PETI LETNIK — 1995–1996 – 5

LOGIKA

&

RAZVEDRILNA MATEMATIKA

Revijo sta za splet pripravila Nada in Marko Razpet
na podlagi datotek, ki jih je izdelal Darjo Felda.

V S E B I N A

Postavi jih izmenično 3
Svet Tarskega 14
Nagradne logične naloge 26
Matematično tekmovanje Kenguru 32
Igra Trik kot računalniška igrica 44
Faktorska križanka 48
Logične naloge 52
Gobelin 62

Izdaja: Založniško podjetje LOGIKA d.o.o., Svetčeva 11, 1240 Kamnik,
št. žiro računa: $50140 - 603 - 57434$

Za izdajatelja: Izidor Hafner

Revija *Logika & Razvedrilna matematika* je vpisana v register časopisov pri *Ministrstvu za informiranje* pod registrsko številko *949*. Po mnenju *Ministrstva za informiranje* št. *23/89–92* šteje revija *Logika & Razvedrilna matematika* med proizvode informativnega značaja, za katere se plačuje davek od prometa po stopnji 5%.

Revijo *Logika & Razvedrilna matematika* subvencionira *Ministrstvo za šolstvo in šport*

Člani časopisnega sveta: prof. dr. Frane Jerman, prof. dr. Tomaž Pisanski in Darjo Felda, prof.

Strokovni pokrovitelj: Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko – Oddelek za teoretično računalništvo

Glavni in odgovorni urednik: dr. Izidor Hafner

Sodelavci: Urša Demšar, Gregor Dolinar, Urška Drčar, Petra Ipavec, Alenka Kavčič, Dušanka Kocić, Katka Kurent, Meta Lah, Nina Milač, Nika Novak, Hiacinta Pintar, Maja Pohar, Darja Polak, Tanja Soklič, Mirjana Todorovič in Aleš Vavpetič

Jezikovni pregled: računalniški program *Besana*

Generalni sponzor: Marand d.o.o., zastopstvo Borland

Sponzorja: Časopisno podjetje *Dnevnik*, NIL d.o.o.

Tisk: Tiskarna "Planprint", Rožna dolina c. IV/32–36, Ljubljana

Ilustrirala: Ana Hafner

Naklada: 2300 izvodov

© 1996 LOGIKA d.o.o.

ISSN $0354 - 0359$

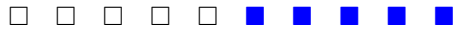
LOGIKA & RAZVEDRILNA MATEMATIKA
letnik V, št. 5, $1995/96$

Cena revije: v prosti prodaji 330 SIT, za naročnike 295 SIT in vključuje 5% prometni davek

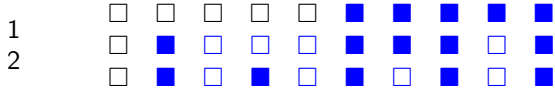
POSTAVI JIH IZMENIČNO

1. V vrsti z zamenjavami poljubnih parov – z 2 barvama

Na spodnji risbi je razvrščenih v vrsto 10 žetonov, na levi je 5 belih, na desni pa 5 modrih. Denimo, da je treba žetone preurediti tako, da bodo stali v vrsti izmenjaje žetoni različnih barv. Preurejanja se bomo lotili tako, da bomo zapored med seboj zamenjevali mesti po dveh in dveh izbranih žetonov. Koliko najmanj medsebojnih zamenjav po dveh žetonov je potrebnih za to?



Že kratek premislek pokaže, da problem zares ni pretirano zahteven. Brez posebnega truda odkrijemo, da je treba zamenjati med seboj 2. in 9. ter 4. in 7. žeton.



Po tem uvodnem ogrevanju poskusite rešiti še podobno nalogo z 12 žetoni. Polovica na levi naj bo spet belih, polovica na desni pa modrih. Znano je, da lahko že s tremi medsebojnimi zamenjavami po dveh žetonov spremenite njihov vrstni red tako, da bodo stali v vrsti izmenjaje različnih barv. Ali jih najdete?



Morebiti vas bo ob tem premišljevanju zamikalo poiskati tudi rešitev podobne naloge za poljubno število žetonov v vrsti. Denimo torej, da je v vrsti n belih žetonov na levi in n modrih na desni. Koliko najmanj medsebojnih zamenjav po dveh žetonov je potrebnih za to, da bodo postavljeni žetoni v vrsti izmenjaje različnih barv?

2. V vrsti z zamenjavami poljubnih parov – s 3 barvami

Devet žab čepi v ravni vrsti, razvrščene ena zraven druge. Tri na levi so *rumenke*, tri na desni so *modrice*, tri na sredini pa *zelenke*. Urejene takole po skupinah, vsaka "med svojimi", čakajo na grše vreme.



"Oh, kako neskončno si želim dežja," vzdihne naposled *modrica* na skrajno desni. Druge ji le molče prikimajo.

Pa se domisli *zelenka* na sredini, ki tako ali tako nikdar ne zmore molčanja, da si lahko to doooolgo čakanje na boljše vreme koneckoncev krajšajo tudi z zanimivo igro. In prične

razlagati, kako bi bilo imenitno, če bi se razvrstile v vrsto tako, da bi čepele v njej zapored: *rumenka*, *zelenka*, *modrica*, pa spet *rumenka*, *zelenka*, *modrica* in še enkrat *rumenka*, *zelenka*, *modrica*. Hm! Seveda pa se je treba zadeve lotiti s kar največjo mero elegance. In le kaj je pri žabah elegantnejšega od njihovega skoka! Še posebej, če je takšno skakanje še dodatno oplemeniteno z malodane baletno koreografijo.



Zlahka so se torej žabe sporazumele, da bodo svojo vrsto preuredile tako, da bosta vsakokrat po dve žabi preprosto zamenjali svoji mesti. V ta namen se bosta, kajpak, obe hkrati pognali vsaka s svojega mesta na mesto druge.

Rečeno, ne pa tudi storjeno. Kajti še pred prvim odrivom so žabe nekoliko razočarane ugotovile, da njihova igra vendarle zahteva tudi kanček razmisleka in ne samo močne krake. Da bi torej dosegle eleganco v igri tudi po tej, miselni plati, so sklenile, da morajo izvesti prerazporeditev za vsako ceno s kar najmanjšim možnim številom medsebojnih zamenjav mest.

Potopile so se torej vsaka v svoj razmislek - čakajoč na ustrezni algoritem. Čez čas pa vzregne spet sredinska *zelenka*: *"Eureka, imam ga, imaaaam!"* In razloži, kako se lahko prerazporedijo že s samo tremi medsebojnimi zamenjavami.

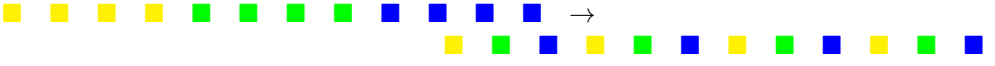
Jih odkrijete tudi vi?

Žabe so se zatem kar precej časa zabavale z umetelnim prerazporejanjem svoje vrste. Najprej iz začetne razporeditve v "mešano", nato pa spet nazaj, in potem znova in znova. A čez čas je igra le postala dolgočasna, pa tudi utrudile so se že. Tako so torej spet občepele v svoji začetni razporeditvi, in tu in tam vzdihujoč čakale na dež. Pišouka.

Nenadoma pa se domisli, spet ona najbistrejša *zelenka*: *"Hej, žabe, poslušajte. Saj to je vendar čisto noro! Ne boste verjele, toda tudi če bi bile tukaj v vrsti po štiri iz vsake barvnosti, seveda spet zbrane po barvah tako, kakor sedaj, bi se lahko med seboj preuredile v "mešano" vrsto spet s samo tremi medsebojnimi zamenjavami."*

"Ah, daj no," pravi rumenka na levi. *"Pa saj to ni mogoče. Mega, zares."*

Torej, bralec, ali je imela ona *zelenka* prav ali ne?



Zadeva je pritegnila tudi najmlajšo žabico, *zelenko* na levi. Ni vedela sicer prav dobro, kako zgodbo razpredati naprej, pa je pograbila kar misel ta-bistre *zelenke* in jo, z očitno laskajočim tonom, povprašala: *"Ti, a potem se lahko vsaka vrsta, v kateri so po tri enako številčne barvnosti žabic zbrane skupaj, prerazporedi že s samo tremi medsebojnimi zamenjavami mest?"*

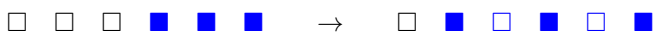
Reči je treba, da je to vprašanje bistri *zelenki* zadalo nemalo muk. A naposled ga je, tik pred dolgo pričakovanim dežjem, vendarle razrešila. Toliko, da je sploh še utegnila razkriti odgovor ostalim. A kaj, ko je bilo žabam suhe teorije očitno že do grla in so se raje brž razskakljale na vse strani.

No, kako je bistra *zelenka* odgovorila to pot?

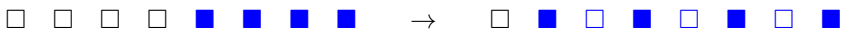
3. V vrsti z zamenjavami sosednjih parov – z 2 barvama

V vrsti je 6 žetonov; trije na levi so beli, trije na desni pa modri. S pomočjo medsebojnih zamenjav *po dveh sosednjih žetonov* je treba žetone urediti tako, da bodo stali v vrsti žetoni izmenjaje različnih barv.

Najmanj koliko medsebojnih zamenjav je potrebnih za to?



Zagotovo boste zgornjo nalogo uspešno rešili, saj je zelo lahka. Zato lahko kar takoj nadaljujete s preurejanjem vrst, v katerih je dvakrat po 4, 5 – ali še celo več belih in modrih žetonov. V pomoč vam izdamo, da potrebujete za preureditev vrste z dvakrat po 5 žetoni vsaj 10 medsebojnih zamenjav.

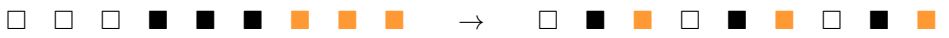


In če vam takšno preurejanje ne povzroča hujših težav, se lahko naposled lotite še posplošitve teh rezultatov za primer, ko je v vrsti n belih žetonov na levi in n modrih na desni. Kolikšno je torej v tem primeru najmanjše število zamenjav, potrebnih za izmenično razvrstitev žetonov?

4. V vrsti z zamenjavami sosednjih parov – s 3 barvami

Oni dan so mačke v naši soseski sklenile prirediti show; za velike in male ter za staro in mlado. Pripravile so vseh vrst atrakcij, od petja do plesa. Med plesno ubranimi nastopi je bila po splošnem mnenju najatraktivnejša tista točka, v kateri se je devet mačk – tri bele, tri črne in tri tigraste – tako spretno prerazporejalo v vrsti, da je prisotnim od začudenja kar sapo jemalo. Oglejmo si torej prav ta nastop nekoliko podrobneje.

Že pred občinstvo so prišle mačke v vrsti ena za drugo: najprej tri bele, za njimi tri črne, na koncu pa še tri tigraste. Na zamah z repom prve v vrsti pa so se nenadoma začele med seboj zamenjevati tako, da sta vsakokrat po dve v vrsti sosednji mački kar se le da spretno zamenjali med seboj mesti. To so počele toliko časa, dokler niso bile razvrščene v čudovito pisano vrsto izmenjaje po barvi kožuščkov takole: bela, črna, tigrasta, bela, črna, tigrasta, bela, črna, tigrasta.



Kaj menite, koliko posameznih zamenjav so umetnice potrebovale za to? Seveda se zdi kar odveč podatek, da so mačke opravile svojo prerazporeditev z zares najvišjo možno stopnjo elegance - torej z najmanjšim možnim številom posameznih zamenjav.

Aplavz za to točko se ni še niti dobro polegel, ko so mačke vnovič prišle pred občinstvo. Tokrat jih je bilo v vrsti še več – najprej štiri bele na čelu, za njimi štiri črne, naposled pa

še štiri tigraste na repu. In potem je šlo znova vse podobno kot prej, spet so se začele spretno prerazporejati z medsebojnimi zamenjavami po dveh sosed v vrsti. Bilo je resnično neopisljivo lepo, ko se je njihova trobarvna vrsta na vsem lepem znova spremenila v povsem pisano po pravilu: bela, črna, tigrasta, bela, črna... Občinstvo je za nekaj časa obnemelo kakor očarano, nato pa se je razlegel pravi vihar navdušenja.

Tako so torej naše umetnice povsem suvereno dokazale, da številčnost zanje ne predstavlja nikakršnega problema. Pa vi – **bi znali povedati tudi za ta primer, s kolikimi medsebojnimi zamenjavami po dveh so mačke uspele preurediti svojo vrsto?**



Po koncu predstave je znani maček Theo Ry domov grede takole razlagal svoji prijateljici: *"Fantastično! Veš, mislim, da bomo to točko kmalu začeli poučevati tudi na naši baletni šoli. In to za poljubno velike skupine. Seveda: le takšne, v katerih je tretjina mačk belih, tretjina črnih in tretjina tigrastih."*

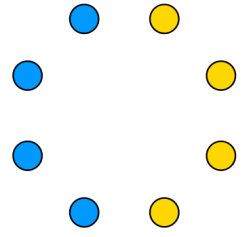
"Hm, ampak, ali že veš za vse te primere, koliko medsebojnih zamenjav zahtevajo?" ga vpraša ona nekoliko namuzljivo.

"Da, ... hm, v bistvu .... da."

Pa vi?

5. V krogu z zamenjavami sosednjih parov – z 2 barvama

V krogu je 8 žetonov: 4 modri in 4 rumeni, pri čemer so vsi istobarvni žetoni skupaj – tako, kot kaže risba na desni. Z zamenjavami parov sosednjih žetonov jih je treba preurediti tako, da ne bosta niti dva v krogu sosedna žetona iste barve. Koliko najmanj medsebojnih zamenjav žetonov je potrebnih za to?

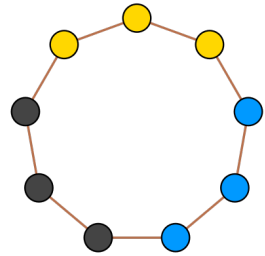


Naloga ni posebno zahtevna, rešitev se ponuja malodane kar sama od sebe. Na srečo njena zahtevnost tudi s povečevanjem števila žetonov obeh barv v krogu ne raste tako močno, kakor bi morebiti pričakovali. Le dela je v teh primerih nekoliko več. Prepričajte se o tem sami in poskušajte rešiti podobno nalogo še za primere, ko je na eni strani kroga 5, 6, 7 ali več modrih žetonov, na drugi pa prav toliko rumenih. Koliko medsebojnih zamenjav je potrebnih v teh primerih?

Nazadnje poskusite pridobljene rezultate še posplošiti za primer, ko je na desni n modrih, na levi pa n rumenih žetonov.

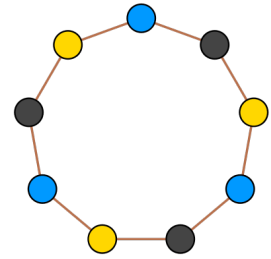
6. V krogu z zamenjavami sosednih parov – s 3 barvami

V gostišču *Pri logiki* se je oni dan zbralo na sestanku *Kluba modrih* 9 članov: 3 metamitaki, 3 fikizi in 3 astromoni. Vsak s svojim fundamentalno zamišljenim pogledom, uperjenim naravnost v nedoločljivo točko pred seboj, so se že kmalu po prihodu molče sporazumeli, da ne kaže drugega, kakor da preprosto sedejo za veliko okroglo mizo, pripravljeno v ta namen. Očitno otepajoč se začetne zadrege so se torej namestili – in to tako, da se je vsak kakor klop držal "ta-svojih". Sicer pa njihovo zgodovinsko razporeditev dovolj nazorno ilustrira risba na desni.



Dolgo so tako modrovali, dolgo, pa ni nihče med njimi ničesar spregovoril. Čez čas pa le pride mimo natakar, preverit, kako je kaj njegova čedna druščina zadovoljna s postrežbo. A, glej ga, bil je na nivoju modrih in je brž sprevidel, da kislost obrazov njegovih cenjenih gostov vendarle ne izvira iz slabe postrežbe, pač pa da tiči vzrok povsem drugje: zagotovo v njihovi nepravilni razporeditvi za mizo. Zato jim je predlagal, da se prerazporedijo tako, da bo sedel vsak med članoma iz dveh preostalih sekcij.

Modrim se je zdel natakarjev predlog zanimiv in obetajoč, pa so mu prisluhnili z neskritim odobravanjem in malodane vehementnim prikimavanjem. Seveda je tak razplet dal poguma tudi natakarju, ki je brž zaslutil, s kakšnim razumskim potencialom ima opravka. Ustrežljivo jim je predlagal, da se zamenjave mest ne lotijo povsem brez znanstvene osnove, pač pa jo naj raje opravijo s kar največjo možno mero elegance in obenem s kar najmanjšimi energetskimi stroški. Na dan je torej privlekel idejo, da bi naj do zaželjene preureditve prišli tako, da bi zapored po dva in dva izbrana med njimi preprosto zamenjala svoji mesti za mizo.



To je bil za modre vzrok tolikšnega navdušenja, da so kar vsi v en mah zacepetali z nogami, usta pa so se jim razpotegnila v širok nasmeh. In kajpak – kot bi mignil so se ... šššc, šššc, šššc, ... – preuredili po natakarjevem predlogu; z resnično najmanjšim možnim številom medsebojnih zamenjav. In menda so zatem dobre volje in smeje sestankovali še tja dolgo v noč. "Pa čeprav" nihče ne bev ne mev.

Ali veste povedati, koliko zamenjav so potrebovali modri za svojo preureditev za mizo?

7. V vrsti s prenašanjem parov – z 2 barvama

Za konec vam predlagamo, da se spoprimete še z nekoliko prirejeno verzijo naloge, ki jo je v eni svojih zbirk objavil znameniti angleški sestavljalec in zbiralec zabavnih matematičnih nalog *Henry E. Dudeney* (1847 - 1930). V originalni verziji pa je naloga menda japonskega izvora.



Na obešalniku z 10 kljukami visi 8 klobukov: na levi strani so 4 cilindri, zraven njih pa z desne še 4 polcilindri oz. melone, kakor jim pravimo. Kljuki na desni strani obešalnika sta prosti. Klobuke je treba na novo postaviti na obešalnik tako, da ne bosta dva istovrstna klobuka v nobenem primeru več na sosednjih kljukah, obe preostali kljuki pa sta lahko bodisi na skrajno levi ali pa na skrajno desni strani obešalnika. Vendar smemo pri tem vsakokrat premikati samo pare dveh klobukov na sosednjih kljukah. Par, ki ga premaknemo, postavimo seveda na obe takrat prosti kljuki. Klubuka, med katerima sta dve prazni kljuki, ne veljata za sosednja.

Poiščite najmanjše možno število premeščanj parov klobukov, ki je potrebno za preureditev klobukov po opisanem pravilu.

Rešitve nalog

1. Na spodnji risbi vidimo, kako je mogoče 12 žetonov razvrstiti izmenjaje glede na barve s samo 3 medsebojnimi zamenjavami.

števec zamenjav	razporeditev žetonov v vrsti
1	□ □ □ □ □ □ ■ ■ ■ ■ ■ ■
2	□ □ □ □ ■ □ ■ □ ■ ■ ■ ■
3	□ □ ■ □ ■ □ ■ □ ■ □ ■ ■
	■ □ ■ □ ■ □ ■ □ ■ □ ■ □

Z opazovanjem nekaj začetnih, krajših vrst žetonov lahko sestavimo spodnjo tabelo. V njej n označuje število belih in število modrih žetonov. Za prvih 10 vrednosti števila n je zapisano število potrebnih zamenjav z_n, s katerimi dosežemo željeno izmenično postavitev žetonov v vrsti:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_n	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5

Sklepamo lahko, da je tudi v splošnem $z_n = \frac{n}{2}$, če je n sodo število, in $z_n = \frac{n-1}{2}$, če je n liho število.

Števila zamenjav pa pa lahko podamo tudi rekurzivno, tako da pokažemo, kako so števila zamenjav daljših vrst odvisna od števila zamenjav krajših vrst. Iz zgoraj navedenega brez težav razberemo

n	1	3	5	7	9		2	4	6	8	10
z_n	0	1	2	3	4		1	2	3	4	5

da je

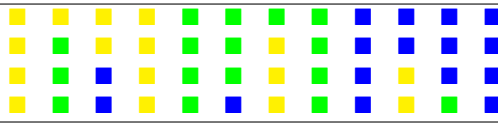
$$z_{n+2} = z_n + 1\ , \quad z_1 = 0 \ \text{ in } \ z_2 = 1$$

in to za vsak n.

2. Tako lahko trikrat po 3 žabe preuredijo svojo vrsto s 3 medsebojnimi zamenjavami:

števec zamenjav	razporeditev žab v vrsti
1 2 3	

Tudi trikrat po 4 žabe potrebujejo za preureditev vrste le 3 medsebojne zamenjave:

števec zamenjav	razporeditev žab v vrsti
1 2 3	

Trikrat po 5 žab bi potrebovalo za preureditev vrste 5 medsebojnih zamenjav; toda o tem naj se prepriča bralec sam.

Da vsaj zaslutimo rešitev problema o najmanjšem možnem številu medsebojnih zamenjav po dveh žab za preureditev vrste, v kateri je trikrat po n žab, je ugodno, če se najprej potrudimo poiskati rešitve naloge še za nekaj nadaljnih vrst. Če spet označimo z z_n število iskanih zamenjav, dobimo na ta način naslednjo tabelo rešitev:

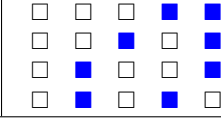
n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_n	0	2	3	3	5	6	6	8	9	9

Sklepamo lahko torej, da je v splošnem:

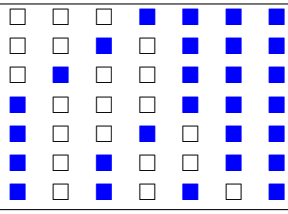
$z_n = n$, če je: $n = 3k,\ (k \in \mathbb{N}_0)$,
$z_n = n - 1$, če je: $n = 3k + 1,\ (k \in \mathbb{N}_0)$,
$z_n = n$, če je: $n = 3k + 2,\ (k \in \mathbb{N}_0)$.

