DRUGI LETNIK — 1992–1993 – 5

LOGIKA

&

RAZVEDRILNA MATEMATIKA

Revijo sta za splet pripravila Nada in Marko Razpet
na podlagi datotek, ki jih je izdelal Darjo Felda.

V S E B I N A

Logične naloge 3
Rešitve logičnih nalog 15
Šola logike 20
Razvedrilna matematika 25
Razvedrilna matematika - rešitve 27
Rešitev nagradne uganke 29
Pisma bralcev 30
Tekmujmo v razvedrilni matematiki 34
Številske križanke 37
Številske križanke - rešitve 39
Naloge z vžigalicami 40
Rešitve 43
Ponavljamo osnovnošolsko matematiko 45
Skupaj skozi srednješolsko matematiko 52
Matematika po svetu 60

Izdaja: Založniško podjetje LOGIKA d.o.o., Svetčeva 11, 61240 Kamnik,
št. žiro računa: $50140 - 603 - 57434$

Za izdajatelja: Izidor Hafner

Revija *Logika & Razvedrilna matematika* je vpisana v register časopisov pri *Ministrstvu za informiranje* pod registrsko številko *949*. Po mnenju *Ministrstva za informiranje* št. *23/89–92* šteje revija *Logika & Razvedrilna matematika* med proizvode informativnega značaja, za katere se plačuje davek od prometa po stopnji 5%.

Revijo *Logika & Razvedrilna matematika* subvencionira *Ministrstvo za šolstvo in šport*

Člani časopisnega sveta: prof. dr. Frane Jerman, prof. dr. Tomaž Pisanski in Darjo Felda, prof.

Strokovni pokrovitelj: Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko – Oddelek za teoretično računalništvo

Glavni in odgovorni urednik: dr. Izidor Hafner

Sodelavci: Marija Božnar, Jasna Bratanič, Breda Cestnik, Urša Demšar, Gregor Dolinar, Urška Drčar, Petra Ipavec, Alenka Kavčič, Dušanka Kocić, Jana Kristanc, Katka Kurent, Meta Lah, Nina Milač, Nika Novak, Hiacinta Pintar, Maja Pohar, Darja Polak, Tanja Soklič, Mirjana Todorovič, Aleš Vavpetič in Metka Žnidar

Jezikovni pregled: računalniški program *Besana*

Generalni sponzor: Marand d.o.o., zastopstvo Borland

Sponzorji: Državna založba Slovenije, Mlacom d.o.o., Mlakar & Co, Časopisno podjetje *Dnevnik*, NIL d.o.o., IR Electronic, Aster d.o.o.

Obdelava podatkov na računalniku firme *Mlacom* s programskim paketom PARADOX 3.5

Naslovnica: Alfred Anžlovar, Aster d.o.o.

Tisk: Tiskarna "Planprint", Rožna dolina c. IV/32–36, Ljubljana

Ilustrirala: Ana Hafner

Naklada: 1700 izvodov

© 1993 LOGIKA d.o.o.

ISSN $0354 - 0359$

LOGIKA & RAZVEDRILNA MATEMATIKA
letnik *II*, št. 5, 1992/93

Cena revije: 210 SIT, od tega prometni davek 10 SIT
Cena za naročnike: 185 SIT

LOGIČNE NALOGE

1. ZOBNE ŠČETKE

Suzana je ravnokar končala s čiščenjem kopalnice v hiši, ki jo deli s štirimi ljudmi. Delo je izvrstno opravila, na žalost pa se ne more spomniti, kako so bile razporejene zobne ščetke v lončkih nad umivalnikom. Vsak lonček je druge barve in z drugačno sliko. V vsakem je ščetka druge barve (lahko je drugačna kot lonček) in zobna pasta druge znamke (ena znamka je Radentax).

Suzana se spominja nekaj podrobnosti ureditve ščetk (navedene so spodaj). Ali ji lahko pomagaš za vsako osebo določiti barvo lončka (eden je moder), sliko na lončku, barvo ščetke (ena je bela), znamko zobne paste v vsakem lončku in pravilno razporeditev lončkov (A, B, C, D, E)?

1. Lonček z sliko muce mora stati bolj levo kot Matejev lonček, ki mora biti takoj levo od lončka z rdečo ščetko.
2. Lonček s pasto Dan na dan mora stati tik med Katjinim in zelenim lončkom.
3. Oranžna ščetka mora biti v lončku, ki je bolj desno kot Suzanin, ki ne vsebuje paste Dentamed.
4. Janin lonček mora biti tik med lončkom s sliko žabe in lončkom s pasto Antiplaque.
5. Lonček s sliko slona vsebuje pasto Blendax. Stoji tik med rdečim lončkom in lončkom z roza ščetko.
6. Filipov lonček ni bel in ne vsebuje paste Dan na dan.
7. Rumen lonček mora biti bolj levo kot lonček z modro ščetko.
8. Katjin lonček mora stati poleg lončka s sliko ribe.
9. Filipov lonček, ki ni rumen, mora biti takoj levo od lončka s ptičkom.



2. EKOLOŠKO SREČANJE

Glavna tema letošnjega znanstvenega srečanja na naravoslovni fakulteti je bila "naše okolje". Vsak študent je pripravil seminar z drugega področja, vsi pa so bili namenjeni za zviševanje ekološke zavesti. Poleg običajne predstavitve je vsak izbral še nekaj posebnega. Iz naslednjih podatkov ugotovi ime in priimek vsakega študenta, področje njegovega seminarja in posebnost v njegovi predstavitvi (eden je predvajal video posnetke).

1. Med sprehodom do fakultete je Dani opisala svojo kemijski poskus fantu, ki je pripravil seminar o tropskih gozdovih.

2. Trije študentje so na fakulteto prišli z avtobusom: Borut, študent, ki je naredil maketo, in študent, katerega področje je bila predelava odpadkov.

3. Trije študentje imajo prvo uro skupaj fizikalni praktikum: Stražar, Dani in študent s seminarjem o predelavi odpadkov. Erik ima prvo uro matematične vaje, fant s priimkom Lampič pa biologijo.

4. Trije študentje pozno popoldne skupaj obiskujejo matematične vaje: dekle s priimkom Malinger, študent, ki je delil letake, in tisti, ki je predaval o efektu tople grede.

5. Aleš ni niti fant s priimkom Vasle niti fant, ki je napisal seminar o uporabi gnojil.

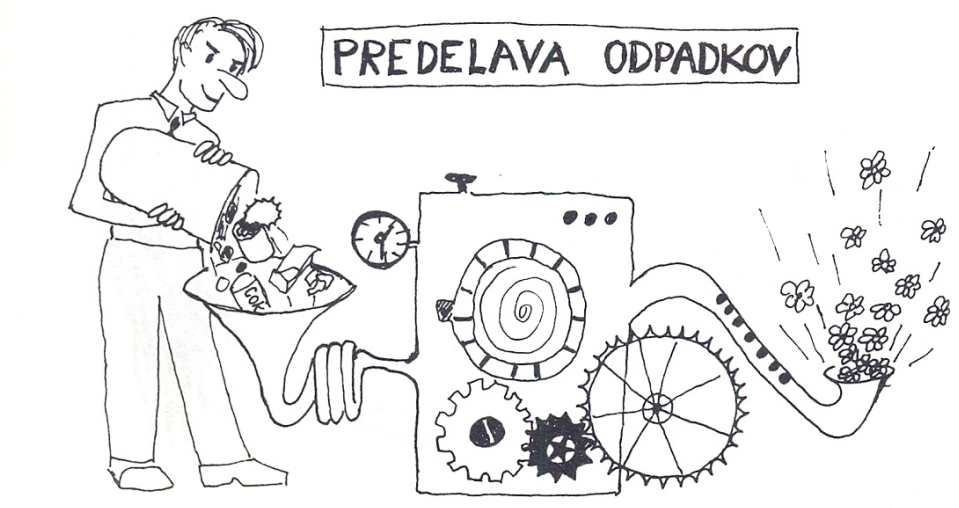
6. Ivačič, študent, ki je predaval o ozonskem plašču, in študent, ki je pripravil diapozitive, imajo takoj po kosilu skupaj laboratorijske vaje iz kemije.

7. Vsak od študentov se sreča z vsakim pri najmanj enem od omenjenih predmetov, razen naslednjih izjem:

- študent, ki je naredil maketo, ne obiskuje nobenega predmeta skupaj niti s Cirilo niti s študentom, ki je delil letake;
- študent, ki je delil letake, ne obiskuje nobenega predmeta skupaj s študentom, ki je predaval o tropskih gozdovih.

Opombi:

- "študent" je lahko oseba obeh spolov
- nihče ne obiskuje istega predmeta dvakrat na dan

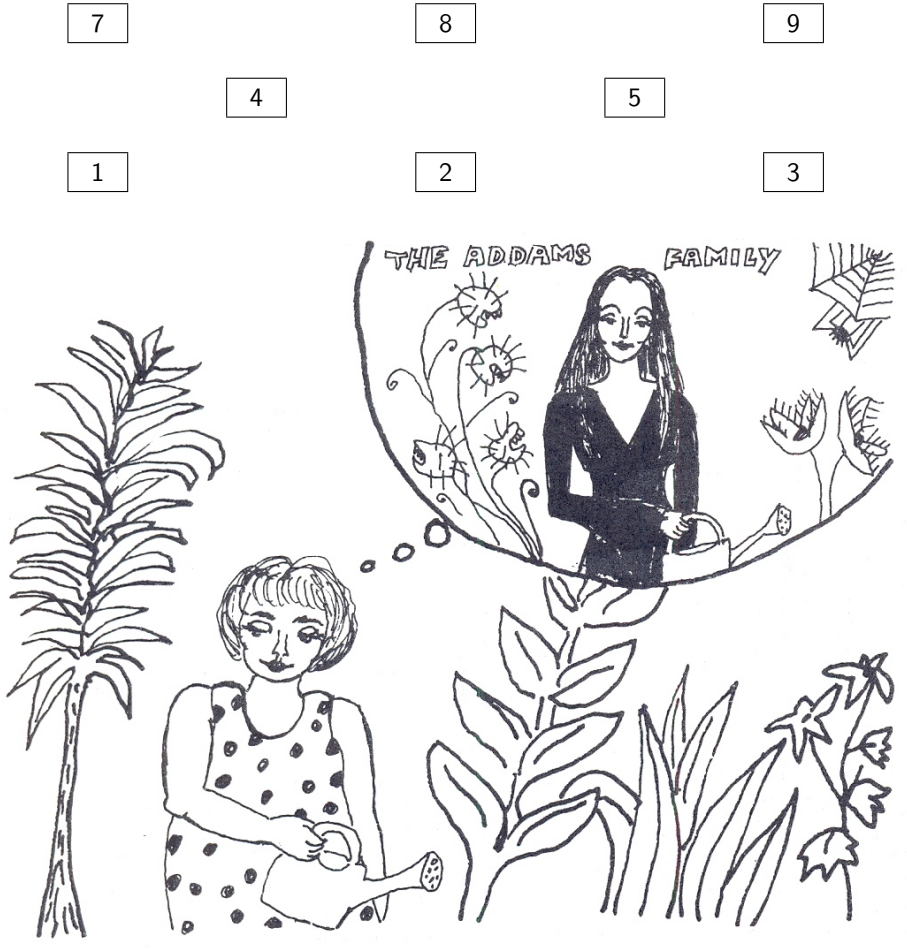



TRIJE FANTJE SO LETELI Z BALONOM IN SE IZGUBILI. KO SO BILI ŽE PRECEJ NIZKO, SO ZAGLEDALI ČLOVEKA. EDEN MU ZAKLIČE: „HEJ, NAM LAHKO POVESTE, KJE SMO?"
„V BALONU," ODGOVORI ČLOVEK.
„STAVIT GREM, DA JE TA ČLOVEK MATEMATIK," REČE EDEN NA BALONU.
„KAKO SI LAHKO TAKO TRDNO PREPRIČAN V TO?" GA VPRAŠA DRUGI.
„PRVIČ – PREMISLIL JE, PREDEN JE ODGOVORIL. DRUGIČ – ODGOVOR JE BIL ABSOLUTNO NATANČEN. TRETJIČ – ODGOVOR JE BIL ABSOLUTNO NEUPORABEN."

