se rodil niti 1520 niti 1860.
5. Nathaniel je napisal ali realistični ali pa pastirski roman.
6. Ousmane se ni rodil 1709. leta. Tega leta se ni rodil niti avtor črtic niti avtor realističnega romana.
5. Leta 1804 se ni rodil niti avtor Poslednjega iz cesarstva niti avtor Diane.
6. 1860 ni leto Hawthornovega rojstva. Istega leta se ni rodil družbeni romanopisec.
7. Tudi leto 1520 ni pomembno za Hawthorna. Ta pisatelj ni napisal del z imeni Življenje pesnikov ter Sensitiva amorosa. Njegovo delo ni bil pastirski roman.
10. Leto 1520 ne zaznamuje niti avtorja črtic niti družbenega romanopisca. To ni letnica rojstva Hanssona niti avtorja dela Življenje pesnikov.
11. Črtice se imenujejo Sensitiva amorosa ali Škrlatno znamenje.
12. Realistični romanopisec se ni rodil 1923. leta.
13. Delo z naslovom Poslednji iz cesarstva ni pastirski roman.

DRAŽBA

Pol ure pred zašetkom dražbe v eni najbolj znanih dražbenih hiš je prišlo do velike zmede. Ker tajnica ni znala delati z računalnikom, so se podatki za pet umetnin pomešali, s slik pa jih zaradi nečitljivih podpisov in pisav niso mogli razbrati. Eden od uslužbencev je zato ostale povprašal, če se kakšnih podatkov morda še spomnijo. S skupnimi močmi so sestavili seznam slik: Blaga tropska pokrajina, Pinija ob morju, Pot v zeleno, Ženska, ki bere pismo in Beraški deček. Umetnine so nastale v letih 1918, 1939, 1921, 1657 in 1650. Naslikali so jih Sutherland, Carra, Klee, Vermeer in Meerillo iz Nemčije, Velike Britanije, Nizozemske, Španije in Italije. Posamezni uslužbenci pa so se spomnili še nekaterih malenkosti. S pomočjo le-teh ter logičnega sklepanja jim je uspelo problem rešiti še pred zašetkom dražbe. Bi uspelo tudi vam?

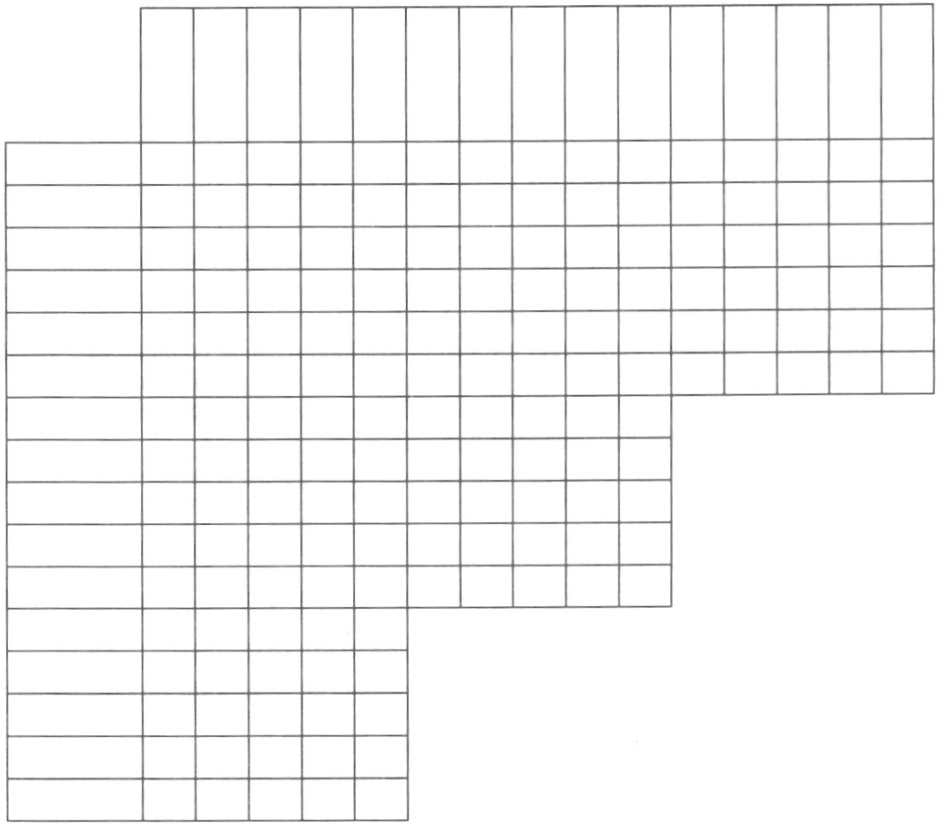
1. Umetnine iz leta 1918 ni narisal Španec. Ta umetnina ni Ženska, ki bere pismo.
2. Leta 1939 niso nastale Blaga tropska pokrajina, Ženska, ki bere pismo in Pinija ob morju. Zadnja ni nastala leta 1650.
3. Umetnina iz Nemčije ni nastala ne 1939. leta niti 1657. leta. Naslikal je ni niti Meerillo niti Carra.
4. Z umetnino, nastalo leta 1921, se ne moreta pohvaliti Klee in Meerillo. Ta umetnina se ne imenuje Blaga tropska pokrajina ne Ženska, ki bere pismo.
5. Umetnini iz Italije in Španije nista nastali leta 1939.
6. Meerillo ni Britanec niti Italijan. On ni naslikal Pinije ob morju niti Ženske, ki bere pismo.
7. Ženska, ki bere pismo ni bila naslikana 1650. leta. Njen avtor ni Klee. Slikar ne prihaja iz Španije ne iz Italije.
8. Slika iz 1657 ni britanska. Sutherland in Carra nista njena avtorja. Sutherland se ne ponaša z Beraškim dečkom.
9. Blaga tropska pokrajina ne prihaja iz Španije.
10. Klee in Carra nista Britanca.

KALORIJE

Maruša se je odločila, da bo shujšala tako, da si bo zmanjšala dnevno količino kalorij. Tako je v literaturi poiskala kalorične vrednosti posameznih živil, pripravljenih na določen način. Vendar pa ji je nagajivi bratec vse podatke premešal in iz njih sestavil logično nalogo. Če hoče Maruša shujšati, mora tako najprej razmigati možgane. Zakaj ji ne bi pomagali?

Maruša si je izpisala podatke za pet živil: zrezek, jogurt, mleko, jabolko in jajčevce, kateri so oziroma jih bo sama pripravila na naslednje načine: presen, pečen, polnomasten, paniran, posnet. Živila imajo različne mase (200 g, 250 g, 150 g, 300 g, 175 g) ter seveda različno kalorično vrednost (100, 316, 216, 98, 32). S pomočjo naslednjih pogojev razvozlajte, koliko kalorij bo Maruša dobila z določeno maso na določen način pripravljenega živila.

1. Mleko ni niti presno, niti pečeno, prav tako ni polnomastno. Nima 316 kcal.
2. Panirano živilo nima 100 kcal. Lahko pa je ali mleko ali zrezek.
3. 216 kcal pridobimo s pečenim ali polnomastnim živilom.
4. 216 kcal ima živilo z maso 300 g.
5. Posneto živilo ima ali 216 ali 98 kcal.
6. Stopetinsedemdesetgramsko živilo nima 100, 316 oziroma 32 kcal.
7. Živilo z maso 250 g nima 32 kcal. To živilo ni zrezek.
8. Živilo z 32 kcal je ali pečeno ali posneto. To živilo nima mase 150 g.
9. Jogurt in jabolko nimata mase 200g. Jabolko ni polnomastno.



FIZIKALNE KOLIČINE

Na maturi je bil nekega leta izredno slab splošni uspeh. Delni vzrok tega je bila tudi napaka, do katere je prišlo pri tisku formul. Ta napaka je zmedla veliko dijakov, čeprav dejansko sporočilo ni bilo napačno. V seznamu fizikalnih količin z oznakami in enotami se je namesto preproste razpredelnice pojavilo besedilo. Dijaki, ki so se znašli, so ugotovili, da gre za pet fizikalnih količin (električna prevodnost, induktivnost, magnetna indukcija, električna kapacitivnost, aktivnost radioaktivnega vira) z njihovimi oznakami (L, A, B, C, G) in enotami (1 Bq, 1 H, 1 S, 1 T, 1 F).

1. Oznaka električne prevodnosti je ali B ali G.
2. Oznaka magnetne indukcije je B, njena enota pa ni 1 F.
3. Količina z oznako B ima enoto ali 1 T ali 1 F.
4. Električna kapacitivnost nima oznake L, njena enota pa ni niti 1 Bq niti 1 S.
5. Enota induktivnosti je ali 1 H ali 1 T.
6. Oznaka aktivnosti radioaktivnega vira ni niti C niti L.
7. 1 S ni enota količine z oznako A.

ASTRONOMSKI TABOR

Učenci so na astronomskem taboru uživali ob pogledu na prečudovito nočno nebo. Znanstvenik astronom jim je razkazoval nekatere najsvetlejše zvezde (Sirij, Kanop, Tolimar, Vega in Kapela). Za vsako je povedal tudi, kateremu ozvezdju pripada (Veliki pes, Gredelj, Lira, Voznik in Kentaver) ter koliko svetlobnih let je oddaljena od Zemlje (370 Sl, 4,3 Sl, 9 Sl, 46 Sl in 26 Sl). Žal pa je govoril v svojem genijalnem jeziku, ki se zdi navadnim Zemljanom nekoliko zmeden. Vendar so se učenci znašli in njegov jezik razvozlali, tako da neprespana noč vseeno ni bila zaman.
Ugotovite, kateremu ozvezdju pripada posamezna zvezda in koliko je oddaljena od našega planeta!

l. V ozvezdju Velikega psa se nahaja ali Sirij ali Kapela.
2. Vega ni oddaljena 46 Sl. Ta zvezda se nahaja ali v ozvezdju Lire ali v ozvezdju Velikega psa.
3. Zvezda iz ozvezdja Lire je od Zemlje oddaljena ali 26 Sl ali 46 Sl.
4. V ozvezdju Voznika ni niti Sirij niti Tolimar. Zvezda iz tega ozvezdja od Zemlje ni oddaljena 370 Sl ne 9 Sl.
5. Kanop ni v ozvezdju Kentavra. Od Zemlje ni oddaljen 9 Sl ne 46 Sl.
6. Tolimar je od Zemlje oddaljen ali 26 Sl ali pa 4,3 Sl.


SIRIJ 9SL
MAXIME
FABULOSUM

REKE

Ubogi Mihec je imel vedno težave z učenjem zemljepisa. Ker se mu je zdelo popolnoma nesmiselno učiti se neskončno podatkov na pamet, si jih seveda tudi ni mogel zapomniti. Njegova mama je skoraj že doživela živčni zlom, ko se je odločila, da bo Mihcu sestavila logično nalogo s podatki o petih pomembnih svetovnih rekah. Mihec je nalogo rešil, mama pa je z veseljem ugotovila, da si je podatke zapomnil. Kaj pa vi?

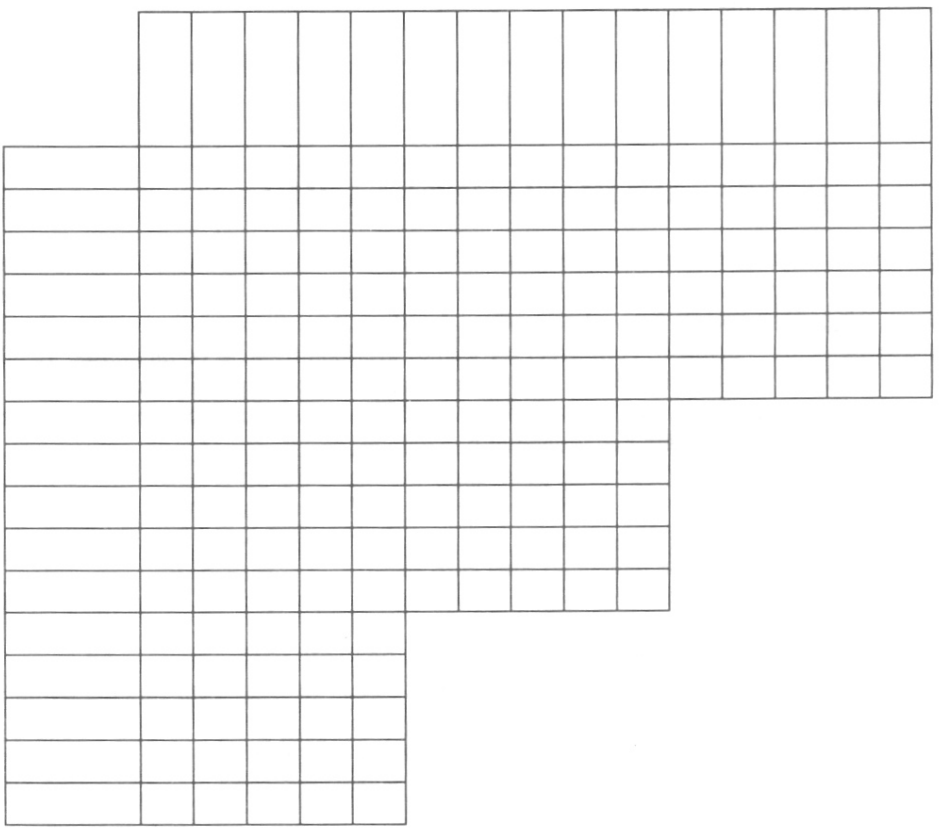
Imena rek: Amazonka, Sv. Lovrenc, Niger, Hoangho, Donava
Države oziroma celine, po katerih reke tečejo: Kanada, Brazilija, Kitajska, Afrika, Evropa
Dolžina rek: 2850 km, 7025 km, 4160 km, 3058 km, 4845 km
Pretoki: 100000 m^3/s, 3285 m^3/s, 25000 m^3/s, 120000 m^3/s, 6248 m^3/s

1. Po Evropi teče ali Donava ali Hoangho, po tej celini ne teče reka s pretokom 3285 m^3/s niti ne tista z dolžino 3058 km.
2. Reka s pretokom 3285 m^3/s ni dolga 7025 km. Ta reka teče ali po Evropi ali pa po Kitajski.
3. Niger ni dolg 3058 km in ne teče niti po Braziliji niti po Kitajski.
4. Amazonka ne teče po Kanadi in nima pretoka 3285 m^3/s.
5. Donava ne teče po Kitajski. Ta reka ni dolga ne 4160 km ne 7025 km.
6. Kitajska reka je dolga ali 7025 km ali pa 4845 km.
7. Pretok afriške reke je 25000 m^3/s ali 3285 m^3/s. Njena dolžina ni 7025 km.
8. Reka z dolžino 2850 km nima pretoka niti 120000 m^3/s niti 100000 m^3/s.
9. Tritisočoseminpetdesetkilometrska reka nima pretoka ne 25000 m^3/s ne 120000 m^3/s.
10. Reka s pretokom 12000 m^3/s ne teče po Kanadi.
11. Pretok Sv. Lovrenca ni 3285 m^3/s.

VULKANI

Gospod Kamnožer se je ob gledanju izbruha Etne navdušil nad takšnim razkazovanjem moči modrega planeta. Odločil se je, da bo obiskal enega od še delujočih vulkanov (Cotopaxi, Fuego, Hekla, Kilauea, Fako, Vezuv), ki so nazadnje bruhali v letih 1949, 1980, 1982, 1975, 1981 in 1986. Ti vulkani se nahajajo v Islandiji, Italiji, Gvatemali, Ekvadorju, Kamerunu oziroma v zvezni državi Havaji.
Zaradi prevelikega zbiranja gradiva o vulkanih ter magmatskih kamninah pa je bila soba kmalu prenapolnjena. V vsesplošnem neredu je navdušenec založil listek s podatki, pomembnimi za potovanje. Tako je moral že prej omenjenih šest vulkanov razvrstiti po spominu. Ugotovite, kateri vulkani so možni cilji izleta, v katerih državah se nahajajo ter katere so letnice zadnjih izbruhov!

