ČETRTI LETNIK — 1994–1995 – 4

LOGIKA

&

RAZVEDRILNA MATEMATIKA

Revijo sta za splet pripravila Nada in Marko Razpet
na podlagi datotek, ki jih je izdelal Darjo Felda.

V S E B I N A

Logične naloge 3

Rešitve logičnih nalog 18

Natečaj za najboljšo logično nalogo 20

Golobi in golobnjaki ali Dirichletov princip 25

Šolsko tekmovanje iz matematike za srednješolce 28

Potapljanje ladjic 42

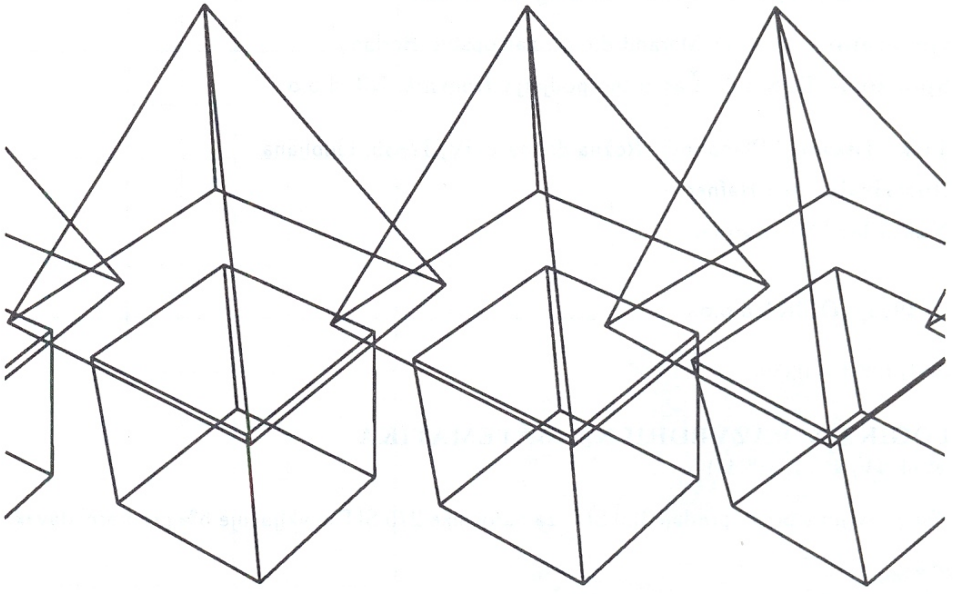
Rešitve 44

Angleške naloge za srednješolce 46

Angleške naloge za osnovnošolce 51

Telefonska številka 55

Retroanaliza 63



© Borut J. Zlobec 1995

Izdaja: Založniško podjetje LOGIKA d.o.o., Svetčeva 11, 61240 Kamnik,
št. žiro računa: $50140 - 603 - 57434$

Za izdajatelja: Izidor Hafner

Revija *Logika & Razvedrilna matematika* je vpisana v register časopisov pri *Ministrstvu za informiranje* pod registrsko številko *949*. Po mnenju *Ministrstva za informiranje* št. *23/89–92* šteje revija *Logika & Razvedrilna matematika* med proizvode informativnega značaja, za katere se plačuje davek od prometa po stopnji 5%.

Revijo *Logika & Razvedrilna matematika* subvencionira *Ministrstvo za šolstvo in šport*

Člani časopisnega sveta: prof. dr. Frane Jerman, prof. dr. Tomaž Pisanski in Darjo Felda, prof.

Strokovni pokrovitelj: Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko – Oddelek za teoretično računalništvo

Glavni in odgovorni urednik: dr. Izidor Hafner

Sodelavci: Urša Demšar, Gregor Dolinar, Urška Drčar, Petra Ipavec, Alenka Kavčič, Dušanka Kocić, Katka Kurent, Meta Lah, Nina Milač, Nika Novak, Hiacinta Pintar, Maja Pohar, Darja Polak, Tanja Soklič, Mirjana Todorovič in Aleš Vavpetič

Jezikovni pregled: računalniški program *Besana*

Generalni sponzor: Marand d.o.o., zastopstvo Borland

Sponzorji: DZS d.d., Časopisno podjetje *Dnevnik*, NIL d.o.o.

Tisk: Tiskarna "Planprint", Rožna dolina c. IV/32–36, Ljubljana

Ilustrirala: Ana Hafner

Naklada: 2500 izvodov

© 1995 LOGIKA d.o.o.

ISSN $0354 - 0359$

LOGIKA & RAZVEDRILNA MATEMATIKA
letnik *IV*, št. 4, $1994/95$

Cena revije: v prosti prodaji 330 SIT, za naročnike 275 SIT in vključuje 5% prometni davek

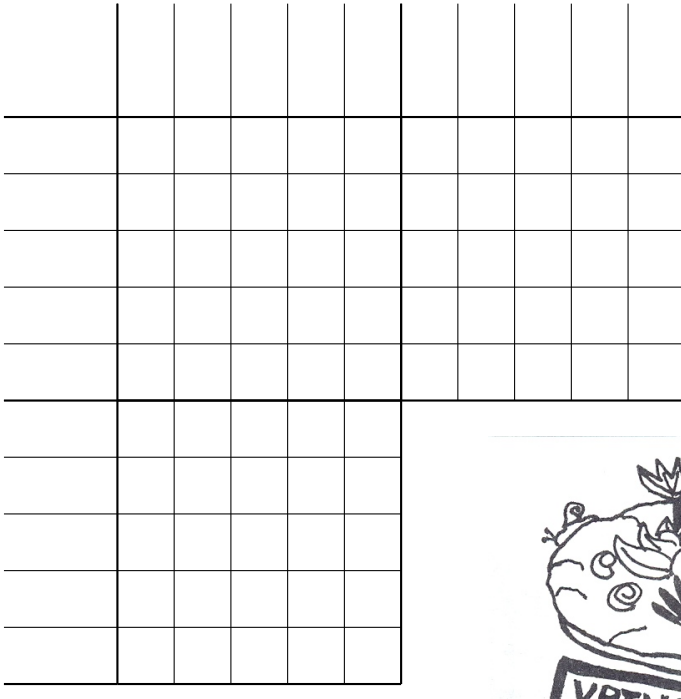
Logične naloge

1. PIZZE ZMAGOVALKE

V piceriji *'Pri Tonetu'* imajo vsak mesec natečaj za najboljši recept. Udeležijo se ga gostje, ki predlagajo, s čim naj bo pizza obložena in kako naj se imenuje. Zmagovalni predlog naslednji mesec uvrstijo na jedilni list, avtor pa dobi eno pizzo po svojem receptu zastonj.

gostje: Klara, Manca, Pavel, Roni, Sonja
meseci: februar, marec, april, maj, junij
pizze: Pasja radost, Ognjemet, Luna, Tutti frutti, Vrtnarska

1. Pizza, ki je zmagala v februarju, ni nastala po Pavlovem receptu in ni bila mesna pizza, ki se imenuje Pasja radost.
2. Sonja je predlagala pizzo z morskimi sadeži, ki se ji reče Tutti frutti.
3. Klara in Roni nista zmagala ne z Vrtnarsko pizzo ne s Pasjo radostjo.
4. Marčevski zmagovalec ni bil ne Pavel ne Manca in tudi ne tisti, ki je predlagal močno začinjeno pizzo Ognjemet.
5. Sonja je zmagala v juniju. Pizza Luna z ogromno sira ni bila Klarin predlog.
6. Ne Pavel ne Manca nista zmagala aprila.



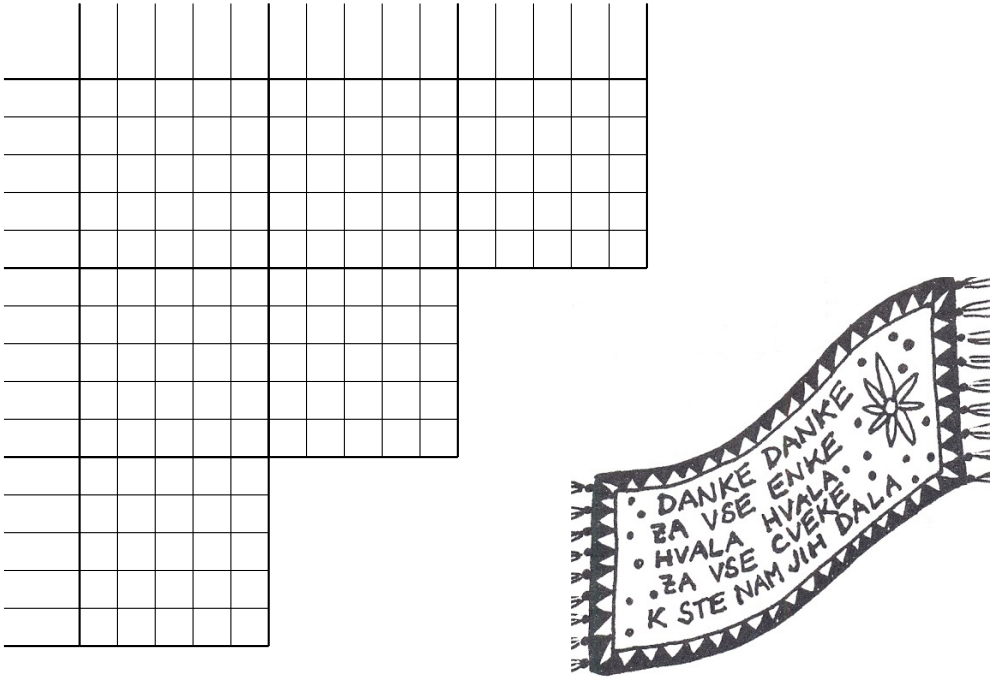


2. HVALA

Profesorica jezikov, ga. Poliglot, se je odločila oditi v pokoj. Vedno je bila med dijaki zelo priljubljena, zato ji je njenih pet razredov priredilo zabavo. Vsak razred ji je za slovo dal darilo, ki ga ji je izročil predsednik razreda. Na darilu pa je bila vgravirana ali našita beseda *'hvala'* v enem izmed tujih jezikov. Profesorica je darila shranila v različnih prostorih svoje hiše.

predsedniki: Anka, Jani, Mara, Peter, Tomaž
darila: prtiček, kipec, preproga, vaza, slika
sobe: spalnica, jedilnica, hodnik, kuhinja, dnevna soba
besede: grazie, merci, tack, thank you, danke

1. Ga. Poliglot je lepo akvarelno sliko obesila na steno v dnevni sobi.
2. Darila, ki je v spalnici, a ni vaza, profesorica ni dobila od Marinega razreda. Na Marinem darilu je napisana švedska beseda *'tack'*.
3. Peter je profesorici izročil ročno izdelan kipec.
4. Niti Tomaževo darilo niti prtiček, ki nima našite besede *'merci'*, nista shranjena v spalnici.
5. Janijevo darilo, ki ne nosi napisa *'thank you'*, je razstavljeno v jedilnici.
6. Preproga ima v vzorec vključeno besedo *'danke'*.
7. Darilo, na katerem je zapisano *'grazie'*, je shranjeno v kuhinji; prinesla ga nista ne Anka ne Tomaž.

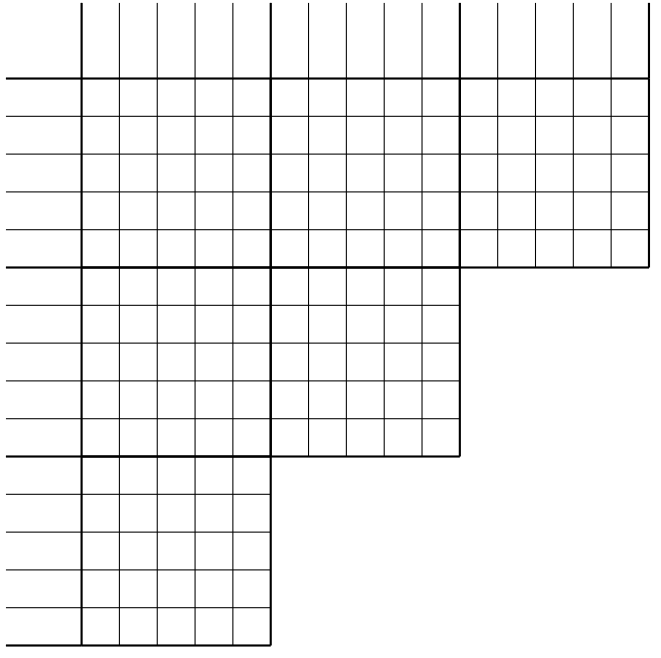


3. PROMOCIJA

Vinko Vinkovec je pred kratkim napisal napet roman. Da bi prodal čimveč izvodov svoje uspešnice, se je v ponedeljek podal na promocijsko turnejo po vsej Sloveniji. Knjigo je propagiral ob različnih priložnostih in na različnih krajih, povabili so ga celo na radio.

dnevi: ponedeljek, torek, sreda, četrtek
mesta: Ptuj, Ljubljana, Portorož, Kranj
lokacije: knjigarna, radio, ulica, železniška postaja
št. prodanih izvodov: 20, 30, 40, 50

1. Ljubljana je bila Vinkova prva postaja (v ponedeljek); tu je prodal največ izvodov romana.
2. S pomočjo promocije na radiu je Vinko prodal točno dvakrat več izvodov kot v knjigarni.
3. Tretja postaja, kjer ni knjigarne, ni bila v Portorožu.
4. Kraja, ki se začneta na isto črko, je Vinko obiskal v torek in sredo.
5. Na železniški postaji se je Vinko zadrževal v ponedeljek.
6. V Portorožu je bilo prodanih točno 30 knjig.

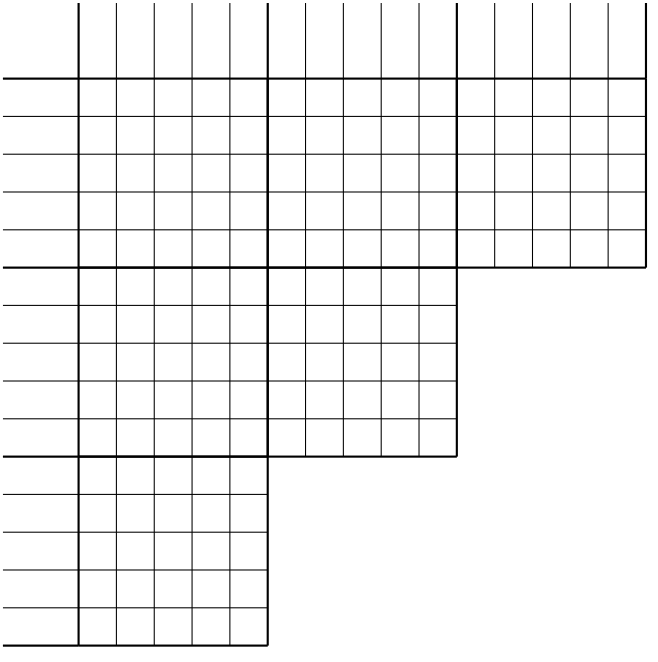


4. IZBOLJŠAVE

Da bi privabili kupce, je treba imeti tudi lepo trgovino. To je spoznalo pet trgovcev, ki imajo lokale takoj eden za drugim. Vsak je na svoji fasadi popravil ali dodal kakšno malenkost, da bi bil privlačnejši od konkurentov.

oznake: A, B, C, D, E (od leve proti desni)
trgovine: oblačila, lekarna, trafika, muzikalije, orodje
lastniki: Francka, Hanka, Karel, Marjan, Petra
izboljšave: platnena streha, zaboji z rožami, tepih, izvesek, okna

1. Trgovina s tepihom je edini lokal, ki je med Hankino trgovino in trafiko. Karel si je omislil nov izvesek.
2. Muzikalije so takoj levo od Petrine trgovine.
3. Zaboji z rožami stojijo pred trgovino, ki je takoj desno od trgovine z orodjem, ki je na poziciji C.
4. Lekarna ima oznako A ali E in je neposredno zraven trgovine, pred katero je platnena streha.
5. Platneno streho ima trgovina, ki je neposredno desno od Franckine.



5. TABORNIŠKE VRAGOLIJE

Taborniki so si med poletnim taborjenjem omislili marsikakšno traparijo, da bi pridobili na svojem slovesu in nagajali svojim vodnikom. Ker so se vsi nagajivci bahali svojim prijateljem, so se podrobnosti hitro razvedele po taboru in vsakega grešnika je doletela nečastna kazen.

grešniki: Ivan, Jonas, Rafko, Polona, Silva
vragolije: podtaknil odvajalni čaj, skril vesla, podrl vodnikov šotor, zamašil trobento, nočna budnica
vodniki: Andrej, Damijan, Peter, Rahela, Sara
kazni: pomivanje posode, čiščenje stranišča, solo petje, prepoved izhoda, delo v okrepčevalnici

1. Tabornik, ki je pri zajtrku vsem podtaknil odvajalni čaj, je moral čistiti stranišče, ki je bilo tega dne precej obiskano.
2. Ivan je sredi noči izvajal budnico in se s tem zameril precejšnjemu številu ljudi.
3. Tabornik, ki je zamašil trobento, da se je zavlekel večerni zbor, je moral naslednjega dne streči v okrepčevalnici.
4. Rahela je tabornici Silvi iz svojega voda morala naložiti kazen, a ne zaradi odvajalnega čaja.
5. Damijan je vodnik, ki je od svojega varovanca zahteval, da na večernem zboru poje solo.
6. Nek tabornik, ki pa ni Rafko, je podrl šotor svojemu vodniku Petru.
7. Tabornik, ki je skril vesla, ni bil v Sarinem vodu.
8. Silvin vodnik ni tisti, ki je za kazen naložil pomivanje posode.
9. Rafkova kazen je bila prepoved izhoda za en večer.
10. V Sarinem vodu se nihče ne imenuje Jonas.

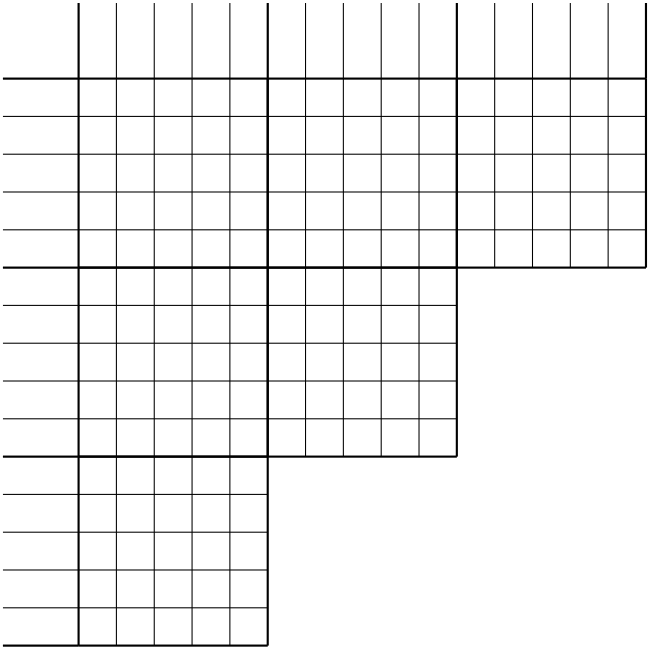


6. VEDEŽEVANJE

Pet ljudi se je odpravilo k vedeževalki. Vsak ji je zastavil po eno vprašanje; glede na naravo vprašanja je vedeževalka izbrala način, kako je odgovorila.

imena: Helga, Ivan, Jan, Laura, Nana
priimki: Hribar, Ivanc, Levar, Miler, Noe
vprašanje: kariera, otroci, finance, zdravje, ljubezen
način vedeževanja: astrologija, jasnovidnost, numerologija, branje iz dlani, branje iz kart

1. Nikomur se priimek ne začne na isto črko kot ime. Jasnovidnost je odgovorila na vprašanje nekega moškega.
2. Nani ali gospodu Ivancu je vedeževalka brala z dlani. Nana ni spraševala ne o karieri ne o financah.
3. Gospa Hribar in gospa Miler nista spraševali o ljubezni.
4. Lauri niso še nikoli prerokovali iz kart. Vedeževalka za vprašanje o financah ni uporabila kart.
5. Jan se je pozanimal o svojem zdravju; pri tem vprašanju se je vedeževalka ukvarjala z numerologijo. Za svoje otroke se je zanimal moški.