3. LONČNICE

Nataša je strastna gojiteljica sobnih rastlin, najljubših osem ima skrbno razporejenih na posebnem stojalu. Vsaka je v lončku drugačne barve. Iz naslednih podatkov in spodnje slike za vsako lončnico (ena je azaleja) ugotovi barvo lončka in njegov položaj.

1. Bršljan je bolj zadaj kot bel lonček in bolj levo kot rumen lonček.
2. Oranžen lonček je bolj spredaj kot ciklama.
3. Difenbahija, ki ni v rdečem lončku, je bolj desno kot zelen lonček, v katerem ni ehmeje.
4. Bršljan je bolj levo in bolj spredaj kot moder lonček, v katerem ni zasajen fikus.
5. Ehmeja je bolj levo kot rjav lonček in bolj zadaj kot geranija,ki ni v rdečem lončku.
6. Hortenzija, ki ni v črnem lončku, je bolj desno kot rumen lonček.
7. Fikus je bolj zadaj in bolj desno kot rdeč lonček v katerem ni zasajen bršljan.
8. Geranija je bolj zadaj kot črn lonček.



4. RAZSTAVA SLIK

Lastnik Moderne galerije (tloris galerije je spodaj) obožuje uganke in to se pogosto vidi tudi pri ureditvi galerije. V zadnji razstavi je sobe uredil tako, da so v vsaki slike treh različnih slikarjev, enemu se priimek začne z A, enemu z B in enemu s C (eden je Covert). Vsaka soba vsebuje tudi drugačne dekorativne predmete. Iz naslednjih podatkov za vsako sobo ugotovi trojico slikarjev, ki v njej razstavljajo, in vrsto dekorativnega predmeta.

1. Slike Bacona in Cezanna so skupaj v sobi z oknom na zahod. Alberove slike in lončena posoda so skupaj v sobi z oknom na jug.

2. Cassattove in Bonnardove slike so skupaj v sobi z oknom na zahod. Soba z mozaiki, ki niso v isti sobi kot Cassattove slike, in soba z Boschevimi slikami sta sosednji.

3. Cameronove slike, razstavljene v sobi s poslikanim steklom, niso v isti sobi kot Bellinijeve in Austinijeve slike.

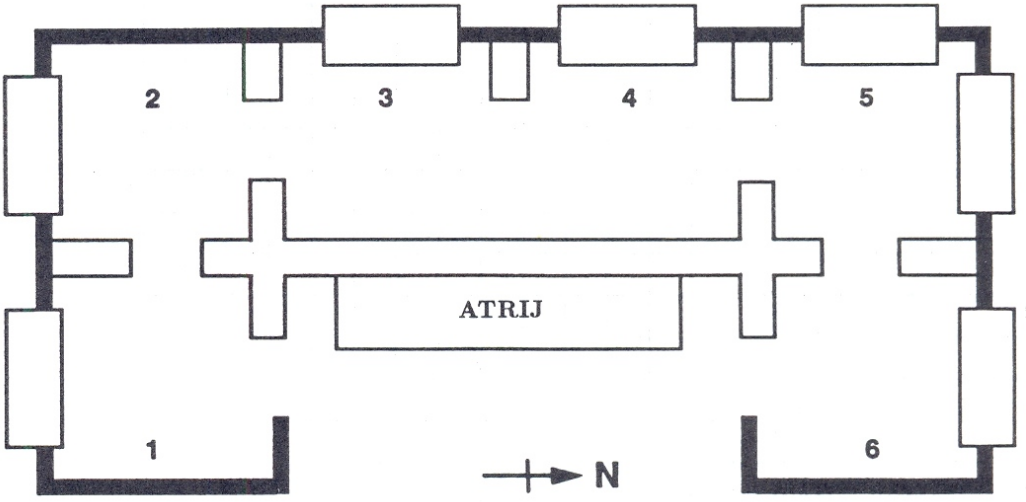
4. Soba s Cameronovimi slikami in soba z Arpovimi slikami nista sosednji.

5. Ena od sob z oknom na sever vsebuje Chardinove slike in antični nakit, druga pa Averyeve in Breughelove slike.

6. Iz sobe z rimskimi vazami in Appelovimi slikami pridemo v atrij.

7. Chagallove slike niso v isti sobi kot Braqueve, ki so ali v prvi ali v šesti sobi.

8. V eni od sob tri in štiri so kipci, v drugi pa Anuszkiewiczeve slike.



To številko so pripravili: Aleš Vavpetič (Logične naloge 1–7), Nika Novak (Logične naloge 8–11), Izidor Hafner (Šola logike, Naloge z vžigalicami), Darja Polak in Petra Ipavec (Razvedrilna matematika), Urša Drčar (Tekmujmo v razvedrilni matematiki), Maja Pohar (Številske križanke), Marjeta Mozetič in Dragica Pavšek (Skupaj skozi srednješolsko matematiko).

5. MITOLOGIJA

Učiteljica književnosti ima zelo rada ure mitologije. Vsak dan od ponedeljka do četrtka so različni dijaki poročali o različnih mitoloških bitjih in v petek je ves razred skupinsko razpravljal. Vsak dijak je v svoji predstavitvi uporabil drugačen pripomoček. Ali lahko iz naslednjih informacij ugotoviš imena in priimke (en priimek je Erdani) dijakov, ki so poročali na določene dneve, mitološko bitje, ki so ga predstavili (eno bitje je favn) in pripomoček, ki ga je vsak dijak uporabil?

1. Blaž je poročal pred dijakom, ki je predstavil kentavra, in za dijakom, ki si je pomagal s kipom.

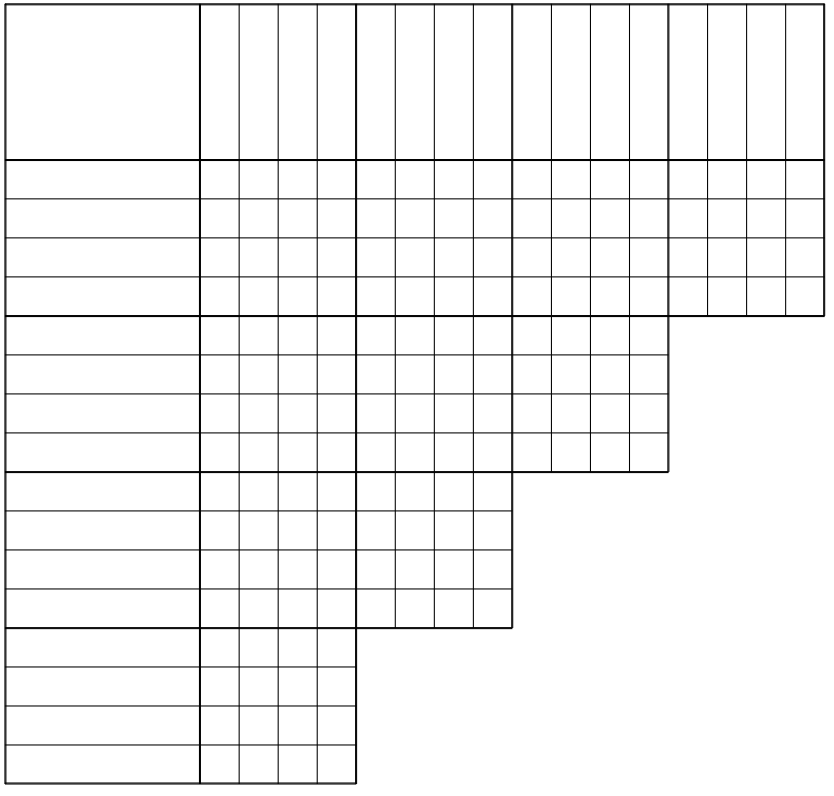
2. Dijak s priimkom Hočevar je poročal pred predstavitvijo samoroga, ki je ni naredila Alenka.

3. Predstavitev, ki je vsebovala tudi risbo, je bila pred poročilom dijaka s priimkom Franko; ta dijak ni Darja.

4. Dijak, ki je poročal o kentavru, si ni pomagal niti s posterjem, ki ga niso uporabljali v četrtek, niti z načrtom.

5. Alenka ni poročala o Pegazu.

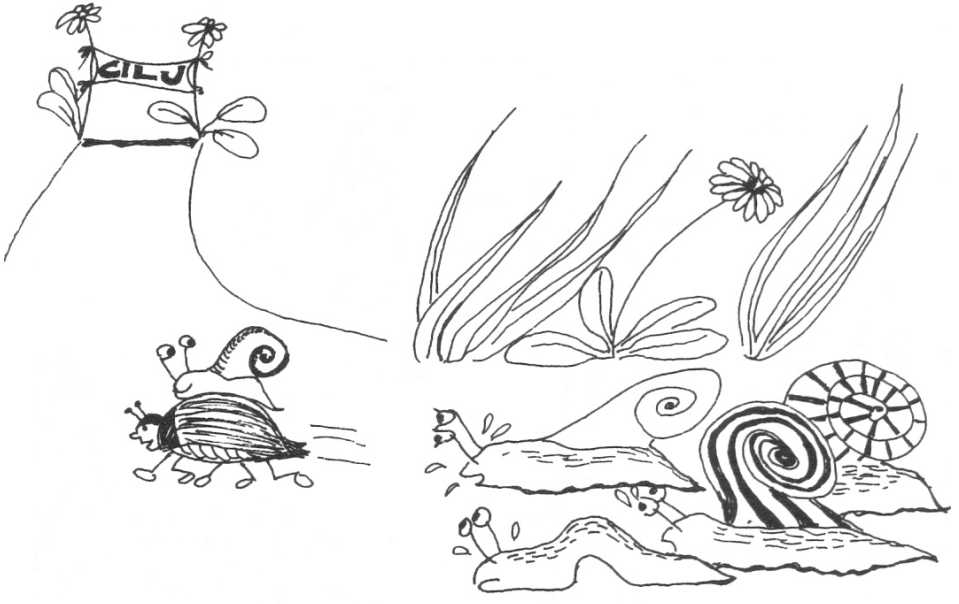
6. Ciril, ki ni uporabil načrta, je poročal kasneje kot dijak s priimkom Gogala.



6. POLŽJA TEKMA

Toni je skupaj s štirimi prijatelji priredil polžjo tekmo. Vsak od polžev,med njimi je bil tudi veliki vrtni polž,je imel startno številko (4, 15, 18, 23, 27), zmagal pa je tisti,ki je zadnji prišel do ciljne črte.

1. Mali vrtni polž je prišel do cilja pred Simoninim polžem in dve mesti za polžem številka 27.
2. Rdeči lazar, ki je zmagal, je imel večjo številko kot polž, ki je prišel na cilj prvi.
3. Poljski slinar, ki je imel sodo številko, je Petrov.
4. Robijev polž, ki je imel številko 4, ni bil četrti.
5. Špelin polž, ki ni gozdni lazar, je prišel na cilj drugi.
6. Polž, ki je imel številko 18, ni bil tretji.