Hipotezo brez težav potrdimo s pomočjo matematične indukcije ali s kakšnim podobnim razmislekom. Poskusite sami napisati računalniški program, ki vam bo uredil izmenjaje po barvah žetone v vrsti, v kateri jih je v začetku na levi n rumenih, na sredini n zelenih, na desni pa n modrih.

3. Za preureditev vrste s po 3 žetoni vsake barve potrebujemo 3 medsebojne zamenjave sosednjih žetonov

števec zamenjav	razporeditev žetonov v vrsti
1 2 3	

za preureditev vrste s po 4 žetoni vsake barve pa 6 medsebojnih zamenjav:

števec zamenjav	razporeditev žetonov v vrsti	število delnih zamenjav	število vseh zamenjav
1 2 3 4 5 6		$\frac{3}{Z_3}$	Z_4

Naslednja tabela kaže, kako je število zamenjav z_n vrste z dvakrat po n žetoni odvisno od števila n:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_n	0	1	3	6	10	15	21	28	36	45

Iz tabele je razvidno, da se razlike med zaporednimi števili z_n na vsakem naslednjem koraku povečajo za 1. Natančnejše opazovanje nam pove, da je

$$z_2 = 1 + z_1, \quad z_3 = 2 + z_2, \quad z_4 = 3 + z_3, \quad z_5 = 4 + z_4 \quad ...$$

in v splošnem:

$$z_n = n - 1 + z_{n-1}.$$

Z uporabo tega obrazca in s pomočjo začetnih vrednosti iz tabele lahko zapored priračunamo števila potrebnih zamenjav za poljubno velike vrste žetonov. Ni pa težko ugotoviti tudi neposredne odvisnosti števila zamenjav od velikosti vrste:

$$z_n = \frac{(n-1)n}{2} \ .$$

Ta obrazec je za izračun števila zamenjav pri večjih vrstah seveda veliko ugodnejši.

Za bralca, ki obvlada pojem matematične indukcije, utegne biti potrditev zgornje formule za izračun števila z_n zanimiv izziv. Ostalim pa velja tolažba, da jo je mogoče dokazati tudi po marsikateri drugi poti. In ista opomba naj spremlja tudi rešitve vseh naslednjih nalog.

Števila z_n so v matematiki pravzaprav dobro znana. Gre za t. i. trikotniška števila, ki jih dobimo kot vsoto prvih nekaj naravni števil. Poglejmo:

$$\begin{aligned}
T_1 &= 1 \\
T_2 &= 1 + 2 = 3 \\
T_3 &= 1 + 2 + 3 = 6 \\
T_4 &= 1 + 2 + 3 + 4 = 10 \\
T_5 &= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 \\
T_6 &= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 \\
T_n &= 1 + 2 + 3 + 4 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}.
\end{aligned}$$

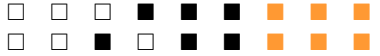
Število zamenjav z_n v vrsti z dvakrat po n žetoni je torej v resnici kar trikotniško število T_{n-1}:

$$z_n = T_{n-1} \ .$$

Pravzaprav se da povsem nazorno pokazati, da so števila z_n zares vsote prvih $n-1$ naravnih števil. Vzemimo vrsto z n belimi žetoni na levi in n modrimi na desni. Da jo preuredimo, potrebujemo:

$n-1$ zamenjav, da spravimo modri žeton na z leve drugo mesto,
$n-2$ zamenjav, da spravimo modri žeton na z leve četrto mesto,
$n-3$ zamenjav, da spravimo modri žeton na z leve šesto mesto,
.....
2 zamenjavi, da spravimo modri žeton na z desne peto mesto in
1 zamenjavo, da spravimo modri žeton na z desne tretje mesto.

4. Mačke so svojo osnovno vrsto s 3-krat po tremi vsake barve preuredile s samo 9 medsebojnimi zamenjavami sosed. Tako:

števec zamenjav	razporeditev mačk v vrsti	število delnih zamenjav	št. vseh zamenjav
1		$n-1$ (da je 2. v vrsti črna)	Z_3
2			
3			
4			
5		$2n-2$ (da je 3. v vrsti tigrasta)	
6			
7			
8		Z_2 (za ureditev $3(n-1)$ preostalih)	
9			

V zgornji tabeli moramo vzeti $n=3$, pojasnila o številih z_2 in z_3 pa dobimo v nadaljevanju teksta.

Preureditve večjih vrst pa zahtevajo resnično že kar precej spretnosti in potrpežljivega dela. Tako je za preureditev "3×4" vrste potrebnih že kar 18 medsebojnih zamenjav. Za potešitev radovednosti si oglejmo s pomočjo naslednje tabele podrobneje, kako je število zamenjav z_n vrste "$3\times n$" odvisno od števila n za nekaj njegovih začetnih vrednosti:

n	1	2	3	4	5	6	7
z_n	0	3	9	18	30	45	63

Iz tabele je razvidno, da se razlike med zaporednimi števili z_n na vsakem koraku povečujejo za 3. Natančnejše opazovanje nam pove:

$$z_2 = 3 + z_1, \quad z_3 = 6 + z_2, \quad z_4 = 9 + z_3, \quad z_5 = 12 + z_4 \quad ...$$

V splošnem je

$$z_n = 3(n-1) + z_{n-1}\ ,$$

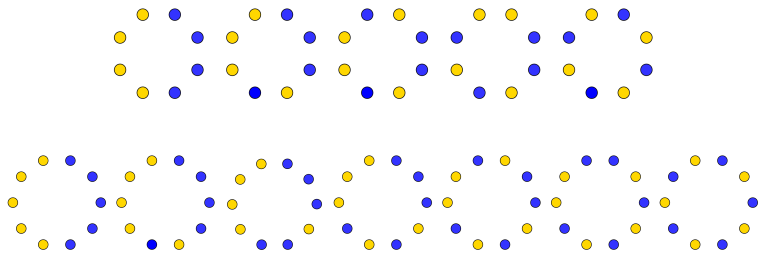
kar se da lepo razbrati tudi iz zgornje rešitve za vrsto "3×3". Z uporabo tega obrazca in s pomočjo začetnih vrednosti iz tabele lahko zapored priračunamo števila potrebnih zamenjav za poljubno velike vrste.

Ni pa težko ugotoviti tudi neposredne odvisnosti števila zamenjav od velikosti vrste:

$$z_n = \frac{3n(n-1)}{2}\ .$$

Ta obrazec je za izračun števila zamenjav pri večjih vrstah seveda veliko ugodnejši.

5. Na spodnji risbi sta prikazani rešitvi za primera, ko so v krogu najprej dvakrat po 4 žetoni, zatem pa še dvakrat po 5 žetonov. V prvem primeru potrebujemo za preureditev 4 medsebojne zamenjave sosednjih žetonov, v drugem primeru pa jih je potrebnih že 6.



Podobno rešujemo tudi naloge z večjimi števili žetonov. Naposled lahko tako dobljene rezultate strnemo še v tabelo. V njej naj, kot je že v navadi, z_n pomeni število zamenjav, potrebnih za preureditev kroga z dvakrat po n žetoni.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
z_n	0	1	2	4	6	9	12	16

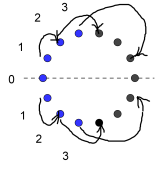
Rešitev seveda ni popolna, dokler ne poznamo tudi pravila, po katerem so postavljena števila v tabeli, oz. pravila za izračun števila z_n pri poljubnem n. Z nekoliko ugibanja in poskušanja boste morebiti tudi sami ugotovili, da je

$z_n = \frac{n^2}{4}$, če je n sodo število in

$z_n = \frac{n^1-1}{4}$, če je n liho število.

Poskusimo omenjeno pravilo pojasniti nekoliko podrobneje na izbranem primeru. Iz zgornjega zapisa sledi, da moramo posebej obravnavati primera, ko je število n liho ali pa sodo.

Vzemimo, da je n liho število, denimo kar $n = 7$, in da so vsi žetoni v krogu v začetni poziciji. Sredinski rumeni in sredinski modri žeton ležita tedaj diametralno glede na krog. Privzeti smemo, da se pri spreminjanju razporeditev žetonov v končno situacijo prav ta dva žetona ne bosta premaknila. Zato ju bomo označili kar s številom 0. Na spodnji levi risbi najdemo oznake tudi vseh preostalih rumenih žetonov. Vsak je označen s tistim številom, ki pomeni število potrebnih medsebojnih zamenjav za to, da pride v končni razvrstitvi na ustrezno mesto. Tudi ta mesta so označena s puščicami.

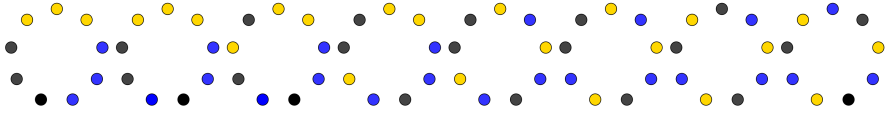


Za prerazporeditev vseh žetonov potrebujemo $2 \cdot (3+2+1) = 12$ posameznih zamenjav žetonov.

Torej potrebujemo v tem primeru za celotno prerazporeditev žetonov v krogu 12 posameznih zamenjav, kar se zares ujema s številom z_7 iz tabele. Podobno lahko sklepamo tudi za katerokoli drugo liho število n.

V primeru, ko je število n sodo, je sklep močno podoben zgornjemu.

6. 9 modrih je svojo prerazporeditev za mizo opravilo s samo 7 medsebojnimi zamenjavami sosedov takole:



Podobno rešujemo tudi naloge, kjer je treba preurediti trikrat po n žetonov, razpostavljenih v krogu tako, da jih je po n v istobarvni skupini. Oglejmo si števila potrebnih zamenjav za nekaj začetnih n-jev:

n	1	2	3	4	5	6	7	8
z_n	0	3	7	14	22	33	57	60

Bralca kajpak vabimo, da kakšno izmed navedenih vrednosti tudi sam "lastnoročno" preveri.

Sicer je pa rešitev naloge v splošnem primeru takšna:

$z_n = \frac{n(2n-1)}{2}$, če je n sodo število in

$z_n = \frac{(n-1)(3n-2)}{2}$, če je n liho število.

7. Klobuke lahko preuredimo s samo 4 potezami takole:

števec zamenjav	razporeditev klobukov na obešalniku
1	□ □ □ □ ■ ■ ■ ■
2	□ □ □ ■ ■ ■ ■ □ □
3	□ ■ ■ □ ■ ■ □ □
4	□ ■ ■ □ ■ □ ■ □ □
	■ □ ■ □ ■ □ ■ □

Oglejmo si še algoritem za reševanje tovrstnih problemov. Vzemimo v ta namen nekoliko priročnejši primer, ko imamo namesto klobukov na obešalniku opravka raje z 8 žetoni v vrsti, pri čemer so na levi 4 beli, na desni pa 4 modri. Na enak način kakor klobuke na obešalniku preurejamo tudi žetone v vrsti.

Za prikaz algoritma za preurejanje vrste je ugodno, če si zamislimo, da je vseh 8 žetonov razvrščenih v krogu namesto v ravni vrsti. Poleg tega naj bosta v krogu med belimi in modrimi žetoni še dve prazni mesti. Sedaj premeščamo pare žetonov po naslednjem pravilu:

1: poiščemo obe prazni mesti,

2: izberemo par žetonov, ki stojita v krogu za eno mesto naprej od obeh praznih mest v smeri gibanja urinega kazalca,

3: izbrani par prenesemo na prazni mesti,

4: če žetoni v krogu še zmeraj niso razvrščeni po izmeničnih barvah, se vrnemo na začetek (korak 1), sicer pa končamo.

Prepričajte se sami, da zgornja rešitev zares ustreza temu algoritmu. Žal opisani algoritem ni splošne narave; ne velja namreč pri poljubnem številu žetonov (kjer je v vrsti seveda še zmeraj polovica belih in polovica modrih). O tem se zlahka prepričamo, če poskusimo z njegovo pomočjo preurediti vrsti z dvakrat po 3 ali dvakrat po 5 žetoni. Vendar to še ne pomeni, da takšnih vrst ni mogoče urediti na kak drug način, s pomočjo drugačnega algoritma. Poskusite se o tem prepričati sami.

Za konec pa seveda še podatek, ki kar sam po sebi sodi k rešitvi takšne naloge: za to, da $2n$ žetonov ($n \geq 4$), med katerimi jih je na eni strani n belih, na drugi pa n modrih, zgolj s premikanjem parov sosednjih žetonov preuredimo v vrsto z izmenjaje belimi in modrimi, zadošča v vsakem primeru že n potez.

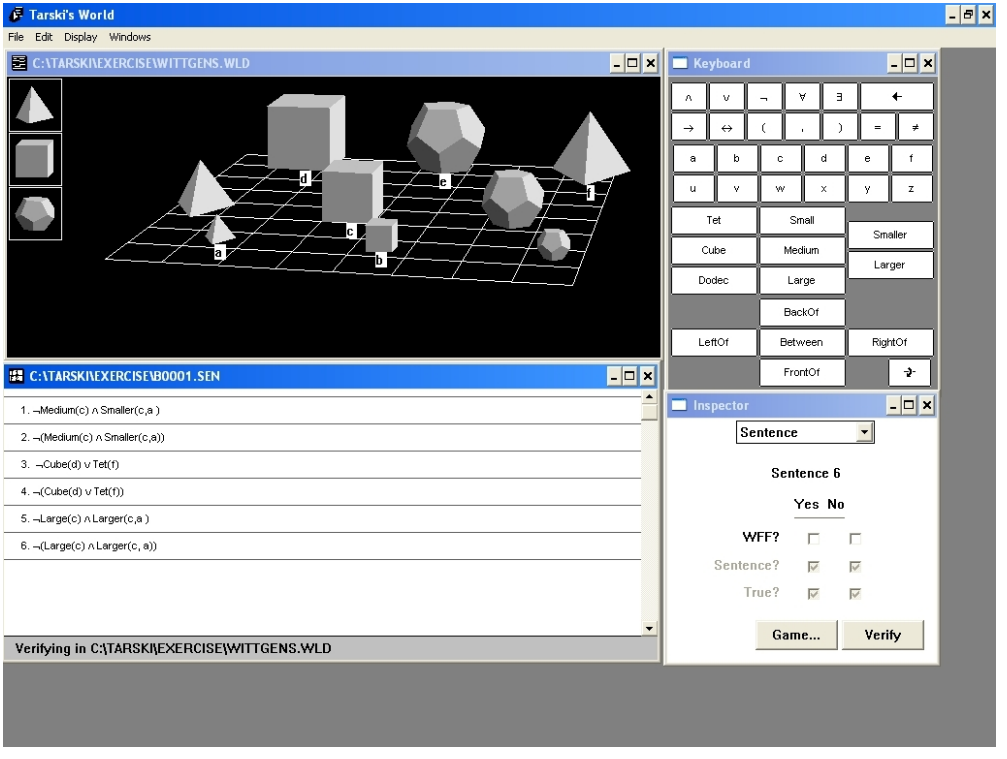
Vilko Domajnko

SVET TARSKEGA

Svet Tarskega (The Tarski's World) je računalniški program za učenje logike po knjigi The Language of First-Order Logic (Jezik logike prvega reda), ki sta jo napisala Jon Barwise in John Etchemendy (CSLI Lecture Notes Number 34, Stanford). Program je narejen tako, da opisujemo enostaven tridimenzionalni svet geometrijskih teles v simboličnem jeziku prvega reda.

Pri tem si lahko izberemo enega od že narejenih svetov in skupino stavkov, ki ta svet opisujejo. Pri tej možnosti moramo določiti resničnostne vrednosti stavkov, ki jih nato računalnik verificira.

Druga možnost je, da izberemo skupino stavkov in sami sestavimo svet, tako da bodo vsi stavki resnični. Ali pa, da glede na dani svet napišemo nekaj resničnih stavkov. Program najprej preverja, ali je napisani izraz *formula*, nato ali je formula *stavek* (to je brez prostih spremenljivk) in nazadnje še resničnost. Če nismo pravilno uganili resničnosti, se lahko pogovorimo z računalnikom, kje je napaka. Tipičen zaslon izgleda takole



Tokrat smo izbrali Wittgensteinov svet (okno levo zgoraj) in Booleove stavke (okno levo spodaj), ki vsebujejo le atomarne stavke, negacijo, konjunkcijo in disjunkcijo. V inšpektorskem oknu vnašamo naše ugotovitve o stavkih. Nato stavke drugega za drugim verificiramo (opcija *verify*) ali pa odigramo z računalnikom igro (game). V tem primeru bo računalnik izbral nasprotno resničnostno vrednost in če smo se zmotili, bo računalnik zmagal.
Desno zgornje okno nam omogoča, da vpisujemo stavke z izbiranjem znakov, to je, brez uporabe tipkovnice. Abeceda jezika sestoji iz
a) imen (individualnih konstant) a, b, c, d, e in f ter $n_1, n_2, \ldots$, ki jih uporablja samo računalnik;
b) individualnih spremenljivk u, v, w, x, y in z;
c) enomestnih predikatov *Tet* (je tetraeder), *Cube* (je kocka), *Dodec* (je dodekaeder), *Small* (je majhen) in *Medium* (je srednje velikosti), *Large* (je velik); dvomestnih predikatov *Smaller* (je manjši od), *Larger* (je večji od), *BackOf* (je za), *LeftOf* (je levo od), *RightOf* (je desno od), *FrontOf* (je pred), $=$ (je identičen) in $\neq$ (je različen) in tromestnega predikata *Between* (je med);
d) stavčnih povezav $\neg$, (negacija), $\wedge$ (konjunkcija), $\vee$ (disjunkcija), $\rightarrow$ (implikacija), $\leftrightarrow$ (ekvivalenca);
e) univerzalnostnega kvantifikatorja $\forall$, eksistencialnostnega kvantifikatorja $\exists$;
f) , (vejica), ((levi oklepaj),) (desni oklepaj).

Primeri atomarnih formul: *Between(a,b,c), LeftOf(a,x), Large(d), Tet(y).* Pri tem druga in četrta formula nista stavka.

Primer sestavljenega stavka: *Cube(b)* $\wedge \forall x$ *(Cube(x)* $\rightarrow$ *Large(x)).*

Za razliko od običajnih jezikov prvega reda imajo tu predikati natančno določeno interpretacijo.

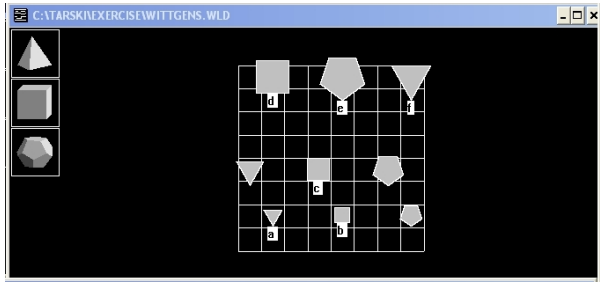
Zanimivejša naloga je, da moramo sestaviti svet, v katerem so resnični stavki neke skupine. Pri sestavljanju sveta lahko postavimo največ 12 teles, ki jih izbiramo na levi na zgornjem levem oknu, nato jih lahko premikamo po "šahovnici". Ko smo izbrali telo z dvojnim klikom, se bo v inšpektorskem oknu pojavila opcija "BLOCK", ki nam omogoča, da telo (blok) poimenujemo, preimenujemo, mu določimo ali spremenimo velikost ali obliko. Pri tem ima lahko eno telo več imen, seveda pa ne moreta imeti dve telesi isto ime.

Zgled: Sestavi svet, kjer so naslednji (Schrederjevi) stavki resnični:

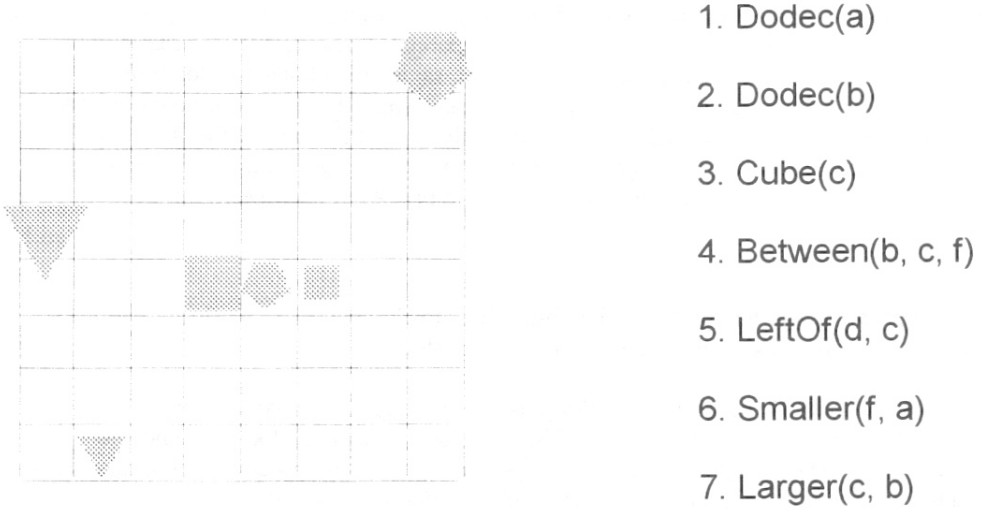
1. `Dodec(a) ∧ Cube(b)`
2. `FrontOf(b,a) ∧ LeftOf(d,b) ∧ BackOf(f,d) ∧ RightOf(a,f)`
3. `Tet(c) ∧ Tet(e) ∧ LeftOf(c, d)`
4. `¬ LeftOf(c,e) ∧ ¬ LeftOf(e,c)`
5. `Between(d, b, c) ∧¬ Between(d, c, a)`
6. `¬ Cube(b) ∨ (Cube(d) ∧ BackOf(d,b))`
7. `(Small(c) ∧ FrontOf(c,b)) ∨ Cube(d)`
8. `Larger(f,a) ∧ Larger(a,b)`
9. `¬ Smaller(c,a) ∨ Smaller(a,c))`
10. `Larger(d,b) ∧ Larger(f,d)∧ ¬(Larger(e,d)∨ Larger(d,e))`

Ko smo enkrat določili lastnosti teles, moramo še s premikanjem teles doseči resničnost stavkov s prostorskimi odnosi med objekti. Pri tem se rado zgodi, da dosežemo resničnost novega stavka, hkrati pa pokvarimo resničnost katerega od prejšnjih stavkov. Pri vsaki spremembi, ki jo naredimo, smo dobili nov svet. Tokrat pride prav opcija verifikacije vseh stavkov hkrati, ki nam jo nudi izbira editiranja.