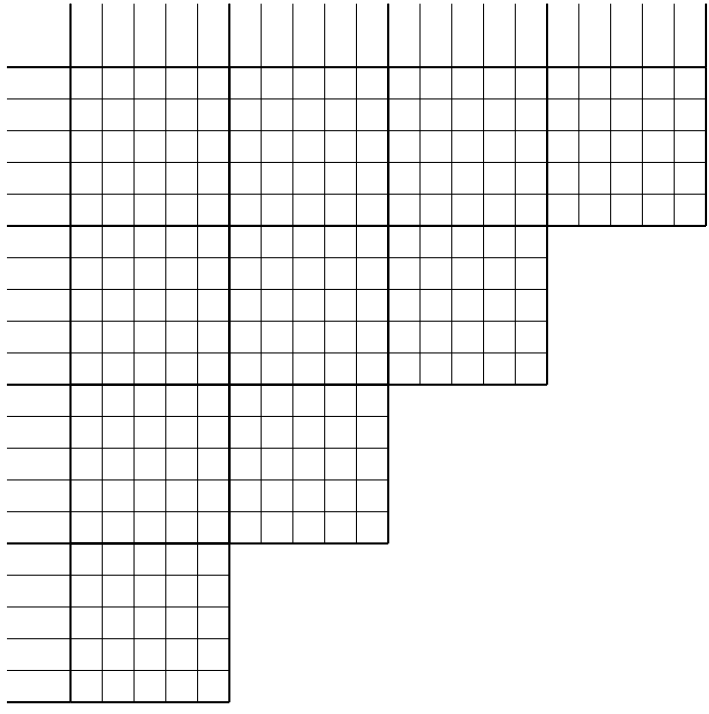


7. MLADI NAVDUŠENCI

Pet mladih fantov se je odločilo preurediti svoje sobe v stilu njihovih hobijev. Zamenjali so tapete in na stene obesili različne predmete. Njihove sobe so različno velike; označba 3×5 pomeni, da je širina sobe $3\ \mathrm{m}$ in njena dolžina $5\ \mathrm{m}$.

fantje: Ciril, Dani, Mark, Samo, Tomi
hobiji: astronomija, baseball, elektronika, pomorstvo, kavboji
okrasi: model, podkev, fotografija, plakat, zastava
velikost sob: 3×5, 3×6, 4×4, 4×7, 5×5
barve tapet: beige, modra, zelena, rumena, rdeča

1. Lastnika modre in rumene sobe sta (ne nujno v tem vrstnem redu) Mark ter fant, ki se zanima za pomorstvo in je na steno pritrdil model. Ciril se ukvarja z baseballom.
2. Izmed sob, ki imata dimenzije 4×4 in 5×5, je ena rdeča, druga pa ima zastavo.
3. Podkev je v sobi, ki meri 3×6, a ni niti zelena niti Danijeva.
4. Fotografijo je na steno obesil fant, ki se zanima za elektroniko ali pa za baseball.
5. Danijeva soba ima enako širino ali dolžino kot fant, ki se zanima za astronomijo in je na steno obesil plakat. Samova soba ima eno dimenzijo enako kot soba beige barve, drugo dimenzijo pa enako kot zelena soba.
6. Modra soba in soba fanta, ki se zanima za kavboje, a nima zastave, sta enako široki.

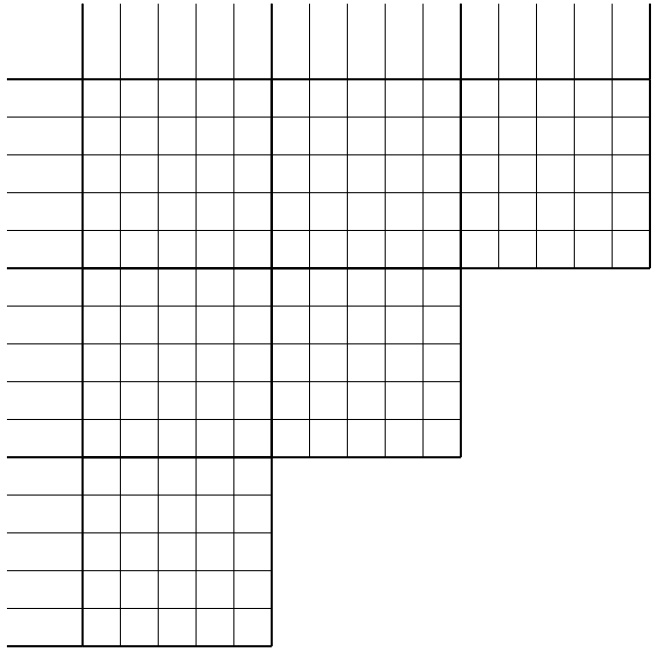


8. GORA NI NORA; NOR JE, KDOR GRE GOR !

Pet alpinistov, od katerih ima vsak drugačen staž, se je odpravilo na tradicionalni pohod. Vsak je štartal z drugačne višine in porabil za pot na vrh različno časa. Vendar pa začetna višina in alpinistični staž nista nujno povezana s časom, ki ga je plezalec potreboval.

začetne pozicije (od spodaj navzgor): A, B, C, D, E
plezalci: Denis, Erika, Herman, Rina, Suzana
staž (v letih): 3, 4, 5, 7, 10
porabljen čas (v urah): 3, 5, 7, 9, 11

1. Denis je štartal nižje kot Rina, ki ne pleza točno 7 let.
2. Plezalec, ki je pričel svojo pot na točki D, je dospel na vrh v 5 urah; to ni bil tisti, ki pleza 7 let, niti ne alpinist z desetletnim stažem.
3. Alpinist, ki pleza 5 let, je začel plezati višje kot tisti, ki je za pot porabil 11 ur; še višje pa je štartala Suzana. Med Suzano in alpinistom s petletnim stažem je štartal vsaj še en plezalec.
4. Tisti, ki pleza že 10 let, je začel nižje kot plezalec, ki je prišel na vrh v 9 urah. Erika ni plezala 9 ur.
5. Alpinist s štiriletnim stažem je prišel na vrh v 7 urah, vendar ni začel na točki C.
6. Herman je začel višje kot plezalec, ki se ukvarja z alpinizmom šele 3 leta.

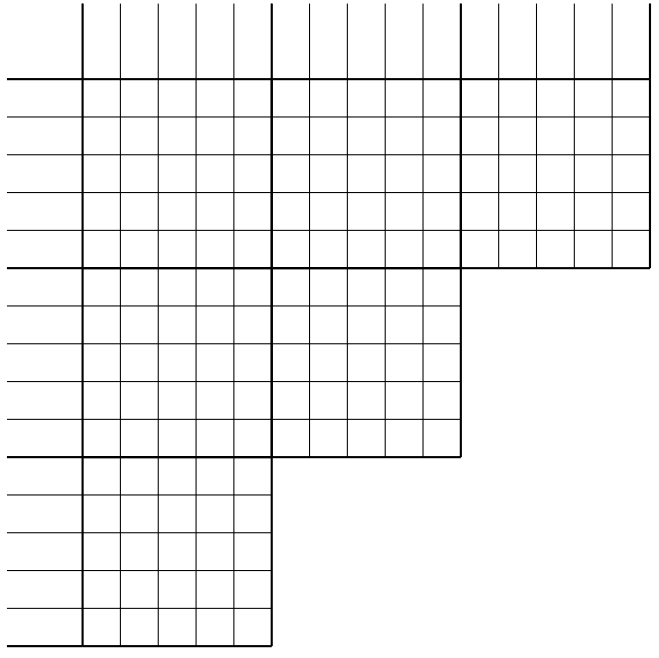


9. LITERARNI KLUB

Člani literarnega kluba kar požirajo knjige in se pri tem popolnoma vživijo v literarne junake. V tem letu se je pet članov odpravilo na službena potovanja; slučajno so ugotovili, da je bil vsak izmed petih v deželi, ki je prizorišče dogajanja v najljubši knjigi enega izmed preostalih štirih članov.

člani: Klemen, Ajda, Ingrid, Iztok, Špela
knjige: Ptičici, Zemlja, Siddhartha, Vzhod, Tuljenje
dežele: Anglija, Kitajska, Indija, Irska, Španija
poklici: bankir, inženir, študent, učitelj, bolničar

1. Klemen je študent.
2. Član, katerega najljubša knjiga je Ptičici in je odpotoval v Anglijo, in Špela nista bolničarja.
3. Štirje izmed članov so: oseba, katere najljubša knjiga je Zemlja, vendar ni potovala na Irsko, bolničar, oseba, ki se je preselila v Španijo, in Iztok.
4. Oseba, ki obožuje roman Siddhartha, je odpotovala zaradi bančniških poslov. Ajda se je preselila na Kitajsko.
5. Ljubitelj knjige Vzhod in učitelj sta odpotovala na Irsko in v Indijo (vendar ne nujno v tem vrstnem redu).
6. Nobeden izmed članov ni odpotoval v deželo, ki se začne na isto črko kot njegovo ime.

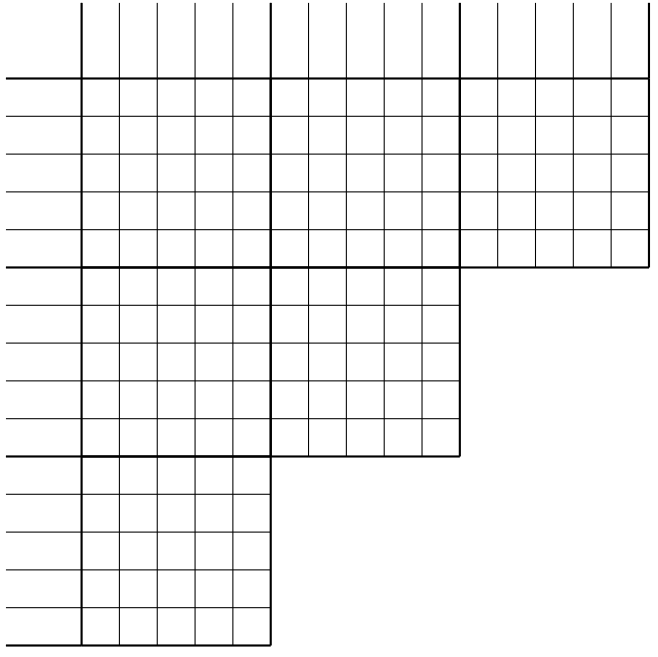


10. GLASBENE SKRINJICE

Izdelovalec glasbenih skrinjic je petim parom podaril prelepo poročno darilo. Vsak par je dobil skrinjico z drugačno melodijo, v skrinjici pa vsak drugo miniaturno figurico. Pari so se poročili na različne mesece.

meseci: februar, marec, maj, julij, avgust
pari: Frelih, Mandič, Erlih, Robnik, Vasle
figurice: norček, golobčka, tandem bicikel, plesni par, zvončka
melodije: Poročna koračnica, Blue moon, You, Zate, Ti si moj sonček

1. Mandičeva sta se poročila en mesec za parom, ki je dobil norčka. Nobeden od teh parov nima skrinjice, ki bi igrala *'Zate'* ali *'You'*.
2. Erlihova, katerih skrinjica igra pesmico Elvisa Presleya *'Blue moon'*, sta se poročila 3 mesece kasneje kot par, ki je dobil figurico plesnega para.
3. Par, ki je dobil dva bela porcelanasta zvončka, se je poročil prej kot par, ki je dobil tandem bicikel (to je bicikel, na katerem se eden za drugim peljeta dva človeka).
4. Skrinjica Vasletovih, ki sta se poročila maja, igra *'You'* ali pa *'Ti si moj sonček'*.
5. Frelihova sta se poročila pred parom, katerega skrinjica igra *'Ti si moj sonček'*, a ne vsebuje zvončkov.



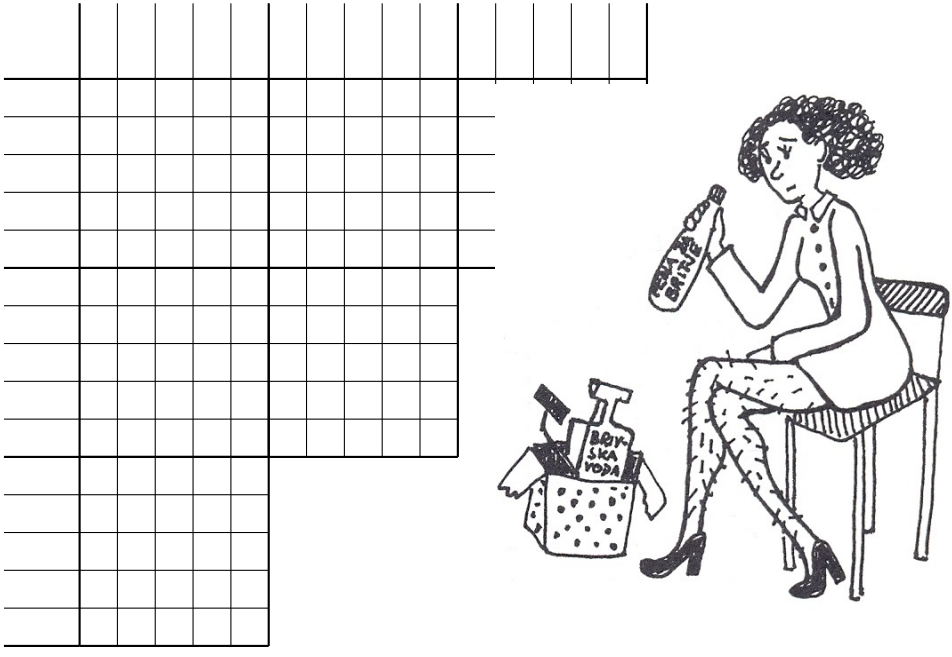
11. BARVNA ZMEDA

V frizerskem salonu so praznovali prvo obletnico, zato je šef sklenil prirediti zabavo in obdariti svoje uslužbence. Za vsakega je izbral drugačno darilo, na ovojni papir pa je pritrdil pentljo v enaki barvi, kot je delovna halja dotičnega uslužbenca. Ko je nastopil veliki trenutek, je šef zgrožen opazil, da je lepilni trak popustil in so vse pentlje odpadle. Zmeden je kar naključno razdelil darila. Ugotovi, kakšne barve haljo ima vsak, kaj je bilo komu namenjeno in kaj je v resnici dobil.

OPOMBA: Frizer je lahko oseba ženskega ali moškega spola.

uslužbenci: Anita, Bine, Karla, David, Ema
barva halje: modra, oranžna, srebrna, zelena, rdeča
darila: džezva za kavo, komplet mil, okvir za fotografijo, brivski pribor, mešalnik za coctail

1. Darilo, ki je bilo namenjeno Emi, vendar to ni bil okvir za fotografijo, je odprl frizer s srebrno haljo. Darilo, namenjeno frizerju s srebrno haljo, je odprl nekdo, ki mu je bila namenjena džezva za kavo.
2. Frizerka z zeleno haljo se je smejala, ko je dobila brivski pribor, ki je bil namenjen enemu izmed moških.
3. David je odprl darilo in našel džezvo za kavo, ki je bila namenjena frizerju z modro haljo.
4. Karla je bila navdušena nad mešalnikom za coctail, ki pa je bil pravzaprav namenjen Binetu.
5. Frizer z oranžno haljo je odprl darilo, ki mu je bilo namenjeno.



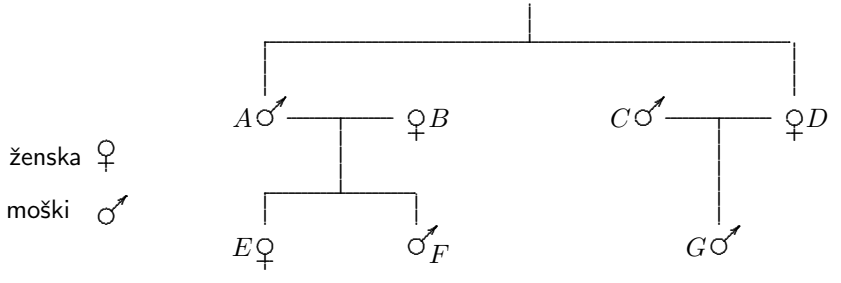
12. ZBIRALCI

Vsi živeči člani neke družine so navdušeni zbiralci, vendar vsak zbira nekaj drugega. V kratkem se namerava vsak odpraviti na potovanje. To bo priložnost, da se njihove zbirke obogatijo in povečajo. Za vsakega člana družine ugotovi oznako (položaj v rodovniku), kaj zbira in kam bo odpotoval. Moški in ženska, ki sta se poročila v to družino (osebi B in C), nista v krvnem sorodstvu!

oznake: A, B, C, D, E, F, G
člani: Nana, Edvin, Vane, Jana, Igor, Ana, Ljubo
zbirke: posterji, žlice, znamke, podstavki za pivo, zemljevidi, razglednice, kovanci
potovanja: Atene, Tokio, Muenchen, Rim, Praga, Petersburg, Dublin

1. Vane in njegova mama, ki zbira žlice, ne bosta šla v Tokio. Jana bo s potovanja prinesla znamke za svojega brata.
2. Moški, ki zbira podstavke za pivo, se zelo veseli Oktoberfesta v Muenchnu. Njegov svak (to je ženin brat ali pa sestrin mož) gre v Rim.
3. Igor je svoji mami obljubil, da ji bo prinesel spominček iz Prage.
4. Oseba, ki zbira zemljevide, namerava odpotovati v Petersburg.
5. Neka ženska gre v Dublin.
6. Ana zbira razglednice; njena nečakinja ji jih bo prinesla nekaj s svojega potovanja.
7. Ljubo, ki nima oznake A, zbira kovance.

DRUŽINSKI RODOVNIK:



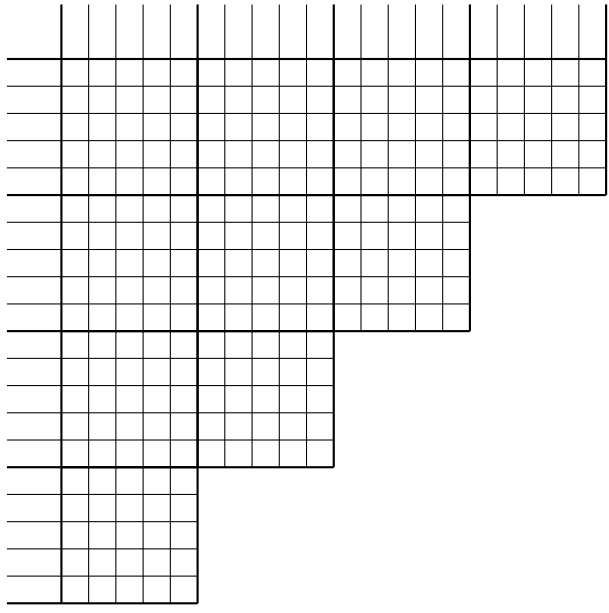
Oznaka	Ime	Zbirka	Potovanje
A			
B			
C			
D			
E			
F			
G			

13. ZABAVIŠČNI PARK

Pet otrok se je v nedeljo skupaj odpravilo v zabaviščni park. Otroci so vsi iz istega bloka, a vsak iz druge družine in različnih starosti. V parku je veliko različnih naprav; vsakemu izmed otrok je všeč nekaj drugega. Že med potjo so se otroci dogovorili, v kakšnem vrstnem redu bodo obiskali njihove najljubše atrakcije.

imena: Betka, Dare, Jaka, Nace, Liza
priimki: Bruder, Fona, Hodnik, Nered, Rusjan
starost: 5, 6, 8, 9, 11
atrakcije: hiša ogledal, vlakec, labirint, hiša strahov, hobotnica
vrstni red: 1, 2, 3, 4, 5

1. Dare je točno 3 leta starejši od Fonovega otroka in 2 leti mlajši od otroka, ki se najraje vozi na eni izmed hobotničinih lovk.
2. Pet atrakcij so otroci obiskali v temle vrstnem redu: Nacetova najljubša, labirint, naj-atrakcija petletnega otroka, Neredova najljubša, hiša ogledal.
3. Rusjanov otrok ni tisti, ki mu je najbolj všeč hiša strahov.
4. Enajstletni otrok je lahko užival na svoji naj-atrakciji tik pred Hodnikovim otrokom in takoj zatem, ko je na svoj račun prišla Betka.
5. Liza in Bruderjev otrok sta stara več kot 6 let.
6. Osemletnikova naj-atrakcija, ki ni bila labirint, ni bila na vrsti zadnja.

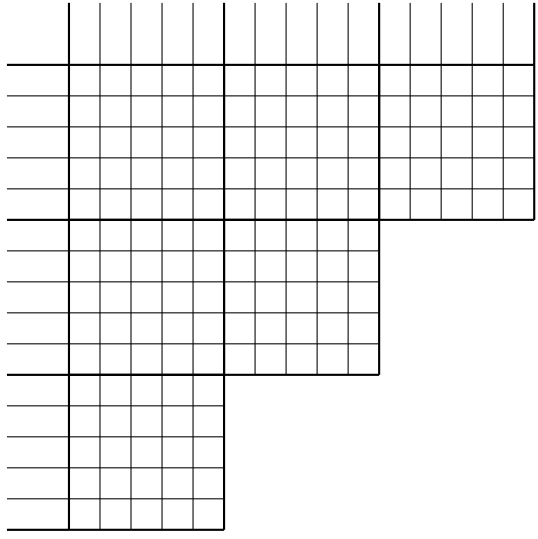


14. JETI OBSTAJA!!!!

Irma B. Povsodvtaknesvojnos večino svojega prostega časa zapravi za pregledovanje naravoslovnih revij, iz katerih bi utegnila izvedeti kaj novega o Jetiju, himalajskem človeku. Prepričana je, da Jeti živi in da ga bo nekega dne tudi srečala. Komaj že čaka, da bo kupček njenega privarčevanega denarja dovolj velik za pot na Himalajo. Precej informacij je dobila iz petih člankov o srečanju z Jetijem, ki so vsi izšli prejšnji mesec. To so bili za Irmo neizpodbitni dokazi, da je njen življenjski cilj uresničljiv. Poskušaj ugotoviti nekaj podrobnosti o člankih.

datum izida članka: 1., 8., 15., 22., 29.
revije: Globus, Biološki vestnik, Skrivnostni svet, Neverjetne zgodbe, Divjina
kaj je Jeti počel: brundal, se smejal, dremal, rešil človeka, čistil ribe
št. prič: 1, 2, 3, 4, 5

1. Pri dogodku, ki je bil opisan v Biološkem vestniku, je bila navzoča ena oseba več kot takrat, ko si je Jeti brundal pesmico; pri zgodbi, ki je izšla osmega v mesecu, pa je bila navzoča ena priča manj kot pri brundajočem Jetiju.
2. Reportaža, ki je ugledala luč sveta petnajstega, je nastala po pripovedovanju ene osebe več kot reportaža o dogodku, ko je Jeti rešil človeka z drevesa.
3. Samo ena priča je prisostvovala dogodku, ki je bil objavljen en teden pred opisom Jetija, ki je čistil ribe ob potoku. Jeti z ribami se je v reviji pojavil en teden pred zgodbo iz revije Divjina.
4. Zgodba z najmanjšim številom prič ni bila objavljena prvega v mesecu.
5. V članku iz revije Neverjetne zgodbe nastopa ena priča manj kot v članku, ki je izšel na dvaindvajsetega, in dve priči manj kot v članku, ki opisuje Jetija, kako se je smejal.
6. Revija Globus je intervjuvala dve priči več, kot jih je nastopalo v poročilu, ki je izšlo dva tedna kasneje.