7. KONFERENCA ČAROVNIC

Vsakoletna konferenca čarovnic pritegne čarovnice z vsega sveta. Letošnja konferenca je trajala pet dni, vsak dan je bila na vrsti drugačna lekcija. Lekcije so poučevali na dveh hribih: Gorjancih in Kleku. Po vsaki lekciji je bila drugačna predstavitev in drugačna oblika zabave.

Ali lahko iz naslednjih informacij za vsak dan (od ponedeljka do petka) določiš, katero lekcijo so poučevali in na katerem hribu, prav tako pa predstavitev in obliko zabave za ta dan?

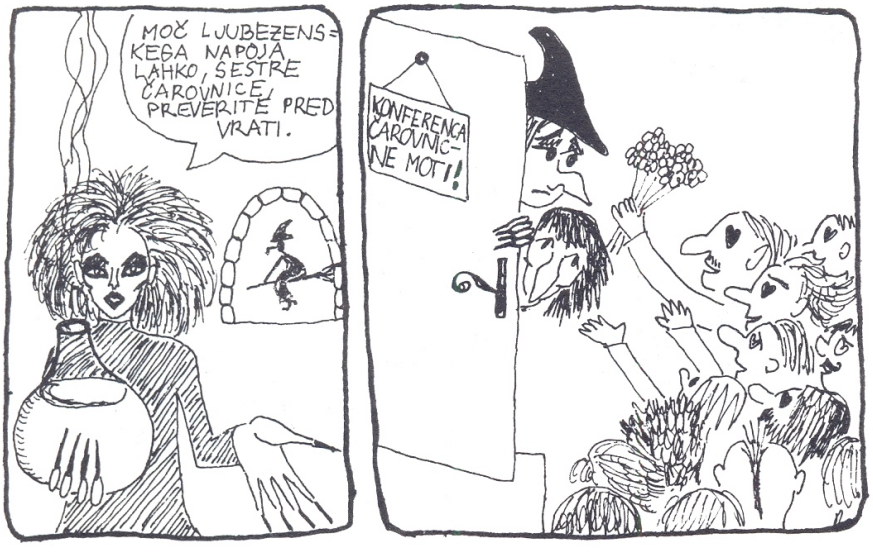
1. Lekcija z naslovom "Doroteja in Glinda: Resnica, skrita za srebrnimi čeveljčki" je bila na vrsti dan pred predstavitvijo spalnega uroka in dan po branju poezije, s katerim pa se niso zabavali istega dne, kot so poslušali lekcijo "Kako najdemo dobrega prijatelja". Samo na enega od zgoraj omenjenih dnevov so lekcije poslušali na Kleku.

2. Predstavitev zaklinjanja so si ogledali istega dne kot tudi lekcijo "Razraščanje Salema" na Gorjancih, to pa je bilo dan pred dražbo. Lekcijo na dan dražbe je bila na Gorjancih.

3. Pet lekcij (v naključnem vrstnem redu):
– "Portreti čarovnic v ljudski kulturi"
– lekcija, ki so jo poučevali na dan predstavitve ljubezenskih napojev
– lekcija, ki so jo poučevali na dan simfonije
– "Uporaba čarovništva na delovnem mestu"
– lekcija, ki je bila predstavljena na dan predstavitve alkemije

4. Lekcijo na dan filmskega festivala so poučevali na Kleku. "Kako najdemo zaupnika" in lekcija na dan predstavitve spreminjanja pa sta bili obe na Gorjancih.

5. Lekcijo "Uporaba čarovništva na delovnem mestu" ,ki je bila istega dne kot cocktail party, so poučevali dan po predstavitvi ljubezenskih napojev in dan pred simfonijo.



8. VEČERNI PLES

"*Kaj praviš, če bi odšli raje k nam?*" je predlagal Janko. "*Tukaj je tako polno.*"

Njegova žena, s katero je ravnokar plesal, se je strinjala z njim. "*Vsaka je že plesala z vsakim in mislim, da imamo dovolj.*"

Romana se je nasmehnila in se obrnila k svojemu možu. "*Noga me še zmerom boli, ker si me pohodil med prvim plesom,*" mu je očitala, "*jaz bi tudi šla.*"

Boris je vedno bolj len. Drugi ples je plesal z Gabi, tretjega pa s svojo ženo. Tudi on se je strinjal s tem, da grejo. Tudi Stane se je strinjal.

Janko se je obrnil k Ani, ki je tedaj plesala s Tomažem. Vprašal jo je, če se tudi ona strinja. Ana je razmišljala, vendar pa je Mira odgovorila namesto nje. "*Skrbi jo za ugled,*" se je zasmejala , " *čeprav je že kar nekaj časa minilo od drugega plesa, ko sem plesala s teboj, le pojdimo.*"

Tako so že po štirih plesih štirje možje odpeljali svoje žene k Janku. Ugotovi, kdo je s kom poročen!



9. SOSEŠČINA

Prijatelj mi je povedal, da v njegovi bližini živi pet prijetnih parov, ki so prejšnji mesec praznovali obletnice porok. Proslavili so jih skupaj, vendar pa je vsak par poročen različno dolgo. Ugotovi, kako je ime možem (eden je Horac), ženam (ena je Irena), kako se kdo piše (en par se je pisal Kern) in koliko let je par že poročen.

1. Francelj je poročen z Jano.
2. Karmen, ki je poročena že 12 let, se ne piše Janež.
3. Maja, ki ni poročena z Gorazdom, se piše Novak. Par, ki se piše Novak, ni imel niti tretje niti pete obletnice.
4. Erik Janež ni poročen z Lino, niti ni praznoval pete obletnice poroke.
5. Miklič, kateremu ni ime Francelj, je poročen že 10 let.
6. Dejan se ne piše Levin. Lina ni poročena z Dejanom, ki ni praznoval devete obletnice.



10. MODNA REVIJA

Na modni reviji je sodelovalo pet deklet, ki so predstavile različne modele oblek v različnih barvah. Vanja , ki je bila ena od petih manekenk, je po koncu prireditve ugotovila, da je vsaka nosila drugačen model in da nobena ni nosila oblek iste barve. Ugotovi kakšno obleko je vsaka nosila, kakšne barve je bila in katera po vrsti je nastopila.

1. Saša, ki je bila v rdečem, ni nastopila prva, niti zadnja.
2. Tista, ki je nosila spomladanski komplet, je nastopila pred Špelo, ki ni nosila večerne obleke.
3. Tista, ki je imela obleko vijoličaste barve, je nastopila kot tretja.
4. Romana, ki je bila v belem, je nosila poslovno obleko.
5. Tista, ki je bila v rumenem, ni nastopila prva, bila pa je pred dekletom, ki je nosilo poletni kostim, ki je končalo pred Polono.
6. Dekle, ki je nosilo športni model, je bilo v sivem.



11. HIŠA STRAHOV

Na koncu vasi, v kateri živi Vilijev stric, je stala stara, veličastna hiša. Bila je osamljena in obdana z zanemarjenim vrtom. Nekoč je bila njena lastnica gospodična Strahec, po njeni smrti pa se ni nihče več vselil vanjo, kajti že od nekdaj je veljalo, da v njej straši. Pet njenih lastnikov je umrlo v nenavadnih okoliščinah in po govoricah, ki so se širile po vasi, naj bi se po smrti naselili v hiši. Vili se je zanimal za duhove, zato se je pogovarjal z različnimi vaščani.

Pomagaj mu ugotoviti, kako so se duhovi imenovali (eni je bilo ime Katarina), kdaj so umrli, kako strašijo (eden prižiga in ugaša luči) in kje strašijo (eden straši v glavni galeriji)

Leta, v katerih so umrli: 1487, 1554, 1622, 1739, 1801

1. Duh, ki se zabava v glasbeni sobi, se je v hišo naselil pred Albertom.
2. Edmund je umrl v sodem letu, duh, ki straši v salonu pa, v lihem letu.
3. Duh, ki je bil že za časa svojega življenja muzikaličen, je to lastnost ohranil tudi po smrti in se še vedno zabava z orglami v glasbeni sobi. Umrl je v drugi polovici stoletja.
4. Belinda, ki ne straši v salonu, se rada sprehaja in loputa z vrati.
5. Duh, ki premika zavese, se je pojavil pred Albertom, toda kasneje kot tisti, ki hodi po zavitem stopnišču.
6. Noben nov duh se ni pojavil med Edvardom in tistim, ki straši po spalnicah v prvem nadstropju ali med tistim iz glasbene sobe in tistim, ki se igra z zavesami. V letih je med prvima dvema večja razlika kot med drugima dvema.



REŠITVE LOGIČNIH NALOG

1. ZOBNE ŠČETKE

E ni Matejev (1), Suzanin (3), Janin (4) niti Filipov lončkek (9); zato je E Katjin . D je lonček s sliko ribe (8) s pasto Dan na dan (2). C je zelen (2). Na E ni muce (1), slona (5) niti ptička [Filip ne uporablja Dan na dan (6)] (9); torej je na E žaba. D je Janin in v C je pasta Antiplaque (4). Slon [Blendax (5)] ni na C [Antiplaque] niti na A (5); je na B. Rdeč lonček je A in roza ščetka je v C (5). Muca ni na C [Matej nima D niti E]; zato je A. Ptiček je na C in B je Filipov (9). A ni Matejev (1); torej je Suzanin. C je Matejev in Janina ščetka [D] je rdeča (1). Suzana ne uporablja paste Dentamed (3); zato jo Katja. Suzana uporablja Radentax. Rumen ni E (7) niti B [Filip] (9); zato je D. V E je modra ščetka (7). Filipov lonček ni bel (6); zato je moder, Katjin pa bel. Suzaniza ščetka ni oranžna (3); zato je bela, Filipova pa oranžna. povzetek:

- Suzana, rdeč, muca, bela, Radentax, A
- Filip, moder, slon, oranžna, Blendax, B
- Matej, zelen, ptiček, roza, Antiplaque, C
- Jana, rumen, riba, rdeča, Dan na dan, D
- Katja, bel, žaba, modra, Dentamed, E

2. EKOLOŠKO SREČANJE

Pet študentov je Dani [kemijski poskus (1)], fant s seminarjem o tropskem gozdu [oba sta šla peš(1)], Borut, študent, ki je naredil maketo, in študent s seminarjem o predelavi odpadkov [šli so z avtobusom (2)]. Cirilin seminar ni o tropskem gozdu [fant] in ni naredila makete (7); njen seminar je bil o predelavi odpadkov. Pet študentov je tudi Stražar, Dani, Cirila [predelava odpadkov], Erik in Lampič (3). Stražar je fant [Dani in Cirila sta edini dve dekleti], fanta sta tudi Lampič in Vasle. Erik ni Stražar niti Lampič (3); torej je Vasle. Fant s seminarjem o gnojilih ni niti Aleš niti Erik Vasle (5); torej je Borut. Tisti, ki je naredil maketo, ima vsaj en predmet skupaj z dvema ostalima (7), toda to ni fizikalni praktikum [Cirila, predelava odpadkov (3)] niti popoldanska matematika [letaki (4)] (7); ta predmet je kemija. Cirila torej nima kemije (7), torej ni Ivačič (6); Dani je Ivačič, Cirila je Malinger. Cirila [predelava odpadkov, nima kemije] ni imela diapozitivov (6), niti makete niti letakov (7); torej je imela video posnetke. Danijin seminar ni bil o tropskem gozdu (1) niti o ozonu (6); torej je bil o efektu tople grede. Tisti,ki je naredil maketo, ima kemijo (zgoraj), zato je imel seminar o ozonu (6). Letaki niso bili pri seminarju o tropskem gozdu (7); torej so bili pri seminarju o uporabi gnojil. Diapozitivi so bili pri seminarju o tropskem gozdu. Eden izmed Aleša in Erika je naredil maketo, drugi pa je obiskoval vsaj en predmet skupaj s Cirilo [predelava odpadkov (7)], Erik nima nobenega predmeta skupaj s Cirilo [prvo uro matematika, zato ne fizika in ne popoldanska matematika, Cirila nima kemije], zato je naredil maketo. Aleš je prinesel diapozitive in ima predmet skupaj s Cirilo, toda ne matematike [letaki, efekt tople grede (4)]; torej fiziko, Aleš je Stražar (3).