Pri tem moramo še posebej paziti, da ne spremenimo danih svetov, tako da na njihovo mesto shranimo spremenjene svetove. Ena od možnosti spreminjanja sveta je tudi rotacija na desno ali levo za pravi kot. Če nam trodimenzionalna slika ne zadošča, lahko izberemo tudi dvodimenzionalni pogled.

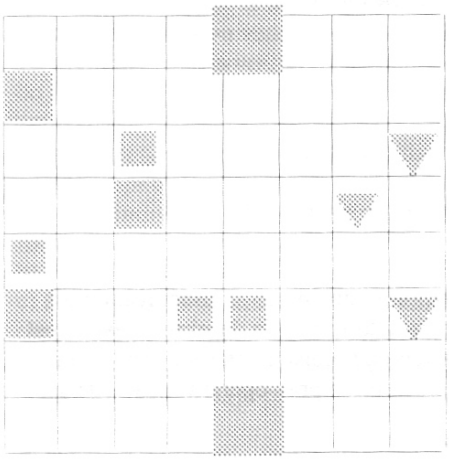


Zgled: Odprimo Lestradeov svet in spremenimo pogled v dvodimenzionalen. Opazimo, da telesa nimajo imen. Nato odprimo Lestradeov opis. Poimenujmo telesa, tako da opis ustreza svetu. Če bomo nov svet shranili, moramo to narediti z izbiro SAVE AS, da ne pokvarimo prvotnega sveta.



Zgled: Odpri Peirsov svet in Peirsove stavke ter razišči njihovo pravilnost.

Zgled: Odpri Peirsov svet in Peirsove stavke ter razišči njihovo pravilnost.



1. $\forall x\ \mathrm{Cube}(x)$
2. $\forall x\ \neg\mathrm{Dodec}(x)$
3. $\forall x\ \neg\mathrm{Small}(x)$
4. $\neg\forall x\ \mathrm{Small}(x)$
5. $\exists x\ \mathrm{Tet}(x)$
6. $\exists x\ \mathrm{Dodec}(x)$
7. $\exists x\ \neg\mathrm{Large}(x)$
8. $\neg\exists y\ \mathrm{Large}(y)$
9. $\exists x\ \mathrm{BackOf}(x, x)$
10. $\forall x\ (\mathrm{Cube}(x) \vee \mathrm{Tet}(x))$
11. $\forall x\ (\mathrm{Cube}(x) \wedge \mathrm{Tet}(x))$
12. $\forall x\ (\mathrm{Large}(x) \rightarrow \mathrm{Cube}(x))$
13. $\forall x\ (\mathrm{Medium}(x) \rightarrow \mathrm{Cube}(x))$
14. $\forall x\ (\mathrm{Small}(x) \rightarrow \mathrm{Tet}(x))$

Ker je program namenjen predvsem samostojnemu reševanju nalog iz knjige The Language of First-Order Logic, nima smisla vzporejati različnih svetov z različnimi množicami stavkov (pri tem sploh niso vsi stavki, saj je cilj nekaterih nalog tudi preverjanje in odpravljanje sintaktičnih napak), se je smiselno držati kar nalog iz knjige. Večina svetov in datotek s stavki je poimenovanih po logikih, ki so se prvi bavili s takšnimi problemi, zato ima program še nekakšno zgodovinsko ozadje. Na koncu navedimo nekaj nalog, vendar ne s ciljem, da bi ta prispevek nadomestil knjigo.

NALOGE

Če boš pri reševanju nalog spreminjal obstoječe datoteke, potem jih ne shrani pod istim imenom, ampak določi drugo ime (opcija SAVE AS).

1. Odpri datoteki Wittgens.wld in Wittgens.sen. Z drugimi besedami, odpri Wittgensteinov svet in njegove stavke. Vsi stavki so atomični. Določi resničnostne vrednosti in preveri svoje odgovore. Nato spreminjaj svet s premikanjem teles, tako da boš natančno ugotoviti, kaj pomenijo relacije *BackOf, Between, LeftOf, ...*

2. Z uporabo tipkovničnega okna vnesi stavke: *Tet(a), Medium(a), Dodec(b), Cube(c), FrontOf(a,b), Between(a,b,c), a = d, Larger(a,b), Smaller(a,c), LeftOf(b,c).*
Nato sestavi svet, kjer so vsi ti stavki resnični.

3. Prevedi naslednje stavke v jezik prvega reda:
Telo a je kocka. Telo b je manjše od a. Telo c je med a in d. Telo d je veliko. Telo e je večje od a. Telo b je tetraeder. Telo e je dodekaeder. Telo e je desno od b. Telo a je manjše od e. Telo d je za a.
Sedaj sestavi svet, kjer so vsi ti stavki resnični.

4. Odpri Austinove stavke in Wittgensteinov svet. Določi resničnostne vrednosti in jih prepiši. Nato svet obrni za pravi kot v desno in določi resničnostne vrednosti za novi svet in jih vnesi v tabelo. To ponavljaj, dokler ne narediš celega obrata. Kateri stavki so spremenili vrednosti?

5. Pri danih pomenih predikatov, kateri od sklepov so pravilni:
Premisa: *LeftOf(a,b)*; Zaključek: *RightOf(b,a).*
Premise: *LeftOf(a,b)*, $b = c$; Zaključek: *RightOf(c,a).*
Premisi: *LeftOf(a,b), RightOf(c,a)*; Zaključek: *LeftOf(b,c).*
Premisi: *BackOf(a,b), FrontOf(a,c)*; Zaključek: *FrontOf(b,c).*
Premisi: *Between(b,a,c), LeftOf(a,c)*; Zaključek: *LeftOf(a,b).*
Če zaključek ni posledica premis, sestavi svet, v katerem so premise resnične, zaključek pa napačen.

6. Začni z novim seznamom stavkov in odpri Wittgensteinov svet. Nato vpiši tele stavke in jih shrani na datoteko:
$Tet(f) \wedge Small(f)$, $Tet(f) \wedge \neg Small(f)$,
$Tet(f) \wedge Large(f)$, $Tet(f) \wedge \neg Large(f)$,
$\neg Tet(f) \wedge Small(f)$, $\neg Tet(f) \wedge \neg Small(f)$,
$\neg(Tet(f) \wedge Large(f))$, $\neg Tet(f) \wedge \neg Large(f)$,
$\neg(\neg Tet(f) \wedge Small(f))$, $\neg(\neg Tet(f) \wedge \neg Small(f))$.
Oceni njihovo resničnost. Če si se zmotil, odkrij napako, tako da odigraš igro z računalnikom.

7. V stavkih iz prejšnjega primera nadomesti $\wedge$ z $\vee$, nato pa oceni resničnostne vrednosti stavkov.

8. Odpri Wittgensteinov svet in oceni resničnost Booleovih stavkov.

9. Odpri DeMorganove stavke in sestavi svet, kjer so lihi stavki resnični, nato sestavi svet, kjer so lihi stavki napačni. Kaj se zgodi s sodimi stavki?

10. Odpri Turingove stavke in v prazna mesta vpiši stavke, ki so ekvivalentni tistim neposredno nad njim, vendar naj negacija nastopa samo ob atomarnih stavkih. Sestavi

nato svet, kjer uporabiš vsa imena iz stavkov. Ekvivalentni stavki morajo imeti isto resničnostno vrednost.

11. Odpri Booleov svet in se prepričaj v resničnost naslednjih trditev:
Telo f ni pred a. Telo f je desno od a in levo od b. Telo f je za a ali manjše od a. Tako e kot d sta med c in a. Ne e in ne d nista večja od c. Telo e ni ne večje ne manjše od d. Telo e je manjše kot a, toda večje od e. Telo c je pred f, je pa manjše od f.
Zdaj spremeni svet tako, da noben stavek ne bo resničen.

12. Zapiši stavke: Bodisi je a majhen bodisi sta c in d oba velika. Telesi d in b sta obe za b. Telesi d in b sta obe za b, toda večji od le-tega. Telesi d in c sta kocki, vendar nobeno ni majhno. Ne e ne a ni desno od c in levo od b. Telo e ni veliko ali pa je za a. Telo c ni niti med a in b niti ni pred nobenim od le-teh. Telesi a in e sta tetraedra ali pa sta a in f tetraedra. Ne d ne c ni pred c ali b. Telo c je med d in f ali pa je manjše od obeh. Zdaj odpri Wittgensteinov svet. Če si stavke pravilno prevedel, so vsi resnični. Če se je to res zgodilo, to še ne pomeni, da so prevodi pravilni. Zdaj spremeni Wittgensteinov svet, tako da vsa velika in srednja telesa spremeniš v majhna. V tem svetu so 1., 3., 4. in 10. stavek napačni. Nato odpri Booleov svet. V tem svetu je resničen samo 6. stavek.

13. Odpri Kleeneov svet in njegove stavke. Nekatera telesa so skrita za drugimi. Vseh šest imen je v rabi. Določi, ne da bi prešel na dvodimenzionalen pogled, če lahko, resničnost stavkov. Nato odigraj igro z računalnikom. Končno si oglej še dvodimenzionalno sliko.

14. Odpri Wienerjeve stavke in sestavi tabelo oblike

Stavek	Svet	Resničnostna vrednost
1.		
2.		
3.		

V drugi stolpec vpiši "da", če lahko sestaviš svet, v katerem je stavek resničen. Drugače vpiši "ne". V tretji stolpec vpiši "da", če lahko določiš resničnostne vrednosti atomarnim stavkom tako, da bo sestavljeni stavek resničen.

15. (Distributivnostni zakoni) Odpri datoteko Distrib.sen. Vsak stavek s sodo številko smo dobili iz predhodnega lihega stavka z uporabo distribucijskih zakonov. Sestavi svet, v katerem si uporabil vsa imena. Ustrezna stavka imata isto vrednost.

16. Odpri datoteko CNF.sen. Na njej so stavki v konjuktivni normalni obliki. Sode vrstice so prazne in jih moraš izpolniti s stavki v disjunktivni normalni obliki, ki so ekvivalentni stavku nad njimi.

17. Izberi način *Hide labels* iz menuja *Display* in odpri Montague-ov svet. V njem ima vsak objekt natanko eno ime. Pokaži, da so naslednji stavki resnični:

Če je c tetraeder, potem a ni tetraeder. Enako velja za b in d. Če je b tetraeder, potem c ni. Če je a kocka in je b dodekaeder, potem je a levo od b. Telo d je tetraeder, če in samo če je majhno. Če sta a in d oba kocki, potem je eden levo od drugega. Telo d je kocka, če in samo če je srednje ali veliko. Če b ni ne levo ne desno od d, potem je eden od obeh tetraeder. Telesi b in c sta enake velikosti, če in samo če je eno tetraeder in drugo dodekaeder. Zdaj izberi načni *Show labels*. Preglej, ali so vsi stavki resnični.

18. Prevedi naslednje stavke v jezik prvega reda:
Če je a tetraeder, potem je pred d. Telo a je ob eni ali drugi strani telesa d, samo če je a kocka. Telo c je med a in e ali med a in d. Telo c je desno ob a, če je majhno. Telo c je desno od d, samo če je b desno od c in levo od e. Če je e tetraeder, potem je desno od b, če in samo če je tudi pred b. Če b ni pred d, potem ni niti za d, ob pogoju, da je a kocka. Telo c je za a, toda pred e. Telo e je pred d, razen če je e velik tetraeder. Vsaj eden od a, c in e je kocka. Telo a je kocka, samo če je b pred c. Telo b ja večje od a in e. Telesi a in e sta obe večji od c, toda nobeno ni veliko. Telo d je enake velikosti kot b. Telo a je veliko, če in samo če je kocka. Telo e je tetraeder, razen če je c kocka. Če e ni tetraeder, potem je eden od b in d majhen. Eno od teles b in d je dodekaeder, če je a ali c tetraeder. Telo d je dodekaeder ravno v primeru, ko je b kocka. Telo b je dodekaeder ravno v primeru, ko tudi c.
Sestavi svet, v katerem so vsi prejšnji stavki resnični. Nato odpri Bolzanov svet. Če si pravilno prevedel stavke, potem so vsi resnični. Zdaj odpri Leibnizov svet. 3., 5, 8.,9, 11., 12., 13. in 15. stavek so napačni, drugi so resnični. Odpri še Wittgensteinov svet. V njem so 3., 5., 9., 12., 13., 14., 18. in 19. stavek napačni, drugi pa resnični.

19. Odpri Sherlockov svet in stavke. Nobeno telo ni poimenovano. Uporabi imana a, b in c tako, da bodo vsi stavki resnični.

20. Odpri datoteko Between.sen. Ugotovi ali so stavki konsistentni. Če so, potem sestavi svet, v katerem so vsi resnični. V nasprotnem primeru izpelji protislovje.

21. Odpri datoteko Bernstn.sen. Popravi izraze, tako da dobiš stavke. Pri tem ne dodaj in ne zbriši nobenega kvantifikatorja. Verificiraj, ali si res dobil stavke.

22. Odpri datoteko Schnfink.sen. Iz izrazov napravi stavke tako, da dodaš samo kvantifikatorje.

23. Odpri Peirsov svet in stavke. Določi resničnost stavkov.

24. Odpri Leibnizov svet in Zornove stavke. Določi (resničnostno) vrednost stavkov.

25. Odpri Aristotelove stavke. Sestavi svet, v katerem so vsi resnični. Odpri Edgarjev svet in stavke. Določi njihove vrednosti.

26. Odpri Maigretov svet in stavke. Določiti moraš, katera telesa imajo imena in kako so poimenovana. Ko si to ugotovil, dodaj imena in se prepričaj, da so vsi stavki resnični v novem svetu.

27. Odpri datoteko Reichen1.wld. Zapiši naslednje ugotovitve in se prepričaj v njihovo resničnost:
1. S prvim stavkom opiši velikost vseh tetraedrov.
2. Z drugim stavkom opiši velikost vseh kock.
3. Zapiši dejstvo, da je vsak dodekaeder majhen, srednje velikosti ali velik.
4. Zapiši dejstvo, da obstaja velik dodekaeder.
5. Obstaja tudi dodekaeder, ki ni velik.
6. Imamo tudi majhen dodekaeder.
7. Je tudi dodekaeder, ki ni majhen.
8. Je tudi dodekaeder, ki ne ne velik ne majhen.
9. Napiši, da noben tetraeder ni velik. 10. Izrazi dejstvo, da nobena kocka ni velika.
Zdaj spremeni velikosti teles na naslednji način: Eno od kock spremeni v veliko, enega od tetraedrov v srednjo velikost in vse dodekaedre v majhne. Zdaj so stavki 1, 2, 4, 7, 8 in 10 napačni.

28. Prevedi v simbolizem naslednje angleške stavke.
1. Something is large.
2. Something is a cube.
3. Something is a large cube.
4. Some cube is large.
5. Some large cube is to the left of b.
6. A large cube is to the left of b.
7. b has a large cube to its left.
8. b is to the right of a large cube.
9. Something to the left of b is in back of c.
10. A large cube to the left of b is in back of c.
11. Some large cube is to the left of b and in back of c.
12. Some dodecahedron is not large.
13. Something is not a large dodecahedron.
14. It is not the case that something is a large dodecahedron.
15. b is not to the left of a cube.

a) Odpri Montague-ov svet. V njem so resnični vsi zgornji stavki. Preizkusi resnico prevodov.
b) Premesti veliko kocko v desni kot zadaj. Zdaj so stavki 5, 6, 7, 8, 10, 11 in 15 napačni.

29. Odpri Dodgsonove stavke. Prvi stavek pravi, da je vsak tetraeder velik. a) Odpri Peanov svet. Prvi stavek je očitno napačen, saj imamo majhen tetraeder. Ta tetraeder je protiprimer. Odigraj igro z računalnikom.
b) Odstrani ta protiprimer. Zdaj je 1. stavek resničen.
c) Odpri Peirsov svet. Prvi stavek je spet napačen. Imamo kar tri protiprimere.
d) Odstrani protiprimere. Verificiraj stavek. Zdaj je resničen, saj ni protiprimerov. Pravimo, da je generalizacija na prazno izpolnjena, saj tetraedrov ni več.
e) Prepričaj se, da so prvi trije stavki resnični "na prazno".

30. Prevedi v simbolizem naslednje stavke:
1. All cubes are small.
2. Each small cube is to the right of *a*.
3. All dodecahedra are large.
4. *a* is to the left of every dodecahedron.
5. Every medium tetrahedron is in front of *b*.
6. Each cube is either in front of *b* or in back of *a*.
7. Every cube is to the right of *a* and to the left of *b*.
8. Everything between a and b is a cube.
9. Everything smaller than *a* is a cube.
10. All dodecahedra are not small. (Ta je problematičen.)
11. No dodecahedron is small.
12. *a* is not to the right of everything.
13. *a* is not to the right of anything.
14. *a* is not to the right of any cube.
15. If something is a cube, then it is right of *a* and left of *b*.
16. Something is a cube if and only if it is right of *a* and left of *b*.

a) Odpri datoteko Claire.wld. Preveri, da so vsi angleški stavki resnični v tem svetu. Enako mora veljati za prevode.
b) Premesti *a* v desni sprednji kot. Zdaj so stavki 2, 4, 7, 13, 14, 15 in 16 napačni.
c) Odpri Wittgensteinov svet. Angleški stavki 2, 4, 8, 9, 12 in 14 so resnični, drugi pa napačni. Enako naj velja za prevode.
d) Odpri Leibnizov svet. Stavki 3, 4, 8, 9, 10, 1l, 12, 13 in 14 so resnični, ostali so napačni.

31. Odpri Leibnizov svet in prevedi naslednje stavke:
1. Telo *b* je tetraeder in je manjše od *e*.
2. Kock srednje velikosti ni.
3. Ničesar ni pred *b*.
4. Vsaka kocka je pred ali za *e*.
5. Nobene kocke ni med *a* in *c*.

Spremeni svet tako, da noben zgornji stavek ne bo resničen.

32. Odpri datoteko DeMorgan2.sen. Sestavi poljuben svet in določi resničnost prvih treh stavkov. Na osnovi tega lahko odločiš resničnost ostalih stavkov.

33. Odpri Churchove stavke in Ramseyev svet. Določi resničnost stavkov.

34. Predpostavi naslednje premise:
1. $\forall x(Cube(x) \vee v\ Dodec(x))$
2. $\forall x(Cube(x) \rightarrow (Large(x) \wedge LeftOf(c,x)))$
3. $\forall x(\neg Small(x) \rightarrow Tet(x))$

a) Ali sledi $Small(c)$? Če sledi, dokaži, drugače pa sestavi svet, v katerem so premise resnične, zaključek pa napačen.

b) Ali sledi stavek *Dodec(c)*? Če sledi, ga izpelji, drugače pa sestavi svet, v katerem so premise resnične, ta stavek pa napačen.
35. a) Odpri Ramseyeve stavke. Sestavi svet, v katerem so vsi stavki od 1 do 10 resnični in to tako, da bo v svetu čim manj teles. To boš lahko naredil s 6 telesi.
b) Ali so tudi stavki od 11 do 20 resnični? Če niso, spremeni svet tako, da bodo vsi Ramseyevi stavki resnični.
c) Spremeni svet, tako, da bo čimveč stavkov napačnih. Vendar lahko samo dodaš nova telesa, stara ne smeš spreminjati v nobenem pogledu. Katere stavke si lahko naredil za napačne?

36. Odpri Fregejeve stavke in jih ovrednoti v Peirsovem svetu. Igra z računalnikom bo prišla prav.

37. Odpri Leibnizov svet in stavke. Nato ovrednoti stavke.

38. Ovrednoti Hilbertove stavke v Peanovem svetu.

39. Sestavi svet iz največ treh teles, v katerem so Ockhamovi stavki resnični.

40. Sestavi svet, v katerem so vsi Arnaultovi stavki resnični.

41. Napiši 5 stavkov, ki so resnični v Peanovem svetu.

42. Odpri Carrollov svet in Herkulesove stavke. Uganiti je treba imena objektov.

43. Zapiši v simbolizmu naslednje stavke:
1. Vsaka kocka je levo od vsakega tetraedra.
2. Vsaka majhna kocka je za kakšnim tetraedrom.
3. Neka kocka je pred vsakim tetraedrom.
4. Neka velika kocka je pred neko majhno kocko.
5. Nobena stvar ni večja od vsake stvari.
6. Vsaka kocka, ki je pred vsakim tetraedrom, je velika.
7. Vse, kar je desno od velike kocke, je majhno.
8. Nobeno telo, ki je za neko kocko in pred neko (drugo) kocko, ni veliko.
9. Nobeno telo, ki za sabo nima ničesar, ni kocka.
10. Vsak dodekaeder je manjši od kakšnega tetraedra.
a) Odpri Peirsov svet. Ugotovi, da so vsi zgornji stavki resnični. Kako pa je s prevodi?
b) Odpri Leibnizov svet. Stavki 5, 6, 8 in 10 so resnični, drugi pa napačni. Ali velja enako za tvoje prevode?
c) Odpri datoteko Ron.wld. Tokrat so resnični stavki 2, 3, 4, 5 in 8. Kaj pa tvoji prevodi?