15. JUNIORJI IN SENIORJI

Včeraj se je pet mladih fantov in deklet (seniorjev) odločilo, da bodo posvetili nekaj svojega prostega časa svojim mlajšim bratom in sestram (juniorjem). Za vsak par junior – senior ugotovi, kako in koliko časa se je zabaval.

seniorji (S): Adam, Branka, Leon, Izabela, Nika
juniorji (J): Klavdija, Hubert, Natalija, Edo, Tomi
št. ur: 2, 3, 4, 5, 6
aktivnosti: štopanje, kolesarjenje, kino, nakupovanje, nogomet

1. Para, ki sta šla štopat in v kino, sta Edo + S in Branka + J (ne nujno v tem vrstnem redu).
2. Kolesarja sta skupaj prebila štiri urice.
3. Nika + J sta bila skupaj dvakrat dlje kot Natalija + S. Hubert se ne piše tako kot Nika.
4. Para, ki sta šla nakupovat in igrat nogomet, sta Hubert + S in par, ki je bil skupaj 2 uri (ne nujno v tem vrstnem redu).
5. Izabela + J sta skupaj prebila toliko ur, kot je vsota ur dveh parov: Klavdije + S in para, ki je šel štopat ali v kino.
6. Leon + J, ki nista igrala nogometa, sta bila skupaj dlje kot par, ki je šel nakupovat, vendar manj časa kot par, ki je šel štopat.



Rešitve logičnih nalog

1. PIZZE ZMAGOVALKE

februar	Manca	Vrtnarska
marec	Roni	Luna
april	Klara	Ognjemet
maj	Pavel	Pasja radost
junij	Sonja	Tutti frutti

2. HVALA

Anka	preproga	danke	spalnica
Jani	vaza	merci	jedilnica
Mara	prtiček	tack	hodnik
Peter	kipec	grazie	kuhinja
Tomaž	slika	thank you	dnevna soba

3. PROMOCIJA

ponedeljek	Ljubljana	žel. postaja	50
torek	Portorož	ulica	30
sreda	Ptuj	radio	40
četrtek	Kranj	knjigarna	20

4. IZBOLJŠAVE

A	lekarna	Francka	okna
B	muzikalije	Hanka	platnena streha
C	orodje	Petra	tepih
D	trafika	Marjan	zaboji z rožami
E	oblačila	Karel	izvesek

5. TABORNIŠKE VRAGOLIJE

Ivan	nočna budnica	Damijan	solo petje
Jonas	podrl šotor	Peter	pomivanje posode
Rafko	skril vesla	Andrej	prepoved izhoda
Polona	odvajalni čaj	Sara	čiščenje stranišča
Silva	zamašila trobento	Rahela	delo v okrepčevalnici

6. VEDEŽEVANJE

Helga Miler	branje iz kart	kariera
Ivan Noe	jasnovidnost	otroci
Jan Ivanc	numerologija	zdravje
Lavra Hribar	astrologija	finance
Nana Levar	branje iz dlani	ljubezen

7. MLADI NAVDUŠENCI

Ciril	baseball	zastava	5×5	zelena
Dani	elektronika	fotografija	4×4	rdeča
Mark	astronomija	plakat	4×7	rumena
Samo	pomorstvo	model	3×5	modra
Tomi	kavbojci	podkev	3×6	beige

8. GORA NI NORA; NOR JE, KDOR GRE GOR !

A	Denis	10 let	11 ur
B	Rina	5 let	9 ur
C	Erika	7 let	3 ure
D	Suzana	3 leta	5 ur
E	Herman	4 leta	7 ur

9. LITERARNI KLUB

Klemen	Vzhod	Irska	študent
Ajda	Tuljenje	Kitajska	bolničarka
Ingrid	Siddhartha	Španija	bankirka
Iztok	Ptičici	Anglija	inženir
Špela	Zemlja	Indija	učiteljica

10. GLASBENE SKRINJICE

februar	Frelih	norček	Poročna koračnica
marec	Mandič	golobčka	Ti si moj sonček
maj	Vasle	plesni par	You
julij	Robnik	zvončka	Zate
avgust	Erlih	tandem bicikel	Blue moon

11. BARVNA ZMEDA

IME	BARVA	ODPRL	NAMENJENO
Anita	oranžna	okvir za foto	okvir za foto
Bine	srebrna	komplet mil	mešalnik za coctail
Karla	modra	mešalnik za cocktail	deževa za kavo
David	rdeča	deževa za kavo	brivski pribor
Ema	zelena	brivski pribor	komplet mil

12. ZBIRALCI

A	Edvin	podstavki za pivo	Muenchen
B	Nana	žlice	Dublin
C	Ljubo	kovanci	Rim
D	Ana	razglednice	Tokio
E	Jana	zemljevidi	Petersburg
F	Vane	znamke	Atene
G	Igor	posterji	Praga

13. ZABAVIŠČNI PARK

1.	Nace	Bruder	8 let	hiša strahov
2.	Jaka	Fona	6 let	labirint
3.	Betka	Rusjan	5 let	vlakec
5.	Dare	Hodnik	9 let	hiša ogledal
6.	Liza	Nered	11 let	hobotnica

14. JETI OBSTAJA!!!

DATUM	REVIJA	JETI JE:	ŠT. PRIČ
1.	Skrivnostni svet	rešil človeka	4
8.	Neverjetne zgodbe	dremal	1
15.	Globus	čistil ribe	5
22.	Divjina	brundal	2
29.	Biološki vestnik	se smejal	3

15. JUNIORJI IN SENIORJI

Adam	Klavdija	2	nakupovanje
Branka	Natalija	3	kino
Leon	Tomi	4	kolesarjenje
Izabela	Hubert	5	nogomet
Nika	Edo	6	štopanje

Tanja Soklič

Natečaj za najboljšo logično nalogo

I.

1. GERTRUDINI PODVIGI

Gertruda Safir, manj znana nečakinja razvpite Porcijunkule Diamant, ima za seboj že uspešno roparsko kariero. Opisanih je nekaj podrobnosti z njenih najuspešnejših podvigov, ti pa ugotovi, kdo so oropane osebe (eden izmed njih je Janko Žep), kje živijo (nekdo živi v palači), kaj jim je bilo ukradeno (nekomu je izginila biserna ogrlica) ter v kakšni preobleki je Gertruda izvedla rop!

1. Rembrandtova slika je bila ukradena iz zimske rezidence, Gertruda pa takrat ni bila oblečena v nuno.
2. V poštarja se je oblekla za rop Žana Premožnega, ki ni živel v rezidenci in mu ni bila ukradena zaponka z rubini.
3. Lojzu Bogatinu, čigar dom ni poletna rezidenca, je bila ukradena zbirka zlatih kovancev.
4. Tone Gnar je podnajemnik v čudoviti graščini; to ni bilo prizorišče ropa, v katerem je Gertruda v beraški preobleki ukradla črn diamant.
5. Ciganskega kostuma ni uporabila za rop Mihaela Težaka.
6. Rop v vili je bil izveden v preobleki stare ženice.

2. ŽENITNA POSREDOVALNICA

Jaka je še samski, nekoliko starejši možak, ki pa ima precej pod palcem. Zadnjič mu je prišlo na misel, da bi se oženil, zato je pisal v ženitno posredovalnico, naj mu poiščejo mlado in privlačno dekle. Odziv je bil velik, dekleta so ga kar zasipala s pismi in fotografijami. Jaka je izbral pet "finalistk" (eni je ime Mojca). Iz podatkov ugotovi starost vsake od njih (19, 20, 21, 22, 23 let), v katerem mestu živi (ena v Škofji Loki) in kaj počno na fotografiji (ena izmed njih liže sladoled)!

1. Sanja živi v Celju.
2. Punca iz Pirana je starejša kot Anja, toda mlajša od dekleta, ki na fotografiji nabira cvetje.
3. Dvajsetletnica je bila fotografirana med pihanjem milnih mehurčkov.
4. Manca na fotografiji kolesari.
5. Lučka je najmlajša, toda ona ni dekle iz Ptuja, ki na fotografiji igra klavir.
6. Najstarejše dekle živi v Ljubljani.

3. YABBA DABBA DOO!

Fred, Vilma, Barney, Betty in Oscar so malo posedeli ter malo poklepetali v vrtni restavraciji *Pri skalnem prepadu*. Sedeli so pri okrogli mizi. Lahko iz podatkov ugotoviš, kaj je kdo jedel (dinozavrov ragu, solato iz alg, jajce na oko, mahove na žaru, praptičja bedrca), pil (gosti sok, dinozavrovo mleko, juice, Kremenaško pivo, pivo Krenion), in kakšen posladek si je privoščil za konec (lišajevo kupo, jajčno kremo, polžjo torto, algovo potico, marmorni kolač)?

1. Betty in Vilma nista pili piva.
2. Oseba, ki je jedla dinozavrov ragu, je sedela levo od Betty, a desno od osebe , ki je pila juice.
3. Vilma je popolna vegetarijanka (ne je mesnih in jajčnih jedi, ne pije mleka).
4. Oseba, ki je pila juice, je sedela desno od osebe, ki je jedla jajce na oko, in levo od osebe, ki je jedla marmorni kolač.
5. Oseba, ki je jedla mahove, je sedela desno od osebe, ki je pila Kremenaško pivo, in levo od osebe, ki je pila pivo Krenion in ni jedla torte.
6. Fred je pil gosti sok, Betty pa je jedla torto.
7. Oscar, ki je jedel jajčno kremo, je sedel levo od Vilme.
8. Fred je sedel desno od osebe, ki ni jedla bedrc.

4. VSAK IMA SVOJ CERTIFIKAT

Štirje zakonski pari so zaupali te neizmerno dragocene papirje štirim družbam za upravljanje (Blatena, Karkada, Petriglav, PGC Infond). Iz podatkov razberi ime moža in žene, njun priimek ter družbo, ki sta ji zaupala!

1. Karel Brodnjak certifikata ni vložil v Petriglav.
2. Par Dolinšek certifikatov ni zaupal isti družbi kot Alfonz niti isti kot Karolina.
3. Mica, ki se ne piše Brodnjak, ni poročena s Konradom, ki se ne piše Centrih.
4. V sklad PGC Infond nista bila vložena certifikata para Alič niti certifikata para Brodnjak.
5. Frida je Vilijeva žena.
6. Luciji se bo odločitev bogato obrestovala, saj je svoj certifikat zaupala Blateni, Alfonz pa je svojega vložil na pravo mesto – v Karkado.

REŠITVE:

1.

Lojze Bogatin	vila	zbirka kovancev	stara ženica
Mihael Težak	poletna rezidenca	črn diamant	berač
Žan Premožni	palača	biserna ogrlica	poštar
Tone Gnar	graščina	zaponka z rubini	nuna
Janko Žep	zimska rezidenca	Rembrandtova slika	cigan

2.

Anja	21 let	Ptuj	klavir
Mojca	23 let	Ljubljana	cvetje
Sanja	20 let	Celje	mehurčki
Lučka	19 let	Škofja Loka	sladoled
Manca	22 let	Piran	kolesarjenje

3.

Fred	bedrca	gosti sok	potica
Vilma	mahovi	juice	kupa
Barney	ragu	pivo Krenion	kolač
Betty	solata	mleko	torta
Oscar	jajce	Krem. pivo	krema

4.

Alfonz in Mica Centrih	Karkada
Karel in Lucija Brodnjak	Blatena
Konrad in Karolina Alič	Petriglav
Vili in Frida Dolinšek	PGC Infond

Nina Milošič
1. letnik, Gimnazija Ptuj

II.

Pozdravljeni!

Tudi v tem šolskem letu vam pošiljam nekaj logičnih nalog na razpis za najboljšo logično nalogo.

1. Pustolovec Jimi

Pustolovec Jimi je prišel na otok zakladov. Odkriti je hotel zaklad kralja Bilba – največji zaklad na otoku. Na tem otoku živijo tri plemena – pleme Burbur, katerega vsi predstavniki vedno lažejo, pleme Katur (vsi predstavniki vedno govorijo resnico) in pleme Mubar (včasih govorijo resnico, včasih lažejo). Jimi je vprašal vse tri poglavarje za nasvet in vsak mu je dal dva. Ugotovi, katerim plemenom pripadajo poglavarji in kje je skrit zaklad!

Poglavar Dvalin: *Zaklad je v jami pod najvišjo goro na otoku.*
Poglavar Krotos vedno laže.

Poglavar Krotos: *Zaklad je zakopan pod najstarejšim drevesom.*
Pripadam plemenu Mubar.

Poglavar Telos: *Poglavar Dvalin je poglavar plemena Burbur.*
Zaklad je skrit pod najvišjo goro v jami.

2. Športniki

Matej, Robert in Tilen trenirajo atletiko, plavanje in smučanje, vendar ne nujno v tem vrstnem redu. Trenirajo 3, 4 ali 5 let. Ugotovi, kdo kaj trenira in koliko časa!

1. Matej, ki ne trenira plavanja, trenira najdlje.
2. Robertov brat trenira plavanje.
3. Smučar trenira tri leta.

3. Galerija

V mestu so odprli razstavo slik znanih slikarjev. V galerijo so se odpravili tudi Miha, Tomaž in Peter, ki pa se na umetnost niso prav nič spoznali. Prišli so v sobo, kjer je bilo pet slik. Takole so ugibali avtorje:

	1. slika	2. slika	3. slika	4. slika	5. slika
Miha	Dali	Van Gogh	Picasso	Rembrandt	Monet
Tomaž	Picasso	Dali	Monet	Van Gogh	Picasso
Peter	Rembrandt	Monet	Rembrandt	Van Gogh	Dali

Vsi so imeli enako število pravilnih odgovorov, vendar niti eden od njih ni pravilno uganil dveh avtorjev zapored.

4. Počitnice

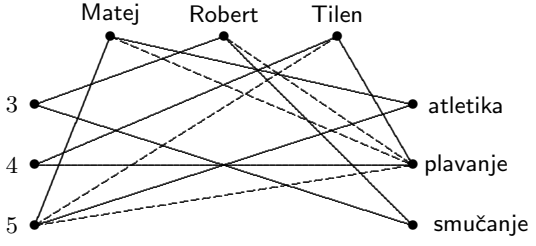
Pet prijateljev (Alenka, Tomaž, Nataša, Roman in Robert) se je odločilo svoje počitnice preživeti v tujini. Odpravili so se v Španijo, Turčijo, Maroko, Nizozemsko in Francijo. Vsak je odpotoval drug delavnik v tednu in za različno dolgo – 10, 14, 17, 20 ali 22 dni.

1. Dekle, ki je odšla v Španijo, ni odšla na pot prva, pa tudi zadnja ne. Letovala je 14 dni.
2. Roman, ki je preživel svoje počitnice v Franciji, je bil na poti več kot dva in manj kot tri tedne.
3. Alenka, ki je šla na pot v ponedeljek, je letovala zunaj Evrope in dalj kot Roman, ki je odšel v sredo.
4. Robert, ki je letoval v Evropi in je letoval najdlje, je odšel na pot za Natašo, a pred Tomažem.
5. Oseba, ki je odšla v petek, je odšla v Turčijo za 10 dni.

REŠITVE

1. Dvalin in Telos sta dala enaki izjavi, da je zaklad pod najvišjo goro. Torej sta obe izjavi napačni ali obe pravilni. Recimo, da sta obe napačni. Potem je Krotos poglavar plemena Katur, ki vedno govori resnico. To pa sam zanika z drugo izjavo. Torej sta obe izjavi pravilni. Krotos je torej predstavnik plemena Burbur (vedno laže). Dvalin je poglavar plemena Katur, ker je pravilna tudi njegova druga izjava, Telos pa je poglavar plemena Mubar.

2.



Robertov brat ni Matej, ker Matej ne trenira plavanja. Plavanje torej trenira Tilen in to štiri leta. Smučar ni Matej, ker Matej trenira pet let. Smučar je Robert (tri leta), atlet pa je Matej (pet let).

3.

1. slika	Rembrandt	
2. slika	Dali	
3. slika	Picasso	
4. slika	Van Gogh	
5. slika	Monet	

4.

1. Alenka	Maroko	20 dni	ponedeljek
2. Tomaž	Turčija	10 dni	petek
3. Nataša	Španija	14 dni	torek
4. Roman	Francija	17 dni	sreda
5. Robert	Nizozemska	22 dni	četrtek

Barbara Boldin, 17 let
4. letnik, Gimnazija Jesenice

Golobi in golobnjaki ali Dirichletov princip

Če deset golobov vleti v devet golobnjakov, potem bosta vsaj v enem golobnjaku dva goloba. Bolj splošno, če $n+1$ golob vleti v n golobnjakov, potem bo vsaj en golobnjak vseboval vsaj dva goloba.

Ta enostaven princip lahko posplošimo takole: če imamo $2n+1$ goloba v n golobnjakih, potem vsaj en golobnjak vsebuje najmanj tri golobe.

Še bolj splošno: če imamo $kn+1$ goloba v n golobnjakih, potem vsaj en golobnjak vsebuje najmanj $k+1$ goloba.

Ta princip je v angleško govorečih deželah znan kot *"pigeonhole principle"* (princip golobjih lukenj), v matematiki pa je znan kot *princip predalov* ali *Dirichletov princip* po nemškem matematiku G. L. Dirichletu (1805-1859), ki ga je prvi izrekel in uporabljal.

V inačici predalov se princip glasi: *če imamo $n+1$ predmet v n predalih, potem obstaja predal, ki vsebuje vsaj dva predmeta.*

1. zgled. Med osmerico ljudi vedno lahko najdemo dva, ki imata rojstni dan na isti dan v tednu.

V najslabšem primeru bi imeli sedem ljudi, ki bi "porabili" vseh sedem dni tedna.

2. zgled. V nekem razredu je 25 učencev. Pri šolski nalogi je en učenec napravil 7 napak, drugi so jih naredili manj. Dokaži, da so vsaj 4 učenci naredili enako število napak.

Tokrat so učenci "predmeti", napake pa "predali". Število možnih napak je: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ali 7. Torej imamo 8 predalov. Toda v predalu "7" imamo samo enega učenca, zato moramo imeti v preostalih sedmih predalih skupaj 24 učencev. Predpostavimo, da imamo v vsakem od teh predalov največ 3 učence, to je največ 21 učencev. Ostanejo še vedno 3 nerazporejeni. Ko razporedimo še te, bodo vsaj v enem predalu najmanj 4 učenci.

Dirichletov princip lahko natančno izrazimo v jeziku teorije množic:

> Naj bosta A in B končni množici in naj ima A več članov ($m(A) > m(B)$, moč množice A je večja od moči množice B). Imejmo funkcijo $f\colon A \to B$. Potem funkcija f ni injektivna, tj., obstajata $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$, tako da je $f(x_1) = f(x_2)$.

3. zgled. Dvojica igra naslednjo igro. Iz škatle, v kateri je 6 belih kroglic, označenih s številkami od 1 do 6, in prav tako 6 modrih kroglic, označenih s številkami od 1 do 6, se vleče po ena kroglica brez vračanja. Zmagovalec je tisti, ki porabi manjše število izvlačenj, zato da bo zagotovo izvlekel 2 kroglici z enakima oznakama.
Kolikšno je najmanjše število izvlačenj, da bi zagotovo imeli dve izvlečeni kroglici z isto oznako?

Naj bo A množica vseh kroglic, ki jih je izvlekel en igralec, B množica vseh parov kroglic z isto oznako, f pa funkcija, ki priredi izvlečeni kroglici par kroglic z isto oznako. Ker mora biti $m(A) > m(B) = 6$, je 7 najmanjše število za moč množice A.

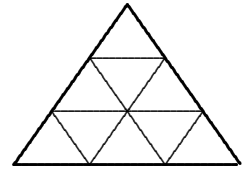
4. zgled. Recimo, da noben človek nima več kot 300.000 las in da ima Zagreb 900.300 prebivalcev. Dokaži, da imata vsaj dva Zagrebčana enako število las. Katero je največje število n, tako da ima vsaj n Zagrebčanov zagotovo enako število las?

Naj bo f funkcija, ki priredi Zagrebčanu njegovo število las. Ker je Zagrebčanov 900.300, "predalov" pa 300.001, ta funkcija ni injektivna.
Za drugo vprašanje iščemo največje tako število n, da bo $(n-1)\cdot 300001 \leq 900300$, to je $n = 4$.