povzetek:
- Aleš Stražar, tropski gozd, diapozitivi
- Borut Lampič, uporaba gnojil, letaki
- Cirila Malinger, predelava odpadkov, video posnetki
- Dani Ivačič, efekt tople grede, kemijski poskus
- Erik Vasle, ozon, maketa

3. LONČNICE

Bršljan je za belim lončkom (1) in pred modrim lončkom (4), zato je na 4 ali 5 (slika) in levo od rumenega lončka (1), ki je levo od hortenzije (6); torej je bršljan na 4 (slika). Geranija je pred ehmejo (5) in za črnim lončkom (8); torej je geranija na 5 (slika). Lončnica na 1 [sprednja vrsta levo (slika)] ni ciklama (2), difenbahija (3), ehmeja (5), hortenzija (6), fikus (7); torej je to azaleja. Lonček na 6 [zadnja vrsta levo (slika)] ni bel, rumen (1), oranžen (2), moder (4), rjav (5), rdeč (7), črn (8); torej je zelen. Lončnica na 6 ni difenbahija, ehmeja (3), hortenzija (6), fikus (7); torej je ciklama. Ehmeja je za geranijo [5] in levo od rjavega lončka (5); torej je ehmeja na 7 (slika). Fikus ni v sprednji vrsti (7); torej je na 8 (slika). Moder lonček je za bršljanom [4], ampak ne na 8 [fikus] (4); torej je na 7 (slika). Bel lonček je pred bršljanom [4] (1), torej na 1, 2 ali 3 (slika). Črn lonček je pred geranijo [5] (8), torej na 1, 2 ali 3 (slika). Rdeč lonček je pred in levo od fikusa [8] (7), ampak ne na 5 [geranija] (5) niti na 4 [bršljan] (7); torej je na 1 ali 2 (slika). Rumen lonček je desno od bršljana [4] (1) in levo od hortenzije (6), torej na 2 ali 5 (slika), ampak ne na 2 [bel, črn ali rdeč lonček (zgoraj)]; torej je na 5. Hortenzija je desno od rumenega lončka [5] (6); torej je na 3 (slika). Difenbahija je na 2. Rdeč lonček [na 1 ali na 2 (zgoraj)] ni na 2 [difenbahija] (3); torej je na 1. Črn lonček [na 2 ali na 3 (zgoraj)] ni na 3 [hortenzija] (6); torej je na 2 (slika). Bel lonček je na 3 (zgoraj). Oranžen lonček ni na 8 (2, slika); torej je na 4. Rjav lonček je na 8.

Povzetek:
– 1, azaleja, rdeč lonček
– 2, difenbahija, črn lonček
– 3, hortenzija, bel lonček
– 4, bršljan, oranžen lonček
– 5, geranija, rumen lonček
– 6, ciklama, zelen lonček
– 7, ehmeja, moder lonček
– 8, fikus, rjav lonček

4. RAZSTAVA SLIK

Appel in vaze so v 1 ali 6 (6), ampak ne v 6 [nakit ali Avery (5)]; torej so v 1. Alber in posoda so v 2 (1). Slikar na B v 1 [Appel, vaze] ni Bacon [3, 4 ali 5 (1)], Bonnard [3, 4 ali 5 (2)], Bosch [poleg mozaikov (2), in soba 1 je poleg posode], Bellini [Austin (3)], Breughel [Avery (5)]; torej je Braque. Slikar na C v 1 [Appel, Braque, vaze] ni Cezanne [Bacon (1)], Cassatt [Bonnard (2)], Cameron [steklo (3)], Chardin [nakit (5)], Chagall (7); torej je Covert. Slikar na B v 2 [Alber, posoda] ni Bacon [3, 4 ali 5], Bonnard [3, 4 ali 5],

Bellini [Austin], Breughel [Avery]; torej je Bosch. Mozaiki so v 3 (2). Bonnard in Cassatt [3, 4 ali 5] nista v 3 [mozaiki] (2) niti v 5 [Chardin ali Breughel (5)]; torej sta v 4. Bacon in Cezanne [3 ali 5] nista v 5 [Chardin ali Breughel]; torej sta v 3. Kipci so v 3 ali 4 (8), amopak ne v 3 [mozaiki]; torej so v 4. Anuszkiewicz je v 3 (8). Slikar na A v 4 [Bonnard] ni Avery [Breughel] niti Austin [Bellini]; torej je Arp. Steklo [Cameron] ni v 5 [Arp, 4] (4); torej je v 6. Chardin in nakit sta v 5 in Avery ter Breughel sta v 6 (5). Austin in Bellini sta v 5. Chagall je v 2.

Povzetek:

– 1, Appel, Braque, Covert, rimske vaze
– 2, Albers, Bosch, Chagall, lončena posoda
– 3, Anuszkiewicz, Bacon, Cezanne, mozaiki
– 4, Arp, Bonnard, Cassatt, kipci
– 5, Austin, Bellini, Chardin, antični nakit
– 6, Avery, Breughel, Cameron, poslikano steklo

5. MITOLOGIJA

Četrtkov pripomoček [zadnji (uvod)] ni bil kip (1), risba (3), poster (4); torej je bil načrt. Pripomoček pri kentavru ni bil kip (1), poster, načrt (4); torej je bila risba. Predstavitev kentavra [risba] je bila za Blaževo predstavitvijo, ki je bila za predstavitvijo s kipom (1); predstavitev s kipom je bila v ponedeljek, Blaževa v torek in predstavitev kentavra v sredo. Predstavitev s posterjem je bila v torek. Predstavitev z risbo [sreda] je bila pred Frankovo (3); Franko je poročal v četrtek. Ciril ni poročal ne v ponedeljek ne v torek [načrt] (6); poročal je v sredo. Darjina predstavitev ni bila v četrtek [Franko] (3); torej je bila v ponedeljek. V četrtek je poročala Alenka in njena tema ni bil niti samorog (2) niti Pegaz (5); torej je bil favn. Predstavitev samoroga ni bila v ponedeljek (2); bila je v torek. Predstavitev Pegaza je bila v ponedeljek. Hočevar je poročal v ponedeljek (2). Ciril se ne piše Gogala (6); torej se tako piše Blaž. Ciril se piše Erdani.

Povzetek:

– Alenka Franko, četrtek, favn, načrt
– Blaž Gogala, torek, samorog, poster
– Ciril Erdani, sreda, kentaver, risba
– Darja Hočevar, ponedeljek, Pegaz, kip

6. POLŽJA TEKMA

Prvi ni imel številke 27 (2), zato jo je imel drugi (številka 27 je bil tri mesta pred Simoninim polžem), tako je bil mali vrtni polž četrti, Simonin pa peti (1). Rdeči lazar je bil peti (2). Robijev polž je imel številko 4 (4), Petrov polž (poljski slinar) je imel številko 18 (edina soda,ki še ostane). Špelin polž (drugi) ni gozdni lazar (5), zato je veliki vrtni polž. Gozdni lazar je Robijev. Polski slinar (številka 18) ni bil tretji (6),zato je bil prvi. Gozdni lazar je bil tretji, rdeči lazar ni imel številke 15 (2), zato je imel 23. Tonijev mali vrtni polž je imel številko 15.

– gozdni lazar, 4, Robi, tretji
– poljski slinar, 18, Peter, prvi

– rdeči lazar, 23, Simona, peti
– mali vrtni polž, 15,Toni, četrti
- veliki vrtni polž, 27, Špela, drugi

7. KONFERENCA ČAROVNIC

Lekcija Razraščanje Salema [zaklinjanje, Klek (2)] je bila istega dne kot simfonija [edino mogoče v točki (3)]. Lekcije Kako najdemo dobrega prijatelja niso poslušali istega dne, ko so se zabavali z branjem poezije (1), filmskim festivalom (4) ali koktejli [Uporaba čarovništva na delovnem mestu (5)]; torej je bila istega dne kot dražba [Gorjanci (2)]. V ponedeljek ni bilo lekcij Doroteja in Glinda (1), Kako najdemo dobrega prijatelja [dražba] (2), uporaba čarovništva na delovnem mestu, Razraščanje Salema [simfonija] (5); torej je v ponedeljek bila lekcija Portret čarovnic v ljudski kulturi. Lekcija Doroteja in Glinda ni bila istega dne kot branje poezije (1); torej je bila na dan branja poezije lekcija Portret čarovnic v ljudski kulturi, ta dan je bil ponedeljek; zato je bila lekcija Doroteja in Glinda v torek in spalni uroki v sredo (1). Lekcija Doroteja in Glinda je bila istega dne kot filmski festival in to na Kleku (4); lekcija Portret čarovnic v ljudski kulturi [branje poezije] in lekcija, ki je bila na isti dan kot spalni uroki, sta bili obe na Gorjancih (1). V ponedeljek [Portret čarovnic v ljudski kulturi] ni bilo predstavitve ljubezenskih napojev niti alkemije (3); torej je bila predstavitev spreminjanja. Uporaba čarovništva na delovnem mestu [koktejli] je bila dan za predstavitvijo ljubezenskih napojev in dan pred simfonijo [Razraščanje Salema, zaklinjanje] (5), ki je bila na dan pred dražbo (2); predstavitev ljubezenskih napojev je bila v torek [Doroteja in Glinda], Uporaba čarovništva na delovnem mestu v sredo [spalni uroki], Razraščanje Salema v četrtek in dražba v petek. Tudi alkemija je bila v petek.

Povzetek:

– ponedeljek: Uporaba čarovništva v ljudski kulturi, Gorjanci, spreminjanje, branje poezije
– torek: Doroteja in Glinda, Klek, ljubezenski napoji, filmski festival
– sreda: Uporaba čarovništva na delovnem mestu, Gorjanci, spalni uroki, cocktail party
– četrek: Razraščanje Salema, Klek, zaklinjanje, simfonija
– petek: Kako najdemo dobrega prijatelja, Gorjanci, alkemija, dražba

8. VEČERNI PLES

Janko	Gabi
Tomaž	Mira
Boris	Ana
Stane	Romana

9. SOSEŠČINA

Janež	Erik	Irena	3
Kern	Dejan	Karmen	12
Levin	Francelj	Jana	5
Miklič	Gorazd	Lina	10
Novak	Horac	Maja	9

10. MODNA REVIJA

Polona	športni model	siva	5
Romana	poslovna obleka	bela	1
Saša	večerna obleka	rdeča	4
Špela	poletni kostim	vijolična	3
Vanja	spomladanski komplet	rumena	2

11. HIŠA STRAHOV

Albert	igranje z lučmi	salon	1801
Edvard	premikanje zaves	glavna galerija	1622
Edmund	oglašanje orgel	glasbena soba	1554
Katarina	hoja	zavito stopn.	1487
Belinda	loputanje vrat	spalnica	1739

ŠOLA LOGIKE

O ŠTEVILU REŠITEV LOGIČNIH NALOG

1. V prejšnji številki revije smo reševali logične naloge, v katerih iščemo sestavljeno izjavo X, ki izpolnjuje določene pogoje. Tokrat se vprašajmo, kdaj ima naloga rešitev in koliko različnih rešitev ima.