1. Gvatemalski vulkan se imenuje ali Vezuv ali Fuego. Njegov poslednji izbruh ni bil leta 1981.
2. Hekla se ne nahaja niti v Ekvadorju niti v Kamerunu. Bruhala ni ne leta 1949 ne leta 1975.
3. Kilauea leži ali v Gvatemali ali na Havajih. Bruhala ni niti 1975 niti 1981.
4. Vulkan v Italiji ni niti Fako niti Cotopaxi. Italijanski vulkan je bruhal ali 1986. leta ali 1949. leta.
5. Fuego ni bruhal leta 1949, prav tako ne 1975. leta.
6. Možne letnice poslednjega izbruha havajskega vulkana so: 1975, 1981 in 1986.
7. Leto 1982 ni bilo usodno za prebivalce v bližini ekvadorskega vulkana.



VITAMINI

Telo poleg raznih drugih snovi potrebuje za normalen razvoj tudi vitamine. O njih se veliko govori, vedno več je tudi raznih vitaminskih nadomestkov. Nekateri ljudje se držijo načela, da več vitaminskih tablet prinaša še večjo čilost in zdravje. Vendar to ne drži povsem. Rešitev naslednje logične naloge vam bo povedala, kolikšna je potreba po petih "najbolj znanih" vitaminih ter kakšna so znamenja pomanjkanja oziroma bolezni, ki jih povzroči pomanjkanje.

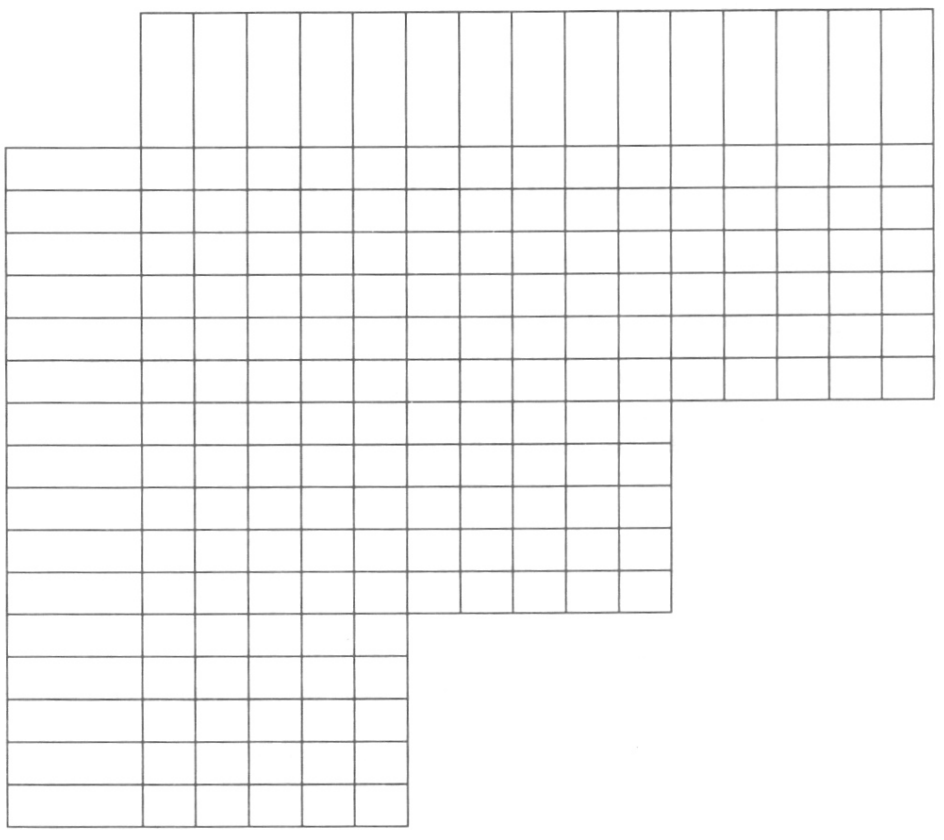
Vitamini: vitamin A, vitamin E, tiamin, riboflavin, vitamin C
Znamenja pomanjkanja, bolezni: sterilnost, prenehanje rasti, nočna slepota, skorbut, nevritis
Dnevna potreba: 12,0 mg, 75 mg, 1,5 mg, 0,9 mg, 1,9 mg

1. Pomanjkanje vitamina E povzroči ali sterilnost ali nevritis. Dnevna potreba po tem vitaminu ne znaša 0,9 mg.
2. Dnevna potreba po vitaminu, katerega pomanjkanje povzroča skorbut, je ali 1,9 mg ali 75 mg. To ni tiamin.
3. Pomanjkanju tiamina ne sledi prenehanje rasti, njegova dnevna potreba pa ne znaša niti 12,0 mg niti 0,9 mg.
4. Nevritisa ne povzroča pomanjkanje vitamina A. Te bolezni ne povzroča pomanjkanje vitamina z dnevno potrebo 12,0 mg.
5. Pomanjkanje vitamina C ne vpliva na prenehanje rasti. Slednje ni znak za pomanjkanje vitamina z dnevno potrebo 75 mg ne onega z 0,9 mg.
6. Dnevna potreba po riboflavinu ne znaša niti 12,0 mg niti 1,5 mg.

KRAŠKE JAME

Slovenija si v zadnjem času močno prizadeva zvečati turistične prihodke. V ta namen izdajajo številne prospekte, od katerih so nekateri primernejši od drugih. Na nekem društvu so se odločili, da bodo naredili prospekt, ki bo predstavil nekatere lepe jame, ki niso svetovnega slovesa (Železna jama, Francetova jama, Rotovnikova jama, Sveta jama, Križna jama). Omenili bodo tudi njim najbližja naselja (Socerb, Šoštanj, Gorjuše, Ribnica, Bloška Polica), njihove dolžine (41 m, 231 m, 8200 m, 120 m, 20 m) ter globine (37 m, 18 m, 44 m, 27 m, 115 m).
Še preden so prospekte razposlali po turističnih birojih, so ugotovili, da se jim niso najbolj posrečili. Predstavitev je bila namreč formulirana na zelo nenavaden način. Seveda jim je uspelo vse skupaj popraviti, tako da si bo morda v prihodnje te jame ogledalo malo več turistov. Pred popravkom pa je sestavek o jamah zgledal nekako takole:

1. V bližini Socerba leži ali Sveta ali pa Železna jama.
2. Rotovnikova jama leži v bližini ali Šoštanja ali Socerba in ni dolga 231 m niti široka 115 m.
3. 231 m dolga jama je široka ali 18 m ali 44 m. To ni Železna jama. Ne leži v bližini Gorjuš.
4. Jama v bližini Šoštanja je široka ali 18 m ali 115 m. Ta jama ni dolga ne 8200 m ne 120 m.
5. Jama, široka 27 m, ne leži v bližini Bloške Police, dolga pa ni niti 8200 m niti 120 m.
6. Ribniška jama ni dolga 120 m niti široka 44 m.
7. 37 m široka jama ni ne Železna jama ne Francetova jama. Železna jama ni široka niti 27 m.
8. Jama v bližini Bloške Police ni široka 44 m niti dolga 120 m.
9. 115 m široka jama nima dolžine 8200 m, 20 m dolga jama pa nima širine 18 m.



NALEZLJIVE BOLEZNI

Mladi hipohonder je dan za dnem čepel v dolgi vrsti čakalnice svojega osebnega zdravnika. Nekega dne pa je že tako prezaposlenemu zdravniku presedlo, tako da je svojemu "na smrt bolnemu" pacientu zaupno povedal, da se je med čakanjem lahko nalezel kar petih huuuudih bolezni. Ker se ga je želel "znebiti" za dalj časa, mu je o njih razlagal malo drugače. Vendar je hipohonder, čeprav je že čutil, da se ga "prijemlje" kar vseh pet bolezni (bruceloza, soor, influenca, kuga , slonovica) naenkrat vseeno ugotovil, kateri mikrob je glavni krivec posamezne bolezni (virus, kvasnica, filarije, bacil, jersinija) ter kako se prenaša (kapljice v zraku, ugriz podgane, dotik, pik komarja, mleko).

1. Povzročitelj slonovice so filarije, ta bolezen pa se ne prenaša niti z mlekom niti z dotikom.
2. Povzročitelj bolezni, ki se prenaša s kapljicami v zraku, je ali virus ali jersinija.
3. Kvasnica ni povzročitelj ne kuge niti bolezni, ki se prenaša z mlekom.
4. Kuge ne povzroča bacil. Ta bolezen se prenaša ali z ugrizom podgane ali s pikom komarja.
5. Bruceloza se ne prenaša niti z dotikom niti s kapljicami v zraku.
6. Ne virus ne filarije ne povzročajo bolezni, ki se prenaša z ugrizom podgane.
7. Soor se ne prenaša s kapljicami v zraku.



POTOVANJA

Štiri ugledne osebe so se po dolgem času srečale na neki zabavi in pripovedovale o počitnicah. Janja je želela napisati članek o vsakem izmed njih, vendar se je kasneje spomnila le še nekaterih podatkov.
Pomagaj ji razrešiti zmešnjavo in ugotovi imena in priimke oseb, kam, kdaj in kako je kdo potoval ter kako dolgo je tam ostal.

Priimki: Hacin, Jerman, Novak, Smerdelj
Imena: Boštjan, Domen, Irena, Maja
Kraji: Grčija, Indija, Španija, Turčija
Prevozna sredstva: kolo, ladja, letalo, vlak
Meseci potovanj: maj, julij, avgust, september
Trajanja dopustov: 2 tedna, 3 tedne, 1 mesec, 3 mesece

1. Potovanje, ki se je začelo v maju, je trajalo 3 mesece.
2. V Turčiji se je nekdo potil 1 mesec.
3. Gospod ali gospa Hacin se je odpravil(a) na počitnice septembra.
4. Avgusta je nekdo potoval z ladjo.
5. Gospod Jerman si je ogledal Indijo, vendar tam ni bil 2 tedna.
6. Irena ni počitnikovala 3 tedne, vendar ne v Španiji, kamor se je nekdo peljal z vlakom.
7. Maja je letela na dopust.
8. Boštjan se piše Smerdelj.

PONOVNO SNIDENJE

Pet sošolcev (dva izmed njih sta Anja in Marko) se je po dolgem času srečalo na večerji. Ker se niso videli še iz srednješolskih klopi, so drug drugemu predstavili njihove sedanje poklice, za nameček pa so ugotovili, da se vsak od njih ukvarja poleg zahtevne službe še z enim izmed naslednjih športov: šah, odbojka, košarka, nogomet in plezanje. Poskusi ugotoviti njihove poklice (nekdo izmed njih je študiral kemijo) ter k vsakemu dopiši še šport, s katerim se ukvarja.

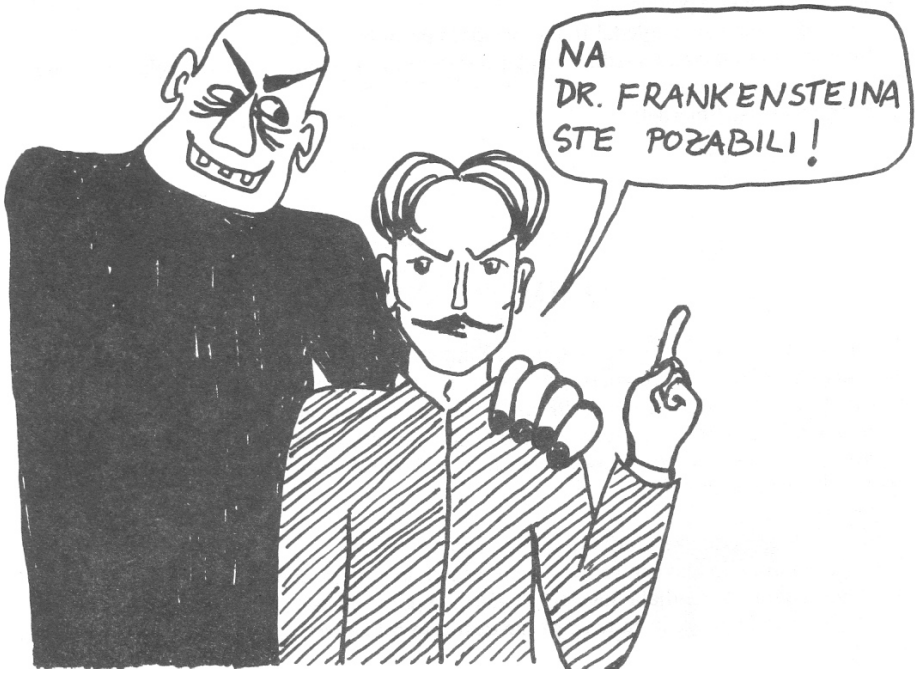
1. Fizik ne mara odbojke. Tudi košarke ne igra.
2. Urša, Iva, fizik in slavistka so se naučili pravil, ki veljajo za nogomet.
3. Urša je še rajši spremljala novosti, o katerih je poročala oseba, ki igra odbojko.
4. Oseba, ki rada pleza, je za ta šport navdušila še ostale štiri: Tadeja, Ivo, matematičarko, biologa.

IZUMI, IZUMITELJI

Razvoj človeštva so kovali mnogi pomembni ljudje, med njimi naslednji raziskovalci: Baird, Mendel, Gerhardt, Edison in Fahrenheit. Poskusi ugotoviti, kaj je kdo iznašel, katere narodnosti je bil in kateri po vrsti je bil njegov izum.

Izumi: živosrebrni termometer, televizija, patent gramofona, zakoni dednosti in aspirin
Narodnosti: Francoz, Škot, Američan, Nemec, Avstrijec

1. Živosrebrni termometer je iznašel Nemec.
2. Iznajdba škota Bairda zaseda po vrsti liho mesto (1, 3 ali 5), medtem ko Francozovi iznajdbi pripada sodo mesto (2 ali 4).
3. Američan ne zaseda ne 2. ne 3. mesta.
4. Avstrijec je odkril svojo iznajdbo po aspirinu.
5. Aspirin je odkril Gerhardt.
6. Četrta iznajdba po vrsti je patent gramofona, katerega ni iznašel Mendel.
7. Prvi iznajditelj je Fahrenheit.
8. Zakoni dednosti niso bili odkriti zadnji.