5. zgled. Predpostavimo, da ima izmed dveh oseb a_1 in b_1 vsaj ena lastnost P, enako naj velja za osebi a_2 in b_2 in enako za a_3 in b_3. Dokaži, da imata vsaj dve osebi izmed $a_1,\ a_2,\ a_3$ ali pa vsaj dve osebi izmed $b_1,\ b_2,\ b_3$ lastnost P.

Dokaz. Dano je, da imajo vsaj tri osebe lastnost P. Če ima največ en a lastnost P, potem imata vsaj 2 b-ja lastnost P.

6. zgled. V notranjosti enakostraničnega trikotnika s stranico 3 je dano 19 točk. Dokaži, da obstajajo vsaj 3 točke, ki se nahajajo v krogu polmera $\frac{29}{50}$.



Razdelimo dani trikotnik na 9 enakostraničnih trikotnikov s stranico 1. Potem obstaja trikotnik, v katerm so vsaj 3 točke. Očrtajmo krog okoli tega trikotnika. Polmer tega kroga je $r = \frac{1\cdot\sqrt{3}}{3} < 0.58 = \frac{29}{50}$.

7. zgled. Dana so 4 naravna števila. Dokaži, da je vsaj eno od teh števil deljivo s 4 ali pa je vsota dveh, treh ali štirih izmed njih deljiva s 4.

Dokaz. Označimo dana števila s $k,\ l,\ m,\ n$. Oglejmo si vsote: $k,\ k+l,\ k+l+m,\ k+l+m+n$. Če je med njimi število, deljivo s 4, je izrek dokazan. Če pa ni, imata vsaj dve izmed njih pri deljenju s 4 isti ostanek (1, 2 ali 3). Razlika teh dveh števil je deljiva s 4 in je hkrati enaka enemu od danih števil ali pa vsoti nekaterih od danih števil.

Domača naloga

1. Ali lahko razporedimo 65 kroglic v 12 škatel, tako da v nobenih dveh škatlah ne bo enakega števila kroglic?

2. V razredu je 21 učencev. Mihu manjkajo 3 zobje, drugim pa manj kot trije. Dokaži, da obstaja najmanj 6 učencev, ki jim manjka enako število zob.

3. Vsaka točka v ravnini je pobarvana z eno izmed 3 barv. Dokaži, da v ravnini obstajata vsaj dve enako pobarvani točki, katerih razdalja je $1\ \mathrm{m}$.

4. Na sestanku je bilo 18 oseb. Dokaži, da sta na sestanku prisotni vsaj dve osebi, ki imata med prisotnimi enako število znancev.

5. V kvadrat ploščine $1\ \mathrm{km}^2$ je slučajno vrženo 1993 točk. Dokaži, da v notranjosti tega kvadrata obstaja vsaj 32 točk, ki so vsebovane v krogu s polmerom $90\ \mathrm{m}$.

6. V gozdu oblike kvadrata površine $1029\ \mathrm{m}^2$ raste 1993 dreves s premerom $0.5\ \mathrm{m}$. Dokaži, da v tem gozdu obstaja pravokotna jasa dimenzije $25\ \mathrm{m}$ krat $20\ \mathrm{m}$, na kateri ne

raste nobeno drevo.

7. Najmanj koliko naravnih števil moramo vzeti, tako da bosta med njimi dve števili, katerih razlika je deljiva z 8?

8. Dano je 1993 $(n+1)$ celih števil. Dokaži, da med temi obstajata dve števili, katerih razlika je deljiva s 1992 (n).

9. Predpostavi, da ima vsaj eden izmed a_1, b_1, c_1 lastnost Q. Enako predpostavi za a_2, b_2, c_2, ..., a_{10}, b_{10}, c_{10}. Katero je največje naravno število k, da bo veljalo: vsaj k med a_1, a_2, ..., a_{10} ima lastnost Q ali vsaj k med b_1, b_2, ..., b_{10} ima lastnost Q ali vsaj k med c_1, c_2, ..., c_{10} ima lastnost Q?

10. Razmislimo o 6 točkah v ravnini, tako da nobene tri niso na isti premici. Te točke določajo 15 daljic. Pobarvajmo te daljice z dvema barvama, recimo rdečo in belo. Rekli bomo, da je trikotnik enobarven, če so vse tri njegove stranice enake barve. Dokaži, da vedno lahko najdemo enobarven trikotnik, ne glede na to, kako smo obarvali 15 daljic.

Dokaz. Vzemimo poljubno od 6 točk, recimo ji A, in si oglejmo 5 daljic, ki izhajajo iz nje. Vsaj tri od teh so pobarvane z isto barvo. Naj bodo to daljice AB, AC in AD, barva pa bela. Če so daljice BC, CD in DB pobarvane rdeče, smo že našli enobarven trikotnik, če pa je ena od teh bela, potem tvori skupaj z ustreznima daljicama iz A bel trikotnik.

Ta princip lahko izrazimo še na dva načina.

Med poljubnimi 6 osebami vedno lahko najdemo 3, ki se med seboj poznajo, ali pa 3, tako da se nobena dvojica med njimi ne pozna.

Med poljubnimi 6 osebami vedno lahko najdemo 3, ki so se med sabo rokovale, ali pa 3, tako da se nobeni dve med temi nista rokovali.

11. Dokaži, da je 6 najmanjše število točk, za katere lahko vedno najdemo enobarven trikotnik. To je, če imamo 5 nekolinearnih točk, vedno lahko pobarvamo 10 z njimi določenih daljic tako, da nimamo enobarvnega trikotnika.

12. Obravnavaj 17 točk v ravnini, tako da nobeni dve nista kolinearni. Vsako daljico, ki povezuje te točke, pobarvamo z eno od treh barv. Pokaži, da obstaja enobarven trikotnik.

Literatura:

Petar Vranjkovič, *Dirichletov princip*, Matka **9**(1994), str. 8–12

Ivan Niven, *Mathematics of Choice*, The Mathematical Association of America, 1965

Izidor Hafner

Šolsko tekmovanje iz matematike za srednješolce

Tekmovanje so na srednjih šolah organizirali v decembru. Ker se pri reševanju nalog naj ne bi uporabljalo niti tablic niti kalkulatorjev, je to lahko pregledna vaja, koliko zmoremo brez teh pripomočkov. Poleg tega moramo paziti na čas: le dve šolski uri nam je na voljo. Ko na koncu preverimo, kako uspešno smo reševali, pa upoštevajmo še naslednje: prvih deset nalog je vrednih po 4, drugih deset po 6, zadnjih pet pa po 8 točk; za napačno rešitev je treba odšteti polovico vrednosti naloge.

Naloge prvih dveh letnikov so enake, kot so jih reševali v Kanadi, naloge drugih dveh letnikov pa so povzete s tekmovanja iz Kanade in ZDA.

PRVI LETNIK

1. Vrednost izraza $6^2 + 8^2 - 10^2$ je:

$$\textbf{(A)}\ 16 \qquad \textbf{(B)}\ 200 \qquad \textbf{(C)}\ 8 \qquad \textbf{(D)}\ 32 \qquad \textbf{(E)}\ 0$$

2. Vrednost izraza $\frac{9\cdot 4 - 3\cdot 4}{3\cdot 4}$ je:

$$\textbf{(A)}\ 36 \qquad \textbf{(B)}\ 35 \qquad \textbf{(C)}\ 5 \qquad \textbf{(D)}\ 2 \qquad \textbf{(E)}\ 3$$

3. Če je $a = 4$, $b = 5$ in $c = 9$, je vrednost izraza $(a + b - c) + (a - b + c)$ enaka:

$$\textbf{(A)}\ 8 \qquad \textbf{(B)}\ 0 \qquad \textbf{(C)}\ -10 \qquad \textbf{(D)}\ 10 \qquad \textbf{(E)}\ 16$$

4. Koliko lihih števil leži med $\frac{19}{4}$ in $\frac{43}{2}$?

$$\textbf{(A)}\ 8 \qquad \textbf{(B)}\ 9 \qquad \textbf{(C)}\ 10 \qquad \textbf{(D)}\ 16 \qquad \textbf{(E)}\ 17$$

5. Če je $\sqrt{x + 9} = 9$, je x enak:

$$\textbf{(A)}\ 72 \qquad \textbf{(B)}\ 36 \qquad \textbf{(C)}\ 0 \qquad \textbf{(D)}\ 9 \qquad \textbf{(E)}\ -6$$

6. Razmerje med številom rdečih in številom zelenih frnikol v posodi je $1 : 3$. Skupaj je v posodi 48 frnikol. Zelenih je:

$$\textbf{(A)}\ 12 \qquad \textbf{(B)}\ 16 \qquad \textbf{(C)}\ 36 \qquad \textbf{(D)}\ 32 \qquad \textbf{(E)}\ 24$$

7. V posodo, v kateri je bilo 40 g riža in 60 g ječmena, smo dodali 100 g riža. Koliko odstotkov riža je sedaj v posodi?

$$\textbf{(A)}\ 70 \qquad \textbf{(B)}\ 140 \qquad \textbf{(C)}\ 50 \qquad \textbf{(D)}\ 30 \qquad \textbf{(E)}\ 40$$

8. Cestarji so narisali prekinjeno črto na odseku avtoceste. Začeli so z dvema metroma dolgo črto in s tremi metri prostora do naslednje dvometrske črte ter ta vzorec ponavljali na dolžini 1200 metrov. Koliko dvometrskih črt so narisali na tem odseku avtoceste?

(A) 480 **(B)** 240 **(C)** 1200 **(D)** 600 **(E)** 1000

9. Sandra je kupila priložnostno znamko in jo prodala Cenetu tako, da je imela 500 tolarjev dobička. Cene jo je prodal Rezki, a je imel 200 tolarjev zgube. Rezka jo je prodala Andražu za 2100 tolarjev in je imela pri tem 400 tolarjev dobička. Koliko tolarjev je za znamko plačala Sandra?

(A) 1000 **(B)** 2800 **(C)** 1400 **(D)** 3200 **(E)** 2100

10. Če je $8x = -16$ in $y - 8 = 16$, je $x + y$ enako:

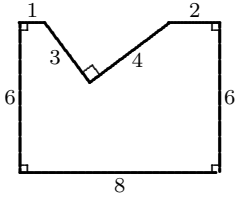
(A) 26 **(B)** 10 **(C)** -10 **(D)** 48 **(E)** 22

11. Število 6 ima štiri pozitivne delitelje. Vsota njihovih recipročnih vrednosti je:

(A) 2 **(B)** $\frac{1}{12}$ **(C)** $1\frac{3}{11}$ **(D)** $\frac{1}{2}$ **(E)** $\frac{4}{11}$

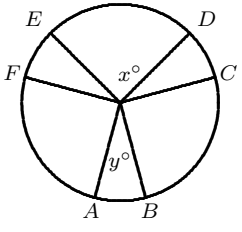
12. Ploščina lika na sliki je:

(A) 42 **(B)** 40.5 **(C)** 36
(D) 45 **(E)** 43



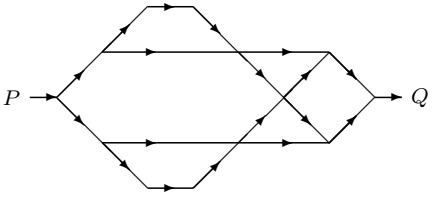
13. Iz središča kroga potegnemo šest polmerov tako, da so loki $\widehat{AB}$, $\widehat{CD}$ in $\widehat{EF}$ enako dolgi ter da so loki $\widehat{BC}$, $\widehat{DE}$ in $\widehat{FA}$ prav tako enako dolgi. Vsota $x + y$ je:

(A) 150 **(B)** 60 **(C)** 90
(D) 135 **(E)** 120



14. Če se gibljemo v smeri puščic, je različnih poti od P do Q:

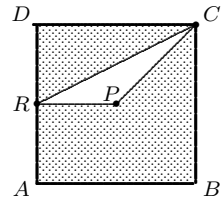
(A) 16 **(B)** 8 **(C)** 12
(D) 10 **(E)** 6



15. Pek je pripravil testo za pizzo v obliki kroga s polmerom $20\ \mathrm{cm}$ in enakomerne debeline $2\ \mathrm{cm}$, vendar ga je še pred peko pregnetel v obliko kvadrata enakomerne debeline $1\ \mathrm{cm}$. Kolikšna je dolžina stranice kvadrata, zaokrožena na centimeter natančno?

(A) 50 **(B)** 100 **(C)** 70 **(D)** 25 **(E)** 35

16. Točka P je središče kvadrata $ABCD$, R pa središče stranice AD. Ploščina trikotnika RPC je 3. Ploščina osenčenega dela je:



(A) 12 **(B)** 24 **(C)** 15 **(D)** 21 **(E)** 18

17. V tabeli je prikazano, kako je 63 učencev sodelovalo v krožkih. Petica, ki smo jo obkrožili, na primer pove, da je 5 učencev sodelovalo zjutraj v krožku B in popoldne v krožku D. Koliko učencev se popoldne ni priključilo k istemu krožku kot zjutraj?

Zjutraj \ Popoldne	A	B	C	D
A	1	8	0	3
B	6	2	7	(5)
C	3	3	0	4
D	2	9	9	1

(A) 58 **(B)** 59 **(C)** 60 **(D)** 61 **(E)** 62

18. Zaprta kvadratna škatla dimenzij $6\,\mathrm{cm} \times 9\,\mathrm{cm} \times 30\,\mathrm{cm}$ ima enako površino kot kocka. Rob kocke je dolg (do centimetra natančno):

(A) 6 **(B)** 10 **(C)** 11 **(D)** 13 **(E)** 16

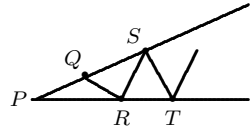
19. Vrtnarica ima na voljo dve kosilnici. Z ročno kosilnico pokosi travo na svojem dvorišču v petih urah, z električno pa v 70 minutah. Ko je pokosila 90 % vse trave z električno kosilnico, je zmanjkalo toka, zato je delo končala z ročno. V koliko minutah je pokosila vso travo?

(A) 93 **(B)** 63.5 **(C)** 277 **(D)** 100 **(E)** 57

20. Najmanjše naravno število, s katerim moramo množiti $2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{15} \cdot 6^3$, da bomo dobili popolni kvadrat, je:

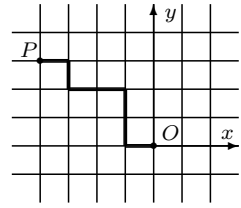
(A) 60 **(B)** 5 **(C)** 270 **(D)** 15 **(E)** 1

21. Kot pri P meri $15°$. Točke Q, R, S, T... so izmenično na enem in drugem kraku kota, vsaka naslednja točka je dlje od P kot predhodna. Če je $|PQ| = |QR| = |RS| = |ST| = \cdots$, lahko na ta način narišemo nekaj enakokrakih trikotnikov z dolžino stranice $|PQ|$. Takih trikotnikov je lahko največ:



(A) 3 **(B)** 4 **(C)** 5 **(D)** 6 **(E)** več kot 6

22. Mrežna razdalja od točke O do katerekoli točke P je najmanjša razdalja, ki jo prehodimo po mrežni poti od O do P. Na sliki je mrežna razdalja med O in P enaka 7. Število med seboj različnih točk P s celoštevilskimi koordinatami, ki imajo mrežno razdaljo od točke O enako 37, je:



(A) 152 **(B)** 144 **(C)** 37 **(D)** 36 **(E)** 148

23. Periodično decimalno število $0.a7a7a7a7...$, kjer je a števka, zapišemo kot okrajšan ulomek. Najmanjša možna vrednost vsote števca in imenovalca je:

(A) 7 **(B)** 14 **(C)** 16 **(D)** 106 **(E)** 17

24. Z elementi množice $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ tvorimo vsa možna petmestna števila, ki imajo same med seboj različne števke. Števila zapišemo v naraščajočem redu eno pod drugo in s črto ločimo prvo polovico števil od druge polovice. Katere so srednje tri števke zadnjega števila v prvi polovici?

(A) 512 **(B)** 543 **(C)** 356 **(D)** 365 **(E)** 376

25. V tabeli z desetimi kolonami in desetimi vrsticami je število, ki leži v m-ti vrstici in n-ti koloni enako produktu $(2m - 1)(3n - 1)$. Vsota vseh števil v tabeli je med:

(A) 7 500 in 10 000 **(B)** 10 000 in 12 500 **(C)** 12 500 in 15 000
(D) 15 000 in 17 500 **(E)** 17 500 in 20 000

DRUGI LETNIK

1. Vrednost izraza $(6 - 5 + 4 - 3 + 2 - 1)^2$ je:

(A) 91 **(B)** 1 **(C)** 9 **(D)** 3 **(E)** 21

2. Če je $8x = -16$ in $y - 8 = 16$, je $x + y$ enako:

(A) 26 **(B)** 10 **(C)** -10 **(D)** -4 **(E)** 22

3. Če je $a = 1$, $b = 2$ in $c = 3$, je vrednost izraza $(a + b - c)(a - b + c)(-a + b + c)$ enaka:

(A) 2 **(B)** 6 **(C)** 7 **(D)** 9 **(E)** 0

4. Če je $\sqrt{x + 9} = 9$, je x enak:

(A) 72 **(B)** 36 **(C)** 0 **(D)** 9 **(E)** -6

5. Če nekemu številu prištejemo 24, dobimo trikratnik tega števila. Katero število je to?

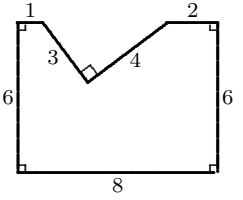
(A) 6 **(B)** 8 **(C)** 12 **(D)** 48 **(E)** 72

6. V posodo, v kateri je bilo 40 g riža in 60 g ječmena, smo dodali 100 g riža. Koliko odstotkov riža je sedaj v posodi?

(A) 70 **(B)** 140 **(C)** 50 **(D)** 30 **(E)** 40

7. Ploščina lika na sliki je:

(A) 42 **(B)** 40.5 **(C)** 36
(D) 45 **(E)** 43



8. Cestarji so narisali prekinjeno črto na odseku avtoceste. Začeli so z dvema metroma dolgo črto in s tremi metri prostora do naslednje dvometrske črte ter ta vzorec ponavljali na dolžini 1200 metrov. Koliko dvometrskih črt so narisali na tem odseku avtoceste?

(A) 480 **(B)** 240 **(C)** 1200 **(D)** 600 **(E)** 1000

9. Sandra je kupila priložnostno znamko in jo prodala Cenetu tako, da je imela 500 tolarjev dobička. Cene jo je prodal Rezki, a je imel 200 tolarjev zgube. Rezka jo je prodala Andražu za 2100 tolarjev in je imela pri tem 400 tolarjev dobička. Koliko tolarjev je za znamko plačala Sandra?

(A) 1000 **(B)** 2800 **(C)** 1400 **(D)** 3200 **(E)** 2100

10. Papir debeline 0.3 mm najprej prepognemo čez polovico, nato spet čez polovico in to ponovimo tolikokrat, da imamo skupaj pet prepogibanj. Debelina prepognjenega papirja je na koncu (v milimetrih):

(A) 1.5 **(B)** 3 **(C)** 9.6 **(D)** 7.5 **(E)** 4.8

11. Če je $\frac{1}{R}$ povprečje med $\frac{1}{4}$ in $\frac{1}{6}$, je R enak:

(A) $\frac{5}{12}$ **(B)** 5 **(C)** $\frac{12}{5}$ **(D)** $\frac{24}{5}$ **(E)** $\frac{5}{24}$

12. Če je $px = 20$, $6x - 3q = 30$ in $x = 4$, je vrednost izraza $p - q$ enaka:

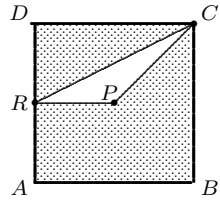
(A) 3 **(B)** $-\frac{3}{2}$ **(C)** 6 **(D)** 4 **(E)** 7

13. V pravokotnem trikotniku je vsota kvadratov dolžin stranic enaka 18. Hipotenuza je dolga:

(A) $\sqrt{18}$ **(B)** 3 **(C)** 9 **(D)** 4 **(E)** $\frac{9}{2}$

14. Točka P je središče kvadrata $ABCD$, R pa središče stranice AD. Ploščina trikotnika RPC je 3. Ploščina osenčenega dela je:

(A) 12 **(B)** 24 **(C)** 15 **(D)** 21 **(E)** 18



15. Barbara si je na list zapisala po vrsti tista naravna števila, ki niso popolni kvadrati. Začela je s številom 2 in končala, ko je imela na listu napisanih 100 števil. Največje število, ki ga je zapisala, je:

(A) 101 **(B)** 108 **(C)** 111 **(D)** 110 **(E)** 109

16. V tabeli je prikazano, kako je 63 učencev sodelovalo v krožkih. Petica, ki smo jo obkrožili, na primer pove, da je 5 učencev sodelovalo zjutraj v krožku B in popoldne v krožku D. Koliko učencev se popoldne ni priključilo k istemu krožku kot zjutraj?