Recimo, da imamo tri ljudi. Eden med njimi je resničnik (vedno govori resnico), drugi neresničnik (nikoli ne govori resnice) in tretji lažnivec (včasih govori resnico, včasih pa ne).

Uvedimo enostavne izjave z naslednjo tabelo:

	je resničnik	neresničnik	lažnivec
Prva oseba	A	B	$\neg A \wedge \neg B$
Druga oseba	C	D	$\neg C \wedge \neg D$
Tretja oseba	$\neg A \wedge \neg C$	$\neg B \wedge \neg D$	$(A \vee B) \wedge (C \vee D)$

Torej izjava D govori, da je druga oseba neresničnik, izjava $\neg A \wedge \neg C$ pa, da je tretja oseba resničnik, saj je tretja oseba resničnik samo v primeru, ko nobeden od prvih dveh ni.

Ostali pogoji so še:

(1)$A \vee B \vee C \vee D$	(1') $\neg C \wedge \neg D \Rightarrow A \vee B$	(1") $\neg A \wedge \neg B \Rightarrow C \vee D$
(2) $A \Rightarrow \neg B$	(2') $B \Rightarrow \neg A$	
(3) $A \Rightarrow \neg C$	(3') $C \Rightarrow \neg A$	
(4) $B \Rightarrow \neg D$	(4') $D \Rightarrow \neg B$	
(5) $C \Rightarrow \neg D$	(5') $D \Rightarrow \neg C$	

Vaja: Prepričaj se, da velja $(1) \sim (1') \sim (1'')$, $(i) \sim (i')$, i=2,3,4,5, kjer $P \sim Q$ pomeni, da je izjava P logično ekvivalentna izjavi Q.

Naloga se glasi takole: Ali lahko z enim vprašanjem:" Ali velja X?", postavljenem prvi osebi, dosežemo:

- če je odgovor "da", potem druga oseba ni lažnivec;
- če je odgovor "ne", potem tretja oseba ni lažnivec.

Iščemo tako sestavljeno izjavo X, da bosta obe sledeči množici izjav protislovni:

(a) $\{(1)-(5), A \Rightarrow X\,,\ B \Rightarrow \neg X\,,\ \neg C \wedge \neg D\}$

(b) $\{(1)-(5), A \Rightarrow \neg X\,,\ B \Rightarrow X\,,\ (A \vee B) \wedge (C \vee D)\}$

Zapišimo semantični drevesi, ki jim zbrišemo vse sestavljene izjave razen negiranih enostavnih izjav ter vse veje, ki vsebujejo protislovje. (Glej Logika št. 4 str. 37)

$$\begin{array}{c} \neg C \\ \neg D \\ \hline A \mid B \\ \neg B \mid \neg A \\ X \mid \neg X \end{array} \qquad \begin{array}{c} A \mid B \\ \neg B \mid \neg A \\ \hline D \mid C \\ \neg C \mid \neg D \\ \neg X \mid X \end{array}$$

Pogoji, da zapremo še te štiri veje, so
$X \Rightarrow \neg A \vee B \vee C \vee D$
$\neg X \Rightarrow A \vee \neg B \vee C \vee D$ oziroma $\neg A \wedge B \wedge \neg C \wedge \neg D \Rightarrow X$
$\neg X \Rightarrow \neg A \vee B \vee C \vee \neg D$ oziroma $A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge D \Rightarrow X$
$X \Rightarrow A \vee \neg B \vee \neg C \vee D$

Skupaj se pogoj glasi
$(\neg A \wedge B \wedge \neg C \wedge \neg D) \vee (A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge D) \Rightarrow X \Rightarrow$
$(\neg A \vee B \vee C \vee D) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C \vee D)$

2. Pogoj ima torej obliko:
$P \Rightarrow X \Rightarrow Q$ (To je okrajšava za $P \Rightarrow X$ in $X \Rightarrow Q$.)
Zato mora veljati $P \Rightarrow Q$. Če je $P \sim Q$, imamo eno samo rešitev, drugače pa sta $X_1 \equiv P$ in $X_2 \equiv Q$ že dve različni rešitvi.

Kdaj bo veljalo $P \Rightarrow Q$? Izjavi P in Q imata posebni obliki. Za prvo pravimo, da je v *normalni disjunktivni obliki*, druga pa v *normalni konjunktivni obliki*. Ali lahko uganeš, kakšna je posebnost obeh oblik?

Kdaj je izjava P resnična? Imamo dve možnosti: da so resnične izjave $\neg A$, B,$\neg C$ in $\neg D$ ali, da so resnične izjave A, $\neg B$, $\neg C$ in D. Kdaj je izjava Q neresnična? Če so neresnične vse izjave $\neg A$, B, C in A ali če so neresnične izjave A, $\neg B$, $\neg C$ in D.

Ali je lahko izjava P resnična, Q pa ne? Recimo, da je P resnična. Ena možnost je, da so resnične izjave $\neg A$, B, $\neg C$ in $\neg D$, toda potem niso neresnične vse izjave $\neg A$, B, C, D (zaradi resničnosti $\neg A$ in B) niti niso neresnične vse izjave A, $\neg B$, $\neg C$, D (zaradi $\neg C$). Druga možnost je resničnost izjav A, $\neg B$, $\neg C$ in D. Tudi tokrat je Q resnična izjava. Zakaj?

Torej res velja $P \Rightarrow Q$.

Zapišimo vseh 16 možnosti za izbiro med izjavo in njeno negacijo:

1.	A	B	C	D	9.	$\neg A$	B	C	D
2.	A	B	C	$\neg D$	10.	$\neg A$	B	C	$\neg D$
3.	A	B	$\neg C$	D	11.	$\neg A$	B	$\neg C$	D
4.	A	B	$\neg C$	$\neg D$	12.	$\neg A$	B	$\neg C$	$\neg D$
5.	A	$\neg B$	C	D	13.	$\neg A$	$\neg B$	C	D
6.	A	$\neg B$	C	$\neg D$	14.	$\neg A$	$\neg B$	C	$\neg D$
7.	A	$\neg B$	$\neg C$	D	15.	$\neg A$	$\neg B$	$\neg C$	D
8.	A	$\neg B$	$\neg C$	$\neg D$	16.	$\neg A$	$\neg B$	$\neg C$	$\neg D$

Pogoj $P \Rightarrow X$ zahteva, da vključimo v izjavo X, če jo zapišemo v disjunktivni normalni obliki, vrstici 7 in 12. Pogoj $X \Rightarrow Q$ pa prepoveduje vključitev vrstic:
8. A $\neg B$ $\neg C$ $\neg D$ (negirane izjave $\neg A$, B, C, D)
10.$\neg A$ B C $\neg D$(negirane izjave A, $\neg B$, $\neg C$, D) V izjavo X lahko vključimo razen obveznih vrstic 7 in 12 katerokoli drugo množico vrstic, ki ne vključuje ne 8. ne 12. vrstice. Teh vrstic je 12. Torej je 2^{12} logično različnih rešitev. Rešitev pa je znatno manj, če upoštevamo ekvivalenco pri pogojih (1) – (5).

3. Zgradimo še drevo, tako da začnemo s pogoji (1) - (5).

A		B		C		D	
B		A		A		B	
C		D		D		C	
D	$\neg D$	C	$\neg C$	B	$\neg B$	A	$\neg A$
7	8	10	12	10	14	7	15

ki jih dopolnimo še s pogoji $D \vee \neg D$, $C \vee \neg C$, $B \vee \neg B$, $A \vee \neg A$. Če so izpolnjeni osnovni pogoji, imamo šest možnosti, ki jih zaznamujemo s številkami kot v spisku vseh možnosti. Vsaka možnost je konjunkcija enostavnih izjav ali njihovih negacij. Pogoj naloge pa je disjunkcija teh možnosti, ki jo bomo identificirali z množico

$P = \{7, 8, 10, 12, 14, 15\}$

Vzemimo dve rešitvi X_1 in X_2, ki ju spet identificiramo z ustreznimi množicami. Kdaj bo $P \Rightarrow (X_1 \Leftrightarrow X_2)$? Veljati mora

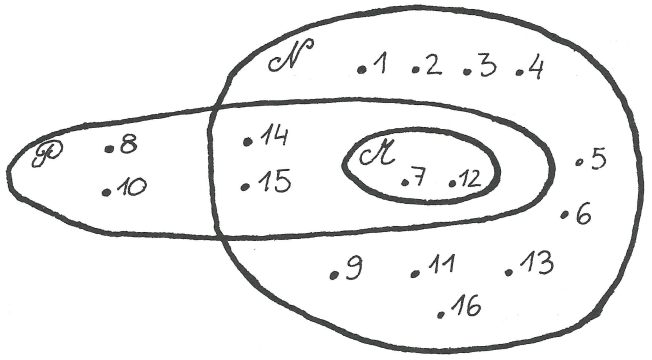
$P \wedge X_1 \Rightarrow X_2$ in $P \wedge X_2 \Rightarrow X_1$

V terminologiji teorije množic pa to pomeni

$P \cap X_1 \subseteq X_2$ in $P \cap X_2 \subseteq X_1$,

saj je pogoj za resničnost izjave $P \wedge X_1$, da je možnost vzeta iz preseka in ta mora biti tudi v X_2. Podobno velja za drugi pogoj.

Narišimo še diagram, kjer je osnovna množica množica vseh možnosti.



Množica $M = \{7, 12\}$ mora biti vključena v vse rešitve, možnosti 8 in 10 pa ne smeta biti vključeni. Koliko je rešitev, ki so pri pogoju P ekvivalentne rešitvi $X_1 = \{7, 12\}$? Ker je $X_1 \subseteq P$ in $P \cap X_2 \subseteq X_1$, X_2 ne sme vključevati ne 14 ne 15, lahko pa katerokoli podmnožico od $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 11, 13, 16\}$ in še M. Zato imamo 2^{10} rešitev, ki so ekvivalentne X_1. Podoben premislek pove, da imamo le štiri neekvivalentne rešitve. Razen X_1 so to še

$X_2 = \{7, 12, 14\}$
$X_3 = \{7, 12, 15\}$
$X_4 = \{7, 12, 14, 15\}$

4. Še enkrat se ozrimo na tabelo vseh možnosti in na semantično drevo. Vrstici 7 in 12 nastopata na vejah, kjer je X, vrstici 8 in 10 pa na vejah, kjer je $\neg X$. Potreben in zadosten pogoj za rešljivost je, da se vrstice, ki jih moramo vključiti, *izključujejo* z vrsticami, ki jih ne smemo vključiti.

V našem primeru so v vsaki veji nastopale vse enostavne izjave. To v splošnem ne drži. Vrstica, ki ji kakšna enostavna izjava manjka, "pokriva" vse vrstice, ki jih dobimo, ko upoštevamo različne možnosti za manjkajoče izjave. Da bi se dve množici, ki jih dobimo iz dveh "nepopolnih" vrstic izključevali, mora obstajati vsaj ena enostavna izjava, ki nastopa v eni vrstici, negacija te izjave pa v drugi vrstici. Za takšni dve množici izjav bomo rekli, da si *nasprotujeta*. Zapišimo zdaj izrek o rešljivosti:

Logična naloga ima rešitev, če in samo če vsaka odprta veja drevesa vsebuje X ali $\neg X$ in vsaka veja, v kateri je X, nasprotuje vsaki veji, ki vsebuje $\neg X$. Pri tem seveda ne upoštevamo nasprotovanj $\{X, \neg X\}$.