Logične naloge sta sestavili: Barbara Janežič (Potovanja, Ponovno snidenje, Izumi, izumitelji) in Iva Hafner (ostale)

Rešitve logičnih nalog

Pisatelji:
1. de Montemayor, Jorge, 1520, Diana, pastirski roman
2. Ousmane, Sembene, 1923, Poslednji iz cesarstva, družbeni roman
3. Hansson, Ola, 1860, Sensitiva amorosa, črtice
4. Hawthorne, Nathaniel, 1804, Škrlatno znamenje, realistični roman
5. Johnson, Samuel, 1709, Življenje pesnikov, esej

Dražba:
1. Blaga tropska pokrajina, 1918, Klee, Nemčija; 2. Pinija ob morju, 1921, Carra, Italija; 3. Pot v zeleno, 1939, Sutherland, Velika Britanija; 4. Ženska, ki bere pismo, 1657, Vermeer, Nizozemska; 5. Beraški deček, 1650, Meerillo, Španija

Kalorije:
1. zrezek, paniran, 150 g, 316 kcal; 2. jogurt, polnomasten, 300 g, 216 kcal; 3. mleko, posneto, 175 g, 98 kcal; 4. jabolko, presno, 250 g, 100 kcal; 5. jajčevci, pečeni, 200 g, 32 kcal

Fizikalne količine: 1. Električna prevodnost, G, 1 S; 2. induktivnost, L, 1 H; 3. magnetna indukcija, B, 1 T; 4. električna kapacitivnost, C, 1 F; 5. aktivnost radioaktivnega vira, A, 1 Bq

Astronomski tabor: 1. Sirij, Veliki pes, 9 Sl; 2. Kanop, Gredelj, 370 Sl; 3. Tolimar, Kentaver, 4,3 Sl; 4. Vega, Lira, 26 Sl; 5. Kapela, Voznik, 46 Sl

Reke:
1. Amazonka, Brazilija, 7025 km, 120000 m^3/s
2. Sv. Lovrenc, Kanada, 3058 km, 100000 m^3/s
3. Niger, Afrika, 4160 km, 25000 m^3/s
4. Hoangho, Kitajska, 4845 km, 3285 m^3/s
5. Donava, Evropa, 2850 km, 6248 m^3/s

Vulkani:
1. Cotopaxi, Ekvador, 1975; 2. Fuego, Gvatemala, 1980; 3. Hekla, Islandija, 1981; 4. Kilauea, Havaji. 1986; 5. Fako, Kamerun, 1982; 6. Vezuv, Italija, 1949

Vitamini:
1. vitamin A, nočna slepota, 0,9 mg; 2. vitamin E, sterilnost, 12,0 mg; 3. tiamin, nevritis, 1,5 mg; 4. riboflavin, prenehanje rasti, 1,9 mg; 5. vitamin C, skorbut, 75 mg

Kraške jame:
1. Železna jama, Gorjuše, 120 m, 115 m; 2. Francetova jama, Ribnica, 20 m, 27 m; 3. Rotovnikova jama, Šoštanj, 41 m, 18 m; 4. Sveta jama, Socerb, 231 m, 44 m; 5. Križna jama, Bloška Polica, 8200 m, 37 m

Nalezljive bolezni:
1. bruceloza, bacil, mleko; 2. soor, kvasnica, dotik; 3. influenca, virus, kapljice v zraku; 4. kuga, jersinija, ugriz podgane; 5. slonovica, filarije, pik komarja

Potovanja:
1. Boštjan Smerdelj, Španija, vlak, julij, 2 tedna,
2. Domen Jerman, Indija, kolo, maj, 3 meseci,

3. Irena Novak, Grčija, ladja, avgust, 3 tedni,
4. Maja Hacin, Turčija, letalo, september, 1 mesec

Razlaga:
Boštjan se piše Smerdelj (8), zato je gospod Jerman, ki je bil v Indiji, lahko le Domen. Ker je bivanje v Turčiji trajalo en mesec (2), je bila Irena, ki ni šla z vlakom v Španijo, na dopustu pa je bila 3 tedne (6), lahko le v Grčiji. Ker je Maja letela (7), Boštjan Smerdelj pa je z vlakom potoval v Španijo, je bila Maja en mesec v Turčiji. Vemo, da potovanje Domna Jermana v Indijo ni trajalo ne en mesec, ne 3 tedne, zaradi (5) pa odpade tudi 2-tedenski dopust, tam je bil torej lahko le 3 mesece; iz tega sledi, da se je potovanje začelo maja (1). Potemtakem v Indijo ni potoval z ladjo, s katero je nekdo potoval avgusta (4), ampak se je odpravil s kolesom. Irena je šla z ladjo v Grčijo. Boštjanovo potovanje je trajalo 2 tedna, do česar pridemo z izločevanjem. Hacinova, ki je potovala septembra (3), ne more biti Irena, zato je Maja. Irena se torej poše Novak, Boštjan pa je potoval julija.

Ponovno snidenje:
1. Tadej, fizik, šah,
2. Iva, kemičarka, odbojka,
3. Anja, slavistka, plezanje,
4. Urša, matematičarka, košarka,
5. Marko, biolog, nogomet

Razlaga:
Iva ni ne slavistka, ne fizik, ne matematičarka in ne biolog (4), torej je kemičarka. Urša ni slavistka (2), ker je ženskega spola, tudi ni fizik ali biolog. Urša je torej matematičarka. Biolog ni Tadej, torej je Marko, Tadej pa je fizik. Anja je slavistka. Tadej ne igra nogometa (2), odbojke ali košarke (1), tudi ne pleza (4); torej igra šah. Urša ne igra nogometa (2), odbojke (3), ne pleza (4), torej igra košarko. Iva in Marko ne plezata (4), torej to dela Anja. Iva ne igra nogometa (2), ki je Markov šport. Iva torej igra odbojko.

Izumi, izumitelji:
1. živosrebmi termometer, Fahrenheit, Nemec,
2. aspirin, Gerhardt, Francoz,
3. zakoni dednosti, Mendel, Avstrijec,
4. patent gramofona, Edison, Američan,
5. televizija, Baird, Škot

Razlaga:
Prvo iznajdbo je odkril Farenheit (7), četrta iznajdba je patent gramofona (6). Po trditvah 4 in 5 torej aspirin, ki ga je naredil Gerhard, ne more biti peta, tako je lahko le druga ali tretja iznajdba. Iz tega sledi, da Gerhardt ne more biti Američan (3). Baird je Škot (2) in Nemec je izumil živosrebrni termometer (1). Gerhardt ne more biti Avstrijec, torej je Francoz. Njegovo odkritje ne more biti tretje (2), torej je drugo. Tretji raziskovalec je torej Avstrijec (4). Zdaj vemo, da četrti izumitelj ni Francoz, Avstrijec ali Nemec, pa tudi ne Škot, zato je Američan. Poznamo torej imena ali narodnosti prvih štirih izumiteljev, torej je peti izum odkril Baird. Zdaj vemo, katerih narodnosti so izumitelji od dva do pet, torej je Farenheit Nemec, ki je iznašel živosrebrni termometer in je prvi izumitelj v nalogi. Peto odkritje niso zakoni dednosti (8), torej je bila zadnja iznajdba televizija, zakone dednosti pa je kot tretje odkritje iznašel Avstrijec. Patenta gramofona ni mogel iznajti Mendel (6), torej ga je iznašel Edison, ki je Američan, Avstrijcu Mendlu pa ostane odkritje zakonov dednosti.

Pravila izpeljevanja pri tabelaričnih nalogah

Pri tabelaričnih logičnih nalogah imamo opravka z nekim številom predmetov (oseb), ki imajo različne lastnosti. Recimo, da imamo prvo lastnost, ki lahko zavzame vrednosti A, B, C, D; drugo lastnost, ki ima vrednosti a, b, c, d in tretjo lastnost, ki ima vrednosti 1, 2, 3, 4. Torej imamo štiri predmete. Podatek, da za predmet velja 1 in b, označimo z DA v vrstici z oznako 1 in v stolpcu z oznako b. Če predmet nima hkrati obeh vrednosti, to označimo z NE. Če pridemo do teh dejstev s sklepanjem, bomo pisali da oz. ne.

1. pravilo. Če je nekje zapisano DA (ali da), potem zapišemo ne na vseh drugih mestih, ki imajo z DA eno skupno koordinato. (Zgled: DA na (1,b) ima za posledico ne na mestih (1,a), (1,c), (1,d), (2,b), (3,b), (4,b).)

	a	b	c	d	1	2	3	4
A								
B								
C								
D								
1		DA						
2								
3								
4								

	a	b	c	d	1	2	3	4
A								
B								
C								
D								
1	ne	DA	ne	ne				
2		ne						
3		ne						
4		ne						

2. pravilo. Če NE nastopa pri neki vrednosti za eno lastnost na vseh skupnih mestih pri drugi lastnosti, razen na enem mestu, potem je na tem mestu da. (Zgled: Ne nastopa na mestih (C,a), (C,c), (C,d). Zato je na mestu (C,b) da.)

	a	b	c	d	1	2	3	4
A								
B								
C	NE		NE	NE				
D								
1								
2								
3								
4								

	a	b	c	d	1	2	3	4
A								
B								
C	NE	da	NE	NE				
D								
1								
2								
3								
4								

3. pravilo. Pri dveh lastnostih se dve vrednosti med seboj izključujeta (komplementirata). Potem na mesto, ki ima vrednosti za koordinati, vpišemo ne. (Zgled: Prva lastnost pri vrednosti C izključuje možnost tretje lastnosti pri vrednosti 2. Zato na mesto (C,2) vpišemo ne.)

	a	b	c	d	1	2	3	4
A								
B								
C	NE		NE					
D								
1								
2		NE		NE				
3								
4								

	a	b	c	d	1	2	3	4
A								
B								
C	NE		NE			ne		
D								
1								
2		NE		NE				
3								
4								

4. pravilo. Vrednosti dveh lastnosti se ujemata z vrednostjo tretje lastnosti. Potem se ujemata med seboj t.j., na mestu s tema koordinatama je da. (Zgled: Na mestih (B,b) in (3,b) je DA. Potem je da na mestu (B,3).)

	a	b	c	d	1	2	3	4
A								
B		DA						
C								
D								
1								
2								
3		DA						
4								

	a	b	c	d	1	2	3	4
A								
B		DA					da	
C								
D								
1								
2								
3		DA						
4								

5. pravilo. Vrednost ene lastnosti se ujema z vrednostjo druge, ne pa z vrednostjo tretje. Potem se drugi dve vrednosti ne ujemata. (Zgled: Na mestu (C,b) je NE, na mestu (2,b) je DA. Potem je na mestu (C,2) ne.)

	a	b	c	d	1	2	3	4
A								
B								
C		NE						
D								
1								
2		DA						
3								
4								

	a	b	c	d	1	2	3	4
A								
B								
C		NE				ne		
D								
1								
2		DA						
3								
4								

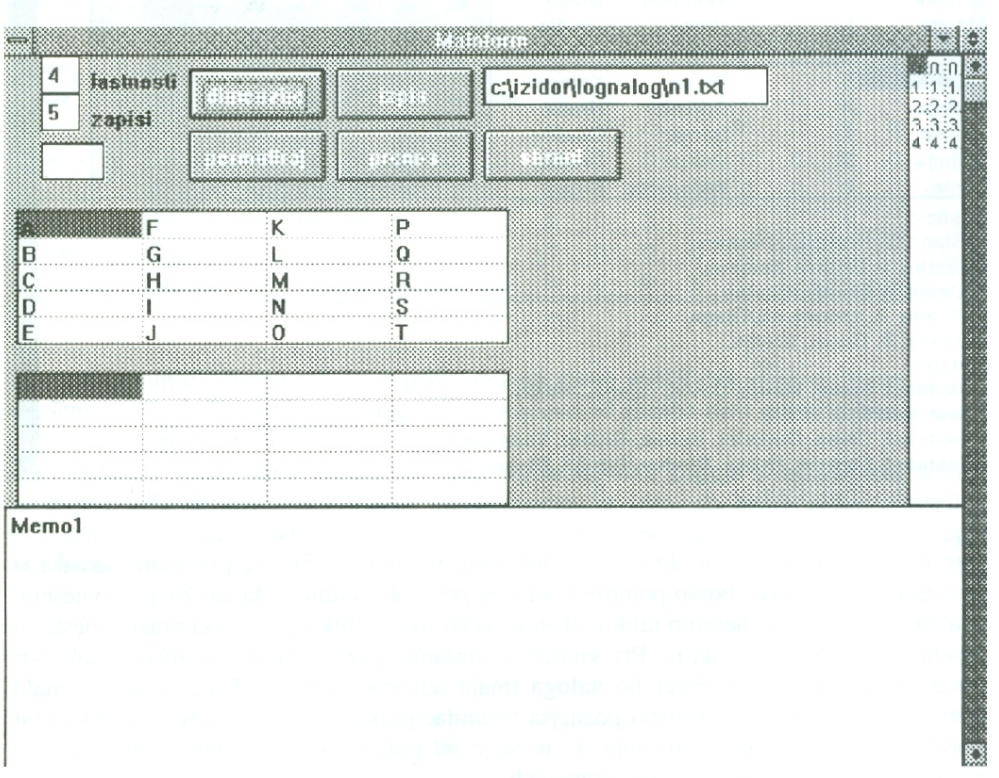
Zadnji dve pravili lahko izpeljemo. Zgled: DA na (3,b) ima za posledico ne v ustrezni vrstici in stolpcu. Enako velja za DA (C,3). Toda zdaj vrstica drugega DA izključuje vse (razen enega) stolpce vzporedne s stolpcem prvega DA. Zdaj imamo v enem stolpcu same ne razen na enem mestu. Tu mora biti da.

	a	b	c	d	1	2	3	4
A		ne					ne	
B		ne					ne	
C					ne	ne	DA	ne
D		ne					ne	
1		ne						
2		ne						
3	ne	DA	ne	ne				
4		ne						

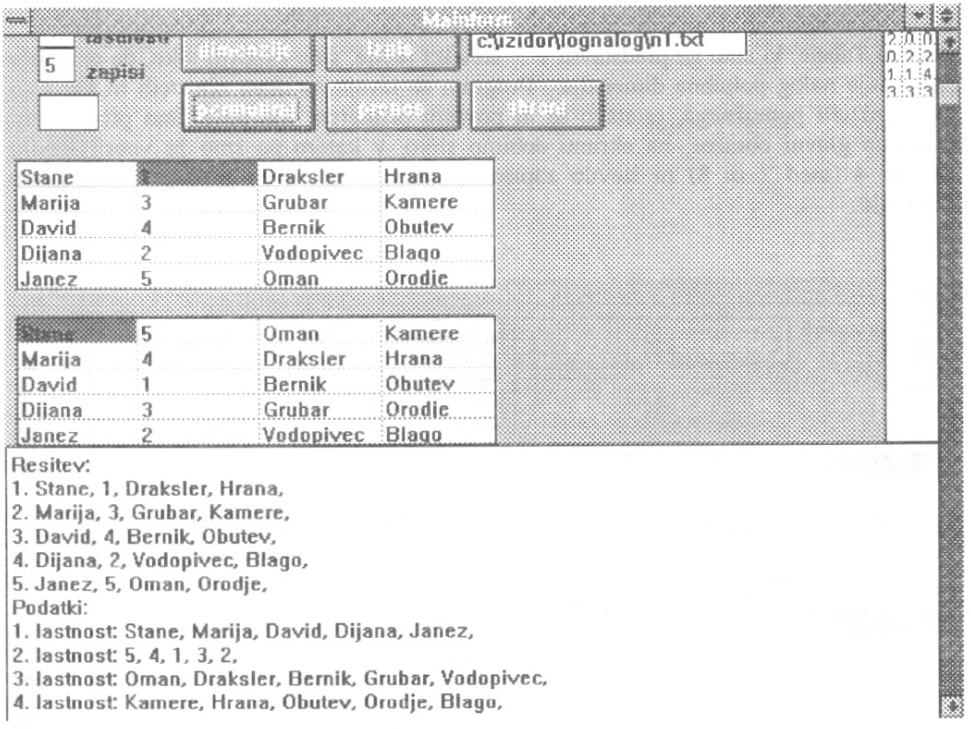
	a	b	c	d	1	2	3	4
A		ne					ne	
B		ne					ne	
C		da			ne	ne	DA	ne
D		ne					ne	
1		ne						
2		ne						
3	ne	DA	ne	ne				
4		ne						

Program za sestavljanje logičnih nalog

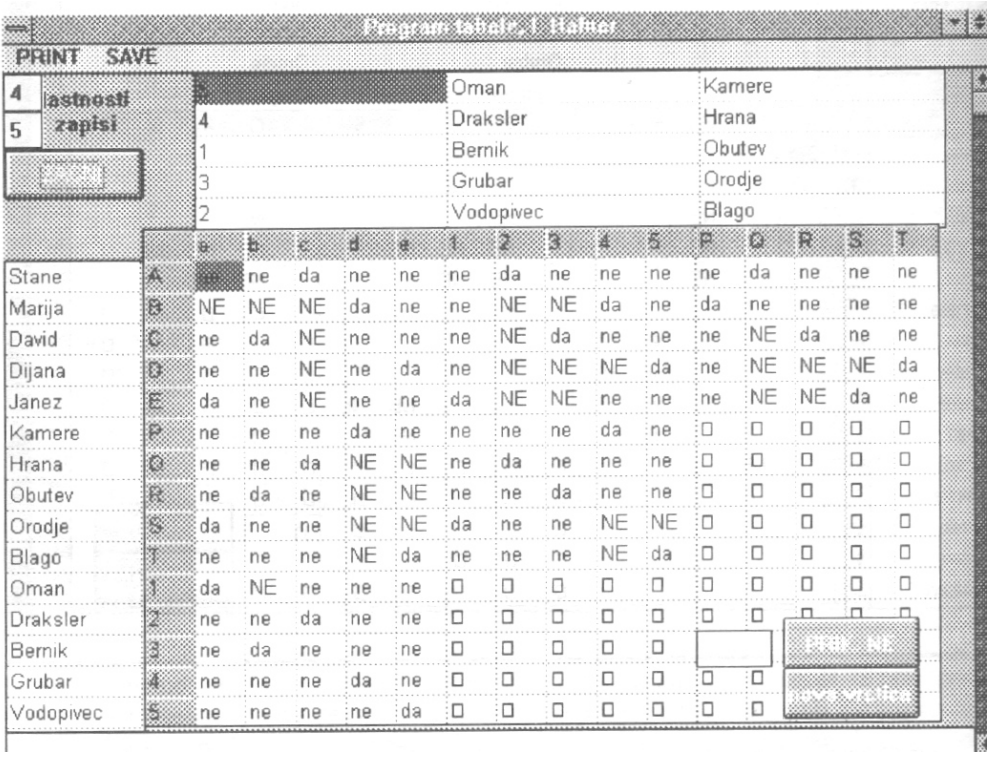
Program Tabele, ki smo ga predstavili v 5. številki revije, smo razširili tako, da omogoča sestavljanje nalog poljubne dimenzije. Program se izvaja na dveh obrazcih in ker smo najprej razvili pomožnega, estetsko še ni povsem primeren. Ko poženemo program in povečamo glavni obrazec, na ekranu dobimo sliko, v katero pa smo že vnesli število lastnosti 4 (med 2 in 8) in število zapisov 5 (med 2 in 9) in nato pritisnili gumb **dimenzije**.