(A) 58 **(B)** 59 **(C)** 60 **(D)** 61 **(E)** 62

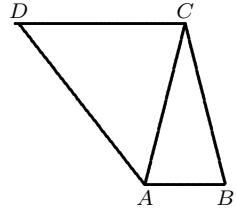
Zjutraj \ Popoldne	A	B	C	D
A	1	8	0	3
B	6	2	7	(5)
C	3	3	0	4
D	2	9	9	1

17. Koliko dvomestnih naravnih števil se poveča za 11, če števki zamenjamo med sabo?

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 5 **(D)** 9 **(E)** 10

18. Stranici AB in CD sta vzporedni, velja pa tudi $|CD| = |AC| = |BC|$. Če je kot $\sphericalangle D = 52°$, je $\sphericalangle ACB$ enak:

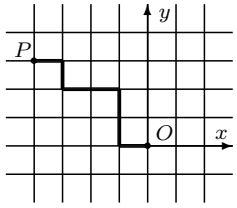
(A) $28°$ **(B)** $52°$ **(C)** $76°$
(D) $104°$ **(E)** $80°$



19. Vzemimo naravna števila med 250 in 300, ki v zapisu nimajo števke 0. Koliko je med temi naravnimi števili takih, ki imajo produkt števk enak popolnemu kvadratu?

(A) 0 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 6 **(E)** 7

20. Mrežna razdalja od točke O do katerekoli točke P je najmanjša razdalja, ki jo prehodimo po mrežni poti od O do P. Na sliki je mrežna razdalja med O in P enaka 7. Število med seboj različnih točk P s celoštevilskimi koordinatami, ki imajo mrežno razdaljo 37, je:



(**A**) 152 (**B**) 144 (**C**) 37 (**D**) 36 (**E**) 148

21. Če je $2^{6.5} = a$ in $3^{7.5} = b$, potem je $6^{9.5}$ enako:

(**A**) $27a^3$ (**B**) a^3b^2 (**C**) $\frac{ab}{6^{4.5}}$ (**D**) $72ab$ (**E**) $4b^2$

22. Periodično decimalno število $0.a7a7a7a7...$, kjer je a števka, zapišemo kot okrajšan ulomek. Najmanjša možna vrednost vsote števca in imenovalca je:

(**A**) 7 (**B**) 14 (**C**) 16 (**D**) 106 (**E**) 17

23. Z elementi množice $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ tvorimo vsa možna petmestna števila, ki imajo same med seboj različne števke. Števila zapišemo v naraščajočem redu eno pod drugo in s črto ločimo prvo polovico števil od druge polovice. Katere so srednje tri števke zadnjega števila v prvi polovici?

(**A**) 512 (**B**) 543 (**C**) 356 (**D**) 365 (**E**) 376

24. Produkt petih med seboj različnih lihih števil, večjih od 1, je petmestno število oblike $\overline{strst}$, kjer je $r = 0$. Vseh takih petmestnih števil je:

(**A**) 1 (**B**) 4 (**C**) 6 (**D**) 8 (**E**) 14

25. Tri med seboj enake sfere s premerom 4 ležijo na ravnini tako, da se vsaka dotika drugih dveh. Četrto sfero s premerom 2 postavimo na druge tri tako, da se jih dotika. Razdalja med vrhom četrte sfere in ravnino je:

(**A**) $3 + \sqrt{\frac{11}{3}}$ (**B**) $3 + \sqrt{5}$ (**C**) $3 + \frac{\sqrt{23}}{3}$ (**D**) $3 + \sqrt{6}$ (**E**) $3 + \sqrt{7}$

TRETJI LETNIK

1. Vrednost izraza $2^8 : 8^2$ je:

(**A**) 1 (**B**) 4^6 (**C**) $(\frac{1}{4})^4$ (**D**) 2^2 (**E**) $\frac{1}{2}$

2. Izraz $(1 + x^2)(1 - x^3)$ je enak:

(**A**) $1 - x^5$ (**B**) $1 - x^6$ (**C**) $1 + x^2 - x^3$ (**D**) $1 + x^2 - x^3 - x^5$
(**E**) $1 + x^2 - x^3 - x^6$

3. Koliko praštevil, manjših od 100, ima na mestu enic števko 7?

(A) 4 **(B)** 5 **(C)** 6 **(D)** 7 **(E)** 8

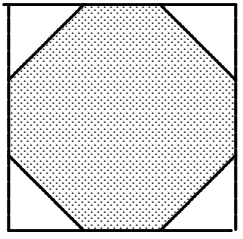
4. Izraz $\dfrac{2^1+2^0+2^{-1}}{2^{-2}+2^{-3}+2^{-4}}$ je enak:

(A) 6 **(B)** 8 **(C)** $\frac{31}{2}$ **(D)** 24 **(E)** 512

5. Če je $\sqrt{x+3}=3$, je $(x+3)^2$ enako:

(A) $\sqrt[4]{3}$ **(B)** 3 **(C)** 9 **(D)** 6 **(E)** 81

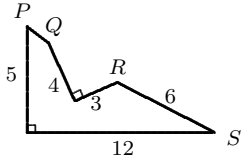
6. Vsako stranico kvadrata 3×3 smo razdelili na tri enake dele in oblikovali osenčeni lik. Razmerje med ploščino osenčenega dela in ploščino celega kvadrata je:



(A) $5:9$ **(B)** $2:3$ **(C)** $7:9$ **(D)** $3:4$
(E) $7:2$

7. Če P, Q, R in S ležijo na isti premici, je obseg lika enak:

(A) 24 **(B)** 25 **(C)** 30 **(D)** 32 **(E)** 42



8. Če je $a-1=b+2=c-3=d+4$, potem je izmed količin a, b, c, d največja:

(A) a **(B)** b **(C)** c **(D)** d **(E)** ne da se z gotovostjo oceniti

9. Naj bo c realno število. Rešitev (x,y) sistema enačb $x-y=2$, $cx+y=3$ leži v prvem kvadrantu natanko tedaj, ko je:

(A) $c=-1$ **(B)** $c>-1$ **(C)** $c<\frac{3}{2}$ **(D)** $0<c<\frac{3}{2}$ **(E)** $-1<c<\frac{3}{2}$

10. Večkrat tekom dneva da direktor na tajničino mizo pismo, ki ga kasneje tajnica pretipka. Pisma zlaga na kupček tako, da novo pismo postavi na vrh. Ko najde tajnica čas, vzame vedno pismo z vrha in ga pretipka. Denimo, da je nekega dne direktor postavil na mizo pet pisem in sicer po vrsti pisma 1, 2, 3, 4 in 5. Kateri od naštetih vrstnih redov **ne** more biti red, po katerem je tajnica pisma pretipkala?

(A) 12345 **(B)** 24351 **(C)** 32415 **(D)** 45231 **(E)** 54321

11. Izmed 45 učencev jih ima 27 kolo, 22 pa kotalke. Trije med njimi nimajo ne kolesa ne kotalk. Koliko učencev ima oboje, kolo in kotalke?

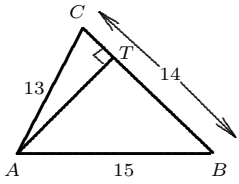
(A) 1 **(B)** 4 **(C)** 7 **(D)** 15 **(E)** 20

12. Če je (x, y) rešitev sistema enačb $xy = 6$ in $x^2y + xy^2 + x + y = 63$, je $x^2 + y^2$ enako:

(A) 13 **(B)** $\frac{1173}{32}$ **(C)** 55 **(D)** 69 **(E)** 81

13. Trikotnik ABC ima ploščino 84. Daljica AT je dolga:

(A) 6 **(B)** 11.2 **(C)** 8.3 **(D)** 12.9 **(E)** 12



14. Premici z enačbama $px + 3y = 15$ in $6x + qy = 30$ gresta skozi točko $(4, -3)$. Vsota $p + q$ je enaka:

(A) -2 **(B)** 4 **(C)** $-\frac{1}{2}$ **(D)** 6 **(E)** 8

15. Vsota kvadratov dolžin vseh štirih stranic pravokotnika je 18. Dolžina diagonale tega pravokotnika je:

(A) $\sqrt{18}$ **(B)** 3 **(C)** 9 **(D)** 81 **(E)** $\frac{9}{2}$

16. Peter si je zamislil novo predstavitev naravnih števil. Najprej je število zapisal v petiškem sistemu. Števke, ki nastopajo v petiškem sistemu, je zamenjal z elementi množice $\{V, W, X, Y, Z\}$, vendar ne nujno v tem vrstnem redu. Opazil je, da so VYZ, VYX in VVW tri zaporedna števila, postavljena po vrsti od najmanjšega do največjega. Kako bi zapisal število XYZ v desetiškem sistemu?

(A) 48 **(B)** 71 **(C)** 82 **(D)** 108 **(E)** 113

17. Polico napolnemo, če nanjo postavimo a matematičnih knjig (vse enake debeline) in b fizikalnih knjig (vse enake debeline, toda debelejše od matematičnih). Polica bo polna tudi, če nanjo postavimo c matematičnih in d fizikalnih knjig. Z e matematičnimi knjigami prav tako napolnemo polico. Vemo, da so a, b, c, d in e med seboj različna naravna števila. Število e izrazimo:

(A) $\frac{ad+bc}{b+d}$ **(B)** $\frac{ad^2+b^2c}{b^2+d^2}$ **(C)** $\frac{ab-cd}{d-b}$ **(D)** $\frac{ad-bc}{d-b}$ **(E)** $\frac{ad^2-b^2c}{b^2-d^2}$

18. Katera od vrednosti je najbližja številu $\sqrt{65} - \sqrt{63}$?

(A) 0.12 **(B)** 0.13 **(C)** 0.14 **(D)** 0.15 **(E)** 0.16

19. Število 27572 je *povratnica* (palindrom), saj dobimo isto, če števke zapišemo v obratnem vrstnem redu. Vsota števk največje petmestne povratnice, ki je deljiva s 6, je:

(A) 19 **(B)** 39 **(C)** 42 **(D)** 43 **(E)** 45

20. Žoga je plavala na vodi, nato pa je voda zamrznila. Ko smo žogo odstranili (ne da bi poškodovali led), smo ugotovili, da je v ledu ostala luknja, ki je imela premer $24\ \mathrm{cm}$ in je bila globoka $8\ \mathrm{cm}$. Kolikšen je bil polmer žoge (v centimetrih)?

(A) 8 **(B)** 12 **(C)** 13 **(D)** $8\sqrt{3}$ **(E)** $6\sqrt{6}$

21. Če velja $xy = \frac{x}{y} = x - y$ in $y \neq 0$, potem je vsota $x + y$ enaka:

(A) $\frac{1}{2}$ **(B)** $-\frac{1}{2}$ **(C)** 0 **(D)** $-\frac{3}{2}$ **(E)** $\frac{3}{2}$

22. Če je p praštevilo in sta in sta oba korena enačbe $x^2 + px - 444p = 0$ celi števili, potem je:

(A) $1 < p \leq 11$ **(B)** $11 < p \leq 21$ **(C)** $21 < p \leq 31$ **(D)** $31 < p \leq 41$
(E) $41 < p \leq 51$

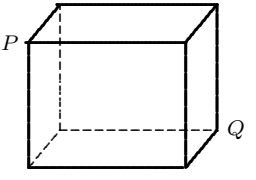
23. Nekega dne je bilo število zaposlenih v podjetju enako popolnemu kvadratu. Ko so nato zaposlili še 100 ljudi, je bilo skupno število zaposlenih za ena večje od popolnega kvadrata. Kasneje se je število zaposlenih še enkrat povečalo za 100 in je bilo skupno število zaposlenih spet popolni kvadrat. Prvotno število zaposlenih je bilo enako večkratniku števila:

(A) 5 **(B)** 7 **(C)** 9 **(D)** 11 **(E)** 13

24. Trikotnik ABC leži v ravnini. Oglišče A ima koordinati $(0, 0)$, oglišče $B(36, 15)$, C pa ima tudi celi koordinati. Kolikšen je minimum ploščine trikotnika ABC?

(A) $\frac{1}{2}$ **(B)** 1 **(C)** $\frac{3}{2}$ **(D)** $\frac{13}{2}$ **(E)** minimuma ni

25. Z enotskimi kockicami (dimenzij $1\times1\times1$) sestavimo kvader dimenzij $20 \times 25 \times 15$. Zamislimo si, da potegnemo premico skozi P in Q. Skozi koliko enotskih kockic poteka ta premica?



(A) 50 **(B)** 58 **(C)** 60 **(D)** 66 **(E)** 70

ČETRTI LETNIK

1. Vrednost izraza $2^8 : 8^2$ je:

(A) 1 **(B)** 4^6 **(C)** $(\frac{1}{4})^4$ **(D)** 2^2 **(E)** $\frac{1}{2}$

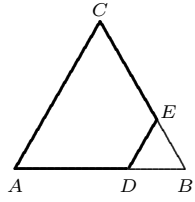
2. Izraz $(1+x^2)(1-x^3)$ je enak:

(A) $1-x^5$ **(B)** $1-x^6$ **(C)** $1+x^2-x^3$ **(D)** $1+x^2-x^3-x^5$
(E) $1+x^2-x^3-x^6$

3. Koliko praštevil, manjših od 100, ima na mestu enic števko 7?

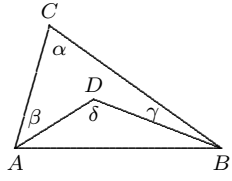
(A) 4 **(B)** 5 **(C)** 6 **(D)** 7 **(E)** 8

4. Od enakostraničnega trikotnika ABC s stranico 3 odrežemo manjši trikotnik tako, da $DB = BE = 1$. Obseg štirikotnika $ADEC$ je:



(A) 6 **(B)** $6\frac{1}{2}$ **(C)** 7 **(D)** $7\frac{1}{2}$ **(E)** 8

5. Točka D je notranja točka trikotnika ABC, α, β, γ in δ pa velikosti kotov v stopinjah. Če α izrazimo z β, γ in δ, dobimo:



(A) $\delta-\beta-\gamma$ **(B)** $\delta-2\beta-2\gamma$ **(C)** $180^\circ-\delta-\beta-\gamma$
(D) $2\delta-\beta-\gamma$ **(E)** $180^\circ-\delta+\beta+\gamma$

6. Če je $\sqrt{x+3}=3$, je $(x+3)^2$ enako:

(A) $\sqrt[4]{3}$ **(B)** 3 **(C)** 9 **(D)** 6 **(E)** 81

7. Prvi štirje členi aritmetičnega zaporedja so a, x, b, $2x$. Razmerje $a : b$ je enako:

(A) $\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{1}{3}$ **(C)** $\frac{1}{2}$ **(D)** $\frac{2}{3}$ **(E)** 2

8. Če je $a-1=b+2=c-3=d+4$, potem je izmed količin a, b, c, d največja:

(A) a **(B)** b **(C)** c **(D)** d **(E)** ne da se z gotovostjo oceniti

9. Naj bo c realno število. Rešitev (x,y) sistema enačb $x-y=2$, $cx+y=3$ leži v prvem kvadrantu natanko tedaj, ko je:

(A) $c=-1$ **(B)** $c>-1$ **(C)** $c<\frac{3}{2}$ **(D)** $0<c<\frac{3}{2}$ **(E)** $-1<c<\frac{3}{2}$

10. Večkrat tekom dneva da direktor na tajničino mizo pismo, ki ga kasneje tajnica pretipka. Pisma zlaga na kupček tako, da novo pismo postavi na vrh. Ko najde tajnica čas, vzame vedno pismo z vrha in ga pretipka. Denimo, da je nekega dne direktor postavil na mizo pet pisem in sicer po vrsti pisma 1, 2, 3, 4 in 5. Kateri od naštetih vrstnih redov **ne** more biti red, po katerem je tajnica pisma pretipkala?

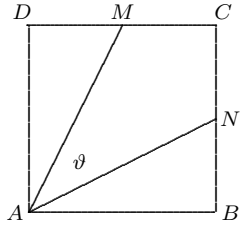
(A) 12345 **(B)** 24351 **(C)** 32415 **(D)** 45231 **(E)** 54321

11. Izmed 45 učencev jih ima 27 kolo, 22 pa kotalke. Trije med njimi nimajo ne kolesa ne kotalk. Koliko učencev ima oboje, kolo in kotalke?

(A) 1 **(B)** 4 **(C)** 7 **(D)** 15 **(E)** 20

12. Točki M in N sta središči stranic CD in BC kvadrata $ABCD$. Vrednost $\sin\vartheta$ je:

(A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ **(B)** $\frac{3}{5}$ **(C)** $\frac{\sqrt{10}}{5}$
(D) $\frac{4}{5}$ **(E)** nobena od naštetih



13. Če je (x, y) rešitev sistema enačb $xy = 6$ in $x^2y + xy^2 + x + y = 63$, je $x^2 + y^2$ enako:

(A) 13 **(B)** $\frac{1173}{32}$ **(C)** 55 **(D)** 69 **(E)** 81

14. Premici z enačbama $px + 3y = 15$ in $6x + qy = 30$ gresta skozi točko $(4, -3)$. Vsota $p + q$ je enaka:

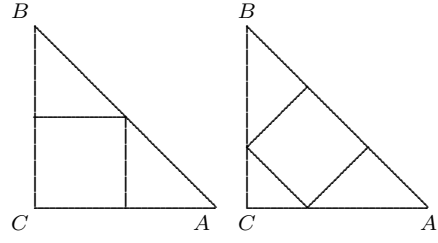
(A) -2 **(B)** 4 **(C)** $-\frac{1}{2}$ **(D)** 6 **(E)** 8

15. Vsota kvadratov dolžin vseh štirih stranic pravokotnika je 18. Dolžina diagonale tega pravokotnika je:

(A) $\sqrt{18}$ **(B)** 3 **(C)** 9 **(D)** 81 **(E)** $\frac{9}{2}$

16. V enakokrak pravokoten trikotnik lahko včrtamo kvadrat na dva načina. Če to naredimo kot na levi sliki, ugotovimo, da je ploščina kvadrata $441\ \mathrm{cm}^2$. Če v isti trikotnik včrtamo kvadrat, kot kaže desna slika, ima kvadrat ploščino (v cm^2):

(A) 378 **(B)** 392 **(C)** 400
(D) 441 **(E)** 484



17. Polico napolnemo, če nanjo postavimo a matematičnih knjig (vse enake debeline) in b fizikalnih knjig (vse enake debeline, toda debelejše od matematičnih). Polica bo polna tudi, če nanjo postavimo c matematičnih in d fizikalnih knjig. Z e matematičnimi knjigami prav tako napolnemo polico. Vemo, da so a, b, c, d in e med seboj različna naravna števila. Število e izrazimo:

$$\textbf{(A)}\ \tfrac{ad+bc}{b+d} \qquad \textbf{(B)}\ \tfrac{ad^2+b^2c}{b^2+d^2} \qquad \textbf{(C)}\ \tfrac{ab-cd}{d-b} \qquad \textbf{(D)}\ \tfrac{ad-bc}{d-b} \qquad \textbf{(E)}\ \tfrac{ad^2-b^2c}{b^2-d^2}$$

18. Katera od vrednosti je najbližja številu $\sqrt{65}-\sqrt{63}$?

$$\textbf{(A)}\ 0.12 \qquad \textbf{(B)}\ 0.13 \qquad \textbf{(C)}\ 0.14 \qquad \textbf{(D)}\ 0.15 \qquad \textbf{(E)}\ 0.16$$

19. Število 27572 je *povratnica* (palindrom), saj dobimo isto, če števke zapišemo v obratnem vrstnem redu. Vsota števk največje petmestne povratnice, ki je deljiva s 6, je:

$$\textbf{(A)}\ 19 \qquad \textbf{(B)}\ 39 \qquad \textbf{(C)}\ 42 \qquad \textbf{(D)}\ 43 \qquad \textbf{(E)}\ 45$$

20. Žoga je plavala na vodi, nato pa je voda zamrznila. Ko smo žogo odstranili (ne da bi poškodovali led), smo ugotovili, da je v ledu ostala luknja, ki je imela premer $24\ \mathrm{cm}$ in je bila globoka $8\ \mathrm{cm}$. Kolikšen je bil polmer žoge (v centimetrih)?

$$\textbf{(A)}\ 8 \qquad \textbf{(B)}\ 12 \qquad \textbf{(C)}\ 13 \qquad \textbf{(D)}\ 8\sqrt{3} \qquad \textbf{(E)}\ 6\sqrt{6}$$

21. Če velja $xy = \frac{x}{y} = x - y$ in $y \neq 0$, potem je vsota $x + y$ enaka:

$$\textbf{(A)}\ \tfrac{1}{2} \qquad \textbf{(B)}\ -\tfrac{1}{2} \qquad \textbf{(C)}\ 0 \qquad \textbf{(D)}\ -\tfrac{3}{2} \qquad \textbf{(E)}\ \tfrac{3}{2}$$

22. Če je p praštevilo in sta oba korena enačbe $x^2 + px - 444p = 0$ celi števili, potem je:

$$\textbf{(A)}\ 1 < p \leq 11 \qquad \textbf{(B)}\ 11 < p \leq 21 \qquad \textbf{(C)}\ 21 < p \leq 31 \qquad \textbf{(D)}\ 31 < p \leq 41$$
$$\textbf{(E)}\ 41 < p \leq 51$$