5. Vrnimo se k naši nalogi in si oglejmo nekaj rešitev. Dve sta

$X_1 \equiv (\neg A \wedge B \wedge \neg C \wedge \neg D) \vee (A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge D)$

$X_2 \equiv (\neg A \vee B \vee C \vee D) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C \vee D)$

Kako čudno pa bi se glasilo vprašanje, če bi ga prevedli v pogovorni jezik? Poiščimo sedaj kakšno bolj enostavno rešitev.

Če v X_1 izpustimo kakšno enostavno izjavo, bo veljalo $X_1 \Rightarrow X_1'$, če izpustimo kakšno izjavo v X_2 pa $X_2' \Rightarrow X_2$. Kdaj bo $X_1' \Rightarrow X_2'$? Za vsako disjunkcijo v X_1' in vsako konjunkcijo v X_2' moramo najti skupno izjavo (zakaj ne nasprotne?). Zato lahko vzamemo

$X_1' \equiv (B \wedge \neg C) \vee (\neg C \wedge D)$

$X_2' \equiv (\neg A \vee D) \wedge (\neg C \vee D)$

Uporabimo še distribucijske zakone in dobimo:

$X_1' \equiv \neg C \wedge (B \vee D)$

$X_2' \equiv D \vee (\neg A \wedge \neg C)$

Kako torej postavimo vprašanje? Vprašamo prvega in pokažemo na drugega: Ali je res, da tale ni resničnik, eden od vaju pa je neresničnik? Drugo vprašanje: Ali je res, da je tale neresničnik ali pa je tretji resničnik?

Druga rešitev je kar v redu. Preverimo jo tako, da semantično drevo podaljšamo

z $\begin{array}{l|l} D & \neg A \quad \text{namesto } X \\ & \neg C \end{array}$

in $\begin{array}{l} \neg D \quad \text{namesto } \neg X \\ A \mid C \end{array}$

Preverimo še s sklepanjem:

■ Recimo, da je prva oseba odgovorila "da".
■ ■ Recimo še, da je to resnica in
■ ■ ■ da drugi ni neresničnik.
■ ■ ■ Potem je tretji resničnik,
■ ■ ■ prva oseba pa lažnivec (ki je govoril resnico).
■ ■ ■ Potem pa je druga oseba neresničnik, kar je protislovje.
■ ■ Drugi je torej neresničnik.
■ Če je torej prvi govoril resnico, je drugi neresničnik in ni lažnivec.
■ ■ Zdaj pa vzemimo, da odgovor "da" ni pravilen.
■ ■ Potem drugi ni neresničnik in
■ ■ tretji ni resničnik.
■ ■ Seveda, tudi prvi ni resničnik (ker njegov odgovor ni pravilen).
■ ■ Drugi je torej resničnik.
■ Če je torej prvi lagal, je drugi resničnik in seveda ni lažnivec.
V vsakem primeru: Če je bil odgovor prvega "da", drugi ni lažnivec.
■ Recimo sedaj, da je bil odgovor "ne".
■ ■ Recimo še, da je to resnica.
■ ■ Potem drugi ni neresničnik in
■ ■ tretji ni resničnik.
■ ■ ■ Recimo, da je tretji lažnivec.
■ ■ ■ Tedaj je prvi resničnik in drugi neresničnik. To pa je protislovje.
■ ■ Tretja oseba ni lažnivec.
■ Če je odgovor "ne" pravilen, tretja oseba ni lažnivec.
■ ■ Recimo, da "ne" ni pravilen odgovor.
■ ■ Potem je drugi neresničnik ali pa tretji resničnik.
■ ■ ■ Recimo, da je tretji lažnivec.
■ ■ ■ Potem je drugi neresničnik. Sledi,
■ ■ ■ da je prvi resničnik. To je protislovje. Torej:
■ ■ Tretji ni lažnivec.
■ Če je torej odgovor "ne" nepravilen, tretji ni lažnivec.

Ne glede na to ali je "ne" pravilen ali nepravilen odgovor, tretja oseba ni lažnivec. Ponovimo še enkrat: če je prva oseba odgovorila "da", druga oseba ni lažnivec, če je bil odgovor "ne", pa tretja oseba ni lažnivec. S tem pa smo dokazali, kar je bilo treba.

NALOGE

1. Preveri z običajnim sklepanjem še rešitev
   $X_1 \equiv \neg C \wedge (B \vee D)$
2. Poišči še kakšno primerno vprašanje.
3. Našli smo nekoga, ki ni lažnivec: kako bi z dvema vprašanjema ugotovili, kdo je kaj?
4. Poišči vse izjave, za katere je množica
   $\{R \Rightarrow X, L \Rightarrow \neg X, R \Rightarrow \neg L, R \vee L\}$
protislovna. Koliko rešitev si dobil? Koliko pa je različnih rešitev pri pogoju $R \Rightarrow \neg L$?
5. Poišči takšno izjavo X, da bo množica
   $\{S \Leftrightarrow X \neg(S \wedge P)\}$
protislovna, množica $\{S \Leftrightarrow X\}$ pa ne.

RAZVEDRILNA MATEMATIKA

1. KOLESARJENJE

Peter je zmagal na šolskem kolesarskem prvenstvu. 27 kilometrov je prevozil v eni uri in 42 minutah. Med celo tekmo je le na dveh postajah vzel kozarec osvežilne pijače (brez ustavljanja seveda). Obe postaji sta bili druga od druge oddaljeni 6 km, druga postaja je bliže cilju kot start. Petrova povprečna hitrost od starta do druge postaje, v km/h, je enaka razdalji v km med prvo postajo in ciljem, enako velja za povprečno hitrost med drugo postajo in ciljem ter razdaljo med startom in drugo postajo. Koliko je druga postaja oddaljena od starta?

2. NAVDUŠENI ZBIRALCI

Miha je včasih zbiral značke; kar zajeten album jih je imel. Ker pa se s tem ne ukvarja več, se je odločil, da jih razdeli med prijatelje, ki so še vedno navdušeni "značkarji". Ti so seveda pridno prihajali ponje; vsak dan sta prišla dva zbiralca več kot prejšnji dan in Miha je vsakemu dal po 10 značk manj kot tistim dan poprej. Tako je šlo do vključno petega dne, ko je Miha razdal še zadnjih, manj kot 100 značk, od skupno 1000 značk, kolikor jih je imel na začetku.

Koliko zbiralcev je povečalo svoje zbirke na račun Mihove?

3. SEDEMKA

Zamislim si število. Ga kvadriram. Kvadrat ponovno kvadriram in dobljeni rezultat pomnožim z začetnim številom. Dobim število s sedmimi ciframi, zadnja cifra je sedem.

Katero je začetno število?

4. ŠAHOVSKI TURNIR

Na šolski šahovski turnir se je prijavilo 24 tekmovalcev. Razvrstili so jih v dve skupini; v vsaki skupini je vsak igral eno igro z vsakim. V drugi skupini je bilo odigranih 69 partij več kot v prvi. Zmagovalec v prvi skupini si je priigral $5\frac{1}{2}$ točke in ni niti enkrat izgubil. Kolikokrat je zmagal, kolikokrat remiziral? (za zmago dobi igralec 1 točko, za remi pa 1/2).

5. POPRAVNI IZPITI

Aleš je opravljal popravni izpit iz geografije. Skupaj s sošolci je nestrpno čakal pred razredom, da profesorji končajo z razpravo in obesijo listek z uradnimi rezultati. Končno se vrata odprejo in skupina profesorjev stopi na hodnik. "O, Kovač, ti si pa naredil", se

Alešu spodbudno nasmehne razrednik. "Ja, ja, res je, saj si znal", prikima še profesor geografije. "Ampak drugo leto ...", grozeče doda.

Toda Aleš je še vedno v dvomih. Profesorji so pač profesorji, radi menjajo imena in podatke. Aleš dobro ve, da je ena od štirih izjav njegovega razrednika napačna in da so le štiri od petih izjav, ki jih da profesor geografije, pravilne. Kolikšne so torej možnosti, da je Aleš res na seznamu tistih, ki so izpit naredili?

6. ZLATNIKI

Gospod Zlatar ima 9 otrok in 31 vnukov. Med vnuke je razdelil svojo zbirko 470 zlatnikov, in sicer tako, da je vsako dekle dobilo 7 zlatnikov več kot vsak fant. Kar 74 zlatnikov so dobili otroci Zlatarjeve najstarejše hčerke Zlatice.

Koliko hčerk ima Zlatica?

7. DELNICE

V manjšem družbenem podjetju z 19 zaposlenimi so se odločili, da podjetje privatizirajo, ustanovijo delniško družbo in med zaposlene razdelijo 1000 delnic. Predlog direktorja je bil, da naj bi delavci, ki so pri podjetju že od začetka, dobili po 30 delnic več kot tisti, ki so k podjetju prišli kasneje. Predlog je pri slednjih naletel na tako močan odpor, da so se slednjič odločili, da delavci, ki so k podjetju prišli kasneje, dobijo 8 delnic več kot je bilo predvideno v prvotnem direktorjevem predlogu.

Koliko delnic je torej pripadlo direktorju, ki je v podjetju že od vsega začetka?

8. KDO BO PLAČAL?

Gospoda Novaka in gospoda Gorenca, ki sta se vračala z nedeljske nogometne tekme, je nenadoma hudo zažejalo, pa sta spotoma zavila še v bližnji bistro na vrček piva. Ko sta si žejo pogasila in je bilo treba plačati, je gospod Gorenc predlagal: "Mečiva pet kovancev. Kdor vrže večkrat grb, plača zapitek". "Prav", se je strinjal gospod Novak. "In če vrževa enako?" "Oh, to pa ni preveč verjetno. Če pa se zgodi, plačam jaz", je bil velikodušen gospod Gorenc.

Kakšne so možnosti, da plača gospod Gorenc?

RAZVEDRILNA MATEMATIKA – REŠITVE

1. KOLESARJENJE

Rešitev je seveda možna tudi z nekoliko ugibanja, matematična pa je sledeča:

$$\frac{m+6}{27-m} + \frac{21-m}{m+6} = \frac{17}{10}$$

m pomeni razdaljo med startom in prvo postajo. Če enačbo preuredimo, dobimo:

$$(m-12)(37m-273) = 0$$

m je torej 12 ali pa 7 $\frac{14}{37}$ km.
Toda v zadnjem primeru bi bila druga postaja le 13 $\frac{14}{37}$ km oddaljena od starta, kar pa je manj od polovice.
Prva postaja je torej 12 km oddaljena od starta.

2. NAVDUŠENI ZBIRALCI

Recimo, da je bilo tretji dan m interesentov in je vsak dobil n značk. Velja:

$$(m-4)(n+20) + (m-2)(n+10) + mn + (m+2)(n-10) + \\ +(m+4)(n-20) = 1000$$

oziroma $mn = 240$
Obstajajo natanko tri možnosti:

1. m = 6, n = 40
2. m = 8, n = 30
3. m = 10, n = 24

Toda pri drugi in prvi varianti zmnožek zbiralcev in značk na zbiralca zadnji dan preseže 100. Prava je torej tretja varianta; tretji dan je prišlo 10 zbiralcev, vseh skupaj pa je bilo:

$$(10-4) + (10-2) + 10 + (10+2) + (10+4) = 50$$

50 zbiralcev je pridobilo na račun Mihove velikodušnosti.