44. Prevedi v simbolizem naslednje angleške stavke.
1. Every tetrahedron is in front of every dodecahedron.
2. No dodecahedron has anything in back of it.

3. No tetrahedron is the same size as any cube.
4. Every dodecahedron is the same size as some cube.
5. Anything between two tetrahedra is a small cube.
6. Every cube falls between two objects.
7. Every cube with something in back of it is small.
8. Every dodecahedron with nothing to its right is small.
9. Every dodecahedron with nothing to its right has something to its left.
10. Any dodecahedron to the left of a cube is large.

Prevedi te stavke v simbolizem.

a) Odpri Bolzanov svet. Vsi angleški stavki so resnični. Ali so tudi tvoji prevodi?
b) Odpri datoteko Ron.wld. V tem svetu so resnični samo stavki 4, 5, 8, 9 in 10. Kako je s tvojim prevodi?
c) Odpri Claire.wld. V tem svetu so resnični stavki 1, 3, 5, 7, 9 in 10. Preveri prevode.
d) Odpri Peanov svet. Resnična sta samo stavka 8 in 9. Ali velja enako za tvoje prevode.

45. Prevedi v simbolizem naslednje stavke. Pri tem boš moral stavke malo preurediti.

1. Only large objects have nothing in front of them.
2. If a cube has something in front of it, then it's small.
3. Every cube in back of a dodecahedron is also smaller than it.
4. If e is between two objects, then they are both small.
5. If a tetrahedron is between two objects, then they are both small.
6. Every dodecahedron is at least as large as every cube.
7. If a cube is to the right of a dodecahedron but not in back of it, then it is as large as the dodecahedron.
8. No cube with nothing to its left is between two cubes.
9. The only large cubes are b and c.
10. At most b and c are large cubes.

a) Odpri datoteko Ron.wld. Tu je precej skritih stvari. Vsi angleški stavki so tu resnični, enako bi moralo veljati za tvoje prevode.
b) Odpri Bolzanov svet. Tu so resnični samo stavki 3, 8 in 10. Je enako s tvojimi prevodi?
c) Odpri Wittgensteinov svet. Resnični so samo stavki 5, 7 in 8.

46. Naslednji stavki so resnični v Skolemovem svetu.

1. Vse kocke niso manjše od vseh tetraedrov.
2. Nobena kocka ni desno od česarkoli.
3. Obstaja dodekaeder, razen če (ne) obstajata vsaj dve veliki telesi.
4. Nobena kocka, ki nima ničesar za seboj, ni manjša od druge kocke.
5. Če so majhni dodekaedri, potem so med dvema kockama.
6. Če je kocka majhna ali če je za nečim, ki je srednje velikosti, potem ni ničesar na njeni desni, razen tetraedrov.
7. Bolj ko je stvar zadaj, večja je.
8. Vsaka stvar je enako velika kot nakaj drugega.
9. Vsaka kocka ima tetraeder enake velikosti na svoji desni strani.

10. Nobena stvar ni enako velika kot dve (ali več) drugi stvari.
11. Nič ni med dvema rečema, razen reči iste oblike.
a) Prepričaj se, da so vsi zgornji stavki resnični.
b) Spreminjaj svet in se prepričaj v pravilnost svojih prevodov.

47. Prepričaj se, da so naslednji stavki resnični v Gödlovem svetu. Pravilno jih prevedi v simboliko.
1. Nič, kar je levo od a, ni večje od vsake stvari levo od b.
2. Nič, kar je levo od a, ni manjše od katerekoli reči levo od b.
3. Iste stvari so levo od a in levo od b.
4. Karkoli levo od a, je manjše od nečesa, kar je za vsako kocko, ki je desno od b.
5. Vsaka kocka je manjša od katerega dodekaedra, vendar nobena kocka ni manjša od vsakega dodekaedra.
6. Če je a večji kot katera kocka, potem je manjši kot vsak tetraeder.
7. Samo dodekaedri so večji od vseh drugih reči.
8. Vsi objekti, ki nimajo ničesar pred seboj, so tetraedri.
9. Med objektoma iste oblike ni ničesar.
10. Le kocka je med dvema drugima objektoma.
11. Za b je nekaj, za čemer sta še vsaj dve reči.
12. Vsaj ena stvar je manjša kot nekaj, kar je več kot b.

48. Zapiši naslednji odstavek v obliki enega simboličnega stavka in se prepričaj v njegovo resničnost v svetu Reichen1.wld.
Obstajata vsaj dve točki. Nekaj je med njima. To je dodekaeder srednje velikosti. Je pred velikim dodekaedrom. Ta dva sta levo od majhnega dodekaedra. Imamo tudi dva tetraedra.
Prepričaj se, da je stavek napačen v svetu Reichen2.wld.

49. Naslednji stavki so dvoumni, zato jih prevedi na dva načina.
1. Every cube is between a pair of dodecahedra.
2. Every cube to the right of a dodecahedron is smaller than it is.
3. Cube a is not larger than every dodecahedron.
4. No cube is to the left of some dodecahedron.
5. (At least) two cubes are between (at least) two dodecahedra.
Odpri Carrollov svet. Natanko en od dveh prevodov vsakega stavka je resničen.

50. Odpri Whiteheadove stavke.
a) Prvi stavek trdi, da obstajata vsaj dva objekta. Drugi trdi, da obstajata največ dva objekta. Sestavi svet, v katerem sta stavka oba resnična.
b) Tretji stavek je konjunkcija prvih dveh. Ali je resničen?
c) Kaj pravijo drugi stavki?

51. Odpri stavke Padoa. Tu so štirje stavki.
a) Za vsake tri sestavi svet, v katerem so resnični.
b) Zakaj ne moreš sestaviti sveta, v katerem so vsi štirje stavki resnični.

52. Odpri Finslerjeve stavke in preglej njihovo vrednost v Gödlovem svetu.

Izidor Hafner

NAGRADNE LOGIČNE NALOGE

Predavanja

Nek novinar je šel na predavanja, da bi o njih napisal članek. Zapisal si je nekaj stvari, saj se je zanašal, da si bo večino stvari zapomnil. Toda groza! Vse je pozabil. Poskušaj mu pomagati, tako da ugotoviš, kateri predavatelj je predaval, kaj je po poklicu, ter o čem in koliko časa je predaval.

PREDAVATELJI: Ivan, Tine, Stane in Jože.
ČAS: 1 ura, 1,5 ure, 2 uri in 2,5 ure.
POKLICI: zdravnik, živinozdravnik, veterinar in cvetličar.
PREDAVANJA: o higieni, o zajedalcih, o cepivih ter o boleznih.

1. Jože, ki ni veterinar, je predaval o cepivih, in sicer pol ure manj kot Ivan.
2. Cvetličar ni predaval o higieni, pač pa je predaval 1,5 ure. On ni Ivan.
3. O boleznih je predaval 1 ali 2 uri.
4. Stane je zdravnik, ampak ni predaval o zajedavcih. Predaval je eno uro.

REŠITEV:	Stane	zdravnik	o boleznih	1 uro
	Tine	cvetličar	o zajedalcih	1,5 ure
	Jože	živinozdravnik	o cepivih	2 uri
	Ivan	veterinar	o higieni	2,5 ure

Svetovni športniki

Veliko je znanih športnikov, ki seveda tudi veliko zaslužijo!

ŠPORTNIKI: Max, Mike, Tim, John in Sam;
DRŽAVE: ZDA, Rusija, Kanada, Italija in Anglija;
DENAR: 250.000 $, 300.000 $, 350.000 $, 400.000 $ in 500.000 $;
ŠPORT: tenis, košarka, golf, nogomet in atletika.

Ugotovi ime športnikov, s katerim športom se ukvarjajo, iz katere države prihajajo ter koliko zaslužijo letno (v $).

1. Tenisač zasluži 500.000 $ letno.
2. Šport, s katerim se ukvarja Sam, je plačan 50.000 $ več kot športnik iz Rusije.
3. Atlet, ki ne zasluži 400.000 $, prihaja iz ZDA in ni Mike.
4. John se ukvarja z golfom.
5. 300.000 $ dobi Anglež. Nogometaš je John ali Sam.
6. Italjan Max je ali tenisač ali atlet.
7. Košarkaš ne zasluži 350.000 $.

REŠITEV:	Sam	Kanada	400.000 $	nogomet
	Tim	ZDA	250.000 $	atletika
	Mike	Anglija	300.000 $	košarka
	John	Rusija	350.000 $	golf
	Max	Italija	500.000 $	tenis

Mojca Brunskole,
Podlog 3b, 8343 Dragatuš
OŠ Dragatuš (8. razred)
14 let

▬ ∇△∇ ▬ ∇△∇ ▬ ∇△∇ ▬

1. naloga

Klemen je velik ljubitelj oper. Kljub temu pa velikokrat pomeša skladatelje in njihova dela. Ko sem mu postavila nekaj vprašanj, mi je odgovoril takole:

1. Smetana ima več oper kot Čajkovski, vendar ne največ, Čajkovski pa ne najmanj.
2. Beethoven, ki je napisal opero *Fidelio*, se ni rodil leta 1824, ampak pred tem letom.
3. Avtor *Prodane neveste* je napisal 4 opere. Rodil se je po letu 1800.
4. Händel je napisal 46 oper, vendar med njimi ni *Bega iz Seraja* in *Prodane neveste*. Rodil se je pred Beethovnom.
5. Seštevek števk letnice Mozartovega rojstva je enak številu njegovih oper. Med njimi ni *Prodane neveste*.
6. Musorgski ima manj oper kot Smetana, vendar več kot Čajkovski. Med njegovimi (Musorgski) operami je *Boris Godunov*. Število oper je v obratnem razmerju z letnico rojstva (kdor ima višjo letnico rojstva ima manj oper.)
7. Tisti, ki ima eno opero več kot Beethoven, je napisal opero *Jevgenij Onjegin*.

SKLADATELJI: Beethoven, Čajkovski, Smetana, Musorgski, Mozart, Händel
LETNICE ROJSTVA: 1824, 1756, 1840, 1685, 1839, 1770
OPERE: Boris Godunov, Fidelio, Beg iz Seraja, Prodana nevesta, Jevgenij Onjegin, Julij Cezar
ŠTEVILO: 1, 2, 3, 19, 46

REŠITEV:	Beethoven	1 opera	Fidelio	1770
	Čajkovski	2 operi	Jevgenij Onjegin	1840
	Smetana	4 opere	Prodana nevesta	1824
	Musorgski	3 opere	Boris Godunov	1839
	Mozart	19 oper	Beg iz Seraja	1756
	Handel	46 oper	Julij Cezar	1685

2. naloga

Ko sem se prvič odpravila v New York, sem s seboj pozabila vzeti zemljevid. Obstala sem

pri Centralni univerzi v New Yorku in nisem vedela poti naprej. Hotela sem poiskati dva kraja: Jeffersonov park in Times Square. Za pot sem vprašala nekaj mimoidočih:

Alice: (1) Do Jeffersonovega parka pridete tako, da greste približno 2000 m proti jugu, nato pa zavijete na levo in hodite približno 2500 m.
(2) Za Times Square morate iti skozi Lincolnov predor in potem proti severu približno 5 km.

Jason: (1) Jeffersonov park je takoj na vogalu naslednje ulice.
(2) Za Times square morate iti skozi Lincolnov predor in 5 km proti severu.

Robert: (1) Do Jeffersonovega parka pridete tako, da greste proti jugu 2 km, nato levo.
(2) Do Times Square-a pridete, če greste 8 km proti jugu po Amsterdam Avenue.

Ko sem primerjala njihove odgovore, sem ugotovila, da so osebe dale različno število pravilnih odgovorov: 0, 1, 2. Ugotovi, kdo je ves čas lagal, kdo je enkrat lagal, če veš, da je resnico (ves čas) govoril moški.

REŠITEV:

Alice	1 pravilen odgovor
Jason	0
Robert	2 pravilna odgovora

Nepodpisana bralka iz Ljubljane



1. Krožki

Na neki osnovni šoli v Sloveniji se je pet učencev istega razreda prijavilo k petim različnim krožkom. Vsak učenec si je izbral samo en krožek, ki pa ga poučuje drugi učitelj. Ugotovi ime in priimek učenca, krožek, ki ga obiskuje, in ime učitelja, ki poučuje posamezen krožek.

IMENA UČENCEV: Slavica, Melita, Lidija, Marko, Mitja
PRIIMKI UČENCEV: Gole, Frderber, Stevanovič, Osterman, Lovrinovič
KROŽKI: zgodovinski, matematični, biološki, kemijski, fizikalni
IMENA UČITELJEV: gospod Tomaž, gospa Irma, gospa Majda, gospa Milena, gospod Janez.

1. Melita se ni prijavila k biološkemu krožku in se ne piše Stevanovič.
2. Fant s priimkom Ferderber se je prijavil k zgodovinskemu krožku, ki ga ne poučujeta gospa Majda niti gospod Tomaž.
3. Kemijski krožek poučuje gospa Milena.
4. Mitja se piše Osterman in se je prijavil k krožku, ki ga poučuje gospod Janez.
5. Slavica se ne piše Gole niti Stevanovič.
6. Gospa Irma ne poučuje niti matematičnega niti fizikalnega krožka.

7. Dekle s priimkom Stevanovič obiskuje biološki krožek, ki pa ga ne poučuje gospod Tomaž.
8. Slavica obiskuje krožek, ki ga poučuje gospod Tomaž. To pa ni fizikalni krožek.
9. Zgodovinski krožek poučuje gospa.

REŠITEV	ime učenca	priimek učenca	krožek	učitelj
	Slavica	Lovrinovič	matematični	g. Tomaž
	Melita	Gole	kemijski	ga. Milena
	Lidija	Stevanovič	biološki	ga. Majda
	Mitja	Osterman	fizikalni	g. Janez
	Marko	Ferderber	zgodovinski	ga. Irma

2. Revije

Pet prijateljev se je pogovarjalo o različnih revijah, ki jih naročajo med šolskim letom. Ugotovili so, da se v letošnjem letu ni nihče naročil na isto revijo in da ima vsaka revija drugačno ceno. Ugotovi, na katero revijo je naročen posameznik in koliko stane en izvod revije, ki naj bo izražen v SIT.

IMENA: Simon, Mojca, Urška, Alen
IME REVIJE: Logika & Razvedrilna matematika, Presek, PIL, GEA, Kemija v šoli
CENE REVIJ (v SIT): 230, 280, 300, 320, 370

1. Mojca naroča najdražjo revijo. Najdražji reviji nista Presek niti Kemija v šoli.
2. Alen naročuje Logika & Razvedrilna matematika, ki pa je cenejša od 300 SIT.
3. Simon plačuje za PIL 230 SIT.
4. Urška ne naroča Kemije v šoli.
5. Presek ne stane 320 SIT.

REŠITEV	ime	ime revije	cena revije (SIT)
	Simon	PIL	230
	Alen	L&RM	280
	Urška	Presek	300
	Aleš	Kemija v šoli	320
	Mojca	Gea	370

3. Domače živali

Učenci 6. razreda so se pri biologiji pogovarjali o domačih živalih. Domenili so se, da bodo priredili razstavo domačih živali, ki jih bodo prinesli s seboj od doma. Pripravili so tudi tekmovanje za izbor najlepše domače živali. Sodniki se niso mogli odločiti, katera žival je najlepša, zato so zmagale vse. Po končanem tekmovanju sem vprašala pet učencev, ki so tekmovali na razstavi, katero žival so pripeljali s seboj, kakšen je njen vzdevek in katera je njena najljubša hrana. Vi pa lahko to ugotovite iz naslednjega teksta.

Imena lastnikov posamezne živali: Helena, Katja, Rajko, Sandi, Lidija

Živali: muca, papagaj, pes, hrček, koza
Imena živali: Piko, Tim, Maca, Jakob, Miša
Najljubša hrana: klobasa, solata, jabolko, sir, banana

1. Helena ima hrčka, ki ne mara banan in solate.
2. Muco ima dekle. Muci ni ima Miša, njena najbolj priljubljena hrana je sir.
3. Eden izmed fantov ima papagaja, ki mu je ime Jakob, drugi pa ima psa, ki najraje je klobaso.
4. Lidija nima muce, ima pa žival, ki ji je ime Miša.
5. Sandijeva žival najraje je solato.
6. Hrčku je ime Piko.
7. Katjini živali je ime Maca.

REŠITEV	ime lastnika	žival	ime živali	najljubša jed
	Helena	hrček	Piko	jabolko
	Katja	muca	Maca	sir
	Rajko	pes	Tim	klobasa
	Sandi	papagaj	Jakob	solata
	Lidija	koza	Miša	banane

4. Glasbena šola

Štiri prijateljice obiskujejo glasbeno šolo. Igrajo na različne instrumente, vsako pa poučuje drug profesor. Pouk ima vsaka samo enkrat v tednu. Ugotovi, kateri instrument igra posamezna deklica, kdo jo poučuje in kateri dan v tednu ima pouk.

IMENA: Špela, Alija, Maja, Mojca
UČITELJI: ga. Polajžel, g. Cotič, ga. Pevec, g. Hrastnik
DNEVI: ponedeljek, torek, četrtek, petek
INSTRUMENTI: flavta, violina, klavir, kitara

1. Špela igra flavto, vendar nima pouka v ponedeljek in četrtek.
2. Gospod Hrastnik poučuje klavir eno izmed deklet v torek.
3. Alija ne igra pri gospodu Cotiču, ki poučuje v petek.
4. Maja ne igra violine niti klavirja.
5. Mojca se uči pri gospe Pevec v četrtek.

REŠITEV	ime	instrument	učitelj	dan
	Špela	flavta	ga. Polajžel	ponedeljek
	Alija	klavir	g. Hrastnik	torek
	Maja	kitara	g. Cotič	petek
	Mojca	violina	ga. Pevec	četrtek

5. Izleti v gore

Pet zakonskih parov se je v začetku meseca septembra podalo na izlet v gore. Vsak zakonski par se je podal na drug vrh, kjer se mu je med potjo pripetila manjša nesreča. Vsi pari so se vseeno srečno vrnili v dolino, kjer so poročali domačim o svojih doživetjih. Ugotovi ime moža in žene, njun priimek, ime gore, na katero sta se podala, ter nesrečo, ki se jima je pripetila v gorah.

IMENA ŽENA: Marija, Martica, Dragica, Nežka, Ana
IMENA MOŽ: Stane, Kristjan, Janez, France, Ljubenko
IMENA VRHOV: Storžič, Grintovec, Krn, Ratitovec, Škrlatica
PRIIMKI: Čurkovič, Lovšin, Češarek, Mladenovič, Levstik
NESREČA: izgubljen nahrbtnik, izgubljena v gozdu, padec v potok, udarec ob skalo, dobila opekline.

1. Par, ki je v gorah dobil opekline, je odšel na Grintovec.
2. Marija je poročena s Stanetom. Ne pišeta se Čurkovič ali Mladenovič in v gorah nista dobila opeklin.
3. Nežka in France sta odšla na Škrlatico. V gorah se nista udarila v skalo in nista zašla v gozdu.
4. Par, ki je izgubil nahrbtnik, se piše Lovšin.
5. Ana se piše Mladenovič in se je s svojim možem na Ratitovcu udarila ob skalo.
6. Par, ki je zašel v gozdu, se piše Češarek. Ta par ni našel prave poti na Krn.
7. Kristjan s svojo soprogo Martico ni zašel v gozdu.
8. Ana ni poročena z Janezom.
9. Par, ki je odšel na Storžič, je padel v potok in se piše Levstik.

REŠITEV	ime žene	ime moža	priimek	ime gore	nesreča v gorah
	Marija	Stane	Levstik	Storžič	padec v potok
	Martica	Kristjan	Čurkovič	Grintovec	dobila opekline
	Dragica	Janez	Češarek	Krn	zašla v gozdu
	Nežka	France	Lovšin	Škrlatica	izgubljen nahrbtnik
	Ana	Ljubenko	Mladenovič	Ratitovec	udarec ob skalo

Tanja Cebin

MATEMATIČNO TEKMOVANJE KENGURU

V tem šolskem letu so učenci osnovnih šol od drugega razreda dalje in dijaki srednjih šol sodelovali v *Matematičnem tekmovanju Kenguru*. To je vseevropsko tekmovanje, ideja zanj se je porodila na sedežu *Sveta Evrope* v Strassbourgu pred skoraj dvema letoma. Slovenija je ena od držav, ki so sodelovale na sestanku ob dogovarjanju za to tekmovanje. Tokrat predstavljamo naloge, ki so jih 22. marca letos reševali osnovnošolci.

Naloge za 2. razred

1. Samo eden od računov je pravilen. Kateri?

(A) $12+34+3=59$ **(B)** $54+19+27=110$ **(C)** $65+4+9=77$
(D) $21+1+59=81$ **(E)** $4+6+18+3=41$

2. Koliko stotic ima število 1996?

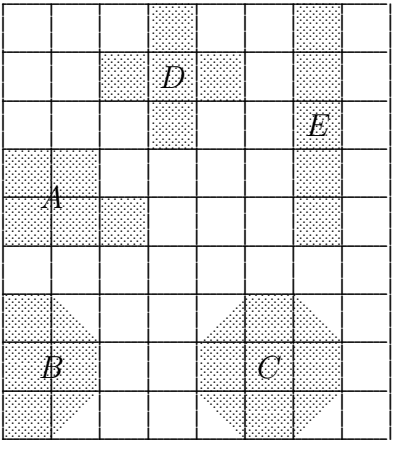
(A) 1 **(B)** 9 **(C)** 6 **(D)** 13 **(E)** 19

3. Vsote $8+2$, $14+8$, $3+2+7$, $21+12$ so urejene po velikosti od najmanjše do največje samo v enem primeru. Katerem?

(A) $21+12$, $14+8$, $3+2+7$, $8+2$ **(B)** $3+2+7$, $8+2$, $14+8$, $21+12$
(C) $8+2$, $3+2+7$, $14+8$, $21+12$ **(D)** $14+8$, $21+12$, $3+2+7$, $8+2$
(E) $8+2$, $14+8$, $3+2+7$, $21+12$

4. Kateri lik je po površini različen od ostalih?

(A) A **(B)** B
(C) C **(D)** D
(E) E



5. Kenguru si je spekel 5 kilogramov palačink. Za kosilo je pojedel 380 dekagramov palačink. Koliko dekagramov palačink mu je ostalo?