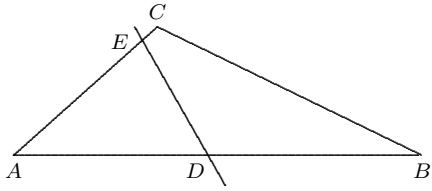
23. Nekega dne je bilo število zaposlenih v podjetju enako popolnemu kvadratu. Ko so nato zaposlili še 100 ljudi, je bilo skupno število zaposlenih za ena večje od popolnega kvadrata. Kasneje se je število zaposlenih še enkrat povečalo za 100 in je bilo skupno število zaposlenih spet popolni kvadrat. Prvotno število zaposlenih je bilo enako večkratniku števila:

$$\textbf{(A)}\ 5 \qquad \textbf{(B)}\ 7 \qquad \textbf{(C)}\ 9 \qquad \textbf{(D)}\ 11 \qquad \textbf{(E)}\ 13$$

24. Naj bodo a, b, c, d realna števila. Vsi koreni enačbe $z^4 + az^3 + bz^2 + cz + d = 0$ so kompleksni in ležijo na krogu enote v kompleksni ravnini. Vsota recipročnih vrednosti korenov je nujno enaka:

$$\textbf{(A)}\ a \qquad \textbf{(B)}\ b \qquad \textbf{(C)}\ c \qquad \textbf{(D)}\ -a \qquad \textbf{(E)}\ -b$$

25. Dan je trikotnik ABC s kotoma $\sphericalangle BAC = 45°$ in $\sphericalangle ABC = 30°$. Skozi točko D na stranici AB postavimo premico, ki deli trikotnik na ploščinsko enaka dela. Če je E točka, v kateri premica seka eno od stranic AC oziroma BC, potem vemo, da je $\sphericalangle ADE = 60°$. ravno stranico AC). Razmerje $\frac{|AD|}{|AB|}$ je enako:



(A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **(B)** $\frac{2}{2+\sqrt{2}}$ **(C)** $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **(Č)** $\frac{1}{\sqrt[3]{6}}$ **(D)** $\frac{1}{\sqrt[4]{12}}$

Rešitve za 1. letnik:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
E	D	A	B	A	C	A	B	C	E	A	A	E	C	A	D	B	D	A	D	C	E	B	E	D

Rešitve za 2. letnik:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	E	E	A	C	A	A	B	C	C	D	E	B	D	D	B	A	A	D	E	D	B	E	E	A

Rešitve za 3. letnik:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	C	B	E	C	D	C	E	D	C	D	E	B	B	D	D	B	C	C	D	D	B	E	A

Rešitve za 4. letnik:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	C	E	A	E	B	C	E	D	C	B	D	B	B	B	D	B	C	C	D	D	B	D	E

Darjo Felda

Potapljanje ladjic

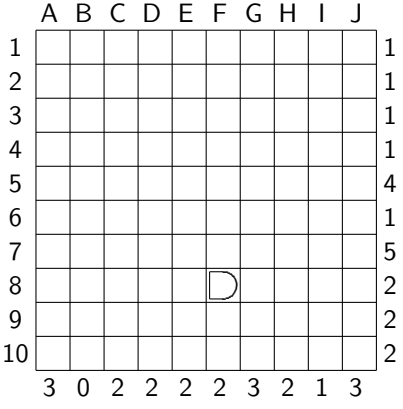
Vsako polje predstavlja del oceana, v katerem se skriva ladjevje. Ladjevje sestavlja ena bojna ladja (dolga je štiri polja), dve križarki (obe sta dolgi po tri polja), trije rušilci (vsak od njih je dolg dve polji) in štiri podmornice (vsaka po eno polje). Ladje so lahko usmerjene vodoravno ali navpično. Nobeni dve ladji ne zasedata sosednjih polj, niti po diagonali. Števke ob desni in spodnji strani povedo, koliko polj v posamezni vrstici oziroma stolpcu zaseda ladjevje. Tvoja naloga je, da odkriješ, kje se skriva ladjevje. V pomoč je že vrisan del ladjevja.

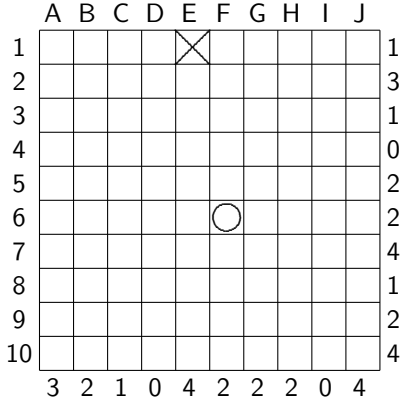
☒ voda

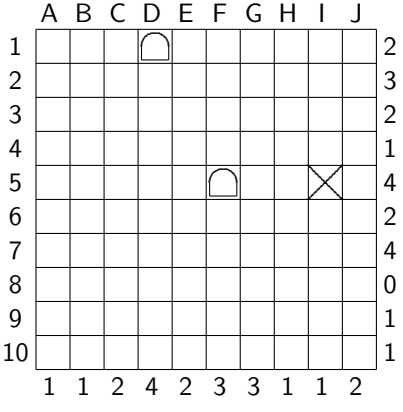
□ središče ladje (ki se nadaljuje bodisi levo in desno bodisi gor in dol

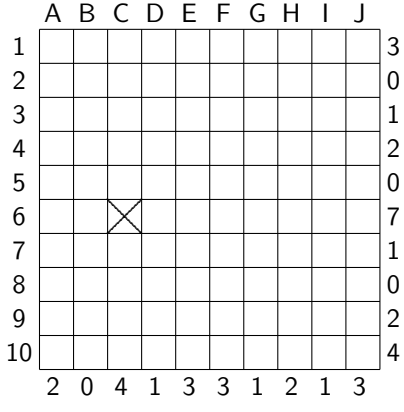
○ podmornica

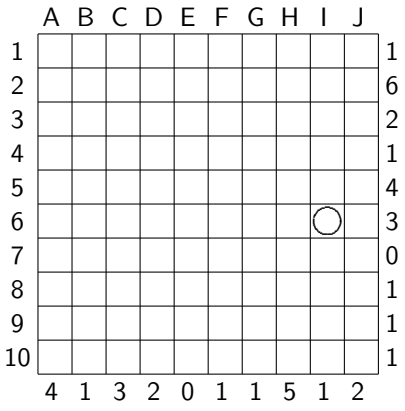
⊐ konec ladje (ki se nadaljuje ob ravni strani)

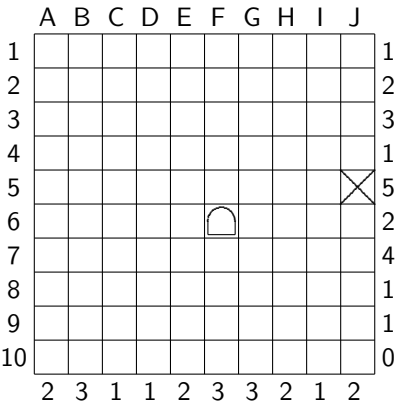






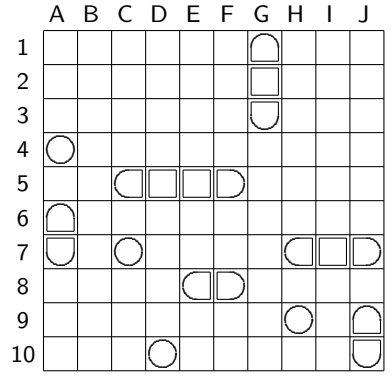



A B C D E F G H I J
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
1 6 2 1 4 3 0 1 1 1
4 1 3 2 0 1 1 5 1 2

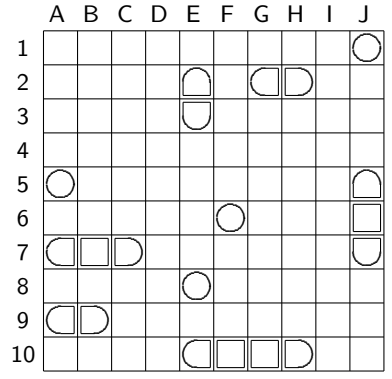

A B C D E F G H I J
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
1 2 3 1 5 2 4 1 1 0
2 3 1 1 2 3 3 2 1 2

Rešitve

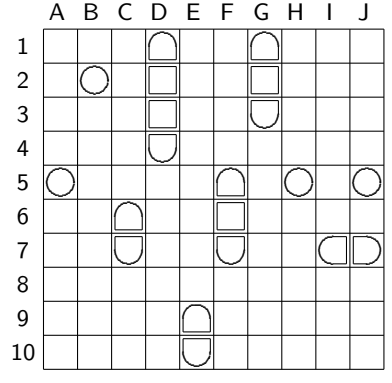
Na $E8$ in $F8$ se nahaja rušilec. V vrsti 7 imamo le še pet prostih mest, na vseh mora biti ladjevje: na $H7$, $I7$ in $J7$ se nahaja križarka, dela ladjevja pa sta še na $A7$ in $C7$. Ker je bojna ladja v vrstici 5, je na polju $A5$ voda, zato v stolpcu A ni križarke; torej je v stolpcu G. Če bi bilo polje $G4$ del križarke, ne bi bilo dovolj prostora za bojno ladjo v vrsti 5, zato je križarka na poljih $G1$, $G2$ in $G3$. Torej je bojna ladja na poljih $C5$, $D5$, $E5$ in $F5$. Od tod sledi, da je na $C7$ podmornica in na $A6$ in $A7$ rušilec. Edini preostali rušilec je lahko le na $J9$ in $J10$. Preostale tri podmornice se tako nahajajo na $A4$, $D10$ in $H9$.

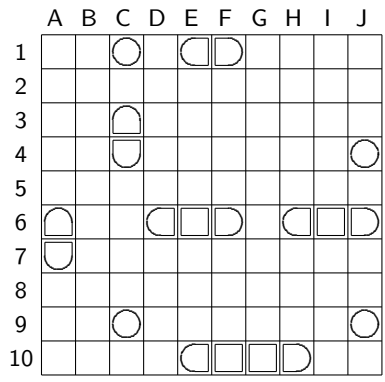


Bojna ladja je lahko v stolpcu J ali vrstici 10. Če bi bila bojna ladja v stolpcu J, bi v vsakem primeru zasedala polji $J7$ in $J8$. Torej bi imeli v stolpcu E dva rušilca. Križarki bi tako lahko bili na $A5$, $A6$ in $A7$ ali $A7$, $B7$ in $C7$ ali $A10$, $B10$ in $C10$. Če bi bila križarka v stolpcu A, ne bi bilo mogoče postaviti druge križarke. Torej bi morali biti križarki v vrsti 7 in vrsti 10, kar pa ni možno, saj je v stolpcu C le en del ladjevja. Od tod sklepamo, da je bojna ladja na $E10$, $F10$, $G10$ in $H10$. Potem je na $E2$ in $E3$ rušilec in na $E8$ podmornica. Križarki sta tako lahko v stolpcu A, stolpcu J ali vrstici 7. Če je križarka v vrstici 7, druga ne more biti v stolpcu A in obratno, zato je ena križarka v stolpcu J, torej na $J5$, $J6$ in $J7$. Tako je druga križarka na $A7$, $B7$ in $C7$. Preostala dva rušilca sta lahko v vrstici 9 in vrstici 2 (tu imamo dve možnosti). Ker ne moreta biti dva rušilca v vrstici 2, se eden nahaja na $A9$ in $B9$ in tako se tretji nahaja na $G2$ in $H2$. Preostali dve podmornici se nahajata na $A5$ in $J1$.

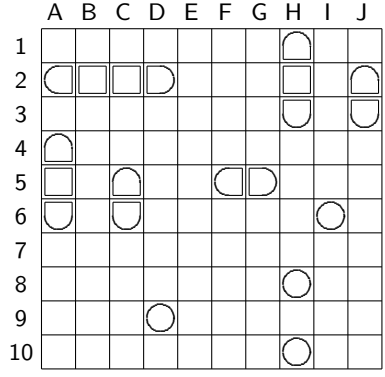


Ker so polja od $E1$ do $E7$ sosednja ladjama z začetkoma na $D1$ oziroma na $F5$, se na teh poljih nahaja voda. Torej je na $E9$ in $E10$ rušilec. Torej je na $G1$, $G2$ in $G3$ križarka in zato na $F5$, $F6$ in $F7$ druga križarka. Od tod sledi, da je bojna ladja na $D1$, $D2$, $D3$ in $D4$ in zato je na $C6$ in $C7$ rušilec. V vrstici 5 so le še tri prosta polja ($A5$, $H5$ in $J5$), zato se na teh poljih nahajajo podmornice. Zadnja podmornica je na $B2$, rušilec pa na $I7$ in $J7$.

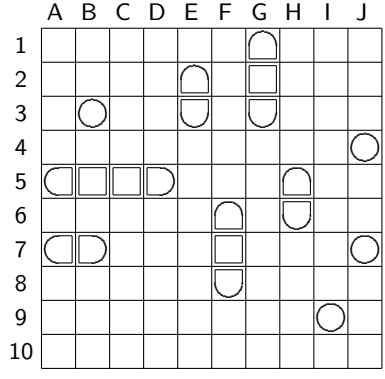




Razen polj $B6$ in $C6$ je v vrstici 6 le še eno polje, zasedeno z vodo, zato je na poljih $A6$, $D6$, $E6$, $I6$ in $J6$ ladjevje. Torej imamo v vrstici 6 (poleg ladje na $A6$) dve križarki ali pa bojno ladjo in rušilca. Če bi bila bojna ladja v vrstici 6, bi se nahajala tudi na polju $G6$, torej bi bila na poljih $G1$ in $G10$ voda in tako ne bi bilo prostora za križarki. Torej se v vrstici 6 nahajata dve križarki. Od tod sledi, da je na $A6$ in $A7$ rušilec in na $E10$, $F10$, $G10$ in $H10$ bojna ladja. V stolpcu C se nahajajo na $C1$ in $C9$ podmornici in na $C3$ in $C4$ rušilec. Tretji rušilec je na $E1$ in $F1$, podmornici pa na $J4$ in $J9$.



Če bi bila v vrstici 5 bojna ladja ali križarka, bi bila na poljih $A6$, $B6$, $C6$ in $D6$ voda in zato na $F6$ in $G6$ rušilec. Torej bi bila na poljih $B2$, $F2$ in $G2$ voda, kar ni možno, saj je v vrstici 6 kar 6 delov ladjevja. Če bi le eno izmed polj $A5$, $B5$, $C5$ in $D5$ vsebovalo vodo, bi to bilo možno le, če bi se na teh poljih nahajal rušilec in še en del ladjevja. V tem primeru bi bilo vsaj eno od polj $F6$ in $G6$ zasedeno z ladjevjem, ker pa je ladjevje tudi na $F5$ ali $G5$ in je v stolpcih F in G le en del ladjevja, to ni možno. Torej se vsaj na dveh poljih $A5$, $B5$, $C5$ in $D5$ nahaja voda in zato je na $F5$ in $G5$ rušilec. Bojna ladja je tako na $A2$, $B2$, $C2$ in $D2$ in tudi polji $H2$ in $J2$ sta zasedeni z ladjevjem. V vrstici 2 sta le še dve prosti polji, zato se na obeh nahaja del ladjevja. Torej je na $J2$ in $J3$ rušilec (v stolpcu J sta le dva kosa ladjevja) in na $H1$, $H2$ in $H3$ križarka. Druga križarka je tako na $A4$, $A5$ in $A6$. Na enem izmed polj $C5$ in $D5$ je ladjevje, tudi na enem izmed polj $C6$ in $D6$ je ladjevje. To je možno le tako, da se na $C5$ in $C6$ nahaja rušilec. Preostale tri podmornice se nahajajo na poljih $H8$, $H10$ in $E9$.



Ker je na $F7$ del ladjevja, je bojna ladja v vrstici 5. Torej je bojna ladja na $A5$, $B5$, $C5$ in $D5$. Če bi bila križarka v vrstici 7, bi bil v vrstici 6 le en del ladjevja. Torej se križarki nahajata v vrstici 3, stolpcu F ali v stolpcu G. Če je križarka v stolpcu G, druga ne more biti v vrstici 3 in obratno, zato se ena križarka nahaja v stolpcu F; torej na poljih $F6$, $F7$ in $F8$. Če bi se na polju $I7$ nahajala ladja, bi bil v vrstici 6 le en del ladjevja, zato se na $I7$ nahaja voda. Podobno ugotovimo, da se na poljih $I6$, $I5$ in $I4$ nahaja voda. Torej je na $H5$ ladjevje in zato na $G4$ voda. Ker so v stolpcu G prosta le š polja $G1$, $G2$ in $G3$, se tu nahaja druga križarka. V stolpcu $E4$ sta prosti le še polji $E2$ in $E3$ tu se nahaja rušilec. Edino polje z ladjevjem v vrstici 4 je tako $J4$, zato je na $I3$ voda; torej je na $I9$ podmornica. Tri polja z vodo v stolpcu B so: $B3$, $B5$ in $B7$. Tako imamo v vrstici 3 že tri polja z ladjevjem, zato sta polji $A3$ in $J3$ zasedeni z vodo; na $B3$ in $J3$ sta podmornici, na $A7$ in $B7$ pa rušilec. Edini preostali rušilec je tako na $H5$ in $H6$, podmornica pa na $J7$.

Aleš Vavpetič

Angleške naloge za srednješolce

Čas reševanja 90 minut

Točkovanje:
naloge 1 – 10: po 3 točke naloge 11 – 20: po 4 točke naloge 21 – 30: po 5 točk

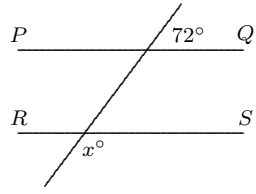
Questions

1. $(5x+2y)-(2x-5y)$ equals

(A) $3x+3y$ **(B)** $3x-3y$ **(C)** $3x-7y$ **(D)** $2x+3y$ **(E)** $3x+7y$

2. In the diagram PQ is parallel to RS. The value of x is

(A) 144 **(B)** 128 **(C)** 72 **(D)** 118 **(E)** 108



3. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ equals

(A) $\frac{3}{a+b+c}$ **(B)** $\frac{a+b+c}{abc}$ **(C)** $\frac{3(a+b+c)}{abc}$ **(D)** $\frac{ab+bc+ca}{abc}$ **(E)** $\frac{3}{abc}$

4. If $R=S=3.2$, then the value of $\frac{1}{R}+\frac{1}{S}$ is

(A) $\frac{25}{16}$ **(B)** $\frac{5}{2}$ **(C)** $\frac{5}{4}$ **(D)** $\frac{5}{8}$ **(E)** $\frac{5}{16}$

5. In 1987 the toll for a motor cycle on the Sydney Harbour Bridge rose from 5 cents to \$ 1. The percentage by which this toll increased was

(A) 95 **(B)** 20 **(C)** 100 **(D)** 1900 **(E)** 2000

6. The value of $\dfrac{1001^2-999^2}{101^2-99^2}$ is

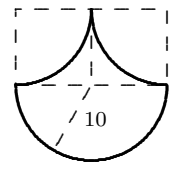
(A) 1 **(B)** 10 **(C)** 20 **(D)** 40 **(E)** 100

7. If $R=2+\sqrt{\frac{T}{G}}$ then T equals

(A) $(\frac{R-2}{G})^2$ **(B)** $G(R-2)^2$ **(C)** GR^2-4 **(D)** $G(R^2-4)$ **(E)** $4(R^2-G)$

8. A region is bounded by two quarter-circles and one semi-circle of a circle of radius 10 cm as shown in the figure. Its area, in square centimetres, is

(A) 100 **(B)** 200 **(C)** 100π **(D)** $50\pi+40$ **(E)** $40\pi+50$



9. The point $(-2, 4)$ is the mid-point of the line segment PQ where P is the point $(2, -2)$. The co-ordinates of Q are

(A) $(0, 1)$ **(B)** $(-6, 6)$ **(C)** $(6, -6)$ **(D)** $(-2, 6)$ **(E)** $(-6, 10)$

10. If $8^{2x} = 16^{1-2x}$ then x equals

(A) 4 **(B)** $\frac{1}{3}$ **(C)** $\frac{2}{7}$ **(D)** $\frac{8}{7}$ **(E)** -2

11. Students in a group dancing class are spaced evenly around a circle and are then counted off consecutively from number 1. Student 20 is directly opposite student 53. How many students are there in the group?