3. SEDEMKA

Naloga postane prav lahka, ko se dokopljemo do ugotovitve, da je zadnja cifra pete potence nekega števila enaka zadnji cifri izbranega števila. Zadnja cifra izbranega števila je torej 7. Ugotovimo:
10^5 je šestmestno število, 20^5 sedemmestno in 30^5 osemmestno število. Iz tega sklepamo, da bo 27^5 preveč (torej osemmestno število), 7^5 pa premalo; iskano število je torej 17.

4. ŠAHOVSKI TURNIR

Ugotovimo najprej število igralcev x v prvi skupini. x igralcev odigra $\frac{x(x-1)}{2}$ partij, $24-x$ igralcev druge skupine pa $\frac{(24-x)(24-x-1)}{2}$. Velja:

$$\frac{(24-x)(23-x)}{2} - \frac{x(x-1)}{2} = 69 \Rightarrow x = 9$$

V prvi skupini je bilo torej 9 igralcev, zmagovalec je odigral 8 partij, a-krat remiziral in (8-a) krat zmagal. Torej: $a \cdot \frac{1}{2} + (8-a) \cdot 1 = 5\frac{1}{2} \Rightarrow a = 5$
Remiziral je petkrat in zmagal trikrat.

5. POPRAVNI IZPITI

Če bi obema profesorjema zastavili 20 vprašanj, bi oba enako odgovorila na njih v 13 primerih, in sicer dvanajstkrat pravilno in enkrat nepravilno, na 7 vprašanj (3 + 4) pa bi bil odgovor različen. Ker je Aleš boljši v matematiki kot v geografiji, je hitro ugotovil, da so njegove možnosti, glede na izjave profesorjev, da je izpit opravil, 1 : 12.

6. ZLATNIKI

Recimo, da je med Zlatarjevimi vnuki m dečkov in da je vsak dobil n zlatnikov. Torej je:

$$mn + (31-m)(7+n) = 470 \Rightarrow 31n - 7m = 253$$

Je samo ena rešitev te enačbe s pozitivnimi celimi števili, pri kateri je $m < 31$, in sicer $m = 17$, $n = 12$. Torej je 17 vnukov dobilo po 12 in 14 vnukinj po 19 zlatnikov. Tudi enačba $12a + 19b = 74$ ima le eno rešitev s pozitivnimi celimi števili, in to je $a = 3$ in $b = 2$.
Zlatica ima torej 2 hčerki.

7. DELNICE

Recimo, da je delavcev, ki v podjetju niso že od začetka, m, in da po direktorjevem predlogu dobijo vsak n delnic. Torej je:

$$mn + (19-m)(30+n) = 1000 \Rightarrow 19n - 430 = 30m$$

Pri $m < 19$ je le ena možna rešitev med pozitivnimi celimi števili; to je $m = 11$, $n = 40$. Po lastnem predlogu naj bi bil direktor med tistimi, ki bi prejeli 70 delnic, ostalih 11 delavcev pa 40. Po spremembi predloga pa pripada slednjim vsega skupaj 88 delnic več, kar pomeni, da dobijo ostali po 11 delnic manj.
Direktor dobi 59 delnic.

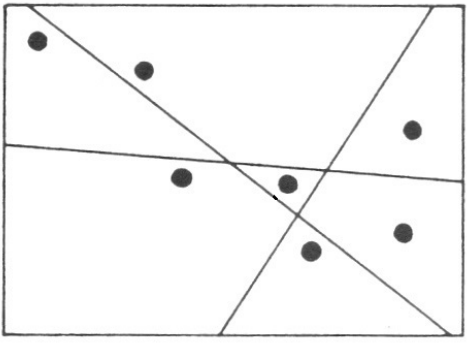
8. KDO BO PLAČAL?

Pri metu enega kovanca sta dve možnosti: ali pade "grb" ali "cifra". Če jih mečemo pet, je število možnih kombinacij $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$. Če jih analiziramo, ugotovimo, da je ena možnost, da pade 5 grbov, ena, da ne pade nobeden; možnosti, da padejo 4 grbi in prav tako pet, da pade en grb; kar v desetih od vseh možnih kombinacij pa naj bi padla 2 grba in v desetih 3 grbi. Skupno število možnih kombinacij pri metih obeh pivcev, je $32 \times 32 = 1024$, od tega je $2 \times (1 \times 1) + 2 \times (5 \times 5) + 2(10 \times 10) = 252$ kombinacij, pri katerih bo izid najverjetneje enak. Pri preostalih 772 pa naj bi seveda imela vsak pol (=

386) možnosti za zmago.
Verjetnost, da plača gospod Gorenc, je torej kar precejšnja, kar $\frac{(252+386)}{1024}$ oz. njegove možnosti, da izgubi, so 638 : 386.

REŠITEV NAGRADNE UGANKE

Rešitev nagradne uganke iz 3. številke



Pravilno rešitev so nam poslali tile učenci: Urška Ocvirk (Novo mesto), Buček Robert (Loški potok), Albina Zalar (Cerknica), Jasna Hladnik (Rovte), Marko Krošelj (šentjernej), Sara Pernuš (Ljubljana), Jelena Radojevič (Cerknica), Rok Orel (Ljubljana), Gorazd Švelc, Mateja Štrukelj, Tadeja Gornik, Mateja Zalar (vsi OŠ Cerknica), Sašo Rot, Tjaša Retrič, Sebastjan Zelič, Marjan Pirman, Špela Oblak, Ana Turšič, Tanja Petrič, Katja Rot, Andrej Obreza, Marko Nared, Jure Nared (vsi OŠ Cerknica). Za nagrado je žreb določil Albino Zalar, Pirmane 3, 61380 Cerknica in Marka Nareda, Sveti Vid 1, 61380 Cerknica. Dobila sta knjigo prof. Prosena, Veliki in Mali medved.

PISMA BRALCEV

Pred nekaj dnevi sem dobila 3. številko revije LOGIKA. Ko sem jo pričela listati, nisem verjela lastnim očem, saj je št. 3 res super. Priznam, da tudi prvi dve nista slabi, a ta je posebna. Mislim, da predvsem zato, ker je vse po vrstnem redu. Želim si, da bi bilo še naprej tako. Zdi pa se mi škoda, da te revije ne naroča več učencev, to pa zato, ker zanjo sploh ne vedo. Jaz sploh nisem vedela, da obstaja, dokler je nisem dobila zastonj po pošti. Dobila pa sem jo zato, ker sem se udeležila državnega tekmovanja za VEGOVO PRIZNANJE. Ampak ali vi mislite, da sta MATEMATIKA in LOGIKA enaki? Nikakor ne, res pri matematiki potrebuješ logiko, a pri logiki matematike ne, zato storite kaj, da bodo imeli vsi učenci možnost naročiti to revijo.

Ker rada rešujem logične in matematične naloge, bi se rada udeležila vaših tekmovanj, pa ne vem, kako. Na naši šoli nimamo posebnega krožka. Ali se torej lahko prijavim sama? Prosim, če mi lahko odgovorite na to vprašanje.

Želim vam še veliko uspehov pri sestavljanju revije, pri organizaciji tekmovanj in pri vsem vašem delu.

Lep pozdrav,

Maja iz Raven na Koroškem

Odgovor uredništva: Za tekmovanje v razvedrilni matematiki je razpis izšel v tej številki, za logiko pa se lahko prijavite v najbližji šoli, ki to tekmovanje organizira. To lahko ugotovite iz rezultatov tekmovanja v 3. številki revije ali pa konec junija vprašajte po telefonu na ZOTKS (061-213743).

Sem bralec in reševalec revije Logika & razvedrilna matematika. Tudi sam sem poskušal sestaviti par ugank, če mi je to uspelo, boste odločili vi. Za kakršnokoli podobnost s kakšno drugo logično uganko se že vnaprej opravičujem. To pa seveda še ne pomeni, da sem kopiral. Revija je dobra, to je že treba priznati. Pravzaprav sploh ne bi mogel reči, da je slaba, saj je to doslej edina revija s tako tematiko. Mislim, da sem nekaj podobnega zasledil pred leti v reviji Moj mikro, ne bi si pa upal trditi.

Dve stvari me tudi motita. Prvič: Vaši uvodniki. Podobni so post scriptumu. V vsaki številki posebej nam poveste v treh stavkih, koliko subvencije ste dobili in koliko naročnikov še ni plačalo naročnine. Zavedam se, da je rentabilnost vaše revije nevarno ogrožena. Pa se znajdite, kot so se pri Pilu: vsak mesec povečajte naročnino. Problem je v tem, da je kvaliteta Pila obratnosorazmerna ceni. Tudi naloge v angleščini se mi ne zdijo prav posrečene. Verjemite mi, da v angleščini nisem diletant, pa teh nalog vseeno ne rešujem. Le z malo nepazljivosti se lahko pomen stavka spremeni. In to lahko nalogo z razpredelnico naredi nemogočo. No, angleščino bi še prebavil, vrhunec absurda pa so po mojem naloge v nemščini. Konkretno, jaz lahko iz teh nalog naredim avionček in ga pošljem čez balkon dol. Moja nemščina se namreč začne in konča pri ajns, cvai in drai. Predstavljajte si naloge v italijanščini. Mene ne bi motile, vem pa, da 90 % ne bi razumelo niti stavka.

Še ena stvar me moti, pa ne samo v vaši reviji, temveč v logiki na splošno. Pri recenziji tujih revij ste zapisali, da so naloge večinoma razpredelčnega tipa. Teh nalog je za moje pojme vedno preveč. Če rešiš eno, rešiš vse. Treba je samo poznati pravila reševanja. Večinoma so dolgočasne in čez nekaj časa postaneš stroj, ki rešuje te naloge. Mislim, da bi logika morala biti v pomoč pri drugih vedah, kot so matematika, fizika, računalništvo itd., ne pa kot samostojna veda. Z logiko samo si kaj prida ne moreš pomagati. Predlagal bi vam drugo zvrst logike. Tako kot jo vidimo v knjigah o Sherlocku Holmesu (čeprav je lik izmišljen). Zastavili bi neko poročilo o ropu, umoru ali čem podobnem. Dali bi dosti podatkov, da bi bilo nalogo mogoče rešiti, vendar z veliko mero fantazije. Take naloge so po moje veliko bolj zanimive in privlačne. Opazili boste, da so naloge, ki sem vam jih poslal, popolno nasprotje takih, ki jih sam predlagam. Doma pa delam na detektivski uganki, vendar jo je zelo težko sestaviti. Ko jo bom dokončal, vam jo bom poslal.

Lepe pozdrave celemu uredništvu z upanjem, da bo revija še dolgo izhajala in da bo z vsako številko boljša!

1. naloga

V veleblagovnici sta se srečala Matjaž in njegova bivša kolegica z matematične fakultete Micka. Nekaj časa sta klepetala. Poslušajmo delček njunega pogovora.

Matjaž: Imaš kaj otrok?

Micka: Imam hčerko Francko.

Matjaž: Koliko pa je stara?

Micka: Produkt njenih let, mojih let, dneva njenega rojstva ter meseca njenega rojstva je sestavljen in cifer 7, 8, 9, 0 ter 1. Ta produkt je petmestno število.

Matjaž: Ne me zafrkavat. Rabim še goro podatkov.