(A) 180 **(B)** 210
(C) 215 **(D)** 325
(E) 120

6. Mateja je kupila škatlico s 6 frnikolami, za katero je plačala 120 tolarjev. V igri s prijateljico je Mateja 2 frnikoli izgubila. Koliko denarja mora prihraniti, da bo lahko odkupila izgubljene frnikole?

(A) 40 tolarjev **(B)** 20 tolarjev **(C)** 10 tolarjev
(D) 12 tolarjev **(E)** 80 tolarjev

7. Črke oblikujemo z elastično vrvico tako, da vrvice ne prerežemo, ne zlepimo in ne prekrižamo. Na ta način lahko oblikujemo štiri izmed spodnjih petih črk, ene pa ne moremo. Katere?

(A) I **(B)** C **(C)** V **(D)** A **(E)** G

8. Gregor ima 15 jabolk in 40 bonbonov. Koliko daril lahko pripravi, če namerava v barvni papir zaviti po 2 jabolki in 4 bonbone?

(A) 10 **(B)** 8 **(C)** 7 **(D)** 6 **(E)** 5

9. Kateri izmed spodnjih računov je vedno pravilen, četudi namesto $\square$ vstavimo poljubno število?

(A) $3 \cdot \square = 9$ **(B)** $3 + 0 \cdot \square = 3$
(C) $10 + \square = 11$ **(D)** $4 - \square \cdot 3 = 12$
(E) $5 - \square = 1$

10. Ker otroci niso imeli frnikol, so se dogovorili, da bo vsak prinesel ali 3 gumbe ali pa 5 zamaškov. Na koncu so ugotovili, da imajo gumbov in zamaškov skupaj 19. Koliko otrok je prineslo gumbe?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 5

Naloge za 3. in 4. razred

1. Aljaž želi kupiti teleskop, ki stane $15\,000$ tolarjev. V ta namen je prihranil že $10\,000$ tolarjev, razliko pa bo zaslužil tako, da bo pri sosedih kosil travo. Za vsako košnjo dobi 750 tolarjev. Denimo, da med vsakimi poletnimi počitnicami opravi 4 košnje. V koliko letih si bo Aljaž lahko kupil teleskop?

(A) 3 **(B)** 10 **(C)** 1 **(D)** 2 **(E)** 5

2. V številsko križanko se je prikradla napaka. Na katerem polju je?

	1	2	3	4
A	1	9	9	6
B	3	4	2	
C	6	4		2
D		9	9	9

Vodoravno
A letošnje leto
B $(3 \cdot 100) + (4 \cdot 10) + 2$
C število 8, pomnoženo samo s seboj
D število, ki ja manjše od 1000, toda večje od 995

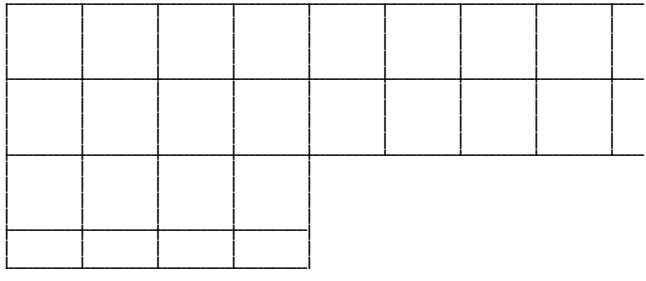
Navpično
1 zadnja števka tega števila je vsota prvih dveh števk in števila 2
2 to število se je sedemkrat začudilo svoji simetriji
3 polovica števila 184
4 $133 : 7$

(A) polje $B2$ **(B)** polje $D1$ **(C)** polje $A1$ **(D)** polje $C4$ **(E)** polje $D4$

3. Mitja ima 3 barvice: rumeno, rdečo in zeleno. Z eno od barvic bo pobarval jabolko in z drugo papagaja. Koliko možnosti ima?

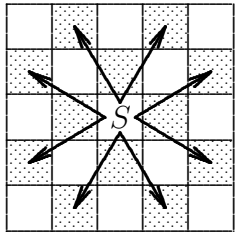
(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 5 **(E)** 6

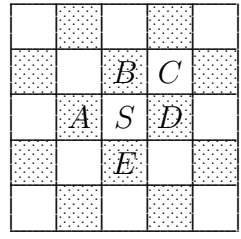
4. S katerim likom lahko pokrijemo spodnjo površino? Pri tem ne smemo prekoračiti meja površine, vmes ne smejo nastajati praznine in tudi do prekrivanja ne sme priti.



(A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **(E)** 

5. Pri šahu se lahko skakač premika tako, kot je prikazano na levi sliki. Puščice kažejo polja, na katerih se skakač lahko pojavi po eni potezi. Katero od polj izmed A, B, C, D, E (na desni sliki) pa skakač lahko zavzame po dveh potezah?

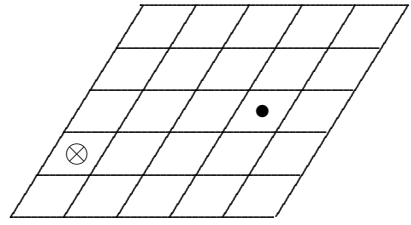




(A) A **(B)** B **(C)** C **(D)** D **(E)** E

6. Po kateri poti maček NE more priti do miške? Pri tem miška ves čas miruje. (Maček je $\otimes$ miška pa $\bullet$.)

(A) $\rightarrow\nearrow\rightarrow\rightarrow$ **(B)** $\rightarrow\rightarrow\rightarrow\nearrow$
(C) $\nearrow\rightarrow\rightarrow\nearrow$ **(D)** $\nearrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow$
(E) $\rightarrow\rightarrow\nearrow\rightarrow$



7. Primož bi rad spekel jabolčno pito. V ta namen mu je mama dala 300 tolarjev. Največ koliko kilogramov jabolk lahko kupi, če 1 kg stane 80 tolarjev?

(A) 1 kg **(B)** 2 kg **(C)** 3 kg **(D)** 4 kg **(E)** 5 kg

8. Poišči črko, ki manjka v logičnem zaporedju: A B Č F $\square$ O U

(A) L **(B)** J **(C)** T **(D)** Ž **(E)** N

9. Neko podjetje ima v svojem arhivu omare, ki imajo po 10 predalov. V vsak predal gredo 3 mape. V vsako mapo pa lahko vstavimo 150 pogodb. Tatjana mora v omare pospraviti $37\,500$ pogodb. Koliko omar potrebuje?

(A) 9 **(B)** 10 **(C)** 11 **(D)** 12 **(E)** 13

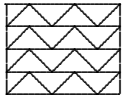
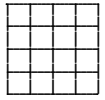
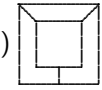
10. V zaporedju $1\ 2\ 4\ 8\ 16\ ?\ 64$ zamenjaj vprašaj z ustreznim številom:

(A) 20 **(B)** 24 **(C)** 32 **(D)** 38 **(E)** 54

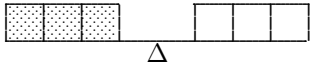
11. Alenka in njeni starši se z avtomobilom vračajo iz Prage v Ljubljano. Mesti sta oddaljeni 1000 km. Ko so se na bencinski črpalki ustavili, ker jim je zmanjkalo bencina, je očka rekel: *"Tri četrtine poti so že za nami."* Koliko kilometrov so že prevozili?

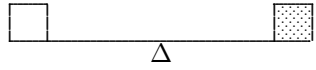
(A) 500 **(B)** 700 **(C)** 925 **(D)** 850 **(E)** 750

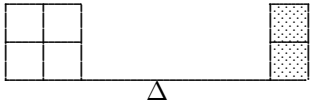
12. Na voljo imaš 3 barve, da pobarvaš spodnje risbe. Katere risbe ni mogoče pobarvati, če nočemo, da bi bili polji, ki imata skupno mejo, pobarvani z isto barvo? Pri tem kot mejo pojmujemo skupno daljico ali ukrivljeno črto, ne pa tudi skupnih oglišč.

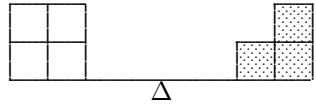
(A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **(E)** 

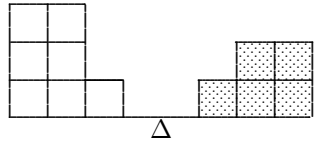
13. Tanja ima kocke, ki tehtajo po $5\ \mathrm{kg}$, Rok pa ima kocke, ki tehtajo po $7\ \mathrm{kg}$. Katera izmed narisanih tehtnic je v ravnotežju, če Tanja nalaga svoje kocke na eno stran tehtnice, Rok pa na drugo?

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

14. Črke X, Y in Z predstavljajo različne števke, od katerih nobena ni enaka 0. Poišči Z, če veš, da je $XX + YY + ZZ = YXZ$.

(A) $Z = 4$ **(B)** $Z = 2$ **(C)** $Z = 1$ **(D)** $Z = 7$ **(E)** $Z = 8$

Naloge za 5. in 6. razred

1. Koliko različnih črk je v besedi KENGURU?

(A) 5 **(B)** 6 **(C)** 7 **(D)** 8 **(E)** 0

2. Koliko simetrijskih osi je na desni sliki?

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3 **(E)** 4



3. *"Ti, ostrooki,"* je lev rekel jastrebu, *"jaz bom poiskal gazelo, ti pa poišči kačo. Kam neki se je skrila ta zvita žival?"* Skupaj koliko nog imajo omenjene živali?

(A) 6 **(B)** 8 **(C)** 10 **(D)** 12 **(E)** 14

4. List papirja prepognem na pol in to ponovim še dvakrat. Skozi koliko slojev papirja se mora prebiti risalni žebljiček, če hočemo nastalo "zloženko" z njim pritrditi na steno?

(A) 4 **(B)** 8 **(C)** 12 **(D)** 16 **(E)** 32

5. Kdo je vsiljivec?

(A) tretjina dveh četrtin **(B)** četrtina dveh tretjin
(C) polovica ene tretjine **(D)** štiri tretjine števila dva
(E) dve tretjini četrtine

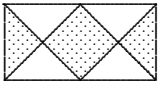
6. Število $(100+1)^2$ je enako

(A) 202 **(B)** 1001 **(C)** 10201 **(D)** 12001 **(E)** 2021

7. Gregor je imel v svojem žepu 20 frnikol. Nato si jih je pet priigral od Luka, dve je izgubil pri Petru, eno je podaril Matjažu in si na koncu še štiri priigral od Aleša. Koliko frnikol ima Gregor sedaj?

(A) $20 + 5 - (2 + 1) + 4$ **(B)** 4 več kot na začetku
(C) $20 + 5 + 4 - 2 + 1$ **(D)** $(20 + 5) - 2 + 1 + 4$
(E) enako kot na začetku

8. Bela ploščina v desnem liku meri $6\,\text{cm}^2$. Kolikšna je osenčena ploščina?



(A) $3\,\text{cm}^2$ **(B)** $4\,\text{cm}^2$ **(C)** $6\,\text{cm}^2$
(D) $9\,\text{cm}^2$ **(E)** $12\,\text{cm}^2$

9. Trikotnik ima tri kote: en majhen kot, en srednje velik kot, ki je dvakratnik majhnega, in en velik kot, ki je trikratnik majhnega. Ta trikotnik je:

(A) enakokrak **(B)** pravokoten **(C)** enakostraničen **(D)** pravokoten in enakokrak **(E)** katerikoli

10. KVADRATAT števila 85 je 6425. KVADRATAT števila 92 je 814. KVADRATAT števila 31 je 91. KVADRATAT števila 17 je 149. Koliko znaša KVADRATAT števila 37?

(A) 74 **(B)** 349 **(C)** 99 **(D)** 949 **(E)** 914

11. Dve ravni vrvici z istim izhodiščem na krožnici razdelita krožnico na 3 enako dolge loke. Kot, ki ga vrvici oklepata, meri:

$(\mathbf{A})\ 30^\circ$ $(\mathbf{B})\ 45^\circ$ $(\mathbf{C})\ 60^\circ$ $(\mathbf{D})\ 75^\circ$ $(\mathbf{E})\ 90^\circ$

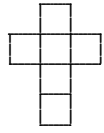
12. Kenguru ima v svoji vreči 3 bele, 2 črni in 5 sivih rokavic. Ne da bi gledal, želi iz vreče vzeti par, to je dve rokavici iste barve. Najmanj koliko rokavic naj vzame, če želi biti popolnoma prepričan, da je vzel dve rokavici iste barve?

$(\mathbf{A})\ 2$ $(\mathbf{B})\ 3$ $(\mathbf{C})\ 4$ $(\mathbf{D})\ 7$ $(\mathbf{E})\ 10$

13. Iz slabo zaprte vodovodne pipe vsaki dve sekundi pade kaplja vode. Koliko vode izteče v eni minuti, če je 15 kapljic 1 cl?

$(\mathbf{A})\ 0,5$ cl $(\mathbf{B})\ 1$ cl $(\mathbf{C})\ 1,5$ cl $(\mathbf{D})\ 2$ cl $(\mathbf{E})\ 3$ cl

14. Križ na sliki je sestavljen iz 6 enakih kvadratov. Obseg križa meri 7 cm. Ploščina križa meri:



$(\mathbf{A})\ 0,25\ \text{cm}^2$ $(\mathbf{B})\ 1,5\ \text{cm}^2$ $(\mathbf{C})\ 6\ \text{cm}^2$ $(\mathbf{D})\ 7\ \text{cm}^2$
$(\mathbf{E})\ 42\ \text{cm}^2$

15. Brata hodita v isto šolo. Za pot od doma do šole večji brat potrebuje 10 minut manj kot manjši brat. Danes je šel manjši brat od doma 5 minut prej od večjega. Kje bo večji brat dohitel manjšega?

$(\mathbf{A})$ nikjer $(\mathbf{B})$ na četrtini poti $(\mathbf{C})$ na polovici poti
$(\mathbf{D})$ na $\frac{3}{4}$ poti $(\mathbf{E})$ v šoli

16. Janez se je rodil 29. februarja 1916 popoldan. Kolikokrat je lahko svoj rojstni dan praznoval prav 29. februarja?

$(\mathbf{A})\ 10$ $(\mathbf{B})\ 18$ $(\mathbf{C})\ 20$ $(\mathbf{D})\ 22$ $(\mathbf{E})\ 26$

17. Posoda, napolnjena z mlekom, tehta 34 kg. Če je napolnjena samo do polovice, tehta $17,5$ kg. Koliko kilogramov tehta prazna posoda?

$(\mathbf{A})\ 1$ $(\mathbf{B})\ 0,5$ $(\mathbf{C})\ 1,5$ $(\mathbf{D})\ 2$ $(\mathbf{E})$ ni dovolj podatkov

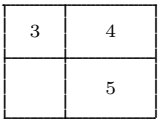
18. Kenguru je prehlajen. Za brisanje smrčka uporablja kvadratne robčke z robom 25 cm. V osmih dneh porabi skupaj $3\ \text{m}^2$ robčkov. Koliko robčkov na dan je v povprečju porabil kenguru?

$(\mathbf{A})\ 1$ $(\mathbf{B})\ 3$ $(\mathbf{C})\ 6$ $(\mathbf{D})\ 18$ $(\mathbf{E})\ 24$

19. Obseg trikotnika je vedno manjši od

(**A**) svoje polovice (**B**) vsote treh srednjic (**C**) vsote treh simetral kotov
(**D**) obsega trikotniku očrtanega kroga (**E**) obsega trikotniku včrtanega kroga

20. Pravokotnik je razdeljen na štiri manjše pravokotnike. Ploščine treh izmed njih so 3, 4 in 5 (glej sliko). Kolikšna je ploščina četrtega manjšega pravokotnika?

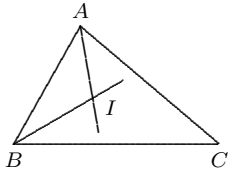


(**A**) 2 (**B**) $3,75$ (**C**) 6
(**D**) ni dovolj podatkov (**E**) $2,33$

21. DELEK nekega števila dobimo, če to število delimo z 22. ODŠTEK nekega števila dobimo, če od tega števila odštejemo 2. RAZVLEK nekega števila je (pozitivna) razlika med 44-kratnikom DELEKA tega števila in ODŠTEKOM tega števila. RAZVLEK števila 1996 je torej:

(**A**) 3992 (**B**) 3990 (**C**) 87824 (**D**) 1994 (**E**) 1998

22. V trikotniku ABC se simetrali kotov pri oglišču A in pri oglišču B sekata v točki I. Kolikšno je razmerje $\frac{\text{ploščina}_{IAB}}{\text{ploščina}_{ABC}}$, če so dolžine stranic $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 3$ in $\overline{CA} = 4$?



(**A**) $\frac{1}{2}$ (**B**) $\frac{1}{3}$ (**C**) $\frac{1}{4}$ (**D**) $\frac{2}{9}$ (**E**) $\frac{3}{5}$

23. Šest zabojev je napolnjenih s škatlami za jajca. Vsaka škatla za jajca vsebuje ali 6 ali 12 jajc. Vsa jajca so enako težka. Vsak zaboj vsebuje dvakrat več škatel po 6 jajc kot tistih po 12 jajc. Prazna škatla za 6 jajc tehta 20 g. En zaboj vsebuje 240 jajc in tehta $2,6$ kg. Kaj lahko izračunamo?

(**A**) število jajc v eni škatli (**B**) težo enega jajca
(**C**) število škatel v enem zaboju (**D**) težo ene škatle (**E**) starost prodajalca jajc

24. Kateri od ulomkov nima para med naštetimi ulomki, to je sebi enakega ulomka?

(**A**) $\frac{1995}{1996}$ (**B**) $\frac{199500001995}{199600001996}$ (**C**) $\frac{10995}{10996}$ (**D**) $\frac{995}{996}$
(**E**) $\frac{995995}{996996}$

25. Lep mlad fant je v 5 letih spoznal 33 mladih deklet. Vsako leto je spoznal več deklet kot v prejšnjem letu. V petem letu je spoznal trikrat toliko deklet kot prvo leto. Koliko deklet je mladenič spoznal v četrtem letu?

(**A**) 3 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 6 (**E**) 8

Naloge za 7. in 8. razred

1. Predstavniki 12 držav so zate pripravili 25 nalog. O vsaki nalogi so razglabljali 10 minut. Koliko minut je trajal celoten pogovor?

(A) 500 **(B)** 250 **(C)** 120 **(D)** 52 **(E)** 40

2. Katero število je največje?

(A) $1 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 6$ **(B)** $19 \cdot 9 \cdot 6$ **(C)** $1 \cdot 99 \cdot 6$ **(D)** $1 \cdot 9 \cdot 96$ **(E)** $19 \cdot 96$

3. Če vsako izmed števk 1, 2, 3 in 4 uporabimo le enkrat, lahko sestavimo različna števila, na primer 3241. Kolikšna je razlika med največjim in najmanjšim številom, ki ju lahko sestavimo?

(A) 2203 **(B)** 2889 **(C)** 3003 **(D)** 3087 **(E)** 3333

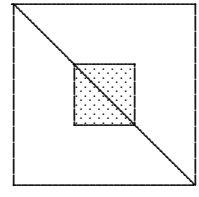
4. Nekoč sta bila krog in pravokotnik zaljubljena do ušes. *"Žal,"* je rekel krog, *"ne bova nikdar mogla imeti več kot N skupnih točk, pa naj se razširim ali skrčim."* Koliko znaša N?

(A) 2 **(B)** 4 **(C)** 5 **(D)** 6 **(E)** 8

5. Število $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000}$ je enako

(A) $\frac{3}{1110}$ **(B)** $\frac{3}{1000}$ **(C)** $\frac{111}{1000}$ **(D)** $\frac{111}{1110}$ **(E)** $\frac{3}{111}$

6. Na desni sliki vidiš kvadrat s ploščino $1\,\mathrm{m}^2$. Diagonala kvadrata je razdeljena na 3 enake dele. Srednji del predstavlja diagonalo manjšega kvadrata. Koliko kvadratnih metrov meri ploščina manjšega kvadrata?



(A) $\frac{1}{10}$ **(B)** $\frac{1}{9}$ **(C)** $\frac{1}{6}$ **(D)** $\frac{1}{4}$ **(E)** $\frac{1}{3}$

7. Gledališka dvorana ima 26 vrst s po 24 sedeži. Vsi sedeži so oštevilčeni, šteti pa začnemo v prvi vrsti. V kateri vrsti boš našel sedež s številko 375?

(A) 12. **(B)** 13. **(C)** 14. **(D)** 15. **(E)** 16.

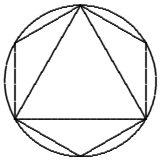
8. Janez in Aleš tekmujeta s kolesi na velodromu, to je sklenjeni krožni progi. Janez prevozi en krog v 6 minutah, Aleš pa v 4 minutah. Začneta skupaj in v isti smeri. Koliko minut po štartu bo Aleš prehitel Janeza?

(A) 24 **(B)** 12 **(C)** 10 **(D)** 6 **(E)** 4

9. Poleg dvomestnega števila dopišeš isto število. Kolikšna je vrednost kvocienta, ki je rezultat deljenja dobljenega štirimestnega števila z danim dvomestnim številom?