(A) 60 **(B)** 62 **(C)** 64 **(D)** 66 **(E)** 68

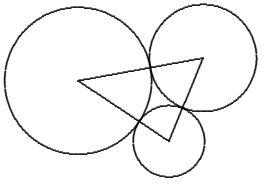
12. Amos the goat is tied by a rope to a corner of a rectangular shed as shown. the shed is 9 metres long and 7 metres wide and the rope is 10 metres long. The shed is surrounded by grass. The area, in square metres, that goat can graze upon is

(A) $\frac{155\pi}{2}$ **(B)** $\frac{229\pi}{4}$ **(C)** 75π **(D)** $160 + \frac{5\pi}{2}$ **(E)** $\frac{309\pi}{4}$

13. The expression $\frac{k}{3}(k+1)(k+2) + (k+1)(k+2)$ is equal to

(A) $\frac{(k+1)(k+3)(k+4)}{6}$ **(B)** $\frac{k(k+1)(k+2)}{3}$ **(C)** $\frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$ **(D)** $\frac{2k}{3}(k+1)(k+2)$ **(E)** $\frac{(k+1)(2k+1)(3k+2)}{4}$

14. In the diagram, the lenghts of the triangle are 8, 9 and 13 cm. The centres of the circles are at the vertices of the triangle, and the circles just touch. The radius, in centimetres, of the largest circle is



(A) 6 **(B)** 6.5 **(C)** 7 **(D)** 7.5 **(E)** 8

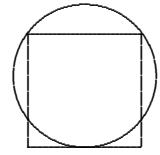
15. The numbers a, b, c and d are chosen so that the cube root of abc is 4, and the fourth root of $abcd$ is $2\sqrt{10}$. The value of d is

(A) 25 **(B)** 100 **(C)** 2500 **(D)** 320 **(E)** 5

16. If $n \neq 0$, then the expression $\sqrt[n]{\dfrac{20}{2^{2n+4}+2^{2n+2}}}$ equals

(A) $\frac{1}{2}\sqrt[n]{5}$ **(B)** $\frac{4}{n}$ **(C)** $\sqrt[n]{\frac{5}{2}}$ **(D)** $\frac{1}{4}$ **(E)** $\frac{1}{4}\sqrt[n]{\frac{5}{2}}$

17. In the diagram, the square has two of its vertices on the circle and the other two lie on a tangent to the circle. The ratio of the area of the square to the area of the circle is



(A) $5\pi : 8$ **(B)** $64 : 25\pi$ **(C)** $8 : 5\pi$ **(D)** $5 : 3\pi$ **(E)** $25 : 9\pi$

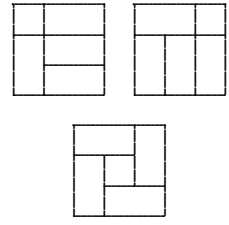
18. Given that $\tan(x+y) = \dfrac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$ for all x and y, and that $\tan p + \tan q + 1 = \cot p + \cot q = 6$ then $\tan(p+q)$ equals

(A) 15 **(B)** $\frac{6}{5}$ **(C)** $\frac{5}{6}$ **(D)** 5 **(E)** 30

19. A fruit drink manufacturer has a mixture of 100 kilolitres containing w % of pure orange juice. By adding x kilolitres of mixture containing y % of pure orange juice he wishes to produce a mixture of z % of pure orange juice. The value of x is given by

(A) $\frac{100(100z-w)}{y}$ **(B)** $\frac{100(100z-w)}{y+100z}$ **(C)** $\frac{10000z}{y+100w}$ **(D)** $\frac{100(z-w)}{y-z}$ **(E)** $\frac{z-w}{100(y-z)}$

20. How many ways are there of dividing a 3×3 square into one 1×1 square and four 2×1 rectangles? (Three ways are shown.)

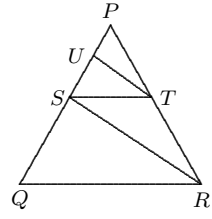


(A) 6 **(B)** 12 **(C)** 16 **(D)** 17 **(E)** 18

21. The remainder when $1 + x^2 + x^{100}$ is divided by $x^2 - 1$ is

(A) -1 **(B)** 3 **(C)** 1 **(D)** -3 **(E)** 5

22. In the diagram, $ST \parallel QR$ and $UT \parallel SR$. If $PU = 4$ and $US = 6$, then the length of SQ is



(A) 10 **(B)** $7\frac{1}{2}$ **(C)** 15 **(D)** 12 **(E)** 9

23. Three different sides of a regular polygon of 8 sides are chosen at random. If these sides are extended, the probability that they will form a triangle containing the polygon is

$$\textbf{(A)}\ \tfrac{1}{3} \qquad \textbf{(B)}\ \tfrac{1}{4} \qquad \textbf{(C)}\ \tfrac{3}{4} \qquad \textbf{(D)}\ \tfrac{1}{6} \qquad \textbf{(E)}\ \tfrac{1}{7}$$

24. An almost empty bobbin is pulled along a flat surface by a thread which is wrapped around it, as shown in the diagram. The diameter of the inner reel is $5\ \mathrm{cm}$ and that of the outer wheels is $10\ \mathrm{cm}$. Assuming no slipping or sliding, how far, in centimetres, has the bobbin moved when the end of the thread has moved $12\ \mathrm{cm}$?

$$\textbf{(A)}\ 8 \qquad \textbf{(B)}\ 6 \qquad \textbf{(C)}\ 24 \qquad \textbf{(D)}\ 12 \qquad \textbf{(E)}\ 18$$

25. In my town some of the animals are really strange. Ten percent of the dogs think they are cats and ten percent of the cats think they are dogs. All the other cats and dogs are perfectly normal. One day I tested all the cats and dogs in the town and found that 20 % of them thought they were cats. What percentage of them really were cats?

$$\textbf{(A)}\ 12.5 \qquad \textbf{(B)}\ 18 \qquad \textbf{(C)}\ 20 \qquad \textbf{(D)}\ 22 \qquad \textbf{(E)}\ 22.5$$

26. If $||x-2|-1| = a$, where a is a constant integer, has exactly 3 distinct roots, then a equals

$$\textbf{(A)}\ 0 \qquad \textbf{(B)}\ 1 \qquad \textbf{(C)}\ 2 \qquad \textbf{(D)}\ 3 \qquad \textbf{(E)}\ 4$$

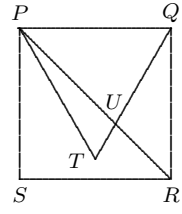
27. If $x > 0$ and $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$, then $x^5 + \frac{1}{x^5}$ equals

$$\textbf{(A)}\ 55 \qquad \textbf{(B)}\ 63 \qquad \textbf{(C)}\ 123 \qquad \textbf{(D)}\ 140 \qquad \textbf{(E)}\ 145$$

28. A radio ham places an aerial mast where it gives the best reception on his rectangular garage roof. He then fixes wire supports from the top of the mast to each corner of the roof. The lengths of two opposite supports are 7 metres and 4 metres and the length of one of the others is 1 metre. What is the length, in metres, of the remaining support?

$$\textbf{(A)}\ 8 \qquad \textbf{(B)}\ 9 \qquad \textbf{(C)}\ 10 \qquad \textbf{(D)}\ 11 \qquad \textbf{(E)}\ 12$$

29. The diagram shows square $PQRS$ with sides of unit length. Triangle PQT is equilateral. What is the area of triangle UQR?



$$\textbf{(A)}\ \frac{\sqrt{3}-1}{2} \qquad \textbf{(B)}\ \sqrt{2}+1 \qquad \textbf{(C)}\ \frac{\sqrt{3}-1}{4}$$
$$\textbf{(D)}\ \frac{\sqrt{2}-1}{2} \qquad \textbf{(E)}\ \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

30. Two forgetful friends agree to meet in a coffee shop one afternoon but each has forgotten the agreed time. Each remembers that the time was somewhere between 2 pm and 5 pm. Each decides to go to the coffee shop at a random time between 2 pm and 5 pm, wait half an hour, and leave if the other doesn't arrive. What is the probability they meet?

(A) $\frac{11}{36}$ **(B)** $\frac{1}{3}$ **(C)** $\frac{1}{6}$ **(D)** $\frac{25}{36}$ **(E)** $\frac{1}{36}$

Answers

1. e	2. e	3. d	4. d	5. d	6. b	7. b	8. b	9. e	10. c
11. d	12. a	13. c	14. c	15. a	16. d	17. b	18. e	19. d	20. e
21. b	22. c	23. e	24. a	25. a	26. b	27. c	28. a	29. c	30. a

Angleške naloge za osnovnošolce

(Točkovanje: nal. 1 – 10: po 3 točke, nal. 11 – 20: po 4 točke, nal. 21 – 30: po 5 točk)

1. 0.3×2 equals

(A) 0.15 **(B)** 0.06 **(C)** 0.6 **(D)** 0.32 **(E)** 0.9

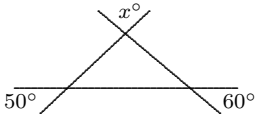
2. $(0.01)^2$ equals

(A) 0.1 **(B)** 0.01 **(C)** 0.001 **(D)** 0.0001 **(E)** 0.0003

3. The value of $\frac{0.75}{15}$ is

(A) 5 **(B)** 0.5 **(C)** 0.05 **(D)** 0.005 **(E)** 0.0005

4. In the diagram, x equals



(A) 50 **(B)** 60 **(C)** 70 **(D)** 110 **(E)** 65

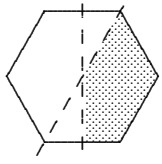
5. The average of the numbers 0.1, 0.11, and 0.111 is

(A) 0.041 **(B)** 0.107 **(C)** 0.11 **(D)** 0.1111 **(E)** 0.17

6. If $a = 0.6$, $b = 1.2$ and $c = 0.4$ then the value of $\frac{ab}{c}$ is

(A) 1.8 **(B)** 18 **(C)** 0.18 **(D)** 0.018 **(E)** 180

7. Each of the dashed lines drawn on this regular hexagon is an axis of symmetry. The fraction of the hexagon which is shaded is

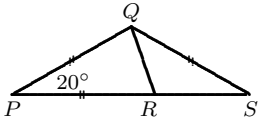


(A) $\frac{5}{12}$ **(B)** $\frac{7}{24}$ **(C)** $\frac{11}{24}$ **(D)** $\frac{1}{3}$ **(E)** $\frac{3}{8}$

8. Which of the following numbers is the smallest?

(A) $\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{2}{5}$ **(C)** $\frac{2}{7}$ **(D)** $\frac{3}{10}$ **(E)** $\frac{3}{11}$

9. In the diagram $PQ = PR = QS$ and $\sphericalangle QPR = 20°$. The size of $\sphericalangle RQS$, in degrees, is



(A) 20 **(B)** 40 **(C)** 60 **(D)** 80 **(E)** 100

10. My children are aged six, eight and ten years. Between them they received \$ 12 pocket money each week, proportional to their ages. How much money does the eldest receive per week?

(A) \$ 3 **(B)** \$ 4 **(C)** \$ 5 **(D)** \$ 6 **(E)** \$ 10

11. Two fractions are equaly spaced between $\frac{1}{4}$ and $\frac{2}{3}$. The smaller of the two is

(A) $\frac{13}{24}$ **(B)** $\frac{7}{18}$ **(C)** $\frac{29}{36}$ **(D)** $\frac{5}{12}$ **(E)** $\frac{1}{3}$

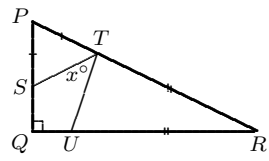
12. The difference between the squares of two consecutive positive integers is d. The smaller of these integers can be represented by

(A) $d-1$ **(B)** $\frac{d-1}{2}$ **(C)** $\frac{d+1}{2}$ **(D)** $\frac{d}{2}$ **(E)** $(d-1)^2$

13. A normal duck has two legs. A lame duck has one leg. A sitting duck has no legs. There are 33 ducks with a total of 32 legs. The total number of normal ducks and lame ducks is twice the number of sittind ducks. The number of lame ducks is

(A) 9 **(B)** 10 **(C)** 11 **(D)** 12 **(E)** 13

14. Triangle PQR is right angled at Q and triangles PST and RTU are isosceles as shown. If $\sphericalangle STU$ measures x° then the value of x is



(A) 30 **(B)** 45 **(C)** 50 **(D)** 55 **(E)** 60

15. What is the minimum number of circular discs of the same size required to completely cover another disc of the same size so that any disc may touch, but not overlap, the centre of the covered disc when viewed from above?

(A) 6 **(B)** 4 **(C)** 3 **(D)** 2 **(E)** 5

16. A builder needs 10000 bricks to finish a job. He is sure from long experience that no more than 7 % of a load of bricks is broken on delivery. If bricks are sold only in lots of 100, what is the minimum number of bricks he should order to be sure of having enough to finish the job?

(A) 10900 **(B)** 10600 **(C)** 10500 **(D)** 10700 **(E)** 10800

17. The diagram shown a 5 by 5 table. The top row contains the symbols P, Q, R, S and T. The forth row contains the symbols P, Q and R at the centre. The remaining squares can be filled with P's, Q's, R's, S's and T's such that no row, column or diagonal contains the same symbol more than once. The symbol that must go into the shaded square is

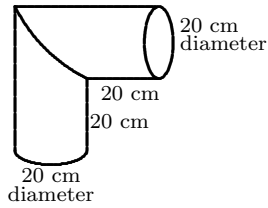
P	Q	R	S	T
	P	Q	R	

(A) P **(B)** Q **(C)** R **(D)** S **(E)** T

18. To a Teddy Bears' Picnic each child present brought two teddy bears and there were no more teddy bears in attendance. Later, a spot check found that 32 children had lost one or both of their teddy bears, and 56 teddy bears were lying around with no owners. The number of children that lost exactly one teddy bear was

(A) 8 **(B)** 12 **(C)** 16 **(D)** 20 **(E)** 24

19. A hollow pipe has a right angled join in it as shown. Its ends are open. The dimensions are as shown. Its outside surface area, in square centimetres, is



(A) 1200π **(B)** 800π **(C)** 6000π **(D)** 4000π **(E)** 600π

20. If $a^2 = a + 2$, then a^3 equals

(A) $a + 4$ **(B)** $2a + 8$ **(C)** $3a + 2$ **(D)** $4a + 8$ **(E)** $27a + 8$

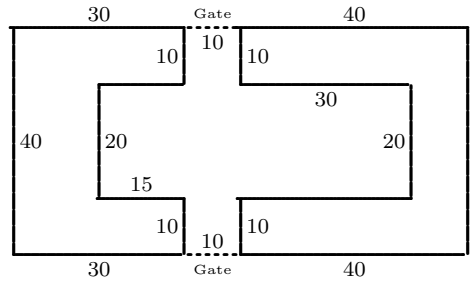
21. A floor tile has the shape of a regular polygon. If the tile is removed from the floor and rotated through 50° it will fit back exactly into its original place in the floor. The least number of sides that the polygon can have is

(A) 8 **(B)** 24 **(C)** 25 **(D)** 30 **(E)** 36

22. The ferry takes 33 minutes to travel from Manly wharf to Circular Quay while the hydrofoil takes 15 minutes to cover the same journey. If on a certain day the ferry leaves Manly at $12:05$ pm, the time when the hydrofoil overtakes the ferry is

(A) $12:11$ pm **(B)** $12:12$ pm **(C)** $12:13$ pm **(D)** $12:14$ pm **(E)** $12:15$ pm

23. Here is the plan of a building which has a courtyard with two entrance gates. Passers-by can look through the gates but may not enter. Dimensions of the building are given in metres, and all corners are right angles. What is the area, in square metres, of that part of the courtyard which cannot be seen by passers-by?

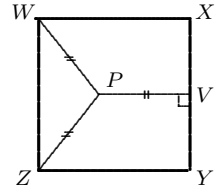


(A) 250 **(B)** 200 **(C)** 300 **(D)** 400 **(E)** 325

24. Let $n = 33\ldots3$, consisting of 100 3's. Let N be the least number containing only 4's, such that N is divisible by n. Then N consists of x 4's, where x equals

(A) 180 **(B)** 240 **(C)** 150 **(D)** 400 **(E)** 300

25. $WXYZ$ is a square with $PV \perp XY$. If $PW = PZ = PV = 10$ cm, then the area of $WXYZ$, in square centimetres, is



(A) 225 **(B)** 232 **(C)** 248 **(D)** 256 **(E)** 324

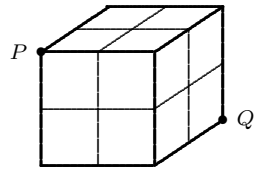
26. On my car, a particular brand of tyre lasts 40000 kilometres on a front wheel or 60000 kilometres on a rear wheel. By interchanging the front and rear tyres, the greatest distance, in kilometres, I can get from a set of four of these tyres is

(A) 52000 **(B)** 50000 **(C)** 48000 **(D)** 40000 **(E)** 44000

27. We start with a finite sequence S_0 and generate a new sequence S_1 by replacing each term of S_0 by the number of times it appears in S_0. Thus if $S_0 = (1, 2, 3, 1, 2)$, we have $S_1 = (2, 2, 1, 2, 2)$. Any sequence could appear as S_0. Which of the following sequences could appear as S_1?

(A) $(1, 1, 2, 2, 2)$ **(B)** $(1, 1, 1, 2, 2)$ **(C)** $(1, 1, 2, 2, 3)$ **(D)** $(1, 3, 3, 3, 3)$ **(E)** $(2, 2, 2, 3, 3)$

28. Each face of a solid cube is divided into four as indicated in the diagram. Starting from vertex P, paths can be travelled to vertex Q along connected line segments. If each movement along the path takes one closer to Q, the number of possible paths from P to Q is



(A) 46 **(B)** 90 **(C)** 36 **(D)** 54 **(E)** 60

29. The numbers p, q, r, s and t are consecutive positive integers, arranged in increasing order. If $p + q + r + s + t$ is a perfect cube and $q + r + s$ is a perfect square, then the smallest possible value of r is

(A) 75 **(B)** 288 **(C)** 225 **(D)** 675 **(E)** 725

30. Around the circumference of a circle, mark 21 points, equally spaced, and label them 0, 1, ..., 20 in cyclic order. Colour n of these points red so that no two pairs of red points are the same distance apart. Then n can be at most

(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 5 **(E)** 6

Glossary

equals	je enako	regular hexagon	pravilni šestkotnik
value	vrednost	axis of symmetry	somernica
average	povprečje	equaly spaced	enako oddaljeno
square	kvadrat	consecutive positive integers	zaporedna nar. št.
in degrees	v stopinjah	right angled	s pravim kotom
face	stranica	outside surface area	zunanja površina
solid cube	kocka	regular polygon	pravilen mnogokotnik
vertex	oglišče	finite sequence	končno zaporedje
perfect cube	kub	increasing order	v naraščajočem redu
circular disc	krog	circumference of a circle	obseg krožnice

Telefonska številka

Luka, navdušen reševalec logičnih križank, je že dalj časa razmišljal, kako bi za reševanje le-teh navdušil tudi najboljšega prijatelja Miha. Mihu je namreč vse, kar je povezano s številkami, dolgočasno in suhoparno.

Ko pa je Luka dobil novo telefonsko številko, se mu je pokazala edinstvena priložnost. Kajti pričakoval je, da jo bo Miha na vsak način hotel vedeti in tako je tudi bilo!

Nekega sončnega petka mu je Luka sporočil novico: "*Dobili smo novo telefonsko številko.*"

"*Samo po list in svinčnik skočim,*" je rekel Miha.

"*O ne, ne bo potrebno.*"

"*Kako, da ne, Luka, saj veš, da številke niso moja najljubša stvar. Ne bi si zapomnil tvoje številke.*"

"*Vem, da ne, pa se ti je tudi ne bo potrebno, ker ti je ne povem!*"

"*Kaaaj?*" je na široko odprl oči in usta Miha.

"*Prav si slišal. Ugotoviti jo boš moral sam,*" in dal mu je list papirja.

"*Kaj pa je zdaj to?*"

"*Številska križanka! Ko jo rešiš, se oglasi in zmenila se bova za naprej.*"

"*Tebi se je zmešalo. Dobro veš, da je nikoli ne bom rešil.*"

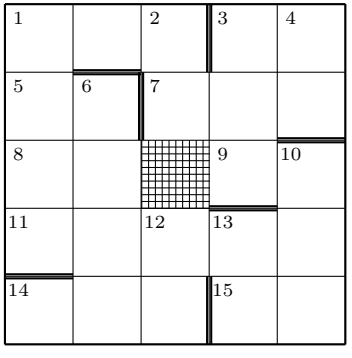
"*Le poskusi, saj sploh ni težka. Sicer pa, če ne potrebuješ moje številke...*"

"*Seveda jo. Toda spomni se česa drugega, prosim te. Karkoli, celo domače naloge bi pisal!!! Luka, prosim te!*"

"*Ne, to je edina možnost in, če je ne sprejmeš, je to povsem tvoja stvar. Jaz poznam svojo telefonsko številko in tu ne vidim nobenega problema.*"

"*Naj to bo, tokrat je* $1:0$ *zate. Poskusil bom, ampak maščevanje je sladko!*"

Miha je pohitel domov in si križanko najprej dobro ogledal, potem pa se je je lotil.



Vodoravno

1. kub
3. vsota števk $15V$
5. enako kot $4N$
7. vsaka številka manjša od predhodne
8. večkratnik števila 3
9. isti števki
11. $7V$ × prvi dve števki $14V$
14. $1000 - 100 -$ $4N$
15. zmnožek dveh lihih praštevil (je > 50)

Navpično:

1. zrcalno število
2. vsota števk je 17
3. število, nato koren
4. praštevilo
6. število, v katerem nastopata dve različni števki
10. $3N \times 3 + 7$
12. enaki števki
13. vsota števk enaka kot pri $4N$

V nedeljo popoldne je pri Luku pozvonilo. Bil je Miha in na Lukovo presenečenje je v roki držal list papirja in stal tam z nasmehom na obrazu. Bilo je jasno – rešil je križanko.

"*Živjo, Miha, je bilo težko?*"

"*Na začetku ja, potem pa vse lažje.*"

"*Torej le ni bilo tako grozno, kot si pričakoval.*"

"*Ne, tako zelo ne.*"

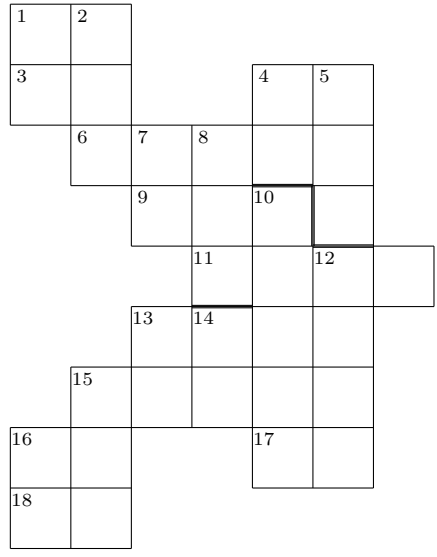
"*No, vidiš, sem rekel, da ti bo všeč.*"

"*Toda kdo je rekel, da mi je všeč. Ker pa je šlo ravno zate, nisem imel druge izbire!*"

"*Točno tako. In je še vedno nimaš,*" in pred Mihom je ležal nov list papirja z novo križanko!