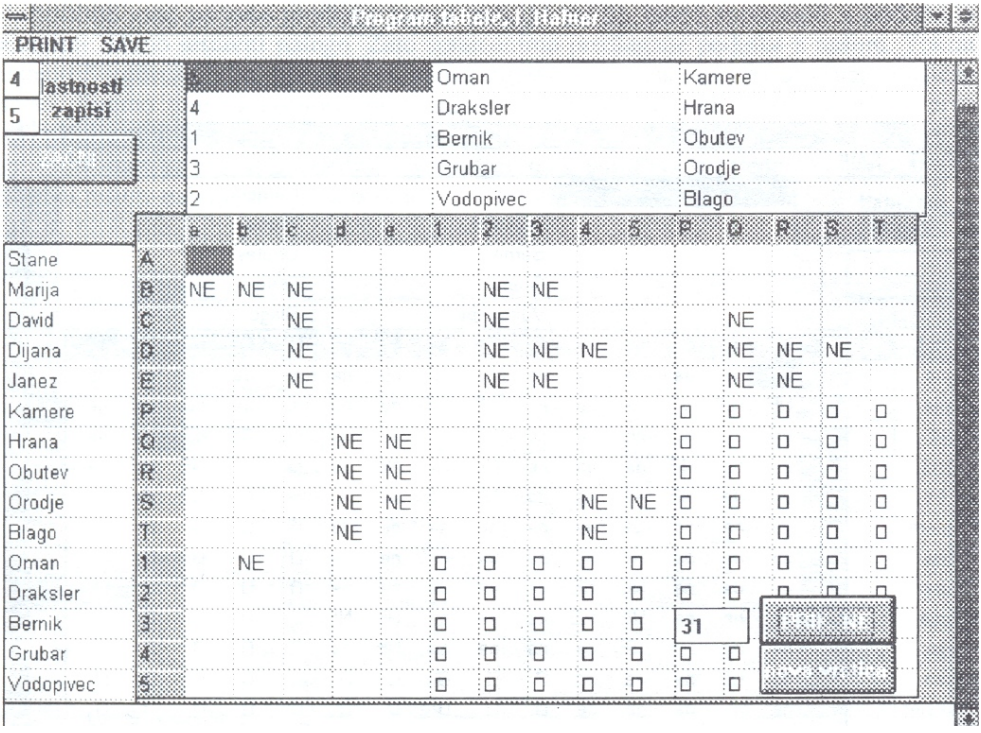
Računalnik sam po sebi predlaga imena polj, ki pa jih bomo spremenili s podatki, s katerimi želimo sestaviti nalogo. Zato spremenimo predlagane podatke z našimi. Tokrat imamo 5 trgovcev (ime, priimek) v veliki trgovini s 5 nadstropji, ki prodajajo različne stvari. Imamo torej 4 lastnosti in 5 zapisov. Potem, ko smo zapise vnesli v prvo razpredelnico, pritisnemo na gumb **permutiraj**, ki nam bo premešal podatke. Kako jih je premešal, nam prikazuje preglednica permutacij na desni. Prva preglednica nam dejansko pomeni rešitev naloge, druga pa podatke.



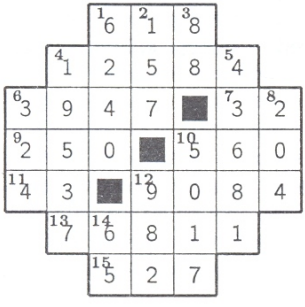
Zdaj preidemo na pomožen obrazec. S pritiskom na gumb **začni** se prenesejo podatki iz glavnega obrazca. Zdaj bomo pomožen obrazec povečali. Vidimo, da so DA-ji že vnešeni, naša naloga pa je, da vnesemo toliko NE-jev, da bo računalnik izpolnil vsa prazna mesta in zamenjal vse DA-je z da-ji. Pri vnašanju moramo paziti, da bo dejansko vsak NE uporabljen pri sklepanju. Sicer bo naloga imela odvečne podatke. Tako se splača malo premisliti, saj bo od tega odvisna poznejša formulacija pogojev. Splača se vsaj nekajkrat uporabiti pravilo komplementiranja, ki je težje od pravila, ko je v vrstici (stolpcu) eno prazno mesto in same elementarne prepovedi.

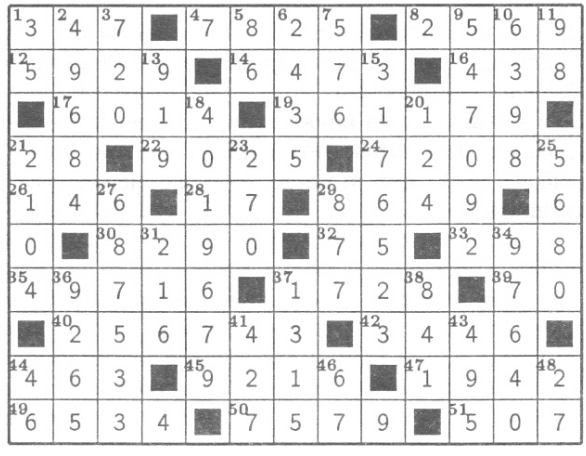


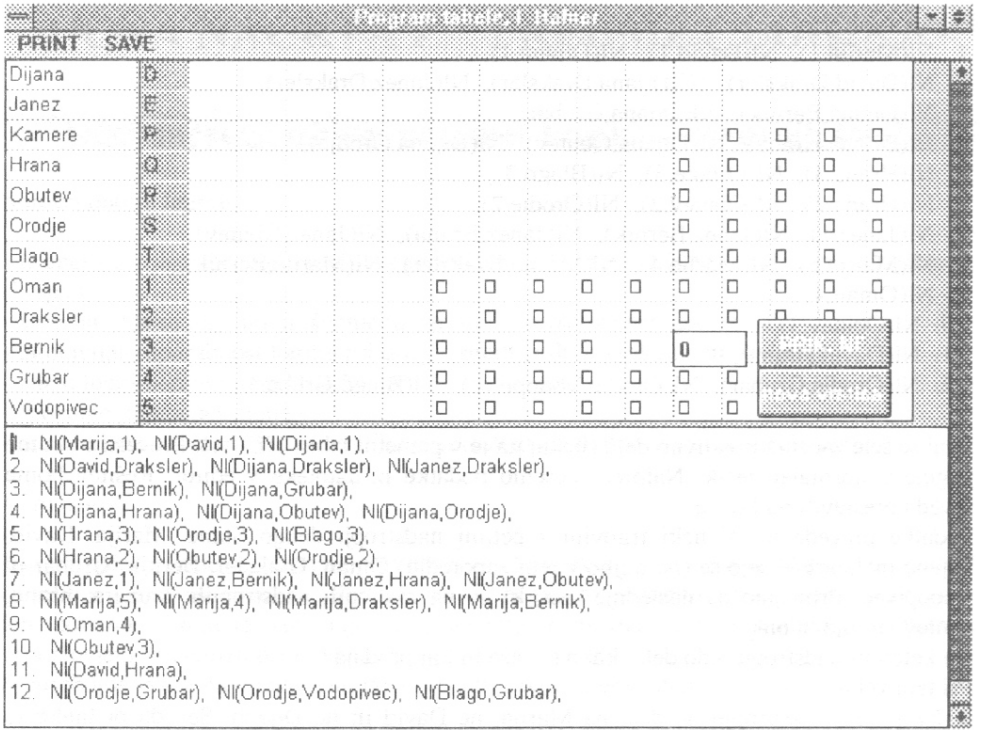
Ko smo izpolnili celotno tabelo, s pritiskom na gumb **PRIK-NE** dobimo ekran samo z vnešenimi NE-ji. To so pogoji naloge. Številka levo od gumba nam pove, koliko je danih elementarnih prepovedi.
Zdaj klikamo gumb **nova vrstica**, ki nam izpiše številko pogoja v tekstovnem polju v spodnjem delu ekrana. Pri klikanju moramo imeti v vidu, da bomo pogoj prevedli v običajen jezik, zato ni odveč, če imajo elementarne prepovedi v pogoju kakšen skupen argument.



Rešitvi križank s 37. in 38. strani







Nato se vrnemo na glavni obrazec. Pritisk na gumb **prenos** nam pogoje iz pomožnega obrazca prenese na spodnji tekstovni glavnega obrazca. Pritisk na gumb **shrani** pa nam shrani tekstovne podatke na datoteko, ki jo vnesemo v polje nad gumbom. **Izpis** in **print** nam izpišeta obrazca.

Rešitev:
1. Stane, 1, Draksler, Hrana,
2. Marija, 3, Grubar, Kamere,
3. David, 4, Bernik, Obutev,
4. Dijana, 2, Vodopivec, Blago,
5. Janez, 5, Oman, Orodje.

Podatki:
1. lastnost: Stane, Marija, David, Dijana, Janez,
2. lastnost: 5, 4, 1, 3, 2,
3. lastnost: Oman, Draksler, Bernik, Grubar, Vodopivec,
4. lastnost: Kamere, Hrana, Obutev, Orodje, Blago.

Pogoji:
1. NI(Marija, 1), NI(David, 1), NI(Dijana, 1),
2. NI(David, Draksler), NI(Dijana, Draksler), NI(Janez, Draksler),
3. NI(Dijana, Bernik), NI(Dijana, Grubar),
4. NI(Dijana, Hrana), NI(Dijana, Obutev), NI(Dijana, Orodje),
5. NI(Hrana, 3), NI(Orodje, 3), NI(Blago, 3),
6. NI(Hrana, 2), NI(Obutev, 2), NI(Orodje, 2),
7. NI(Janez, 1), NI(Janez, Bernik), NI(Janez, Hrana), NI(Janez, Obutev),
8. NI(Marija, 5), NI(Marija, 4), NI(Marija, Draksler), NI(Marija, Bernik),
9. NI(Oman, 4),
10. NI(Obutev, 3),
11. NI(David, Hrana),
12. NI(Orodje, Grubar), NI(Orodje, Vodopivec), NI(Blago, Grubar).

Zdaj se šele začenja kreativno delo (nekaj ga je v pametni izbiri NE-jev). Prevesti moramo pogoje v normalen jezik. Najprej vnesemo podatke iz datoteke v editor. Rešitev bomo seveda prestavili na konec.
Podatke prevedemo: V neki trgovini s petimi nadstropji delajo Stane, Marija, David, Dijana in Janez. Pišejo se (ne nujno v tem zaporedju) Oman, Draksler, Bernik, Grubar in Vodopivec. Prodajajo pa naslednje reči, ki so v različnih nadstropjih: kamere, hrano, obutev, orodje in blago.
V katerem nadstropju kdo dela, kako se piše in kaj prodaja?
Pri tem velja:
1. V prvem nadstropju ne dela na Marija, ne David in ne Dijana. Seveda bi lahko to krajše povedali: V 1. nadstropju dela ali Stane ali Janez.
2. Draksler se piše Stane ali Marija.
3. Dijana se ne piše ne Bernik ne Grubar.
4. Dijana prodaja kamere ali blago.
5. V 3. nadstropju se prodajajo kamere ali obutev.
6. V drugem nadstropju se prodaja kamere ali blago.
7. Janez ne dala v 1. nadstropju, se ne piše Bernik, ne prodaja ne hrene ne obutev.
8. Marija ne dela ne v 5. in ne v 4. nadstropju in se ne piše ne Draksler ne Bernik.
9. Oman ne dela v 4. nadstropju.
10. Obutev se ne prodaja v 3. nadstropju.
11. David ni prodajalec hrane.
12. Orodje ne prodaja ne Grubar ne Vodopivec. Grubar ne prodaja blaga.

UČNA NAČRTA ZA PREDMET LOGIKA

Učni načrt za izbirni predmet Logika v osnovnih šolah

Smotri pouka logike:

– učenci razvijajo sposobnost logičnega mišljenja, to je natančnega izražanja in logičnega sklepanja;
– spoznajo, da se logično mišljenje materializira v okviru nekega jezika;
– ugotavljajo uporabnost logike pri drugih predmetih in vsakdanjem življenju;
– znajo ločiti nepravilne od logično pravilnih sklepov;
– spoznajo pojem definicije;
– seznanijo se s sintakso in semantiko preprostega simbolnega jezika (neobvezno).

Učna snov:

Izjavni račun: Osnovne izjavne povezave: in (konjunkcija), ali (disjunkcija), če, potem (implikacija), če in samo, če (ekvivalenca) in negacija. Problemi z jezikovnim izražanjem teh povezav. Logično izhajanje in sklepanje. Osnovna pravila sklepanja. Dokaz s protislovjem in analizo primerov. Medsebojne zveze med izjavnimi povezavami. Logično ekvivalentne izjave.

Zgradba enostavnih izjav. Kvantifikatorja "za vsa" in "vsaj en". Zveze med kvantifikatorji in izjavnimi povezavami. Vennovi diagrami. Enomestni predikati in silogizmi (sklepanje z enomestnimi predikati). Izjave oblike a **je** B. Pojem protiprimera. Primeri nepravilnega sklepanja. Problemi z jezikovnim izražanjem kvantificiranih stavkov.

Nekaj oblik pravilnih definicij.

Odnosi med izjavami in množice izjav. Kontrarni izjavi (izjavi, ki ne moreta biti hkrati resnični) in kontradiktorni izjavi (ena je resnična natanko tedaj, kadar je druga neresnična). Kontrapozicija (izjave "če A, potem B" je izjava "če ni B, potem ni A"), obratna izjava (obrat izjave "če A, potem B" je izjava "če B, potem A"). Potreben in zadosten pogoj. Protislovne izjave (izjave, ki ne morejo biti hkrati resnične) in kompatibilne izjave (izjave, ki niso protislovne).

Primer preprostega simbolnega jezika. Sintaksa (slovnica) in semantika (pomen) jezika. (Neobvezno. Uporaba računalnika pri učenju logike).