(**A**) 10 (**B**) 11 (**C**) 99 (**D**) 100 (**E**) 101

10. V krog sta vrisana enakostranični trikotnik in pravilni šestkotnik. Kaj dobiš, če deliš ploščino šestkotnika s ploščino trikotnika?



(**A**) 1,5 (**B**) 2 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 5

11. Katere izmed naslednjih izjav so pravilne?
(1) Vsota dveh negativnih števil je vedno negativna.
(2) Vsota enega negativnega in enega pozitivnega števila je vedno pozitivna.
(3) Vsota enega negativnega števila in dveh pozitivnih števil je vedno pozitivna.

(**A**) nobena (**B**) samo (1) (**C**) (1) in (3) (**D**) (2) in (3) (**E**) vse tri

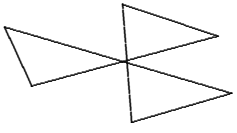
12. Če simetrali dveh kotov trikotnika oklepata kot 110°, meri tretji kot trikotnika

(**A**) 30° (**B**) 40° (**C**) 45° (**D**) 55° (**E**) 70°

13. Stara ura zaostane vsakih 24 ur za 8 minut. Koliko minut naprej moramo ob 22. uri zvečer nastaviti uro, če hočemo, da bo ob 7. uri zjutraj kazala pravi čas?

(**A**) 1 min 40 s (**B**) 2 min 20 s (**C**) 3 min (**D**) 4 min 30 s (**E**) 6 min

14. Vsota kotov, označenih na desni sliki, je enaka



(**A**) 120° (**B**) 150° (**C**) 180°
(**D**) 270° (**E**) 360°

15. Deklica strelja na strelišču v zabaviščnem parku. Plača za 5 strelov, vsakič, ko zadane tarčo, pa ima na voljo še 2 dodatna brezplačna strela. Deklica je ustrelila 17-krat. Kolikokrat je deklica zadela tarčo?

(**A**) 6 (**B**) 4 (**C**) 5 (**D**) 12 (**E**) 7

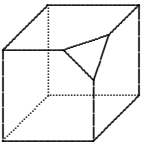
16. Kolikokrat urina kazalca med 6. uro zjutraj in 18. uro zvečer oklepata pravi kot?

(**A**) 2 (**B**) 6 (**C**) 12 (**D**) 22 (**E**) 24

17. Katja ima veliko skladovnico trikotnih ploščic. Vse ploščice imajo enako obliko in velikost: enakostranični trikotnik s stranico dolžine 1 dm. Koliko takšnih ploščic potrebuje Katja, če želi sestaviti velik enakostranični trikotnik s stranico dolžine 2 m?

(A) 200 **(B)** 300 **(C)** 400 **(D)** 600 **(E)** 800

18. Če eno oglišče lesene kocke odrežemo, dobimo telo, ki je narisano na desni. Ko na enak način odrežemo še ostalih 7 oglišč kocke, dobimo telo s 14 ploskvami (osem trikotniških ploskev se medsebojno ne dotika ali seka). Koliko oglišč (o) in koliko robov (r) ima to telo?



(A) $o = 24$, $r = 36$ **(B)** $o = 36$, $r = 24$ **(C)** $o = 24$, $r = 24$
(D) $o = 36$, $r = 32$ **(E)** $o = 36$, $r = 18$

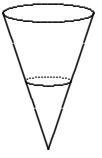
19. Koliko presečišč NE morejo imeti štiri premice v ravnini?

(A) 0 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 5 **(E)** 6

20. Luka je iz papirja izstrigel vse možne trikotnike, katerih stranice imajo celoštevilsko dolžino (v cm), obseg pa meri 15 cm. Koliko je takšnih trikotnikov?

(A) 1 **(B)** 5 **(C)** 7 **(D)** 19 **(E)** 45

21. Neža in Minca imata sladoled stožčaste oblike. Na dva dela ga razdelita tako, da ga na polovici vodoravno prerežeta (glej sliko). Neža dobi zgornji del, Minca pa spodnji del. Neža dobi več kot Minca. Kolikokrat več?

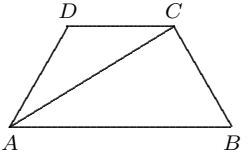


(A) 1,5-krat **(B)** 2-krat **(C)** 3-krat **(D)** 7-krat
(E) 8-krat

22. Ena izmed linij podzemne železnice ima obliko krožnice. Vlaki se premikajo v isto smer z enakimi hitrostmi in so enako oddaljeni eden od drugega. Danes na tej progi vozi 24 vlakov. Jutri pa bo na tej progi vozilo več vlakov, tako da se bodo razdalje med njimi skrajšale za 20%. Koliko dodatnih vlakov bo jutri vozilo na tej liniji?

(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 5 **(D)** 6 **(E)** 12

23. Na desni sliki sta daljici AB in CD vzporedni. Nadalje za dolžine daljic velja $\overline{AD} = \overline{DC} = \overline{CB}$ in $\overline{AB} = \overline{AC}$. Določi kot pri oglišču D.

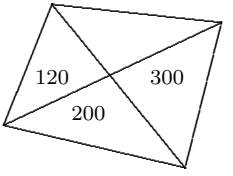


(A) 108° **(B)** 120° **(C)** 130°
(D) 150° **(E)** kota ni možno določiti

24. Pri okrogli mizi sedi pet ljudi. Vsak izmed njih pravi: *"Oba moja soseda, levi in desni, sta lažnivca."* Pri tem veš, da lažnivci vedno lažejo, tisti, ki niso lažnivci, pa vedno govorijo resnico. Vsakdo izmed ljudi pri mizi ve, ali sta njegova soseda lažnivca ali ne. Koliko lažnivcev je pri mizi?

(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 5 **(E)** ne moremo vedeti

25. Štirioglato, ploščato torto sem po diagonalah razrezal na 4 kose. Enega izmed njih sem pojedel, ostale pa stehtal. Teže preostalih treh kosov so: 120 g, 200 g in 300 g. Kolikšna je bila teža kosa, ki sem ga pojedel?



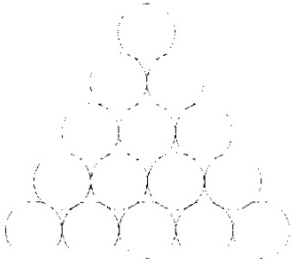
(A) 120 g **(B)** 180 g **(C)** 280 g
(D) 330 g **(E)** 500 g

Gregor Dolinar
Darjo Felda

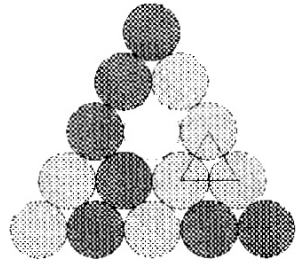
IGRA TRIK KOT RAČUNALNIŠKA IGRICA

V članku je opisana igrica – program za igranje igre *Trik* na računalniku. O *Triku* se je v *L&RM* že pisalo*, zato naj tu podam le kratek opis:

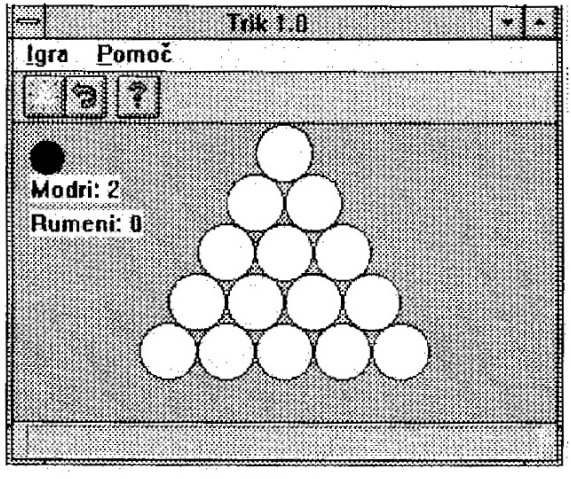
Trik je igra na plošči iz krogov, ki oblikujejo enakostranični trikotnik (slika 1). Igro igrata dva igralca – modri in rumeni. Poteza v igri je, da igralca barvata po en krog, vsak s svojo barvo. Najprej modri pobarva en krog, nato rumeni, in spet modri itd. Igra se konča, ko eden izmed igralcev s svojo barvo pobarva tri kroge tako, da so njihova središča oglišča enakostraničnega trikotnika. V primeru igre na sliki 2 je zmagal rumeni igralec, saj imajo trije rumeni žetoni središča v ogliščih enakostraničnega trikotnika.



Slika 1



Slika 2



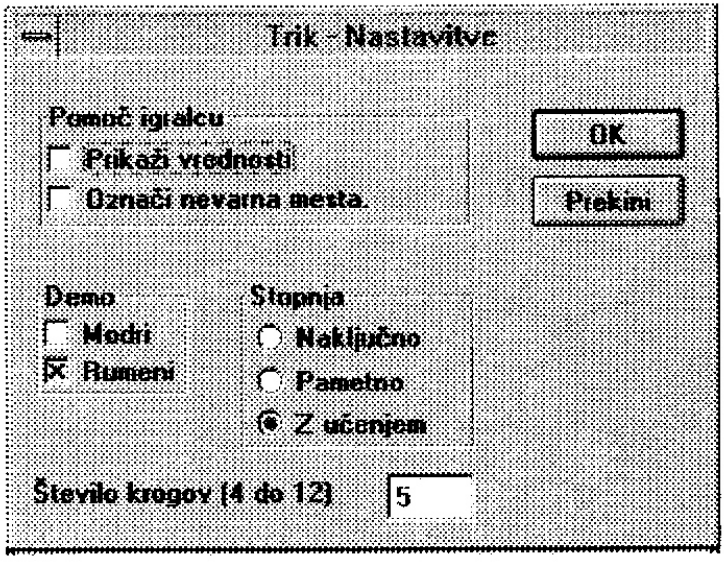
Slika 3

∗ Vilko Domajnko: *Enakostranični trikotnik iz žetonov*, L&RM 1994/95, številka 6, strani 5 – 6 in Drago Bokal: *Igra "Trik"*, L&RM 1995/96, številka 2, strani 10 – 20

Za igranje te igre je bil torej narejen program Trik 1.0 (slika 3). Program ima pred igranjem na igralni deski več prednosti – preverja lahko, če smo pobarvali oglišča enakostraničnega trikotnika, lahko nas opozarja na nevarna polja in kar je najvažnejše: če doma sami pasemo dolgčas, nam lahko računalnik predstavlja nasprotnika v igri. To zadnje je še posebej uporabno tedaj, ko želimo igro matematično raziskovati, pa ni poleg nobenega navdušenca, ki bi se mu ljubilo čakati takrat, ko se v mislih sprehajamo po neštetih kombinacijah in med njimi iščemo splošna pravila, ki bi se jih dalo formulirati kot izreke. V tem primeru program tudi prihrani veliko papirja (tale intermezzo je bil za zeleno obarvane).

S programom pobarvamo krog tako, da dvakrat kliknemo nanj. Barva, s katero bomo pobarvali, je izpisana v gornjem levem kotu programovega okna. Tako igralca barvata kroge, dokler eden ne pobarva enakostraničnega trikotnika. Program to ugotovi in sporoči zmagovalca. Nato lahko začnemo igrati od začetka (z ukazom $Igra|Nova\ partija$, pritiskom na $F2$ ali klikom na ikono). Preprosto, kajne? Če ugotovimo, da zadnja poteza vodi k porazu, jo seveda lahko prekličemo – igre ni potrebno ponoviti od začetka. Tako lahko pregledujemo tudi več alternativ poteka igre.

Program omogoča tudi nekatere olajšave za začetnike. Te so seveda ponujene le kot možnosti, tako da jih izvedenci lahko izklopijo in se prepustijo miselnemu užitku igre, ne da bi jim ga kratili razni računalniški pripomočki. Pogovorno okno, s katerim nastavljamo te parametre, je prikazano na sliki 4.



Slika 4

Vidimo, da lahko bodoči strokovnjak za $Trik$ izbira med dvema načinoma računalniške pomoči. Program mu lahko označuje nevarna mesta – krogi, ki jih ne sme pobarvati modri igralec, so označeni s svetlomodro barvo, za rumenega nevarni krogi s svetlorumeno barvo in za oba nevarni krogi z zeleno barvo. Drug način pomoči pa je, da program izpisuje stopnjo nevarnosti posameznega kroga. (Kaj pomeni ta stopnja nevarnosti, bo opisano v nadaljevanju.)

Uporabnik lahko izbira tudi "zvitost" nasprotnika, kadar igra proti računalniku. Na voljo so tri stopnje:

- *Naključno* pomeni, da računalnik kot odgovor na naše poteze odgovarja z naključno potezo – zato so odgovori pogosto precej nespametni in ga zlahka premagamo.

- Pri izbiri *pametno* program upošteva stopnje nevarnosti posameznih polj. Te stopnje izračuna tako, da pogleda, v koliko enakostraničnih trikotnikih nastopa dani krog. Za vsak enakostranični trikotnik, v katerem nastopa, poveča stopnjo nevarnosti za 1 točko, če v trikotniku ni pobarvano še nobeno drugo oglišče; za 400 točk, če je z ustrezno barvo pobarvano eno oglišče in za 500 000 točk, če sta pobarvani dve oglišči. Stopnja nevarnosti nekega polja je različna za modrega in rumenega igralca, poleg tega pa se s potekom igre spreminja. Seveda ni vedno najbolje pobarvati ravno tistega polja, ki ima najmanjšo stopnjo nevarnosti (o tem se prepričate že po nekaj igrah).

- Izbira *z učenjem* uporablja isto strategijo, kot pri izbiri pametno, vendar pa se program uči iz dotlej odigranih iger ter postaja vedno spretnejši. Uči se tako, da si zapomni napake, ki jih je storil pri dotedanjem igranju. Ko ga nasprotnik na nek način premaga, si zapomni zadnjo pozicijo in svojo zadnjo potezo. Ko naslednjič pride do te pozicije, ne stori iste poteze (ki mu jo sicer veleva strategija barvanja polj z najmanjšo stopnjo nevarnosti), ampak izbere polje z drugo najmanjšo stopnjo nevarnosti. Tako preizkusi vedno več možnosti. Če za neko pozicijo ugotovi, da nima nobene poteze, ki bi ga lahko pripeljala do zmage, si zapomni zadnjo potezo, ki ga je pripeljala do te pozicije, kot nevarno in se preda. Tako postopoma izloči vse več nevarnih pozicij in postaja vedno boljši nasprotnik.

Ker tudi izbira *z učenjem* na začetku ni prav močan nasprotnik, je programu dodana še možnost, da se uči sam s sabo. To dosežemo z ukazom *Igra|Učenje*. Tako program igra sam s sabo – in če ga pustimo teči dovolj časa, pride celo do stopnje nepremagljivosti. (To se zgodi na trikih s štirimi krožci v osnovnici po približno eni minuti, na triku s petimi krožci v osnovnici trikotnika pa po 20 minutah, seveda odvisno od sposobnosti računalnika. Pri večjih traja predolgo.) Med učenjem program izpisuje, koliko partij je dobil modri in koliko rumeni igralec. To je lahko tudi pokazatelj uspešnosti strategije s stopnjami nevarnosti. Če je eden izmed igralcev vedno bolj uspešen (tisti, za katerega obstaja zmagovalna strategija), je prej opisana strategija uspešna, saj ne potrebuje veliko popravkov. Seveda je število popravkov odvisno od tega, kako izračunamo stopnjo nevarnosti. Na uspešnost strategije vplivamo že s tem, ko spremenimo število točk, ki jih program prišteva stopnji nevarnosti. Tu je priložnost za bralca, da poiskusi izboljšati obstoječo strategijo.

Program ima tudi pomoč. Ker je vključena v program (klasična okenska pomoč), je vedno pri roki. V pomoči so osnovne informacije o igri, kratek opis načina igranja ter navodila za uporabo programa. Pomoč je dosegljiva z ikono ali pa iz menuja.

Za delovanje programa potrebujemo okolje *Windows 3.1* ali *Windows 95*. Na disku zasede 1 MB ali več, odvisno od tega, koliko zasedejo datoteke s podatki o učenju.

To bi bil kratek opis programa. Če bi ga kateri od bralcev želel dobiti, naj sporoči

svojo željo z ustreznimi podatki na naslov Drago Bokal, Srednja vas 19A, 1355 Polhov Gradec in mu bom program poslal po pošti. Za disketo in poštnino bo po povzetju plačal okrog 400 SIT. Na voljo je tudi angleška različica programa. Če kdo želi še izvorno kodo (source) programa, naj to napiše. Izvorna koda je napisana za *Borland C++ 4.5*. Za ta razvojni paket so tudi vse ostale datoteke (project, class expert...), zato tistim, ki bi želeli raziskovati kodo, priporočam, da si ga priskrbijo. Na omenjeni naslov lahko pošljete tudi svoje predloge, ugotovitve in karkoli v zvezi z igro.

Če bo za *Trik* veliko zanimanje, bom pripravil posplošeno različico programa, tako da bi z njo lahko iskali strategije za poljubne trike (kot so opisani v članku *Igra "Trik"*). Seveda pa se tega programa lahko lotite tudi sami.

Drago Bokal

Rešitve nalog Matematičnega tekmovanja Kenguru

2. razred:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	E	C	C	E	A	D	C	B	C

3. in 4. razred:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
D	D	E	A	C	C	C	B	A	C	E	E	E	E

5. in 6. razred:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	C	B	D	C	A	C	B	D	C	C	D	B	C	C	A	C	D	B	E	D	C	C	E

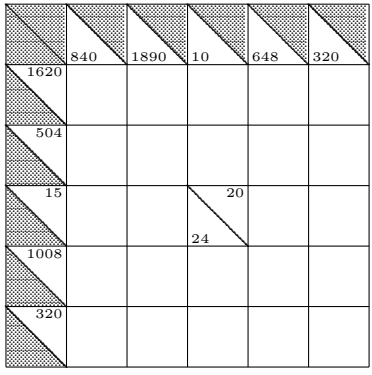
7. in 8. razred:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	E	D	E	C	B	E	B	E	B	B	B	C	E	A	D	C	A	B	C	D	D	A	B	B

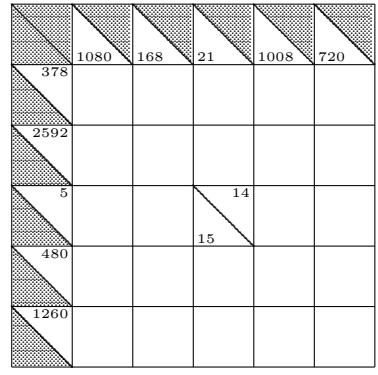
FAKTORSKA KRIŽANKA

Vsak opis je zmnožek različnih števk, ki jih moramo vpisati v polja, pripadajoča opisu. Recimo, da opisu 12 pripadajo tri polja. Možnosti za ta polja sta dve: 1, 2, 6 in 1, 3, 4; možnost 2, 2, 3 pa ni dobra, ker v njej ne nastopajo same različne števke. Katero možnost in kakšen vrstni red moramo izbrati, pa seveda razberemo iz križanja opisov.

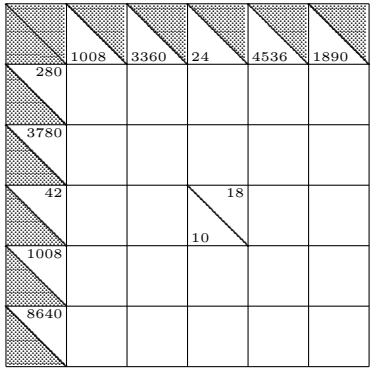
1.



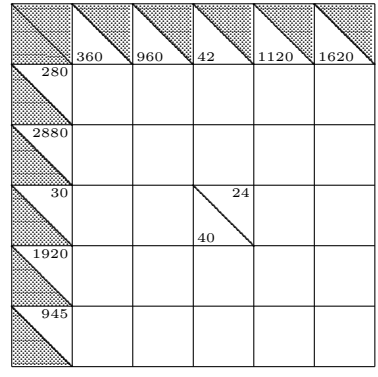
2.



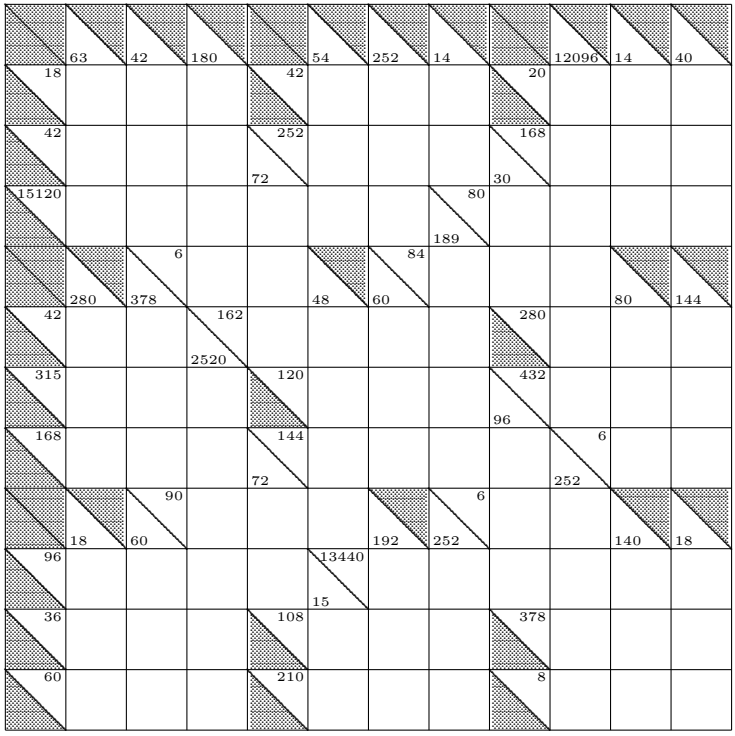
3.