"*Pa ne že spet!*" je še rekel Miha in se odpravil reševat.

Števke iz prejšnje križanke iz $6N$ vnesi v to križanko po vrsti, v naslednjem vrstnem redu: na polja, označena s številkami 3, 10, 14, 16. V križanki je dvakrat več enic kot sedmic.



Vodoravno

1. enaki števki
3. seštevek kvadrata in sodega števila
4. zmnožek prve števke $3V$ in prve števke $8N$
6. padajoče števke
9. enake števke
11. palindrom
13. dve in dve števki sta enaki
15. $6V - 10N$
16. obrat $1N$
17. enaki števki
18. praštevilo

Navpično

1. praštevilo
2. tretja števka je vsota prvih dveh
4. vsota števk enaka kot $4V$
5. kub
7. kvadrat vsote svojih števk
8. število, sestavljeno iz števk 1, 1, 4 (ne nujno v tem vrstnem redu)
10. deveta potenca števila $+28$
12. različne števke
13. obrat kuba
14. praštevilo
15. kub
16. praštevilo

Že naslednji dan je Miha prinesel rešitev! Luka ni bil pripravljen na to, zato si je moral nekaj na hitro izmisliti.

"*Si bil pa hiter! Pokaži, ali je pravilno rešena.*"

"*Seveda je.*"

"*Ja, prav imaš. Na polju, označenem s številko 18, si dobil eno od števk moje telefonske številke, toda ne povem ti še, katero po vrsti!*"

"*Oh, ne, torej me čaka še nekaj številskih križank?*"

"*Tale trenutek ne, videli bomo pa ...*"

"*Kaj pa potem zdaj?*"

"*Dobro poslušaj. Trije prijatelji so bili na izletu. Ugotoviti moraš, koliko so stari. Zmnožek njihovih let je* 34650 *...*"

"*Čakaj, čakaj, to si moram pa zapisati!*"

"*Seveda, si že?*"

"*Kar nadaljuj.*"

"*Nihče od njih ni starejši od* 80 *let in nihče ni mlajši od* 17 *let. Pa pohiti z reševanjem.*"

Miha se je naslednji dan vrnil razočaranega obraza – ni je rešil.

"*Tu še nekaj manjka!*"

"*Vem,* " je vesel rekel Luka in dodal, "*želim, da mi ti postaviš eno vprašanje.*"

Po nekaj trenutkih premišljevanja je vprašal.

"*Je vsota njihovih starosti enaka 100?*" je tvegal Miha, ker mu kaj drugega ni padlo na pamet. Dobil je odgovor in izstrelil rešitev kot iz puške.

"*Odlično , Miha! Naj ti bodo zdaj te tri številke starosti tri od štirih, ki jih boš uporabil v naslednji nalogi, ki jo imam že pripravljeno zate. Si pripravljen, saj bo kar dosti pisanja.*"

"*Kar začni.*"

"*Najprej ti povem, da so starosti, ki si jih ravno ugotovil, označene v nalogi s črkami: najmanjša z* x*, srednja z* y *in največja z* z*. In zdaj sama naloga. Štiri prijateljice (Milena, Mateja, Martina in Eva) so stalne obiskovalke kina. Na žalost pa rade gledajo različne zvrsti filmov (kriminalke, srhljivke, komedije, tragedije) in imajo čas ob različnih dneh (ponedeljek, torek, četrtek, petek). Ugotovi njihove proste dneve, najljubše zvrsti filmov in pa starost. Tri starosti že poznaš, četrto boš pa moral ugotoviti sam. Tukaj pa imaš trditve,*" in Luka mu je dal popisan list papirja. Mihu se je tako mudilo, da ga je pogledal šele doma.

1. Milena ni tista, ki so ji všeč kriminalke, hodi pa v kino ob četrtkih ali petkih.
2. Martini so všeč komedije in hodi v kino tri dni pred Matejo.
3. Ljubiteljica srhljivk ni stara y let.
4. Vse štiri bi lahko opisali takole: ženska, ki je 12 let mlajša od Martine, oboževalka srhljivk, Mateja in 42-letnica.
5. Ljubiteljica srhljivk hodi v kino ob torkih.

Tudi to je Miha brez večjih težav rešil in odhitel k Luku.

"*Tu je rešitev.*"

"*Ja, vidim. S tem si dobil dve novi števki moje številke. To sta tisti dve števki, ki sestavljata četrto starost, tisto, do katere si moral sam priti.*"

"*No, lepo, imam že tri.*"

"*Jaz pa imam zate novo nalogo.*"

"*Tako kmalu?*"

"*Ja, bolje bo, da si jo napišeš.*"

"*No, super, že spet pisanje.*"

"*Poslušaj in piši. Bil sem pri prerokovalki prihodnosti...*"

"*Ti si šel tja! Tega si pa nikoli ne bi mislil, da ...*"

"*Ne prekinjaj me zdaj, Miha! V kupčku* 28 *kart od osmic (vključno z njimi) do asov (vključno z njimi) imejmo vse barve (srce, pik, karo, križ). Izvlekel sem jih* 16 *in jih postavil v obliko* 4×4*, ti pa ugotovi s pomočjo naslednjih trditev, katere karte so bile to in kako so bile razvrščene.*"

1. Bilo ni nobene desetke.
2. Prva karta v prvi vrsti je karo as (med izvlečenimi kartami sta še dva) in tudi v ostalih kotih so rdeče karte.
3. V drugem stolpcu so samo črne karte.
4. V prvi vrsti so vse štiri barve (srce, karo, pik, križ).
5. V tretjem stolpcu so tri rdeče karte – fant, devet in kralj.
6. Pik osem je v četrti vrsti, izvlečena je bila še karo osem (nista sosedi).
7. V prvi vrsti sta dve dami. Ena je črna in druga rdeča. Tretja (četrte ni!) je pikova.
8. V prvem stolpcu so vse štiri barve.
9. Najvišja uporabljena karta barve srce je kralj in je v kotu.
10. V četrtem stolpcu so vse barve. Karo fant in karo kralj sta edini fant oziroma kralj v svoji vrsti.
11. Pikov fant je v istem stolpcu kot križev fant (vendar nista sosednji karti).
12. V drugi vrsti so trije križi in eno srce.
13. Križev fant je zraven pikove dame.
14. Izvlečeni so bili samo trije srci in pa več križev (5) kot pikov (križeve osmice ni bilo).
15. Križev kralj in as sta soseda. As je v stolpcu edini as.

"*Upam, da je to vse, ker me že boli roka,*" je potožil Miha.

"*Je, pa pohiti z rešitvijo.*"

Komaj je Luka pojedel kosilo, že je bil Miha pri njem.

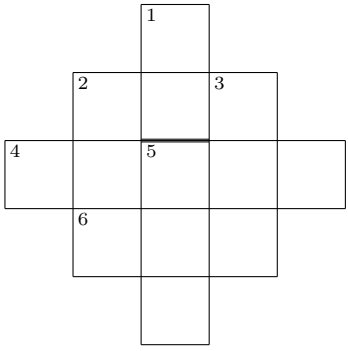
"*Zvem zdaj še kakšno številko več?*"

"*Da, še dve!*"

"*Super, potem mi manjka samo še ena!*"

"*Toliko, kot je vseh rdečih kart, je prva številka, in toliko, kot je vseh črnih, je druga. In tu imaš nalogo, v kateri izveš zadnjo številko.*"

"*Super, še ena številska križanka,*" je še rekel Miha, izginil skozi vrata in se doma takoj posvetil reševanju.



Vodoravno

2. kub
4. število, nato kvadrat
6. prva števka je dvakratnik druge in ni enaka tretji

Navpično:

1. število *kar* × število *pikov* × število *križev* +11 (veljajo seveda podatki iz prejšnje naloge)
2. enakomerno rastoče števke
3. anagram kvadrata
5. enakomerno padajoče števke (vsota števk enaka vsoti števk $2V$)

Tokrat je Luka odhitel k Mihu.

"*Si že gotov, a ne?*"

"*Kako si vedel?*"

"*Bila je precej lahka in ti si že pravi mojster, torej sem vedel, da jo boš tako hitro rešil.*"

"*Saj je bila res lahka. Bom zdaj izvedel tvojo telefonsko številko?*"

"*To še ne, imaš pa že vse števke.*"

"*Katera pa je zadnja?*"

"*To je tista števka, ki je v tej zadnji križanki nisi uporabil.*"

"*No ja, ampak to sta dve.*"

"*Tako je, naj bosta pa dve možnosti.*"

"*Ampak to ni fer.*"

"*Saj imaš prav, že dosti si se namučil. Od teh dveh pride v poštev nižja. Tu imaš pa še nekaj stavkov in potem bo številka razkrinkana!*"

"*Končno, sem že mislil, da ne bo nikoli konca.*"

"*No, poskušaj. Imaš torej šest števk, recimo jim n. pr. prva in druga trojka. V vsaki trojki so samo različne števke. V nobeni trojki števke ne naraščajo in ne padajo in vedeti moraš, da se sama številka ne začne z* 9 *niti z* 0*. Ničla ni v nobeni trojki na sredini.*"

"*Je to dovolj podatkov?*"

"*Dobro vprašanje. Ne, ni, dovolim ti še eno vprašanje, ker se ne morem spomniti nobenega pametnega podatka več!*"

Po premišljevanju ga je Miha vprašal:"*Ali je četrta števka po velikosti v drugi trojki na sredini?*"

Z odgovorom je bilo Mihu vse jasno in je bil presrečen. Skupaj sta odšla na dvorišče in naenkrat Luka pravi:

"*Miha, poglej tisto punco tam, to je tista, o kateri sem ti pravil!*"

"*Katera? Tista tam z rjavimi lasmi in modro majico in v roki ...*"

"*Ja, ja, tista!*"

"*To pa poznam. Špela je.*"

"*A res? In koliko je stara, kje živi...*"

"Počasi. Lepo po vrsti."

"Dobro. Koliko je stara?"

"Njena starost plus moja sta tretji koren starosti dedka pomnožena s starostjo babice in ..."

Rešitve

1. naloga – križanka

7	2	9	1	5
5	3	8	6	3
5	1		4	4
7	1	6	2	9
8	3	6	6	9

Iz druge križanke dobi tudi eno od števk telefonske številke in sicer 7.

2. naloga – križanka

2	2					
3	7			1	2	
	9	8	4	2	1	
		1	1	1	6	
			1	9	9	1
		1	1	7	7	
	7	8	7	1	0	
3	2			1	1	
7	9					

3. naloga – starosti

$34650 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$. Glede na vse podatke so možnosti naslednje:

1. oseba	2.oseba	3.oseba	vsota
$2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$	$3 \cdot 11 = 33$	$5 \cdot 7 = 35$	98
$2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$	$3 \cdot 11 = 33$	$5 \cdot 5 = 25$	100
$2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$	$5 \cdot 11 = 55$	$7 \cdot 3 = 21$	106
$2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$	$5 \cdot 11 = 55$	$7 \cdot 5 = 35$	108
$2 \cdot 3 \cdot 7 = 63$	$2 \cdot 11 = 22$	$5 \cdot 5 = 25$	110
$3 \cdot 5 \cdot 5 = 75$	$2 \cdot 11 = 22$	$3 \cdot 7 = 21$	118
$3 \cdot 3 \cdot 5 = 45$	$2 \cdot 11 = 22$	$5 \cdot 7 = 35$	102
$2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$	$7 \cdot 11 = 77$	$5 \cdot 5 = 25$	120

Glede na to, da je bilo Mihu po njegovem vprašanju vse jasno, je edina možnost, da je bil odgovor "*da*", torej so njihove starosti 25, 33 in 42.

4. naloga – štiri prijateljice

Milena hodi v kino ob četrtkih ali petkih (1), ravno tako Mateja (2), torej Martina in Eva ob ponedeljkih in torkih. Ker so Martini všeč komedije (2), je stara 42 let (4) in hodi v kino ob ponedeljkih (5). Evi so všeč srhljivke in obiskuje kino ob torkih (5). Četrta, manjkajoča starost je 30 (4) in toliko je stara Milena (4). Eva ni stara 33 let (3), ostane le še 25 let. Mateja hodi v kino ob četrtkih (2) in je stara 33 let. Mileni pa ostanejo petki, všeč pa so ji tragedije (1).

Torej:	Milena	30	tragedije	petek
	Mateja	33	kriminalke	četrtek
	Martina	42	komedije	ponedeljek
	Eva	25	srhljivke	torek

Miha je tako ugotovil dve novi števki: 3 in 0.

5. naloga – karte

Označimo karte s številkami **1** – **16**.

1	**2**	**3**	**4**
5	**6**	**7**	**8**
9	**10**	**11**	**12**
13	**14**	**15**	**16**

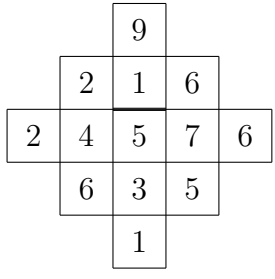
1 – karo as (1); **4**, **13**, **16** – rdeče karte, **4** je srce (2); **2**, **6**, **10**, **14** – črne karte (3); **3** – črna karta (4), torej so **7**, **11**, **15** rdeče karte (5);
14 je edina črna v četrti vrsti, torej je pik osem (6); **4** je srce dama (7); **5**, **9** sta črni karti, **13** je srce (8); **8**, **12** sta črni karti (10);
4, **7**, **13** so srca (14), torej so **1**, **11**, **15** in **16** kare; **9** in **10** sta križev fant in pikova dama (13), ker je to edina možnost, da bi bila eden zraven drugega. Prva vrsta odpade, ker je ena od črnih kart križeva dama.
11 ali **15** je karin kralj (5, 9); **4** ali **13** je srčev kralj, ampak ker je **4** srčeva dama, je kralj na **13**.
12 je pik (10); **11** je karin kralj, **15** je karin fant (10), torej je **7** srčeva devetka (5).
Pikov in križev fant sta v drugem stolpcu (11). Križev fant je na polju **10**, torej je pikov fant na **2** (11). **3** je križeva dama (7); **5** je križev kralj, **6** je križev as (15), tako ostane za polje **8** edina možnost križeva devetka; **16** je karo osem, **12** je pikov as (2).

karo as	pik fant	križ dama	srce dama
križ kralj	križ as	srce devet	križ devet
pik dama	križ fant	karo kralj	pik as
srce kralj	pik osem	karo fant	karo osem

srce	–	3 karte
karo	–	4 karte
pik	–	4 karte
križ	–	5 kart

S tem ugotovimo še dve novi števki: $3 + 4 = 7$, $4 + 5 = 9$

6. naloga – križanka



Zadnja številka je torej 0.

7. naloga – finale

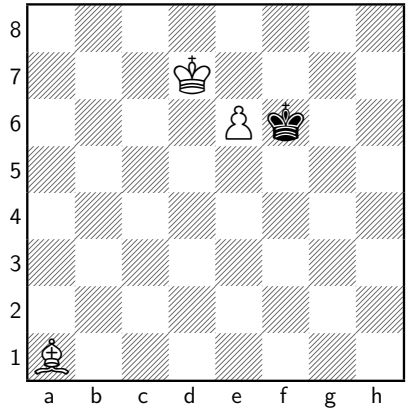
Trojki sta sestavljeni iz števk 7, 3, 0 in iz 7, 9, 0. Odpadejo naslednje možnosti: 730, 037, 970, 079, 703, 307, 907, 709. Tako ostanejo le še tri možnosti: $370 - 790$, $370 - 097$ in $790 - 370$, po odgovoru na vprašanje (četrta številka po velikosti je seveda 7) je telefonska številka jasna:

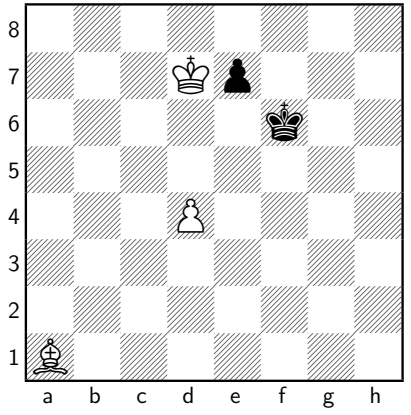
790-370.

Luca Lovrečić

Retroanaliza

Poglejmo nekaj enostavnih šahovskih problemov, v katerih posredno ali neposredno nastopa retrogradna analiza. Prvi diagram (levo spodaj) prikazuje problem znanega danskega specialista za retroanalizo *Nielsa Hoega*, z vprašanjem, kaj so bile zadnje tri (pol)poteze.



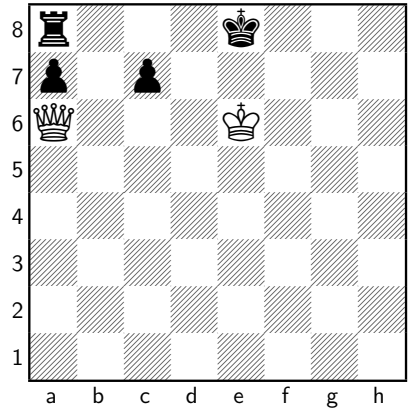


Dr. Niels HOEG, "Skakbladet" 1916

Razmislek gre takole: črni je v šahu, torej je imel zadnjo potezo beli. Beli je lahko dal šah le z odmikom neke figure z diagonale $a1-h8$. V poštev pride jemanje en passant, torej $d5\times e6$ *e.p.* ali pa $f5\times e6$ *e.p+*. V obeh primerih je bila poteza črnega pred tem $e7-e5$. Če bi beli jemal z $f5\times e6$, potem ni nobene možne poteze za belega. V drugem primeru pa ostane še poteza $d4-d5+$. Začetni položaj je na zgornji desni sliki. Od tu naprej gre takole: 1. $d4-d5+\ \ e7-e5\ \ $ 2. $d5\times e6+$.

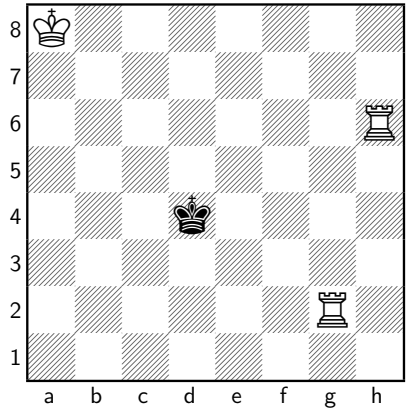
Drugi primer je delo genijalnega *Samuela Loyda*. Poleg matematičnih ugank je sestavil precej prvovrstnih šahovskih problemov. Tole je eden izmed prvih problemov, ki je vseboval retroanalizo.

Rešitev je 1. $Da1!$ z grožnjo 2. $Dh8$. Črni se ne more braniti z rokado, ker je iz položaja razvidno, da je bila njegova zadnja poteza s trdnjavo ali s kraljem.

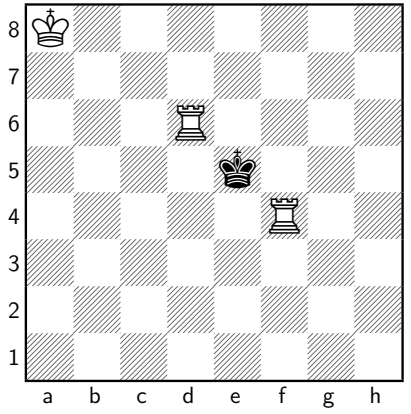


Samuel LOYD, "Musical World" 1859
Mat v dveh potezah $2+4$

Naslednji primer (slika spodaj levo) prikazuje položaj v partiji po 47 odigranih potezah, v katerih ni bil premaknjen noben kmet niti vzeta nobena figura. Če do petdesete poteze ne bo vzeta figura, bo igra remi kljub veliki premoči belega. Naloga se torej glasi: v treh potezah prisili črnega v jemanje bele trdnjave.



Beli na potezi zmaga! $3+1$

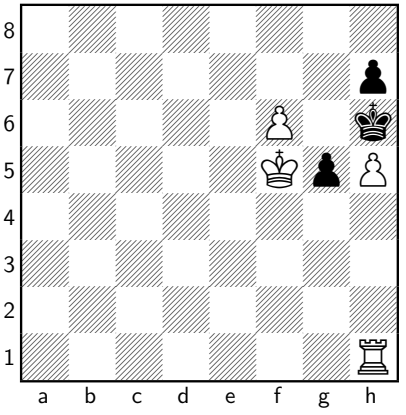


Črni mora vzeti trdnjavo!

Za rešitev problema si je treba predstaviti položaj, v katerem črni mora vzeti trdnjavo (slika desno). Poteze so: 48. $Td6!$ $Ke4$ 49. $Tf2$ $Ke5$ 50. $Tf4$.

Tudi ob drugih odgovorih črnega spravimo v enak položaj.

Na koncu razmislite še o naslednjem problemu:



Mat v 1 potezi $3+3$

Andrej Jakobčič