Navodila:

Pri podajanju učne snovi moramo upoštevati različne sposobnosti učencev. Večino pojmov je treba vpeljati preko nalog, ki morajo biti prilagojene znanju učencev. Tako večina nalog ne sme vsebovati posebnega znanja, nekatere pa lahko črpajo vsebino iz drugih predmetov. Tako je primerna metoda za vpeljavo izjavnih povezav reševanje nalog z otoka vitezov in oprod. Dvo- in trodimenzionalne logične naloge pa lahko uporabimo v zvezi z drugimi predmeti (geografija, matematika, zgodovina, tuj jezik). Problem nastopi pri izražanju v vsakdanjem jeziku, kjer se besede uporabljajo tudi v drugačnem pomenu. Posebej moramo biti pozorni na negacijo in na vrstni red besed, ki je pri naravnih jezikih lahko poljuben. Primer: razlika med "noben ni" in "vsi niso".

Pri reševanju logičnih nalog se opremo na postopek, ki ga je vpeljal Polya v knjigi *Kako rešujemo matematične probleme*: razumevanje problema (Kaj je neznanka? Kaj mi je dano? Kakšni so pogoji? Ali je mogoče ustreči pogojem? Ali je pogojev preveč? So pogoji protislovni?), načrt za rešitev naloge (Poznamo kakšno sorodno nalogo? Smo uporabili vse pogoje?), uresničitev načrta, analiza reševanja, pregled opravljene poti.

Na primerih tudi spoznamo, da imamo singularne in splošne izjave. Klasična rešitev z razlikovanjem med subjektom in predikatom in predikatni račun. Pri vpeljavi kvantifikatorjev se poslužujemo Vennovih diagramov. Enako delamo pri iskanju protiprimerov.

Pri delu se lahko opiramo tudi na računalniške programe za utrjevanje logike. Primer preprostega simbolnega jezika izberemo tako, da je njegova uporaba podprta z računalniškim programom. Če ne uporabljamo računalniških programov, logične simbolike praviloma ne vpeljemo.

Primere dvo- in večmestnih odnosov lahko črpamo iz matematike in rodbinskih odnosov. Primere definicij najdemo v matematiki, biologiji, slovnici in sami logiki.

Predlog za uvrstitev predmeta: 7. razred ali 7. in 8. razred (kot dvoleten predmet)

Učni načrt za izbirno vsebino Logika v srednjih šolah

(predlagamo uvrstitev predmeta v 2. letnik srednjih šol)

Smotri pouka logike:

– dijaki razvijajo sposobnost logičnega mišljenja, to je natančnega izražanja in logičnega sklepanja;
– spoznajo, da se logično mišljenje materializira v okviru nekega jezika;
– spoznajo simbole za izjavne povezave in kvantifikatorje;
– ugotavljajo uporabnost logike pri drugih predmetih in vsakdanjem življenju;
– znajo ločiti nepravilne od logično pravilnih sklepov;
– spoznajo pojem definicije;
– spoznajo pravila sklepanja

Učna snov:

Uvod

Pojem argumenta, implicitne predpostavke, raba in omemba, resničnost premis in veljavnost sklepanja.

Izjavni račun

Osnovne izjavne povezave: negacija, konjunkcija, disjunkcija, implikacija in ekvivalenca. Pravilnostne tabele. Osnovna in izpeljana pravila sklepanja. Kontradiktornost (med dvema izjavama je natanko ena pravilna) in kontrarnost (med dvema ali več izjavami je največ ena pravilna). Obrat (izjave "če A, potem B" je izjava "če B, potem A") in kontrapozicija izjave ("če A, potem B" je izjava "če ni B, potem ni A").

Predikatni račun

Področje pogovora, spremenljivke, imena, relacije in kvantifikatorja ("Vsak . . . ", "Vsaj en . . . "). Pravila sklepanja za kvantifikatorja, zveze med izjavnimi povezavami in kvantifikatorjema. Pravila sklepanja z enomestnimi predikati. Vennovi diagrami. Izjave oblike A je b. Kvantifikacija in eksistenca. Enakost (identiteta).

Definicije

Osnovne oblike definicij. Definicije izjavnih in imenskih izrazov. Napake pri definiranju.

Napake pri sklepanju

Primeri nepravilnega sklepanja. Napake pri argumentiranju.

Navodila:

Učna snov logike mora biti prilagojena starosti dijakov in njihovemu predznanju. Upoštevati moramo, da so se z logičnim sklepanjem že srečali, da obvladajo slovnico slovenskega in enega tujega jezika in da so se pri matematiki že spoznali z dokazovanjem izrekov.

Osnovni cilj logike je, da dijak spozna pojem logičnega izhajanja, ki ga uporablja pri argumentiranju. Pri tem se mora zavedati implicitnih predpostavk, izpuščenih premis in zaključkov. Pri tem črpamo zglede iz drugih šolskih predmetov in vsakdanjega življenja.

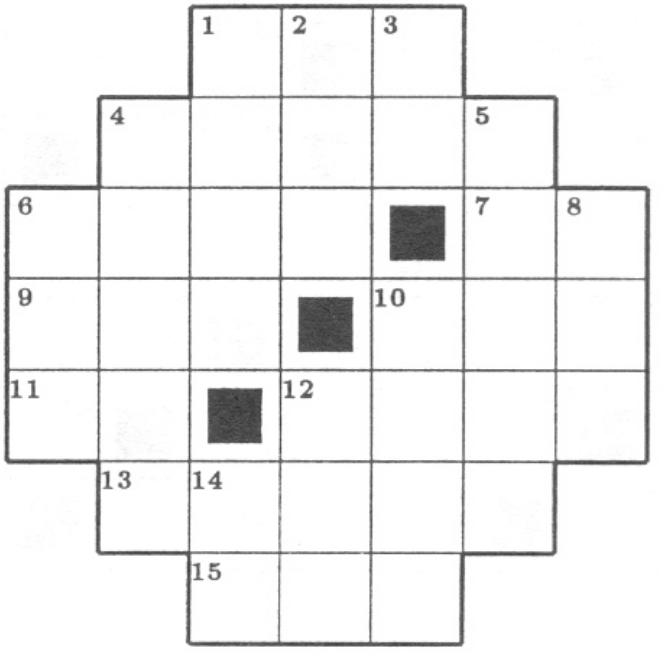
Logika mora obsegati vsa pravila sklepanja, ki jih uporabljajo drugi predmeti, in vse oblike definicij. Osnovna teorija je izjavni račun in v tem okviru definiramo pojem izhajanja, ki ga razširimo na predikatni račun. Posebej se posvečamo napakam pri sklepanju in definiranju.

Razlikovati moramo osnovne pojme, ki jih ne moremo definirati, pač pa o njih govorijo aksiomi, in definirane pojme.

Večino postopkov vpeljujemo preko reševanja logičnih nalog. Pri tem uporabljamo metodo, ki jo je uvedel Polya v knjigi *Kako rešujemo matematične probleme*: razumevanje problema (Kaj je neznanka? Kaj mi je dano? Kakšni so pogoji? Ali je mogoče ustreči pogojem? Ali je pogojev preveč? So pogoji protislovni?), načrt za rešitev naloge (Poznamo kakšno sorodno nalogo? Poznamo kakšno bolj splošno nalogo? Bolj specialen problem? Smo uporabili vse pogoje?), uresničitev načrta (Ali lahko dokažemo pravilnost posamezne stopnje?), analiza reševanja, pregled opravljene poti (Preizkus dobljenih rezultatov).

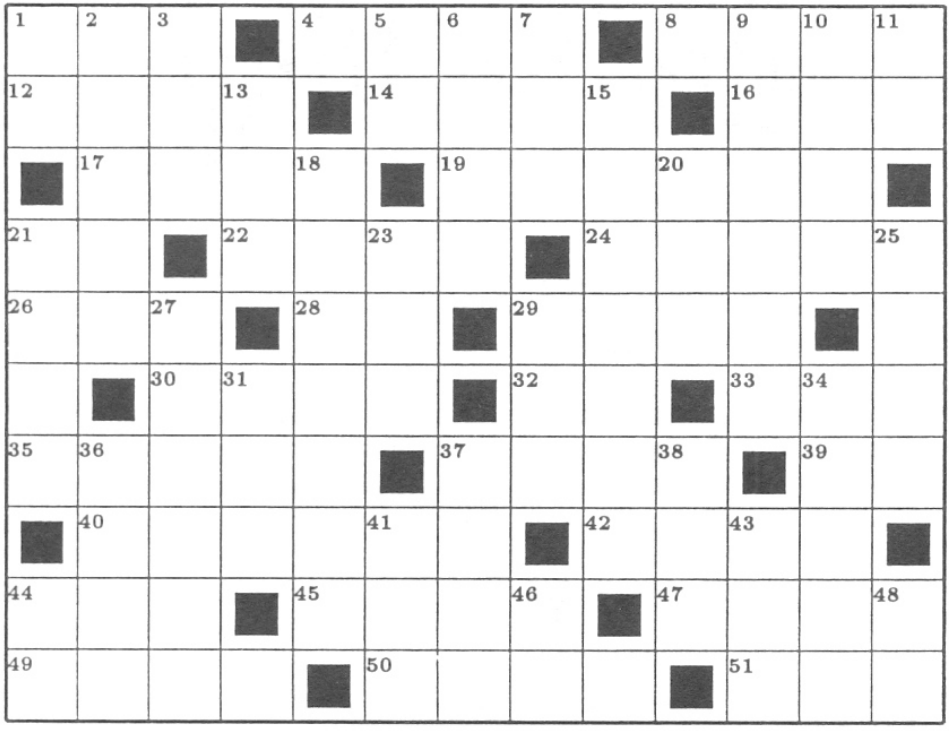
Za utrjevanje uporabljamo tudi *računalniške programe* za učenje logike. To je tudi razlog za vpeljavo logične simbolike.

Matematične križanke



Vodoravno: **1.** 10.3 % od 6000. **4.** Prostornina pokončne kvadratne prizme, katere dolžina osnovnega roba a in višina izpolnjujeta sitem enačb $2a + v = 70$, $a + 2v = 74$. **6.** MMMCMXLVII. **7.** Rešitev enačbe $x/2 + x/4 + x/8 + x/16 - 30 = 0$. **9.** Obseg pravokotnika, katerega dolžini stranic sta dve zaporedni naravni števili. **10.** Obresti, ki jih v enem letu prinaša glavnica 8960 kun pri letni stopnji 6.25 %. **11.** D(52675, 55728). **12.** Ploščina pravokotnika, katerega vsota dolžin stranic je 769, razlika pa 745. **13.** $26 \cdot 26 \cdot 26 + 27 \cdot 27 \cdot 27 + 28 \cdot 28 \cdot 28 + 29 \cdot 29 \cdot 29 - 6789$. **15.** Pot v km, ki jo naredi avto v 6 h 48 min, če je njegova hitrost 77.5 km/h.

Navpično: **1.** V(160, 416, 1248). **2.** Praštevilski delitelj števila 6594. **3.** Rešitev enačbe $x - 2(x + 2) + 3(x + 3) - 181 = 0$. **4.** Eno od petmestnih števil, ki se ga da sestaviti iz različnih števk. **5.** Ploščina kvadrata, ki ima obseg 836. **6.** Vrednost izraza $a + b + c + ab + 57$ pri $a = -14, b = -21, c = 8$. **8.** CCIV **11.** $97 \cdot 98 - 67^2$. **12.** $12^2 + 13^2 + 14^2 + 15^2 + 16^2 - 2^3$. **14.** Število diagonal v trinajstkotniku.



Vodoravno: **1.** Rešitev enačbe $35/(x+3) = 1/10$. **4.** 6.25 % od 125200. **8.** MMDLXIX. **12.** $7^2 \cdot 11^2$. **14.** $19 \cdot 18 \cdot 17 + 16 \cdot 15 + 14 \cdot 13 + 12 \cdot 11 + 10 \cdot 9 + 8 \cdot 7$. **16.** Vrednost izraza $abc + ab + ac + bc - 9$ pri $a = -4, b = 7, c = -19$. **17.** Prostornina kvadra, ki ima za robove tri števila iz množice $\{2, 31, 61, 97\}$. **19.** V(1053, 5733, 9621). **21.** Skupno število daljic, ki jih določa 8 točk v ravnini. **22.** $57^2 + 76^2$. **24.** Število, katerega 30 % je 21625.5. **26.** Hitrost avta v km/h, ki pot 7300 m opravi v 3 min. **28.** Dolžina hipotenuze, če imata kateti dolžini 8 in 15. **29.** Ploščina kvadrata, katerega stranica ima za dolžino rešitev enačbe $2(x-1)-3(x-2)+4(x-3)-271 = 0$. **30.** Obseg pravilnega desetkotnika, katerega stranica ima za dolžino rešitev enačbe $(x+21)/17 = 50$. **32.** D(1425, 4425, 6675). **33.** $6(31/4 - 1/2 + 0.75)(5.1 + 9/10) + 10$. **35.** $31^3 + 25^3 + 17^3 - 9^3 + 6^3 - 100$. **37.** $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$. **39.** Vrednost funkcije $f(x) = 5/x$ pri $x = 1/14$. **40.** $987 \cdot 65 \cdot 4 + 123$ **42.** MMMCDXLVI. **44.** Največje praštevilo, ki deli 6482. **45.** Obseg kvadrata, katerega stranica ima dolžino 48^2. **47.** $42^2 - 43^2 + 44^2 - 45^2 + 46^2$. **49.** Površina kocke, ki ima prostornino 35937. **50.** $33^2 + 34^2 + 35^2 + 36^2 + 37^2 + 38^2$. **51.** Obseg trikotnika, katerega dolžine stranic izpolnjujejo sistem enačb $a + b = 400, a + c = 300, b + c = 314$.

Navpično: **1.** Število diagonal desetkotnika. **2.** Površina kvadra, katerega dolžine robov so tri zaporedna naravna števila, prostornina pa je 753480. **3.** Vrednost izraza $abc/(a+b+c)$ pri $a = -3/4, b = 16, c = -15$. **5.** $2(4.125 : 1/8+10)$. **6.** MMCDXXXV. **7.** Seštevek prvih 24 lihih naravnih števil. **9.** Ploščina pravokotnika, katerega dolžine stranic izpolnjujejo sistem enačb $5a-4b = 64, 4b-3a = 215$. **10.** $45^2-44^2+21^2+4^2$. **11.** Rešitev enačbe $x/2-x/7+x/14 = 42$. **13.** $18\cdot18\cdot18-17\cdot17\cdot17$. **15.** Prostornina kocke s površino 129654. **18.** Kub števila 159. **20.** Vrednost izraza $3ab+7(a+b)+10$ pri $a = -10, b = -8$. **21.** Obseg pravokotnika z dolžinama stranic 525, 527. **23.** Ploščina trikotnika, katerega stranica a in njena višina v zadoščata sistemu enačb $a + v = 48, 2a - v = 6$. **25.** Glavnica, ki pri letni obrestni stopnji 12.5 % da v enem letu 710 kun obresti. **27.** $11 + 22 + 33 + 44 + 55 + 66 + 77 \cdot 77 + 88 \cdot 88 \cdot 88 - 99$. **29.** Praštevilski delitelj števila 184170. **31.** $2^3 \cdot 3^3$. **34.** $16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 + 20 \cdot 21 \cdot 22 - 68^2$. **36.** V(85, 1853). **37.** MCCXV. **38.** $20^2 + 21^2$. **41.** D(1708, 6405). **43.** Pot v km, ki jo preleti v 45 min letalo s hitrostjo 660 km/h. **44.** Število, ki nadaljuje zaporedje 16, 18, 22, 30. **46.** D(1005, 3752). **48.** Rešitev enačbe $(x-7)/4-(x+3)/5+1 = 0$.

Križanki smo vzeli iz revije Matka

Matematično tekmovanje osnovnošolcev na Hrvaškem

Matematična tekmovanja osnovnošolcev imajo na Hrvaškem dolgo tradicijo. V zadnjem času tekmujejo učenci že od 4. razreda naprej. Učenci do 6. razreda končujejo svoje tekmovanje na regijski stopnji, 7. in 8. razred pa končata z državnim tekmovanjem. Tule so naloge občinsko-mestnega tekmovanja.