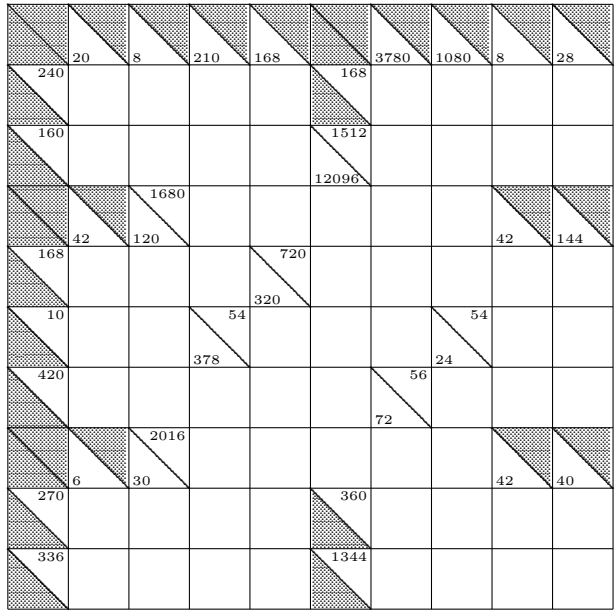
4.



5.


63
42
180
54
252
14
12096
14
40
18
42
20
42
252
72
168
30
15120
80
189
6
280
378
84
48
60
80
144
42
162
2520
280
315
120
432
96
168
144
72
6
252
90
18
60
6
192
252
140
18
96
13440
15
36
108
378
60
210
8

6.



Rešitve

1. Tretji navpični opis je deljiv s 5, drugi vodoravni pa ne, zato pod tri navpično najprej vpišemo 5, potem pa 2. Podobno pod drugi vpis v tretji vrstici najprej vpišemo 4, potem pa 5 (torej 45). drugi opis v tretjem stolpcu pa nam da 64. Ker je četrti opis navpično 648 deljiv s 3^4, je potrebno pri tem opisu vpisati 3, 6 in 9. Ker smo tu že vpisali 4, je preostala številka 1. Ker opis v zadnji vodoravni vrstici ni deljiv s 3, je četrta številka v tem opisu 1. Četrti vodoravni opis je deljiv s 7 in ker smo že vpisali 6, nam za tri številke ostane produkt 12, edini možni način je $12 = 2 \cdot 3 \cdot 4$, saj 6 ne pride več v poštev. Od tod dobimo, da je četrta številka 3. Zadnji opis navpično je deljiv s 2^6, zato tu nastopajo številke 2, 4 in 8, preostala številka pa je 1.

	3	9	5	6	2
	4	7	2	9	1
	5	3		4	5
	7	2	6	3	4
	2	5	4	1	8

Ker prvi in četrti vodoravni opis nista deljiva z 8 in tudi zadnja številka dva vodoravno ni 8 (opis je deljiv z 8, vendar smo že vpisali 2), zato je zanja številka pet navpično 8. Tudi 1620 je deljivo s 3^4, zato so v ena vodoravno številke 3, 6 in 9, preostala pa je 2, torej je prva številka pet navpično 2, zato četrta 4 in druga 1. Tako so preostale številke v dva vodoravno 9, 7 in 4. torej je druga številka v štiri navpično 9 in prva 6. Ker dva navpično ni deljivo s 4, je druga številka dva vodoravno 7 in prva 4. Od tod dobimo, da je v četrti vodoravni vrstici 72634. Po dva navpično moramo vpisati še 9, 3 in 5, zato je prva številka 9 in zato je prva številka ena vodoravno 3. Od tod pa dobimo, da je tri vodoravno 53 in zadnja vodoravno 25418.

2.

	9	3	7	2	1
	6	2	3	9	8
	5	1		7	2
	1	4	3	8	5
	4	7	5	1	9

3.

	2	5	4	7	1
	7	2	6	9	5
	6	7		3	6
	3	6	2	4	7
	4	8	5	6	9

4.

	5	4	7	1	2
	3	8	6	4	5
	6	5		8	3
	4	2	8	5	6
	1	3	5	7	9

5.

	9	1	2		3	7	2		4	1	5
	1	7	6		9	4	7		3	7	8
	7	6	5	4	2	9		5	8	2	1
			3	2			7	6	2		
	7	6		9	3	6	1		7	5	8
	5	9	7		8	5	3		9	8	6
	8	7	3		1	2	9	8		2	3
			5	9	2			2	3		
	1	3	4	8		8	4	6	7	5	2
	9	4	1		3	4	9		6	7	9
	2	5	6		5	6	7		2	4	1

6.

	5	8	2	3		7	3	2	4
	4	1	5	8		6	9	4	7
			3	7	8	2	5		
	3	8	7		9	5	8	1	2
	2	5		1	6	9		6	9
	7	3	1	5	4		1	7	8
			6	8	7	3	2		
	3	5	9	2		4	3	6	5
	2	6	7	4		6	4	7	8

Aleš Vavpetič

LOGIČNE NALOGE

DETEKTIVSKA ZGODBA V PETIH DELIH

Slavni logik in detektiv Ivan Črnilo je ravno začel brati revijo *Logika & razvedrilna matematika*, ko je po telefaksu prejel klic v sili. Njegov stari prijatelj Lojze Pisec, organizator srečanja pisateljev, je bil tik pred živčnim zlomom. Pravkar je ugotovil, da je izginila nagrada, osebni računalnik in laserski printer; do slavnostne razglasitve pisatelja leta pa je ostalo le še nekaj ur. Ivan Črnilo si je pomel roke v pričakovanju odlične zabave in odhitel na kraj zločina.

1. del: PSEVDONIMI

Ivan Črnilo je s pogledom precenil vsakega sodelujočega pisca in izločil pet osumljenk. Dejstvo, da so vse ženske, je zgolj naključje! Seveda pa osumljenke niso smele zaslutiti, da jih nadzoruje Ivanov ostri detektivski nos, zato se je Ivan sprva ukvarjal le z njihovimi pisateljskimi psevdonimi (psevdonim je sestavljen iz imena in priimka). Najprej je zaslišal paznika na parkirišču, ki ima dokončanih le pet razredov osnovne šole in zelo rešetast spomin, tako da so bili podatki zelo skopi.

Psevdonimi: imena: Akanta, Driana, Lueta, Minelija, Zalika
priimki: Zornik, Azle, Lucnik, Dimello, Sanjač
Barve avtomobilov: črna, siva, rdeča, bela, rumena
Vrstni red prihoda osumljenk na srečanje: 1., 2., 3., 4., 5.

1. Minelija Azle iz dna duše sovraži belo barvo.
2. Lueta je prišla pozneje kot ga. Dimello, katere avto je rumen.
3. Akanta, ki ima krvavo rdeč avto, ni ga. Sanjač, ki je dospela prva.
4. Ga. Zornik je pripeljala v garažo pred Zaliko, ki ni prišla četrta.
5. Ga. Lucnik obožuje sivo barvo, zato so vsi njeni predmeti sivi.
6. Ženska s črnim avtomobilom se vedno potrudi, da ne pride zadnja.

2. del: VOHLJANJE MED UDELEŽENCI

Ivan Črnilo se je pomešal med pisateljsko srenjo in karseda nevsiljivo klepetal z ostalimi udeleženci srečanja. Tu in tam je previdno povprašal kaj o petih osumljenkah. Za vsako osumljenko je napravil posebno kartoteko, kamor si je zapisoval vse podatke, tudi navidezno nepomembne.

Razdalje od doma do kraja srečanja (km): 25, 30, 35, 45, 50
Kdo jih je obvestil o srečanju: brat, teta, revija, radio, sestra
Zvrsti, s katerimi se ukvarjajo: esej, roman, drama, črtica, novela
Vsebinski poudarki: karakter, humor, opis narave, stališča, politika

1. Ženska, ki je za srečanje slišala po radiu, in pisateljica, ki je brala revijo, se ukvarjata z romanom in karakterjem (ne nujno v tem vrstnem redu).

2. Dramatičarka se ukvarja s humorjem ali s politiko in je prepotovala daljšo razdaljo od pisateljice, ki je za srečanje izvedela od sestre, a krajšo od ženske, ki jo je obvestila teta.
3. Esejistka ali pa tista, ki jo je obvestil brat, se osredotoča na stališča; druga od njiju pa je potovala 5 km manj od avtorice, ki se ukvarja s karakterjem.
4. Ženska, ki je o srečanju brala v reviji, je imela 5 km krajšo pot kot tista, ki ljubi politiko, novele pa ne.
5. Avtorica, ki je potovala 45 km, se ukvarja z opisom narave ali pa z različnimi stališči.

3. del: TEŽKO JE BITI NOVINAR!

Na srečanju so organizirali seminar o pisanju člankov, ki so se ga udeležile tudi naše osumljenke. Ob koncu seminarja je vsak udeleženec napisal članek, inštruktor pa ga je ocenil z oceno od 1 do 100. Nad petimi osumljenkami ni bil posebno navdušen, kar je podkrepil s sočnimi komentarji. Strogi inštruktor je tudi Ivanu povzročil nekaj preglavic, saj se mu ni zdelo vredno preveč govoriti o slabih člankih.

Teme: otroci, vrt, glasba, zvezde, potovanja
Št. besed: 750, 770, 790, 820, 840
Ocene: 38, 39, 41, 42, 43
Komentarji: plagiat, nezanimivo, težavno, zblojeno, otročje

1. Članek o potovanjih je dobil višjo oceno in vseboval 20 besed več kot članek, ki je bil otročji, a ni govoril o otrocih.
2. Težavni članek ni dobil ocene 42, imel pa je 20 besed manj od glasbenega članka.
3. Članek z oceno 43 je imel 20 besed manj kot tisti o zvezdah, ki je imel manj besed od zblojenega članka.
4. Članek o vrtovih je vseboval manj besed od plagiata, ki pa ni govoril o potovanjih. Plagiat je dobil za 1 manjšo oceno kot članek z 820 besedami, ki ni opisoval otrok.

4. del: ŠTUDIJSKI PROGRAM SREČANJA

Srečanje ni bilo le zabavno, ampak tudi poučno. Osumljenke so pridno sodelovale vsaka na dveh predavanjih (dopoldne in popoldne). Nobena ni obiskala istega seminarja dvakrat. Ivan Črnilo je zdaj že dodobra napolnil svojo beležnico s podatki, ki mu jih je posredoval Lojze Pisec. Ubogi Lojze je postal prava živčna razvalina: razglasitev se bliža, dospeli so novinarji in snemalci z RTV Slovenija, Ivan pa še ni nič pametnega iztuhtal, le nekaj čečka in mrmra.

Dop. termini: 9.15–10.20, 9.30–10.55, 9.45–10.40, 10.00–11.15, 10.15–11.35
Teme: opis oseb, dialog, marketing, sopomenke, ogrodje drame

Pop. termini: 2.00–3.10, 2.15–3.15, 2.30–3.45, 2.45–4.05, 3.00–3.55
Teme: dialog, marketing, ogrodje drame, pravopis, reportaže

1. Jutranje in popoldansko predavanje o dialogu sta bili enako dolgi. Ženska, ki je študirala dialog popoldne, se ni udeležila predavanja ob 9.30.

2. Dopoldanska razprava o ogrodju drame je bila 15 minut daljša kot popoldanska, ta pa je bila daljša od obeh predavanj o dialogu.
3. Ena izmed osumljenk se je dopoldne ukvarjala s sopomenkami, popoldne pa z marketingom. Druga osumljenka je bila na predavanjih v času 9.15–10.20 in 2.30–3.45.
4. Predavanje o pravopisu je trajalo 10 minut dlje kot tisto o opisu oseb.
5. Udeleženka popoldanskega predavanja o reportažah je dopoldne razpravljala dlje časa kot popoldne.
6. Ena izmed osumljenk je obiskala 70- in 75-minutno predavanje (v poljubnem vrstnem redu).

5. del: STVAR POSTAJA NAPETA!

Zdaj so znana tudi prava imena petih osumljenk: ELFRIDA, GEORGETA, JAKICA, SUZANA, TABITA. Le katera si skrivaj živčno grize nohte v pričakovanju, da jo Ivan Črnilo, strašni detektiv, razkrinka? Verjetno se je že stokrat pokesala svojega dejanja in bi se najraje zradirala s srečanja. Čeprav so osumljenke odgovarjale na Ivanova vprašanja zelo skopo, ga niso mogle zavesti. Z lahkoto je povezal vsako osumljenko z njeno zaporedno številko prihoda (1. del uganke), prevoženo razdaljo (2. del), oceno (3. del) in dopoldanskim terminom predavanja (4. del).

1. Osumljenka, ki piše črtice in je napisala članek s 790 besedami, je dobila nižjo oceno kot ženska, ki se je udeležila termina 9.15–10.20.
2. Jakica je izvedela za srečanje od sestre. Potovala je 5 km manj kot ženska, ki je dobila oceno 38.
3. Georgeta sovraži rumeno barvo. Elfrida, ki ima eleganten črn avto, se ne zanima za sopomenke.
4. Avtorica težavnega članka se je dopoldne poučila o ogrodju drame.
5. Suzana piše pod psevdonimom Driana; dospela je tik pred žensko, ki piše romane in ki ni avtorica članka o zvezdah.
6. Ga. Sanjač se ne ukvarja z novelami. Potovala je dlje kot avtorica nezanimivega članka.
7. Tabita se skriva pod imenom ga. Lucnik in je prišla na srečanje tik za osumljenko, ki se zanima za politiko.
8. Avtorica članka o glasbi je bila dopoldne na predavanju 80 minut.

Navidezno nepomembna dejstva je zdaj treba povezati. Ivan Črnilo je uporabil svoje psihoanalitične sposobnosti in z navzkrižnim zasliševanjem izvohal nekaj ključnih dejstev o zločinki:
– na kraj dogajanja se ni pripeljala tretja
– potovala je več ali manj kot 35 km
– njen članek ni dobil ocene 39
– dopoldne se ni udeležila predavanja, ki je potekalo 9.45–10.40.

Zdaj je kot na dlani, katera izmed osumljenk je zagrešila kriminalno dejanje. Ivan jo je razkrinkal in med skesanim jokom je vrnila glavno nagrado. Slavnostna razglasitev se je pričela brez zamude, Ivan Črnilo pa se je zmagoslavno vrnil k reševanju nalog iz revije *Logika & razvedrilna matematika*.

1. ZBIRATELJICE

Poznam tri dekleta, ki ne zbirajo prtičkov, značk ali znamk, temveč male črne živalice, ki znajo letati in ljubko brenčijo, tudi muhe imenovane. Ob vikendih se odpravijo na podeželje, kjer je bolj čist zrak in več malih črnih brenčalc. Vozijo se z avtomobilom mimo pašnikov in s posebnimi limanicami lovijo muhe. Prejšnji vikend so dekleta vozile izmenjaje dvakrat po eno uro, nobena pa ni vozila dve uri zapored. Določi število muh, ki so jih nalovile v vsaki izmeni!

Izmene: 9–10, 10–11, 11–12, 12–13, 13–14, 14–15
Dekleta: Jana, Liana, Zoja

1. Jana je vozila od 9^h do 10^h. V tem času so polovile dvakrat toliko muh, kot v Janini drugi izmeni.
2. Med 12. in 13. uro so dekleta na limanice nabrala 6 muh, med 11. in 12. uro pa le 3.
3. Med obema Lianinima izmenama so dekleta nabrala vsaj 2 muhi več kot v izmenah, ko je vozila Zoja.
4. Med Zojino drugo izmeno so dekleta ulovila točno 2 muhi manj kot med 14. in 15. uro ter točno dvakrat več kot med 10. in 11. uro.
5. Med vsako izmeno so nabrale vsaj 2 muhi, vendar nikoli več kot 14. Vsakokrat je bilo število pridobljenih muh drugačno.

Izmena	Voznica	Št. muh
9–10		
10–11		
11–12		
12–13		
13–14		
14–15		

2. GREMO V KINO

Kori, Vilko in Dane so že nekaj časa pogledovali za tremi sošolkami, seveda odličnjakinjami, od katerih so redno prepisovali domače naloge iz matematike. Prišla je pomlad in fante je začelo močneje razganjati, še posebej ko so videli, da imajo njihove sošolke tudi dovolj drugih obožavalcev. Med glavnim odmorom so se podkrepili s šolsko malico, nato pa strateško obkolili svoje izbranke in jih povabili v kino. In dekleta so privolila! V kinu je vsak fant sedel poleg svoje izbranke. Ugotovi pare in še prigrizek ter pijačo, s katero so si krajšali čas med filmom.

Dekleta: Manca, Jana, Danja
Fantje: Kori, Vilko, Dane
Hrana: čokolada, čips s čebulo, čips s papriko, pokovka s sirom, pokovka s čokolado, smoki
Pijača: kokta, limonada, oranžada, sok, pivo, mineralna voda
Sedeži (od leve proti desni): A, B, C, D, E, F

1. Na obeh krajnih sedežih sta sedela fanta, a nobeden od njiju ni jedel pokovke. Eden od njiju je pil oranžado.
2. Dekle, ki je grizljalo čips s čebulo, je sedelo neposredno med Danjo in osebo, ki je pila limonado.
3. Tri dekleta so: Jana, deklica s sokom in deklica s čokoladno pokovko.
4. Kori in njegova punca Danja sta sedela bolj levo kot oseba, ki je jedla smokije.
5. Tista dva, ki sta jedla čips, sta sedela drug poleg drugega; prav tako tudi jedca pokovke.
6. Trije fantje so: Vilko, fant s pivom in fant s sirovo pokovko.
7. Oseba na sedežu E ni pila mineralne vode.

3. KLOVNI SE ZABAVAJO

Tudi klovni se včasih dolgočasijo. Jonzi in Lumpi sta se lepega dne domislila, da bi si s kolegi klovni med seboj malo zamenjali običajne kostume in vnesli nekoliko humorja v sivi vsakdan. V petek je vsak klovn vrgel svoje tri dele garderobe na kup, nato pa so miže izžrebali nove tri kose. Vsak je imel na sebi spet tri različne barve, a nobene izmed originalno svojih oblek.

Klovni: Blinki, Jonzi, Lumpi, Smeško, Zigi
Barve hlač, srajc in kap: modra, zelena, oranžna, rdeča, rumena
originalni kostumi:

kombinacija	kapa	srajca	hlače
A	modra	oranžna	zelene
B	zelena	modra	rdeče
C	oranžna	zelena	rumene
D	rdeča	rumena	oranžne
E	rumena	rdeča	modre

1. Noben kos garderobe ni podvojen in vedno so vsi v uporabi.
2. Smeško je zamenjal svojo rdečo srajco za srajco klovna, ki se je v petek pokril z zeleno kapo.
3. Blinki, ki običajno ne nosi rdečih hlač, je v petek imel na sebi le eno izmed barv, v katere je oblečen običajno. Izposodil si je rumene hlače od klovna, ki je v petek oblekel modro srajco.
4. Eden izmed klovnov si je izposodil oranžno kapo, zeleno srajco in rdeče hlače.
5. Klovn, ki običajno nosi zeleno kapo, se je v petek pokril z rdečo.
6. Lumpijeve hlače so bile v petek enake barve, kot je običajno njegova srajca.
7. Jonzi si je izposodil Smeškovo kapo.

4. SEZONA SLADOLEDA

Pet otrok je ravnokar dobilo žepnino. Odločili so se, da jo nekaj znosijo k sladoledarju, ostalo pa vržejo v hranilnik. Sladoledar je imel kar precejšnjo izbiro, tako da so morali drug drugega opozarjati, da niso presegli načrtovanih finančnih izdatkov. Bilo je sladko, a kratko.

Sladkosnedi: Brane, Keri, Edi, Monika, Vesna
Cene (SIT): 80, 90, 100, 125, 150
Sladoledi: breskev, jagoda, melona, pistacija, vanilija
Prelivi: čokolada, borovnica, malina, lešnik, kokos

1. Keri je plačal več kot tisti, ki se je sladkal z meloninim sladoledom, in manj kot otrok, ki je naročil lešnikov posip.
2. Monikin sladoled je bil dražji od 100 SIT.
3. Otrok, ki je naročil breskov sladoled, je plačal manj kot 125 SIT.
4. Jagodov sladoled je imel kokosov posip.
5. Tisti, ki je kupil čokoladni preliv, je plačal več od Vesne, ki je naročila vanilijev sladoled.
6. Edi, ki ima rad borovničev preliv, je plačal več od Kerija.

5. Z LOGIKO NA POČITNICE!

Tako je rekel ata Razvedrilnik in nabavil svojim petim mladoletnikom 10 knjig. Najprej so šli malo na morje in vsak je v dobrih dveh tednih prebral dve knjigi. Ata je bil tako navdušen, da je rezerviral še počitnice v Bohinju. Tam so otroci prebrali še vsak po dve novi logični knjigi. Pomislite, kakšna konkurenca se vam obeta jeseni na tekmovanjih iz razvedrilne matematike in logike!! Ata Razvedrilnik si ne more kaj, da si ne bi že predstavljal naslovov v dnevnem časopisju: *"Razvedrilnikovi pobrali šest prvih mest"*, *"Razvedrilnikovi = družina genialcev"* in podobno. Verjetno ne bo pretežko ugotoviti, kateri dve knjigi je vsak prebral. Malo težje pa bo ugotoviti, kje je stari Razvedrilnik napraskal toliko denarja, da si je sedemčlanska družina privoščila dvojne počitnice. Mogoče je pa res genialec!

Knjige:

1 Alica v deželi ugank	6 Zagonetne dogodivščine dr. Ecca
2 Številske križanke	7 Satan, Cantor in neskončnost
3 Oponašati oponašalko	8 Aha! Pa te imam
4 Dekle ali tiger	9 Šahirazada
5 Za vedno neodločeno	10 Poznate naslov te knjige?