4. razred

1. V izrazu $98 - 14 : 2 + 5 \cdot 84 - 83$ postavi oklepaje tako, da dobiš
a) 379 b) 96 c) 47 d) 86 e) 7981.

2. Učenca četrtega razreda, Ivor in Damir, sta vprašala učiteljico, kakšno oceno sta dobila pri šolski nalogi iz matematike. Učiteljica jima je odgovorila: V računu na mesto zvezdice in kvadratka vpišite ustrezne števke tako, da bo račun pravilen. V zgornjem kvadratku bo Ivorjeva ocena, v spodnjem pa Damirjeva.

$$\begin{array}{cccccc} & 2 & * & \cdot & 3 & * \\ \hline & * & 1 & & & \\ & * & * & 5 & & \\ \hline & * & \square & * & & \\ + & 8 & * & 6 & & \\ \hline * & * & \square & * & & \end{array}$$

3. Seštevek treh števil je 3946. Prvi seštevanec je štirikrat manjši od drugega, tretji pa je za 4 večji od drugega. Določi vrednosti vsakega seštevanca.

4. Dolžine stranic trikotnika, izražene v milimetrih, so tri zaporedna soda naravna števila. Če je obseg trikotnika 180 mm, kolikšne so dolžine stranic. Načrtaj trikotnik.

5. Ded Šimun ima v kleti posodo za 44 litrov, polno višnjevega soka. Ded bi rad vnukoma Dinku in Josipu poklonil ta sok, tako da vsak dobi enako, vendar ima v kleti le posode za 7, 9 in 30 litrov. Ali lahko ded Šimun s prelivanjem razdeli 44 litrov soka na dva enaka dela, tako da uporabi samo te štiri posode?

5. razred

1. Katerih petmestnih števil je več: tistih, ki niso deljiva s 5, ali tistih, ki imajo tisočico in desettisočico različno od 5?

2. Določi števki a in b v številu 64a4b tako, da to število pri deljenju s 3 da ostanek 1, pri deljenju s 5 ostanek 2 in pri deljenju s 4 ostanek 3.

3. Razlika dveh števil je 83. Če večje število povečamo štirikratno, manjše pa ostane nespremenjeno, je nova razlika 674. Kateri števili sta to?

4. V 5b razredu je bilo v prvem polletju dvakrat več učencev kot učenk. V 5a je bilo število učencev in učenk enako.

V drugem polletju sta dva učenca iz 5b prešla v 5a, 6 učenk pa je iz 5a prešlo v 5b. Po teh preselitvah je v 5a dvakrat več učencev kot učenk, v 5b pa je en učenec več, kot je učenk.

Koliko učenk je bilo v 5a v prvem polletju in koliko v 5b?

5. V ravnini imamo premico p in točko A, ki ne leži na premici. Konstruiraj kvadrat $ABCD$, katerega eno oglišče je A, premica p pa je somernica.

Koliko je rešitev?

6. razred

1. Zmnožek treh zaporednih sodih naravnih števil je 17472. Katera so ta števila?

2. Če od nekega števila odštejemo $2/5$ tega števila, nato pa od ostanka odštejemo $4/9$ ostanka in 195, dobimo število, ki je za 124 večje od $2/17$ začetnega števila. Določi začetno število.

3. Za štiri števila vemo, da je seštevek prvega in drugega 11, seštevek drugega in tretjega je 2.3, seštevek tretjega in četrtega pa je 8.4. Koliko je polovica seštevka prvega in četrtega števila?

4. Dan je trikotnik ABC, kjer je razlika kotov CAB in CBA enaka $30°$. Kolikšen je kot, ki ga tvorita višina iz točke C na stranico AB in simetrala zunanjega kota pri točki C?

5. Dani sta vzporednici a in b in premica c, ki seka premico a v točki A in premico b v točki B. Pri tem premica c ni pravokotna na a. Na premici b levo od točke B izberemo točko D, desno od B pa točko E. Simetrala kota ABD seka premico a v točki M, simetrala kota ABE pa premico a v točki N. Dokaži, da je:

a) trikotnik MBN pravokoten,

b) $|AM| = |AN|$.

7. razred

1. Prst, ki jo je gospodinja kupila v cvetličarni, vsebuje 11 % vode. Slak, ki ga želi presaditi v lonček, zahteva 24 % vlažnost. Koliko vode velja vliti v 3 kg kupljene prsti, da bo rastlina uspešno presajena?

2. Dvanajst delavcev mora opraviti neko delo, ki ga lahko končajo v 42 dnevih. Po treh dneh so odšli 4 delavci. Po naslednjih 6 dnevih je prišlo 7 novih delavcev, potem pa po naslednjih 5 dneh še 8 delavcev, ki so potem skupaj končali delo. Koliko dni so potrebovali?

3. Skupno število stranic in diagonal konveksnega večkotnika je 903. Določi razmerje med vsoto vseh zunanjih in vsoto vseh notranjih kotov.

4. Konstruiraj trikotnik ABC, kjer je $c - b = 2$ cm, $v_c = 3.5$ cm in kot $\beta = 45°$.

5. Dan je enakokrak trikotnik ABC, kjer je $|AB| = |AC|$. Naj bo točka E presečišče simetrale kota ABC in kraka AC, točka D pa nožišče višine iz oglišča A na stranico BC.

Določi notranje kote trikotnika ABC, če je $|BE| = 2|AD|$.

8. razred

1. Okrajšaj ulomek $(a^2 - 16)/(12 + a - a^2)$.

2. Določi enačbo premice, ki gre skozi točko $A(7, 2)$ tako, da je dolžina odseka te premice na pozitivnem delu osi x v razmerju $5 : 3$ z ordinato točke A.

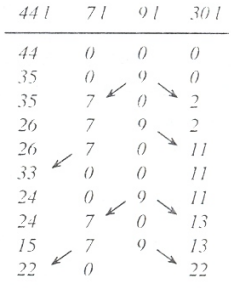
3. Določi vsa dvomestna števila ab in cd tako, da je desetica drugega števila enaka dvakratni enici prvega števila in da je $\mathrm{ab}^2 + \mathrm{cd}^2 = \mathrm{ba}^2 + \mathrm{dc}^2$.

4. Naj bo v trapezu $ABCD$ krak AD pravokoten na osnovnico AB, krožnica premera BC pa naj seka osnovnico AB v točki H, krak AD pa v točkah E in F. Dokaži:
a) $|AH| = |CD|$,
b) trikotnik ABE je podoben trikotniku DEC.

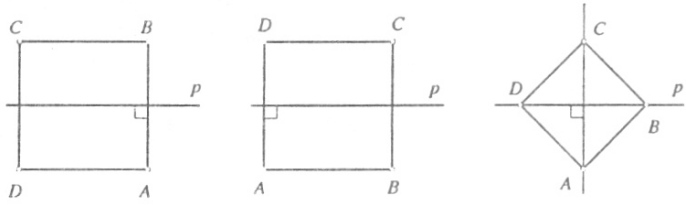
5. Dan je pravokotnik $ABCD$. Naj bo točka M razpolovišče stranice AB, točka E pa presek diagonale AC in daljice DM. Kolikšen je kot CED, če je $|AB| : |BC| = \sqrt{2} : 1$?

Rešitve:

4. razred
1. a) $(98 - 14) : 2 + 5 \cdot 84 - 83$; b) $98 - 14 : 2 + 5(84 - 83)$;
c) $(98 - 14) : 2 + 5 \cdot (84 - 83)$; d) $98 - (14 : 2 + 5) \cdot (84 - 83)$
e) $(98 - 14 : 2 + 5) \cdot 84 - 83$.
2. 4, 5.
3. 438, 1752, 1756.
4. 58, 60, 62.
5. (slika desno)



5. razred
1. Obojih je 72000.
2. 64147, 64447, 64747
3. 114, 197.
4. 14, 9.
5. Naloga ima tri rešitve.



6. razred
1. 24, 26, 28.
2. 1479.
3. 17.1, 8.55.
4. 75°.

7. razred
1. 39/76 l vode.
2. 29 dni.
3. 2 : 41.
5. $\alpha = 108^\circ, \beta = 36^\circ, \gamma = 36^\circ$.

8. razred
l. $-(a+4)/(a+3)$.
2. $y = (6/11)x - 20/11$.
3. 11, 22; 22, 44; 33, 66; 44, 88; 14, 87.
5. Kot CED je 90°.

Evropski matematični kenguru

V šesti številki šestega letnika revije smo objavili naloge za osnovnošolce, tokrat pa predstavljamo naloge, ki so jih v lanskem šolskem letu reševali srednješolci.

Prvi in drugi letnik

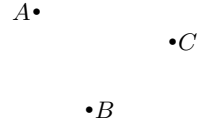
1. Katero je najmanjše naravno število, s katerim moramo pomnožiti število 150, da dobimo kvadrat naravnega števila?

(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 5 (**D**) 6 (**E**) 10

2. Z deske se odrineš 1 meter v višino in po 5 metrih padanja si 2 metra pod vodo. Koliko metrov nad vodno gladino je postavljena deska?

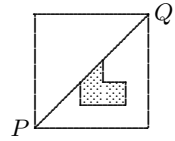
(**A**) 2 (**B**) 3 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) skakalnica je pod vodo

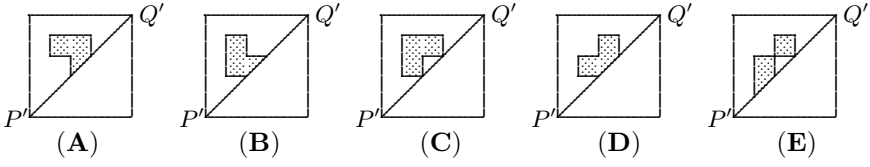
3. Naj bodo A, B in C točke, kot jih vidimo na sliki. Na koliko načinov jim lahko dodamo točko D, da bodo vse štiri predstavljale oglišča paralelograma?



(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) ne da se

4. Katerega od spodnjih kvadratov moraš položiti na kvadrat ob strani, tako da bo točka P' prekrila točko P, točka Q' pa točko Q ter da bo označena diagonala predstavljala simetrijsko os nastalega osenčenega lika?





5. Na nekem tekmovanju so imeli dijaki na voljo uro in pol časa za reševanje tridesetih nalog. Čas tekmovanja želijo skrajšati na eno uro, vendar naj bi imeli tekmovalci za vsako nalogo na razpolago enako časa kot prej. Koliko nalog naj bi bilo?

(**A**) 12 (**B**) 15 (**C**) 18 (**D**) 20 (**E**) 25

6. V mestu je drevored desetih dreves. Razdalja med sosednjima drevesoma je 4 metre. Kako dolg je drevored?

(**A**) 34 m (**B**) 36 m (**C**) 38 m (**D**) 40 m (**E**) 44 m

7. V razredu je 35 dijakov. Razmerje med številom fantov in deklet je 3:4. Koliko je fantov?

(**A**) 10 (**B**) 15 (**C**) 20 (**D**) 25 (**E**) 30

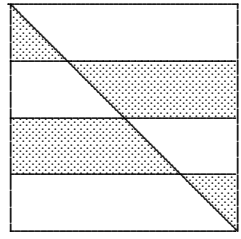
8. Mojca ima 5 žogic, Miha ima manj žogic kot Mojca, njuna starejša sestrica pa ima toliko žogic kot Mojca in Miha skupaj. Vsi trije skupaj imajo lahko:

(**A**) 8 žogic (**B**) 11 žogic (**C**) 13 žogic (**D**) 14 žogic (**E**) 20 žogic

9. V bližnji trgovini lahko kupimo kilogram sladkorja za 230 tolarjev, v veleblagovnici pa je cena nižja in znaša 200 tolarjev. Kolikšna je najmanjša količina sladkorja (v kilogramih), ki jo moramo kupiti, da se nam splača z avtobusom peljati do veleblagovnice, če povratna vozovnica stane 160 tolarjev?

(**A**) 1 kg (**B**) 5 kg (**C**) 6 kg (**D**) 8 kg (**E**) 10 kg

10. Kvadrat s stranico dolžine 1 smo najprej razdelili na štiri enako široke trakove, nato potegnili diagonalo in na koncu nekatere dele še osenčili. Kolikšna je skupna ploščina osenčenih delov?



(**A**) $\frac{1}{2}$ (**B**) $0,4$ (**C**) $\frac{1}{4}$ (**D**) $\frac{1}{3}$ (**E**) $\frac{3}{8}$

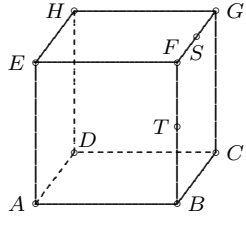
11. Katera je zadnja števka števila $1997 \cdot 2^{1997}$?

(**A**) 0 (**B**) 2 (**C**) 4 (**D**) 5 (**E**) 8

12. $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \cdots + 1995 - 1996 + 1997 =$

(**A**) 999 (**B**) 1000 (**C**) -1998 (**D**) 1999 (**E**) 0

13. Središči robov FG in BF kocke smo označili s točkama S in T. Katera od naštetih lomljenih črt, ki povezuje oglišči C in E, je najkrajša?

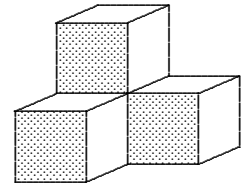


(**A**) CFE (**B**) CGE (**C**) CSE (**D**) CBE
(**E**) $CTFE$

14. Če je K enak 10 odstotkov L-ja, L 20 odstotkov M-ja, M 30 odstotkov N-ja in P 40 odstotkov N-ja, potem je razmerje $\frac{K}{P}$ enako:

(**A**) 7 (**B**) $\frac{3}{2}$ (**C**) $\frac{2}{300}$ (**D**) $\frac{3}{200}$ (**E**) $\frac{1}{250}$

15. Telo na sliki je sestavljeno iz štirih kock dimenzije $1 \times 1 \times 1$. Iz takih teles lahko oblikujemo nekatere večje kocke, ne moremo pa, na primer, oblikovati kocke, ki meri:

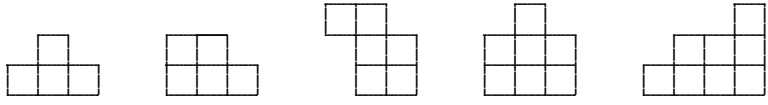


(**A**) $2 \times 2 \times 2$ (**B**) $4 \times 4 \times 4$ (**C**) $6 \times 6 \times 6$
(**D**) $8 \times 8 \times 8$ (**E**) $9 \times 9 \times 9$

16. Pri pouku slovenskega jezika morajo učenci v enem šolskem letu napisati 8 spisov, za katere lahko dobijo ocene od 2 do 5. Do sedaj so pisali 6 spisov in Anina povprečna ocena je 3,5. Kolikšno povprečno oceno mora doseči pri ostalih dveh spisih, če želi, da bi bila njena končna povprečna ocena enaka 4?

(**A**) 5 (**B**) 4,75 (**C**) 4,5 (**D**) 4 (**E**) končna ocena 4 ni dosegljiva

17. Iz štirih od spodnjih petih likov lahko sestavimo kvadrat, če primerno zložimo enega tik drugega. Katerega lika ne bomo uporabili?



(**A**) (**B**) (**C**) (**D**) (**E**)

18. List petkrat prepognemo čez polovico in pri tem vsakič zamenjamo smer prepogibanja (preden naslednjič prepognemo, ga zavrtimo za 90°). Nato odstrižemo vsa štiri oglišča in list razgrnemo. Koliko lukenj nastane?

(**A**) 27 (**B**) 21 (**C**) 9 (**D**) 8 (**E**) 6

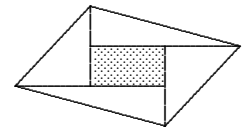
19. Kolikšen je ostanek pri deljenju števila 10...0 (število ima za enico 1996 ničel) s številom 15?

(**A**) 1 (**B**) 6 (**C**) 9 (**D**) 10 (**E**) 12

20. Gašper ima shranjenih mnogo koledarjev iz preteklih let, za leto 1997 pa še nima koledarja. Za pravilno določanje dni v tednu si bo lahko pomagal s koledarjem iz leta:

(**A**) 1986 (**B**) 1987 (**C**) 1990 (**D**) 1992 (**E**) 1996

21. Stranice pravokotnika s ploščino 1 smo podaljšali tako, da so sedaj dvakrat daljše, krajišča podaljškov pa so oglišča novega lika. Kolikšna je ploščina tega lika?

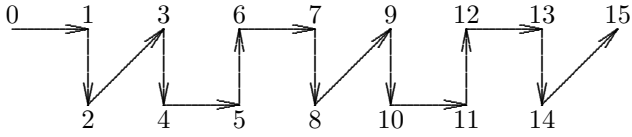


(**A**) 3 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 6
(**E**) ne moremo določiti

22. Če je produkt treh naravnih števil (od katerih je vsako večje od 3) enak 2187, potem je vsota teh treh števil enaka:

(**A**) 45 (**B**) 55 (**C**) 91 (**D**) 249 (**E**) ne moremo določiti

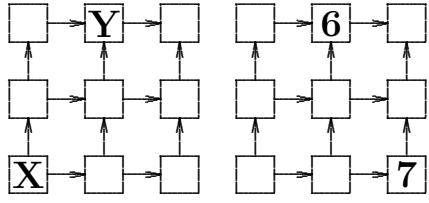
23. Cela števila od 0 do 2000 so povezana tako, kot kaže začetni vzorec na sliki.



Katero zaporedje puščic vodi od števila 1997 do števila 2000?



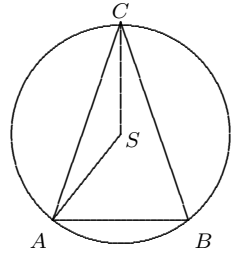
24. Karte s številkami od 1 do 9 so obrnjene s številkami navzdol in povezane s puščicami, ki so usmerjene od manjših številk k večjim (leva slika). Ko smo dve od kart obrnili, sta se prikazali številki 6 in 7 (desna slika). Kolikšna je vsota številk na kartah **X** in **Y**?



(**A**) 6 (**B**) 7 (**C**) 8
(**D**) 10 (**E**) ne moremo določiti

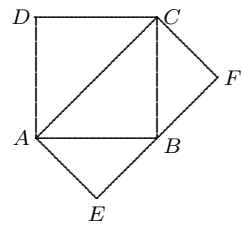
25. S je središče kroga, ki je očrtan trikotniku ABC. Naj bo $AC = BC$ in $\sphericalangle SAC = 24°$. Koliko stopinj meri kot SAB?

(**A**) 30 (**B**) 40 (**C**) 42 (**D**) 48 (**E**) 66



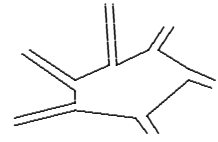
Tretji in četrti letnik

1. $ABCD$ je enotski kvadrat. Ploščina pravokotnika $AEFC$ je:



(**A**) $\frac{1}{2}$ (**B**) $\frac{1}{3}$ (**C**) 1 (**D**) 2 (**E**) 3

2. Na trg vodi šest cest. Promet je na štirih od cest dovoljen v obe smeri, na ostalih dveh cestah pa se odvija enosmerni promet v smeri proti trgu. Na koliko načinov se lahko voznik avtomobila pelje preko trga?

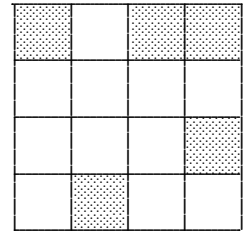


(**A**) 12 (**B**) 20 (**C**) 24 (**D**) 28 (**E**) 48

3. $\sqrt{2^{100}}$ je enako:

(**A**) 250 (**B**) $(\sqrt{2})^{10}$ (**C**) 2^{10} (**D**) 2^{50} (**E**) 2^{200}

4. Najmanj koliko malih kvadratkov moramo počrniti, da bo na kvadratu s slike nastala središčno simetrična figura?



(**A**) 1 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 5

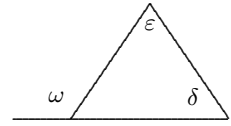
5. Žogica s polmerom 5 cm plava na vodi tako, da sega do globine 8 cm. Kolikšen je polmer kroga, ki ga na žogici zariše vodna gladina?

(**A**) 3 cm (**B**) $\sqrt{5}$ cm (**C**) 4 cm (**D**) $\sqrt{21}$ cm (**E**) 5 cm

6. Na ravnini narišemo 20 premic, ki gredo skozi isto točko. Največje možno število pravih kotov, ki pri tem nastanejo, je:

(**A**) 10 (**B**) 20 (**C**) 30 (**D**) 40 (**E**) 50

7. Poišči, kolikšen je x, če veš, da sta notranja kota trikotnika $\delta = (x-1)^\circ$ in $\varepsilon = (x+1)^\circ$ ter zunanji kot $\omega = (2x+5)^\circ$.



(**A**) 30° (**B**) 45° (**C**) 90°
(**D**) x je poljuben (**E**) takega trikotnika ni

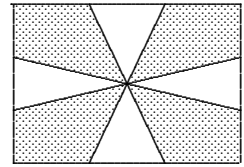
8. Za števili $a = (999222)^2$ in $b = 999221 \cdot 999223$ velja:

(**A**) $a^2 = b^2 - 1$ (**B**) $b = a + 1$ (**C**) $a = b + 1$ (**D**) $a = 2b$ (**E**) $a = b$

9. Množica točk $\{(x, y); x^2 + xy = 0\}$ prestavlja

(**A**) premico (**B**) krožnico (**C**) dve premici (**D**) točko
(**E**) prazno množico

10. Tako zastavo uporabljajo na ladjah. Stranice zastave so razdeljene na tri enake dele, delilne točke pa povezane s središčem zastave. Razmerje med belo in osenčeno površino je:



(**A**) 1:1 (**B**) 1:2 (**C**) 1:3 (**D**) 1:4 (**E**) 2:3

11. Za koliko celih števil k je tudi število $\frac{k+11}{k+7}$ celo število?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 2 (**D**) 6 (**E**) neskončno mnogo

12. Na Marsu so odkrili prebivalce z glavami. Neki znanstvenik je poročal: *"Vsak Marsovec ima 2 glavi."* Kasneje se je izkazalo, da je bila njegova trditev napačna. Katera od naslednjih izjav je zagotovo resnična?

(**A**) Na Marsu ni prebivalcev z dvema glavama.
(**B**) Vsak Marsovec ima ali 1 glavo ali pa ima več kot 2 glavi.
(**C**) Obstaja Marsovec z 1 glavo.
(**D**) Obstaja Marsovec, ki ima ali 1 glavo ali pa več kot 2 glavi.
(**E**) Obstaja Marsovec z več kot 2 glavama.

13. Koliko števk ima število $4^5 \cdot 5^{13}$, zapisano v desetiškem sistemu?

(**A**) 12 (**B**) 13 (**C**) 16 (**D**) 17 (**E**) 18

14. Realna števila x, y in a zadoščajo neenakostim $a < x < a^4 < y < a^2$. Za kateri vrednosti x in y lahko najdemo takšen a?

(**A**) $x = 0$, $y = 1$ (**B**) $x = -1$, $y = 0$ (**C**) $x = 0$, $y = \frac{1}{2}$
(**D**) $x = -1$, $y = 1$ (**E**) $x = 1$, $y = 2$

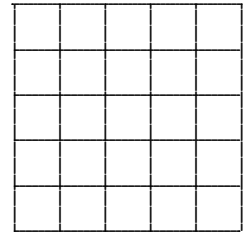
15. V zaporedju petih števil $2, \ldots, \ldots, \ldots, 500$ manjkajo tri. Vemo, da je vsak člen (od tretjega dalje) enak produktu predhodnih dveh členov. Produkt treh manjkajočih členov je:

(**A**) 500 (**B**) 1000 (**C**) 2000 (**D**) 2500 (**E**) ne moremo vedeti

16. Letos, v letu 1997, je grški bog Pozejdon star m let. Desetkrat starejši bo leta:

(**A**) $10 \cdot 1997$ (**B**) $10 \cdot 1997m$ (**C**) $1997 + 10m$ (**D**) $1997 + 9m$
(**E**) $10 \cdot (1997 - m)$

17. Koliko kvadratov je na sliki?



(**A**) 25 (**B**) 35 (**C**) 50 (**D**) 55 (**E**) 60

18. Dolžine stranic trikotnika so 1, a in 3, pri čemer velja $1 \leq a \leq 3$. Stranico a izberemo tako, da je ploščina trikotnika največja. Kolikšna je ta ploščina?

(**A**) $\frac{3}{2}$ (**B**) $\frac{\sqrt{33}}{4}$ (**C**) $\frac{\sqrt{35}}{4}$
(**D**) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (**E**) ne moremo ugotoviti

19. Žirafina kletka ima obliko trikotnika s stranicami 20 m, 16 m in 12 m. Žirafa lahko doseže sočno travo izven kletke največ do razdalje 2 m od ograje. Približno koliko meri površina izven kletke, ki jo žirafa lahko popase?

(**A**) 96m^2 (**B**) $99,14\text{m}^2$ (**C**) $102,28\text{m}^2$
(**D**) $105,42\text{m}^2$ (**E**) $108,56\text{m}^2$

20. Naj bo m sodo število, n pa naravno število. Število $(m+1)^2 + n(m+1)$ je:

(**A**) vedno liho (**B**) vedno sodo (**C**) sodo samo, če je n sodo
(**D**) liho samo, če je n liho (**E**) liho samo, če je n sodo

21. V prvem koraku označimo krajišči in središče daljice AB. V vsakem naslednjem koraku označimo središče med nekima dvema sosednjima označenima točkama. Najmanj koliko korakov potrebujemo, da označimo točko, ki daljico AB deli v razmerju 5:11?

(**A**) 8 (**B**) 5 (**C**) 4 (**D**) 3 (**E**) 2

22. Če za realna števila x, y, z in t velja $|x - y| = |y - z| = |z - t| = 1$, potem $x - t$ ne more biti enako:

(**A**) 0 (**B**) -1 (**C**) 1 (**D**) -3 (**E**) 3

23. Enačba $|||x|-1|-a|=4$ ima natanko pet rešitev, če je:

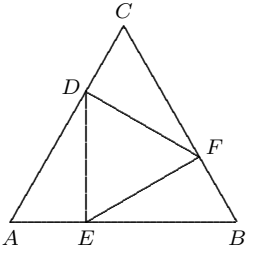
(**A**) $a=-3$ (**B**) $a=5$ (**C**) $a>0$ (**D**) $a<0$ (**E**) za noben a

24. Število $m = 999...99$ ima 77 števk (same devetice), število $n = 777...77$ pa 99 števk (same sedmice). Koliko števk ima število $m \cdot n$?

(**A**) 175 (**B**) 176 (**C**) 177 (**D**) 7692 (**E**) 7693

25. V enakostranični trikotnik ABC je včrtan enakostranični trikotnik DEF tako, da je stranica DE pravokotna na AB. Razmerje med ploščinama trikotnikov ABC in DEF je:

(**A**) $\sqrt{3}$ (**B**) 2 (**C**) $\frac{5}{2}$ (**D**) 3 (**E**) $3\sqrt{2}$



Rešitve nalog

1. in 2. letnik:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	C	B	D	B	B	D	C	E	C	A	C	D	E	E	B	B	D	A	C	A	E	B	C

3. in 4. letnik:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	B	D	C	C	D	E	C	C	B	D	D	B	C	D	D	D	C	E	E	C	A	B	B	D

Darjo Felda in *Gregor Dolinar*

Matematična naloga – nekaj algebre in več geometrije

Učenci, ki bolje znajo matematiko in ki so ji bolj naklonjeni, običajno nimajo enako radi algebro in geometrijo. Moje izkušnje z učenci različnih starosti povedo, da je slednjih manj; manj je namreč tistih, ki jim je geometrija "prirastla k srcu". Zakaj je tako? Da bi temeljito obrazložili odgovor na to vprašanje, bi potrebovali več časa. Nekateri učenci so povedali, da jim je algebra lažja, dostopnejša in "otipljivejša".

Tu bomo poskušali pomešati algebro in geometrijo v nekoliko težji nalogi ter tako do neke mere ustreči interesom ljubezni učencev do obeh, lahko bi rekli bistvenih področjih matematike.

Gre za naslednjo nalogo:

Dana je algebrska enačba četrte stopnje:

$$x^4 - 34x^3 + 356x^2 - 1454x + 1995 = 0.$$

a) Poišči rešitve x_1, x_2, x_3 in x_4 enačbe.
b) Ali obstaja trikotnik, katerega dolžine težiščnic so $t_a = x_1$, $t_b = x_2$, $t_c = x_3$, kjer so x_1, x_2, x_3 in x_4 rešitve zgornje enačbe in velja $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$?
c) Kakšen je trikotnik, če obstaja?
d) Kolikšna je ploščina tega trikotnika?

Rešitev

a) Ker je $1995 = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$, hitro ugotovimo, da lahko dano enačbo prevedemo v obliko

$$(x-3)(x-5)(x-7)(x-19) = 0,$$

kar pomeni, da so njene rešitve

$$x_1 = 3,\ x_2 = 5,\ x_3 = 7,\ x_4 = 19.$$

b) Imamo torej $t_a = 3$, $t_b = 5$ in $t_c = 7$. Iz

$$\begin{aligned} t_a^2 &= \tfrac{1}{4}(2b^2 + 2c^2 - a^2), \\ t_b^2 &= \tfrac{1}{4}(2a^2 + 2c^2 - b^2), \\ t_c^2 &= \tfrac{1}{4}(2a^2 + 2b^2 - c^2) \end{aligned}$$

dobimo

$$\begin{aligned} a^2 &= \tfrac{4}{9}(2t_b^2 + 2t_c^2 - t_a^2), \\ b^2 &= \tfrac{4}{9}(2t_a^2 + 2t_c^2 - t_b^2), \\ c^2 &= \tfrac{4}{9}(2t_a^2 + 2t_b^2 - t_c^2) \end{aligned}$$

oziroma $a = \frac{2}{3}\sqrt{139}$, $b = \frac{2}{3}\sqrt{91}$ in $c = \frac{2}{3}\sqrt{19}$. Zaradi $t_a = \min\{t_a, t_b, t_c\}$ je $a =$

$\max\{a,b,c\}$. Po drugi strani pa zaradi $\sqrt{91} > 9$, $\sqrt{19} > 4$ in $\sqrt{139} < 13$ velja $\sqrt{139} < \sqrt{91} + \sqrt{19}$ oziroma $\frac{2}{3}\sqrt{139} < \frac{2}{3}\sqrt{91} + \frac{2}{3}\sqrt{19}$, zato $a < b + c$ in trikotnik s težiščnicami $t_a = 3$, $t_b = 5$ in $t_c = 7$ obstaja.

c) Po kosinusnem izreku velja

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma < a^2 + b^2, \quad \text{če je } \gamma \in (0°, 90°),$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma > a^2 + b^2, \quad \text{če je } \gamma \in (90°, 180°).$$

Za $a = \frac{2}{3}\sqrt{139}$, $b = \frac{2}{3}\sqrt{91}$ in $c = \frac{2}{3}\sqrt{19}$ velja

$$a^2 + b^2 > c^2, \text{ torej } \gamma \in (0°, 90°),$$
$$a^2 + c^2 > b^2, \text{ torej } \beta \in (0°, 90°),$$
$$b^2 + c^2 < a^2, \text{ torej } \alpha \in (90°, 180°),$$

trikotnik je topokoten.