Mladi logiki: Bine, Grega, Petja, Katka, Rina
Kombinacije knjig v Portorožu: $1+2$, $3+2$, $4+5$, $6+7$, $8+9$
Kombinacije knjig v Bohinju: $1+4$, $3+10$, $4+9$, $6+5$, $8+7$

1. Bine je imel enkrat s sabo Alico v deželi ugank, Katka paje enkrat prebrala Zagonetne dogodivščine dr. Ecca.
2. Grega še ni bral knjig, ki jih je prebral Bine. Bine je bral natančno eno od knjig, ki jih je prebrala Rina.

3. Nekdo (to ni bila Petja) je prebral naslednje knjige (razvrščene so po abecednem redu): Dekle ali tiger, Oponašati oponašalko, Šahirazada, Številske križanke.
4. Petja v Bohinju ni brala Za vedno neodločeno.
5. Grega še ni prebral Šahirazade.

Mladi logik	Portorož	Bohinj
Bine		
Grega		
Petja		
Katka		
Rina		

6. VETERINAR

Včeraj je imel dr. Hal pet pacientov. Nobeden mu sicer ni znal povedati, kaj ga boli, a je vse ozdravil. Nesrečnik pa ima zelo zmedeno asistentko, ki je vse podatke pomešala med seboj, namesto da bi jih vnesla v kartoteko. Dr. Hal ima še kar nekaj soli v glavi, tako da je iz asistentkinih skromnih prebliskov lahko ugotovil vse podatke.

Vrste živali: mačka, krava, pes, paličnjak, konj
Imena živali: Andi, Leon, Niko, Riko, Toto
Hišne številke: 104, 140, 144, 404, 440
Št.kartotek: 104, 140, 144, 404, 440
Lastniki: Ahlin, Lev, Noč, Rob, Tof

1. Bolnemu psu je bilo ime Leon ali pa je njegov lastnik g. Lev. Hišna številka lastnika psa je 440 ali 404, št. kartoteke pa je 104 ali 140.
2. G. Rob ima hišno številko 144. Riko je najlepši maček v bližnji in daljni okolici.
3. Paličnjak živi v hiši s št. 140, št. njegove kartoteke pa je 404.
4. Kravi so pomotoma dali moško ime – ali ji je ime Toto, ali pa se njen lastnik piše Tof. Stanujeta na št. 104 ali 144, št. kravine kartoteke pa je 144 ali 104.
5. Noben lastnik ni dal svojemu ljubljenčku imena z isto začetnico, kot jo ima njegov priimek. Prav tako nima nobena žival številke kartoteke enake svoji hišni številki.
6. Hišna številka lastnika psa je enaka št. kartoteke Tofovega ljubljenčka.
7. Hišna številka Leonovega lastnika in št. kartoteke Nočevega ljubljenčka sta 144; Leonova št. kartoteke je enaka Nočevi hišni številki.

7. COCTAIL PARTY

Peter je za svojo druščino organiziral zabavo posebne vrste. Ker vse dobro pozna, je vsakemu pripravil napitek iz dveh vrst sadja, ki jih ima najraje. Med zabavo pa jim je zastavil nalogo, da ugotovijo za vse udeležence, kaj imajo v kozarcu. V pomoč jim je navrgel le nekaj podatkov. Seveda so Petrovo nalogo hitro rešili in za nagrado je sledila velika čokoladna torta.

Glavni okusi: kivi, limona, grenivka, mango, melona, breskev, ananas, papaja
Priokusi: kokos, brusnice, kivi, limona, grenivka, mango, melona, papaja
Osebe: Peter, Gabi, Tine, Lucija, Bea, Stane, Rija, Klemen
Kozarci (od leve proti desni): A, B, C, D, E, F, G, H
– polni do 1/3: C, H
– polni do 2/3: B, F, G
– polni do vrha: A, D, E

1. Peter je popil več pijače kot Gabi, ki ne mara melone. Peter in Gabi imata en okus skupen, a njuna kozarca ne stojita skupaj.
2. Tine je popil več od Bee; njen kozarec je takoj desno od Tinetovega.
3. Lucijina pijača je drugi kozarec levo od Stanetovega. Lucijina pijača vsebuje grenivko, Stanetova pa papajo, imata pa še drug skupni okus.
4. Pijače z okusom breskev + kivi je v kozarcu manj od Petrove.
5. Pijače v Rijinem kozarcu je enako, kot je pijače z okusom brusnic.
6. Kozarec z okusom ananas + mango vsebuje drugačno količino pijače kot kozarec A (vsebuje papajo) in kot H (vsebuje kivi).
7. Rijina pijača je takoj desno od pijače, ki ima priokus melone.
8. Klemenov kozarec je bolj desno od kozarca, v katerem je glavni okus limona.
9. Pijača, katere glavni okus je kivi, je takoj levo od pijače, katere glavni okus je grenivka.

8. TELEFONISTOVE MUKE

Telefonist v študentskem domu ni nikoli brez dela. Ves čas dviga slušalko, kliče ljudi k telefonu, piše sporočila... V zadnje pol ure je imel opravka s petimi klici, a nobene izmed klicanih študentk ni bilo v domu. Napisal je sporočila na list papirja. Potem je moral na stranišče. Medtem mu je neznani šaljivec vzel sporočila in napisal štiri nova, nekoliko bolj skopa sporočila. Ubogi telefonist se je mučil do večera, da je razvozljal uganko.

Študentke: Cilka, Manja, Nana, Tita, Senka
Sobe: 102, 104, 105, 107, 108
Razlog klica: čestitka, zobozdravnik, starši, zmenek, knjižnica
Čas: 9.20, 9.35, 9.50, 9.55, 10.10

1. Titina št. sobe je višja kot št. sobe dekleta, ki so jo klicali starši. Tito so klicali 15 minut pozneje kot študentko iz sobe 108.
2. Manjo je klical fant, da bi jo povabil na zmenek.
3. Številka sobe študentke, ki je imela telefon ob 9.20, je za 1 nižja od številke študentke, ki je pozabila vrniti knjigo v knjižnico, in za 2 višja od Cilkine številke.
4. Študentka, ki so jo po telefonu obvestili o uri obiska pri zobozdravniku, ima višjo številko sobe kot Senka in nižjo kot dekle, ki so jo klicali ob 10.10. Prvi klic ni bil namenjen Senki.

Rešitve logičnih nalog

DETEKTIVSKA ZGODBA V PETIH DELIH

1. DEL

1.	Driana Sanjač	bel
2.	Akanta Zornik	rdeč
3.	Zalika Dimello	rumen
4.	Minelija Azle	črn
5.	Lueta Lucnik	siv

2. DEL

25	sestra	esej	stališča
30	brat	drama	humor
35	radio	novela	karakter
45	revija	roman	opis narave
50	teta	črtica	politika

3. DEL

38	glasba	plagiat	840
39	vrt	težavno	820
41	zvezde	otročje	770
42	potovanja	zblojeno	790
43	otroci	nezanimivo	750

4. DEL

9.15–10.20	opis oseb	IN	2.30–3.45	pravopis
9.30–10.55	sopomenke	IN	2.45–4.05	marketing
9.45–10.40	dialog	IN	2.15–3.15	ogrodje drame
10.00–11.15	ogrodje drame	IN	2.00–3.10	reportaže
10.15–11.35	marketing	IN	3.00–3.55	dialog

5. DEL

1.	Suzana	30 km	38	10.15–11.35
2.	Georgeta	45	39	10.00–11.15
3.	Jakica	25	43	9.15–10.20
4.	Elfrida	50	42	9.45–10.40
5.	Tabita	35	41	9.30–10.55

Zločinka je Suzana.

1. ZBIRATELJICE

9–10	Jana	12
10–11	Liana	4
11–12	Zoja	3
12–13	Jana	6
13–14	Zoja	8
14–15	Liana	10

2. GREMO V KINO

A	Kori	čokolada	pivo
B	Danja	čips s papriko	sok
C	Jana	čips s čebulo	mineralna voda
D	Dane	pokovka s sirom	limonada
E	Manca	pokovka s čokolado	kokta
F	Vilko	smoki	oranžada

3. KLOVNI SE ZABAVAJO

klovn	original. komb.	kapa	srajca	hlače
Blinki	A	zelena	rdeča	rumene
Jonzi	C	rumena	modra	oranžne
Lumpi	B	rdeča	rumena	modre
Smeško	E	modra	oranžna	zelene
Zigi	D	oranžna	zelena	rdeča

4. SEZONA SLADOLEDA

	sladoled	preliv	cena
Brane	melona	malina	80
Keri	jagoda	kokos	90
Edi	breskev	borovnica	100
Vesna	vanilija	lešnik	125
Monika	pistacija	čokolada	150

5. Z LOGIKO NA POČITNICE

mladi logik	Portorož	Bohinj
Bine	1+2	8+7
Grega	4+5	3+10
Petja	6+7	1+4
Katka	8+9	6+5
Rina	3+2	4+9

6. VETERINAR

			hišna št.	kartoteka
mačka	Riko	Tof	404	440
krava	Toto	Noč	104	144
pes	Andi	Lev	440	140
paličnjak	Niko	Ahlin	140	404
konj	Leon	Rob	144	104

7. COCTAIL PARTY

A	Gabi	limona + papaja
B	Klemen	ananas + mango
C	Tine	kivi + brusnice
D	Bea	grenivka + kokos
E	Lucija	melona + grenivka
F	Peter	mango + limona
G	Stane	papaja + melona
H	Rija	breskev + kivi

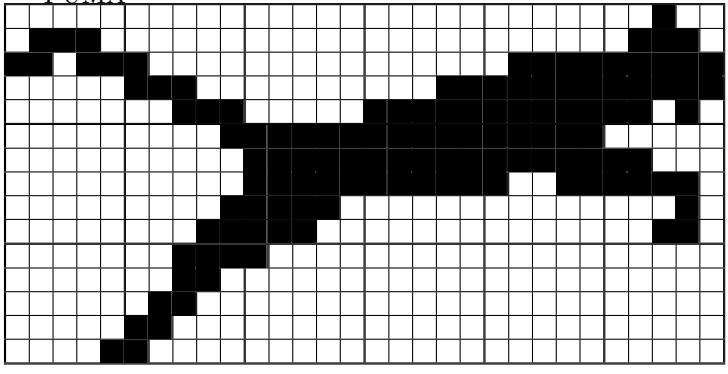
8. TELEFONISTOVE MUKE

9.20	Manja	107	zmenek
9.35	Nana	108	knjižnica
9.50	Tita	104	zobozdravnik
9.55	Senka	102	starši
10.10	Cilka	105	čestitka

Tanja Soklič

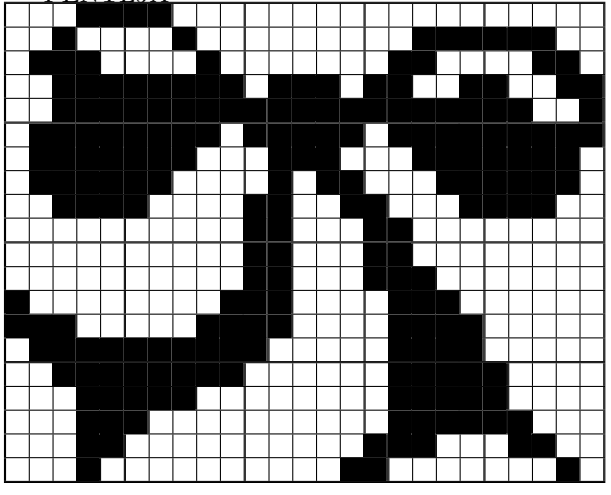
																															4		
							1	2	1	2	1	2																	3	4	1	4	
			1	2	1	2	1	2	2	3	3	3	6	5	5	4	3	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6	2	2	1	3	2
		1																															
	3	3																															
2	3	9																															
	3	12																															
3	12	1																															
		16																															
		17																															
	11	6																															
	5	1																															
	5	2																															
		4																															
		2																															
		2																															
		2																															
		2																															

PUMA



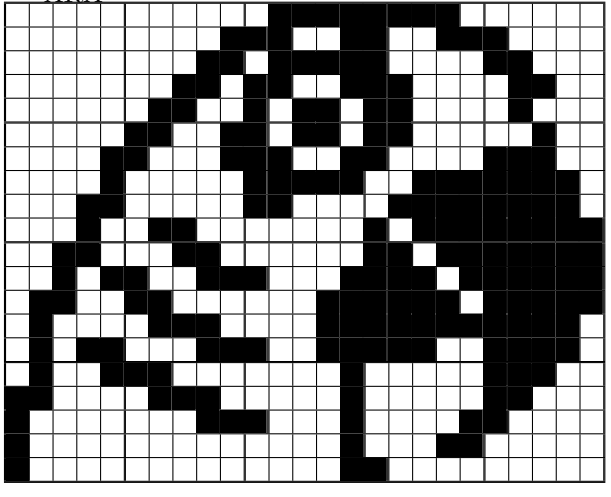
						1		1	1	1	1	1							2	2		2	1	1	1	1	2	2	
						3	8	7	6	6	5	4	4	2	2				2	4	4	3	4	6	6	5	4	3	
					2	2	3	6	5	4	3	3	3	4	7	11	4	5	1	2	10	8	6	5	3	2	1	1	3
				4																									
		1	1	6																									
	3	1	2	2																									
8	3	2	2	2																									
			20	1																									
		8	5	9																									
		7	3	7																									
	6	1	2	6																									
	4	2	2	4																									
			2	2																									
			2	2																									
			2	3																									
		1	3	3																									
		3	4	4																									
			10	4																									
			8	5																									
			5	5																									
			3	6																									
		2	3	2																									
		1	2	1																									

PENTLJA



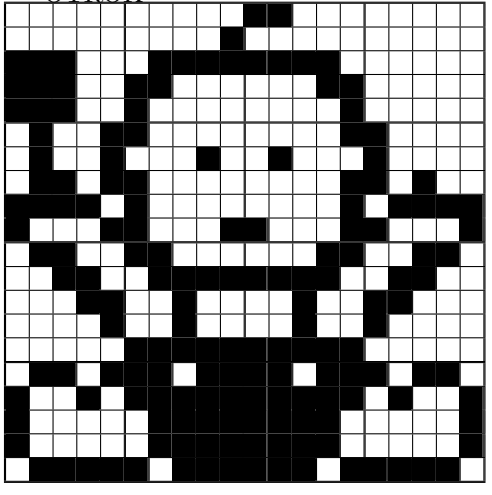
													2	1			1													
								2	2	2	2	6		1	1			1		2	1								
						3	2	1	2	2	1	1		1	2	4	7	3	1	4	5								
					3	1	2	2	1	2	1	1	4	2	1	2	6	1	3	2	1	2	3	1					
				4	5	3	1	2	1	2	1	2	1	1	3	1	3	9	1	5	4	1	2	12	11	11	8	4		
				8																										
		3	2	3																										
		2	5	2																										
	2	2	3	2																										
2	1	2	2	1																										
2	2	2	2	1																										
	2	3	2	3																										
		1	5	7																										
		2	2	8																										
	1	2	1	8																										
	2	2	2	7																										
1	2	3	4	6																										
	2	2	6	5																										
		1	3	11																										
1	2	3	5	4																										
	1	3	1	3																										
	2	3	1	2																										
	1	3	1	2																										
		1	1	2																										
			1	2																										

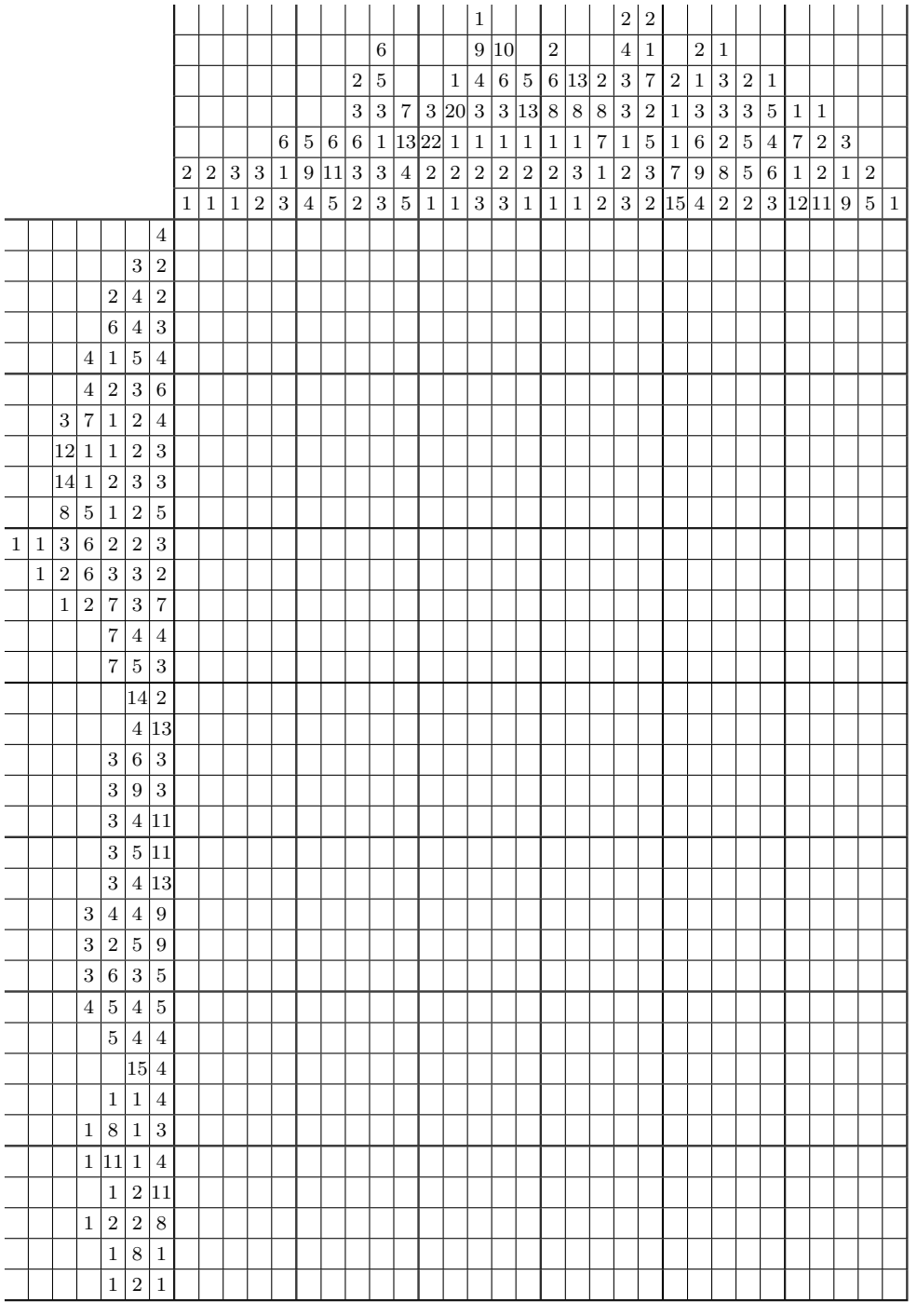
ARA



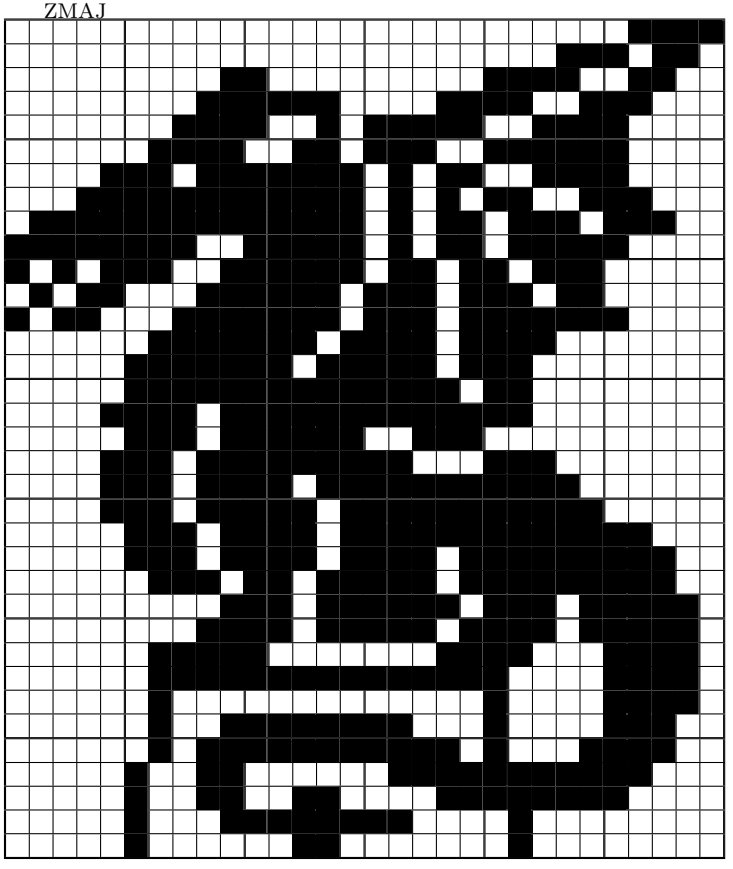
							3		3						1	1				3				
						7	2	1	1	3			1	2	1	1			3	1	1	2	1	
					3	1	2	2	2	4	2	1	1	1	1	1	1	2	4	2	2	2	1	
					2	1	1	1	1	3	2	4	1	1	1	1	4	2	3	1	1	1	1	2
					3	1	1	1	1	1	5	4	6	6	6	6	4	5	1	1	1	1	1	3
				2																				
				1																				
			3	8																				
		3	2	2																				
		3	1	1																				
		1	2	2																				
1	1	1	1	1																				
	2	2	2	1																				
	4	1	1	4																				
1	2	2	2	1																				
	2	2	2	2																				
		2	8	2																				
	2	1	1	2																				
	1	1	1	1																				
				10																				
2	3	4	3	2																				
1	1	10	1	1																				
		1	8	1																				
		1	8	1																				
		5	6	5																				

OTROK





ZMAJ



Gobeline je pripravil *Aleš Vavpetič*