d) Ker so dolžine stranic trikotnika iracionalna števila, je nerodno uporabiti Heronov obrazec za ploščino trikotnika v klasični obliki $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, kjer je $s = \frac{a+b+c}{2}$, zato bomo pokazali, da lahko ta obrazec zapišemo v obliki $S = \frac{1}{4}\sqrt{(a^2+b^2+c^2)^2 - 2(a^4+b^4+c^4)}$:

$$\begin{aligned}
S &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \\
&= \frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)} = \\
&= \frac{1}{4}\sqrt{[(b+c)^2 - a^2][a^2 - (b-c)^2]} = \\
&= \frac{1}{4}\sqrt{-[(b^2+c^2) + 2bc - a^2][(b^2+c^2) - 2bc - a^2]} = \\
&= \frac{1}{4}\sqrt{-(b^2+c^2-a^2)^2 + 4b^2c^2} = \\
&= \frac{1}{4}\sqrt{(a^2+b^2+c^2)^2 - 2(a^4+b^4+c^4)}.
\end{aligned}$$

Za $a = \frac{2}{3}\sqrt{139}$, $b = \frac{2}{3}\sqrt{91}$ in $c = \frac{2}{3}\sqrt{19}$ oziroma $a^2 = \frac{4}{9}\cdot 139$, $b^2 = \frac{4}{9}\cdot 91$ in $c^2 = \frac{4}{9}\cdot 19$ ter $a^4 = \frac{16}{81}\cdot 139^2$, $b^4 = \frac{16}{81}\cdot 91^2$ in $c^4 = \frac{16}{81}\cdot 19^2$ imamo

$$S = \frac{1}{4}\sqrt{\left(\frac{4}{9}\cdot 249\right)^2 - 2\cdot\frac{16}{81}(19321 + 8281 + 361)},$$

od tod pa

$$S = \frac{1}{9}\sqrt{6075} = \frac{1}{9}\sqrt{3\cdot 45^2}$$

in končno

$$S = 5\sqrt{3}.$$

Šefket Arslanagić

International Mathematical Talent Search

Problems & solutions – round 0

Problem 1/0. Find all solutions to this numerogram (different letters stand for different digits)

$$\frac{bbb}{abc} = d.dedede\ldots.$$

Solution: Let $x = .\overline{de}$. Then $100x = de.\overline{de}, 99x = de, x = de/99$, and the given equality can be written as $bbb/abc = d + de/99$. Equivalently,

$$99 \cdot bbb = 99 \cdot d \cdot abc + de \cdot abc = (99 \cdot d + de) \cdot abc, \tag{1}$$

and from the first equality it follows that $11 \mid de$ or $11 \mid abc$. In the first case, $d = e$ would follow and contradict the conditions of the problem, hence $11 \mid abc$; i.e. $abc = 11 \cdot k$ for some integer k.

Now $11 \mid abc$ implies that either $a + c = b$ or $a + c = b + 11$. In the latter case, $a = b + 11 - c > b$ and so $bbb/abc < 1$, forcing $d = 0, bbb/abc < .1$ and $abc > 10 \cdot bbb$, which is impossible since abc is a three-digit number. Therefore, $a + c = b$ and $a + b + c = 2 \cdot b$.

Next note that $bbb = 111 \cdot b = 3 \cdot 37 \cdot b$, and hence in view of the second equality in (1), $37 \mid 99 \cdot d + de$ or $37 \mid abc$. In the latter case, abc would have to be a multiple of $11 \cdot 37 = 407$, and thus equal to 407 or 814. If $abc = 407$, then $b = 0$ would force $bbb/abc = 0$ and hence $d = e$, which can't be the case. If $abc = 814$, then $b = 1$ would yield $bbb/abc = 111/814 = .136\ldots$, which does not have the desired form either. Thus we conclude that $37 \mid 99d + de$; i.e. $99 \cdot d + de = 37 \cdot m$ for some integer m.

In view ofthe above, we can rewrite equation (1) as

$$9 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 37 \cdot b = 37 \cdot m \cdot 11 \cdot k,$$

which simplifies to

$$3^3 \cdot b = m \cdot k. \tag{2}$$

Now if k is not a multiple of 3, then $k \mid b$ and $k \leq 9$. This yields $abc \leq 11 \cdot 9$, which can't be the case. Therefore, $3 \mid k$, and hence $3 \mid abc$, and hence $3 \mid a+b+c$. It follows that $3 \mid 2 \cdot b$, and thus $b = 3, 6$ or 9. If $b = 3$ or 6, then $a + b + c = 2 \cdot b = 6$ or 12,

and $9 \nmid abc$, implying that $9 \nmid k$. Since in view of (2), $k \mid 3^3 \cdot b$, one must conclude that $k \leq 6$ and $abc = 11 \cdot k \leq 66$. This is impossible, hence $b = 9$ and thus k is a power of 3.

Since $abc = 11 \cdot k$ is a three-digit number, the only possibilities are $k = 27$ and $k = 81$, yielding $abc = 297$ and $abc = 891$. We exc1ude the latter case, since $999/891 = 1.\overline{12}$ would violate the condition $c \neq d$. Therefore, the unique solution is given by $999/297 = 3.\overline{36}$.

Comments: Readers who like such challenges may wish to apply their skills to the following numerograms; the first of these is due to Martin Gardner, while the second one was coined by Dr. Andy Liu of Canada:

$$\frac{EVE}{DID} = .\overline{TALK} \qquad\qquad \frac{I}{DO} = .\overline{SKI}$$

Problem 2/0. Consider the triangle of integers shown below, where each number below the apex of the triangle is the sum of the three numbers which are above it to the left, directly above it and above it to the right. (Empty spaces count as zeros.) Show that from the third row on, each row contains at least one even number.

					1						
				1	1	1					
			1	2	3	2	1				
		1	3	6	7	6	3	1			
	1	4	10	16	19	16	10	4	1		
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Solution 1: Rewrite the entries of the triangle by replacing each odd number with the letter o and each even number with the letter e, and note that the rule for determining any entry from entries of the previous row remains unchanged when we observe that

$$o + o = e + e = e \quad \text{and} \quad o + e = e + o = o.$$

Note that the first four entries of rows 3, 4, 5, and 6 are $oeoe, ooeo, oeee$, and $oooe$, respectively. Also, the first four entries of row 7, $oeoe$, agree with those of row 3. Since the first four entries of any row beyond the third are completely determined by the first four entries of the previous row, the pattern seen in the first four entries of rows 3, 4, 5, and 6 will repeat indefinitely. Since each of those rows contains at least one e, so does each row of the triangle.

Solution 2: Assume, by way of contradiction, that some row contains only o's, and let n be the row number of such a row. Row $n-1$ must possess the pattern $oeeoeeoee\ldots$, in which case row $n-2$ possesses the pattern $ooeeeeooeeee\ldots$. Now the central column of the triangle contains only o's and the triangle is symmetric about that column. (Why?) Thus, each row must contain either a sequence ooo or a sequence eoe. But neither of these sequences occurs in row $n-2$, a contradiction.

Solution 3: Assume, by way of contradlction, that no row contains an e among its first four entries, and let row n be the first such row. Certainly $n \geq 8$. Since the first four entries of any row are completely determined by the first four entries of the *succeeding* row, the first four entries of rows $n-1, n-2, n-3$, and $n-4$ can be calculated to be $oeeo, ooee, oeoo$, and $oooo$, respectiveiy. The pattern in row $n-4$ contradicts the fact that row n is the first row to contain no e among its first four entries.

Comments: Many other rich patterns may be found in the original triangle of numbers whose nth row consists of the trinomial coefficients in the expansion of $(x^2+x+1)^n, n = 0, 1, 2, \ldots$. Can the reader utilize this fact to formulate an alternate solution to the problem?

Problem 3/0. Let x and y be any two whole numbers such that $2x+3y$ is a multiple of 17. (Some examples are: $x = 20, y = -2$ and $x = 7, y = 1$.) Show that $9x+5y$ must also be a multiple of 17.

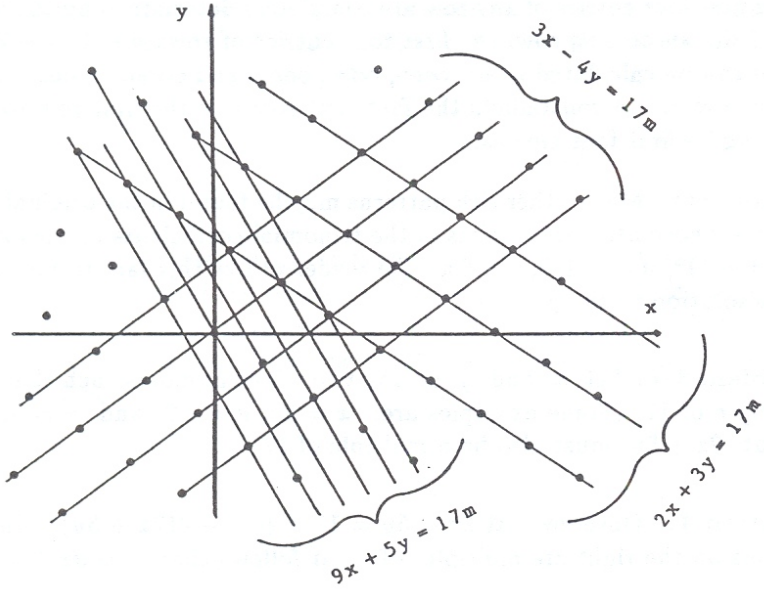
Solution 1: Observe that $9x+5y = 17(x+y)-4(2x+3y)$. Since both expressions on the right are multiples of 17, it follows that so is $9x+5y$.

Solution 2: Rewrite the statement $17 \mid (2x+3y)$ in the form $2x \equiv -3y \pmod{17}$. Then multiplying by 4 yields $8x \equiv -12y \pmod{17}$. Subtracting this congruence from $17x \equiv -17y \pmod{17}$ results in $9x \equiv -5y \pmod{17}$ which is equivalent to the desired conclusion.

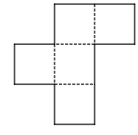
Solution 3: To characterize the pairs of integers (x, y) which satisfy $2x+3y = 17m$ for some integer m, note that $(x, y) = (m, 5m)$ is a solution, and that all other solutions must be ofthe form $(x, y) = (m+r, 5m-s)$, where r and s are integers. Since $2(m+r)+3(5m-s) = 17m$ reduces to $2r = 38$, which is satisfied if and only if $r = 3n, s = 2n$ for some integer n, it fol1ows that (x, y) must be of the form $(m+3n, 5m-2n)$, where m and n are integers. In particular, if (x, y) is of this form, then $9x+5y = 9(m+3n)+5(5m-2n) = 34m+17n = 17(2m+n)$; i.e., $9x+5y$ is also a multiple of 17.

Comments: One can similarly verify that if $(x, y) = (m + 3n, 5m - 2n)$, then not only $2x + 3y$ and $9x + 5y$ but also $8x - 5y, 3x - 4y, 4x - 11y$, etc. are multiples of 17.

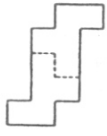
A geometric approach leading to Solution 3 arises by marking the lattice points (i.e., ordered pairs of integers) on the lines $2x+3y = 0, \pm 17, \pm 34, \ldots$, and noting that all families of parallel lines through these lattice points are of the form $ax+by = 17m$. In the figure below we have identified three such families, $2x+3y = 17m, 9x+5y = 17m$ and $3x - 4y = 17m, m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$. Can the reader characterize a and b so that $ax + by = 17m$ is such a family of parallel lines? The lattice points (x, y) are given as in Solution 3.

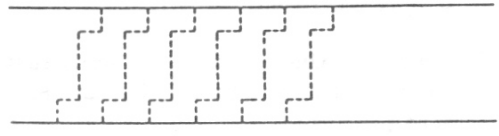


Problem 4/0. You are given an unlimited supply of pieces of card board as shown on the right. The dotted lines are drawn to show that the shape is made of five equal squares. Show that it is possible to cover the whole plane with these pieces so that no two overlap and no piece is turned over.

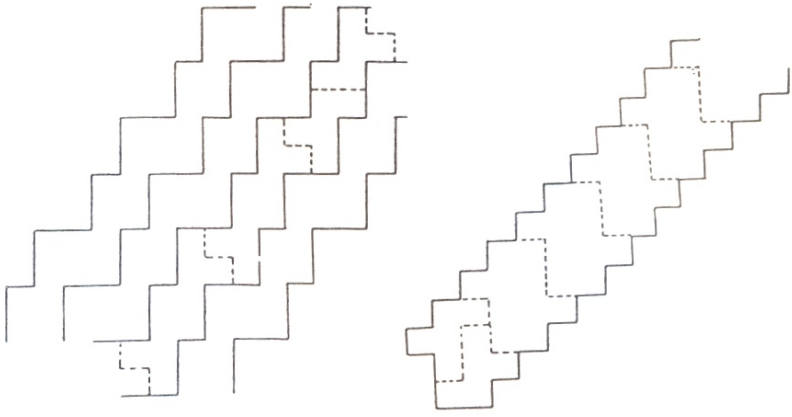


Solution 1: Two such shapes can be assembled as shown below; duplicates of these can fill a "Strip" of width 5; and the plane can be covered by placing such strips side by side.

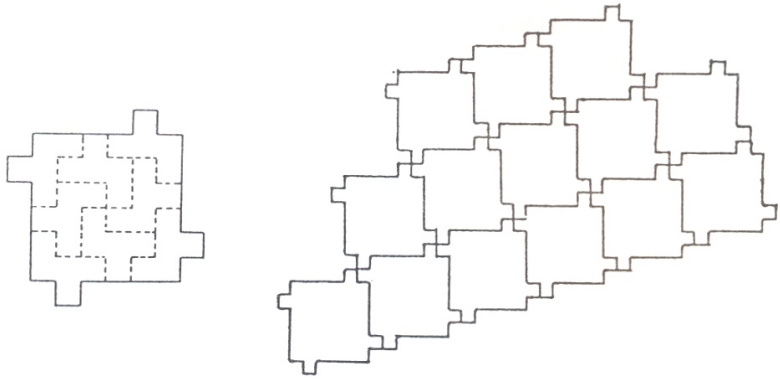




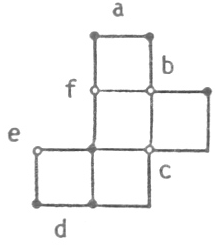
Solution 2: Duplicates of such shapes can be used to form a "Staircase" in at least two ways; these are shown below, along with an indication of how they fit together.



Solution 3: One can form an "Aggregate" by fitting together several copies of the given shape, and observing that such aggregates fit together to cover the plane. See the examples below:



Solution 4: Observe that the boundary of the given "Shape" can be divided into six parts, a, b, c, d, e, f, as shown on the right, so that a and d are translates of each other, while the other four parts have a center of symmetry. (The division points are marked by dark circles; the centers of symmetry are indlcated by open circles.)



IMTS: Problems

Problem 5/0. Show that 1 is the sum of all the numbers $\frac{1}{x \cdot y}$, where $1 \leq x \leq n, 1 \leq y \leq n, x + y > n$ and x and y are relatively prime. (For example, when $n = 4$, $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 1} + \frac{1}{4 \cdot 3} = 1$).

Problem 6/0. Given x, show that it is possible to calculate x^{1989} in 14 or fewer multiplications. (A scheme which requires 15 multiplications is given by $x \longrightarrow x^2 \longrightarrow x^4 \longrightarrow x^8 \longrightarrow x^{16} \longrightarrow x^{20} \longrightarrow x^{40} \longrightarrow x^{60} \longrightarrow x^{120} \longrightarrow x^{240} \longrightarrow x^{480} \longrightarrow x^{960} \longrightarrow x^{1920} \longrightarrow x^{1980} \longrightarrow x^{1988} \longrightarrow x^{1989}$, where for example, x^{20} is found by multiplying x^4 and $x^{16}, x^{60} = x^{20} \cdot x^{40}, x^{1980} = x^{60} \cdot x^{1920}$, etc.)

Problem 7/0. Prove that no number of the form $3^m + 3^n + 1$, where m and n are positive integers, can be a perfect square.

Problem 8/0. A "boomerang" is a quadrilateral with a concave angle. (An example of a boomerang is shown on the right.)

Prove that no convex polygon can be dissected into a finite number of boomerangs.