Micka: No, naj ti bo. Prvi dve cifri produkta nista 7 in 8. Cifra 0 stoji med cifro 8 ter cifro 1. Zadnja cifra produkta je tista, ki je med ciframi največja.

Matjaž: Saj jih imaš že ... Leta res hitro tečejo. Še vedno pa ne morem ugotoviti starosti tvoje hčerke.

Micka: To je res. Lahko ti še povem, da ni rojena v znamenju kozoroga, pa tudi ne jeseni.

Matjaž: A toliko jih ima. Povej ji, da ji prideva z mojo hčerko čez 144 dni čestitat za rojstni dan.

Katerega dne se je odvijal ta pogovor?

2. naloga

V bifeju sem srečal štiri poslance državnega zbora. Vsak od njih je ali zeleni ali temnordeči. Zeleni vedno govorijo resnico, temnordeči pa se vedno lažejo. Ko sem jih vprašal, kaj so, so mi dali izjave:

A: Med nami sta dva zelena ter dva temnordeča.

B: Jaz in D nisva temnordeča.

C: B je temnordeč.

D: A ni zelen.

Kdo je kdo?

3. naloga

Nekoč sem se peljal z vlakom. Kmet zraven mene se je hvalil, da zna na pamet število psov in kanarčkov za vsako farmo posebej. Povprašal sem ga za število živali na farmi z velikim vrtom.

Jaz: Tudi na tej farmi so kanarčki in psi, kajne?

Kmet: Seveda. Pred leti so imeli par psov in par kanarčkov, slišal pa sem, da se jim je zarod kar povečal in da jih imajo zdaj več.

Jaz: Koliko pa jih je?

Kmet: Število živali je popoln kvadrat, pa tudi število vseh nog živali je popoln kvadrat. Živali pa ni več kot 31.

Jaz: Če so moji izračuni pravilni, je vseh živali ...

Koliko je vseh živali?
Koliko je psov?
Koliko je kanarčkov?

REŠITVE:

1.naloga – Pogovor se je odvijal 1. septembra.
2.naloga – A in C sta zelena, B in D pa temnordeča.
3.naloga – Vseh živali je 25, kanarčkov je 18, psov pa 7.

Andrej Ivanovič, Koper

Sem naročnica vaše revije. Hodim v prvi letnik Gimnazije Bežigrad.

Revija mi je zelo všeč. Najraje rešujem številske križanke in res lepo od vas, da ste jih v tej številki objavili kar pet. Rada rešujem tudi logične naloge, a se mi zdijo lahke. Najbolj všeč mi je bila ena iz revije številka 6 lanskega šolskega leta z naslovom Palio. Zakaj niste v tej številki objavili rešitve četrte logične naloge?

V tej številki ste objavili tudi urnik tekmovanj v letu 1993 in zanima me, zakaj ni olimpiade tudi v logiki ali v razvedrilni matematiki?

V tej številki so objavljeni rezultati državnega tekmovanja v logiki in napisali ste, da se pišem Lovrenčič, kar ni prav.

Lep pozdrav in naj bo revija še naprej tako dobra (ali še boljša) !

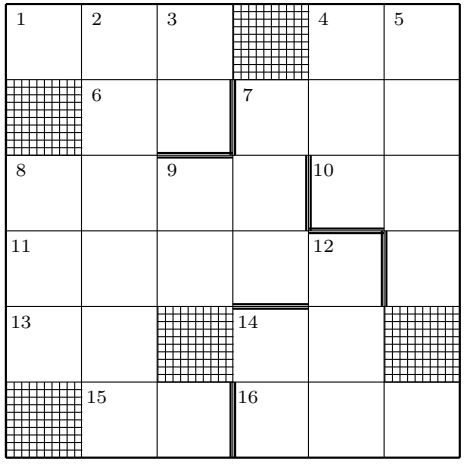
Pošiljam vam tole številsko križanko, katero sem sestavila.

Vodoravno:

1. Kub
4. Praštevilo
6. Vsota cifer je enaka vsoti zadnjih dveh cifer 5N
7. Anagram kuba
8. Kub števila manjšega od 15
10. Vsota cifer je za 1 večja od vsote cifer 6V
11. Anagram kuba števila, ki je manjše od 26
13. Desna cifra je za 2 večja od leve
14. Enaki cifri, manjši od 6
15. Vsota cifer 2N
16. Večkratnik števila 3, manjši od 500

Navpično:

2. Zrcalno število
3. Zamenjani cifri kvadrata, večjega od 36
4. Večkratnik vsote cifer 2N
5. Enakomerno naraščajoče cifre
7. Zmnožek leve cifre 10V in števila, ki ga dasta zadnji dve cifri 16V
8. Enakomerno naraščajoče cifre
9. Število (ni 4),nato njegov koren
12. Vsota cifer je enaka vsoti cifer 4N
14. Praštevilo



Luca Lovrečić, Ljubljana

TEKMUJMO V RAZVEDRILNI MATEMATIKI

Letošnje tekmovanje v razvedrilni matematiki bo potekalo 4. septembra na Fakulteti za elektrotehniko in računalništvo. Tekmovalce bomo izbrali med reševalci nalog te rubrike, ki jih morate skupaj z nalogami v 6. številki poslati do 10.8.93 na naslov uredništva s pripisom **Za tekmovanje**.

1. APARTMAJI

Arko, Brinovec in Cunder so živeli v apartmajih v neki večji hiši. Vsi so živeli v istem nadstropju. En apartma je bil v sredi med drugima dvema.

1. Vsak moški je imel le eno žival: ali psa ali pa mačka; vsak je pil le eno od naslednjih dveh pijač: čaj ali kavo; vsak je kadil le eno obliko tobaka: pipo ali cigaro.
2. Arko je živel poleg kadilca cigar.
3. Brinovec je živel poleg lastnika psa.
4. Cunder je živel poleg tistega, ki je pil čaj.
5. Noben kadilec pipe ni pil čaja.
6. Vsaj en lastnik mačka je kadil pipo.
7. Vsaj eden, ki je pil kavo, je živel poleg lastnika psa.
8. Niti dva moška nista imela skupne več kot ene lastnosti.

Čigav apartma je bil v sredini?

2. SEŠTEVANJE

Nadomesti črke z ustreznimi številkami (ciframi) tako, da se bo račun izšel! Ista črka pomeni isto številko, različni črki pa različni številki.

a)
$$\begin{array}{cccc} & A & B & A \\ & E & B & A \\ + & & & B \\ \hline T & O & K & O \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{ccccc} & O & V & S & O \\ & O & V & S & O \\ + & M & A & R & O \\ \hline O & S & V & E & N \end{array}$$
(Število MARO je praštevilo)

c)
$$\begin{array}{cccc} & O & R & O \\ & O & R & O \\ + & & A & R \\ \hline E & R & R & S \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{ccccc} M & O & N & A \\ & & & O \\ + & T & O & N & A \\ \hline & R & O & M & A \end{array}$$

e)
$$\begin{array}{ccccc} & R & A & M & S \\ & & S & A & A \\ + & & & & V \\ \hline M & E & M & V & R \end{array}$$

f)
$$\begin{array}{cccc} & A & L & L \\ & A & L & L \\ + & & & A \\ \hline R & I & A & L \end{array}$$

3. ZBIRALCI

Na srečanju mladih zbiralcev se je spoznalo pet otrok: Tanja, Tine, Tadej, Mojca in Miha. Zbirajo različne stvari, vsak le eno izmed njih: znamke, nalepke, kovance, razglednice in značke, in sicer vsak različno število let: 1, 2, 3, 4 ali 5. Lahko ugotoviš konjiček vsakega in število let zbiranja?

1. Tine zbira dalj časa kot otrok, ki zbira znamke, ta pa ne zbira najmanj časa.
2. Tadej zbira manj časa kot otrok, ki zbira nalepke, toda dalj časa kot otrok, ki zbira kovance.
3. Miha ne zbira značk.
4. Tadej in Tanja ne zbirata kovancev. Teh ravno tako ne zbirata dekle, ki zbira najdalj časa, in fant, ki zbira najmanj časa.

4. PRIČEVANJE ODVETNIKOV

Albert, Bojan in Ciril so bili zaslišani o umoru Dušana. Preiskava je pokazala, da bi bil lahko tudi odvetnik morilec. Vsak osumljenec, od katerih je eden morilec, je postavil dve trditvi:

Albert: 1) Jaz nisem odvetnik.
2) Jaz nisem ubil Dušana.
Bojan: 3) Jaz sem odvetnik.
4) Toda jaz nisem ubil Dušana.
Ciril: 5) Jaz nisem odvetnik.
6) Odvetnik je morilec.

Policija je kasneje odkrila naslednje:

a) Samo dve od zgornjih trditev sta resnični.
b) Samo eden od osumljencev ni odvetnik.

Kdo je ubil Dušana?

5. STRELSKE NAGRADE

Tone ima v zabavišču odprto strelišče. Nagrade ima spravljene v treh omarah - v vsaki je po pet polic. V levi omari so naslednje nagrade: pepelniki, elektronske igrice, vlakci, ročne ure in vodne pištole. V srednji omari: sladkarije, stenske ure, punčke, denarnice in čoln; v desni omari: avtomobilski deli, zvočniki, radio, televizor in piščalke. Lahko ugotoviš, na kateri polici je spravljena vsaka od nagrad?

1. Čoln je nižje od police, na kateri so elektronske igrice in TV, toda višje, kot je polica z vodnimi pištolami in avtomobilskimi deli.
2. Punčke in TV niso na isti polici.
3. Denarnice so na višji polici kot sladkarije, toda na nižji polici kot avtomobilski deli; vlakci niso na isti polici kot katera koli od teh treh nagrad.
4. Ročne ure so na višji polici kot piščalke, toda na nižji kot zvočniki.

6. PRETIRANO KAJENJE

"Kakšen zrak!" je zatarnala Tinka in na stežaj odprla okno, da bi se soba vsaj malo prezračila. "Gotovo ste včeraj pokadili celo škatlo s petdesetimi cigarami!" Mark je ugovarjal, medtem ko je povlekel še eno cigaro iz škatle: "Ne toliko! Dvakrat toliko, kot smo jih pokadili, je ravno za tri več kot polovica tistih, ki so sedaj še v škatli." Koliko cigar je ostalo?



7. VOZNIKI

Trije moški (Zare, Rado in Stane) in dve ženski (Maša in Branka) vozijo po dirkališču po en dan v tednu (od ponedeljka do petka). Imajo avtomobile različnih barv: modre, rdeče, sive, zelene in bele. Ugotovi dan, ob katerem vozi vsaka izmed oseb, ter barvo avta, ki ji pripada!

1. Maša ne vozi ob torkih.
2. Ženska z modrim avtomobilom vozi kasneje kot Stane, toda prej kot Rado, ki pa ni moški, ki vozi ob petkih.
3. Barva avtomobila se nikoli ne začne na isto črko kot ime lastnika oz. lastnice.
4. Moški z zelenim avtomobilom vozi prej kot moški z belim avtomobilom, toda kasneje kot Maša, ki ne vozi ob ponedeljkih.
5. Oseba s sivim avtomobilom se vozi prej kot oseba v zelenem avtomobilu, toda kasneje kot oseba v rdečem avtomobilu.

8. STAROSTI

"Imaš torej že pet otrok in srednja je deklica?" se je čudil Andrej. "Koliko let ima?" Mitja se je zasmejal: "Ugotovi sam! Med njimi je po dve leti razlike in najmlajši fant je pol toliko star kot najstarejši." Koliko je stara deklica?

ŠTEVILSKE KRIŽANKE

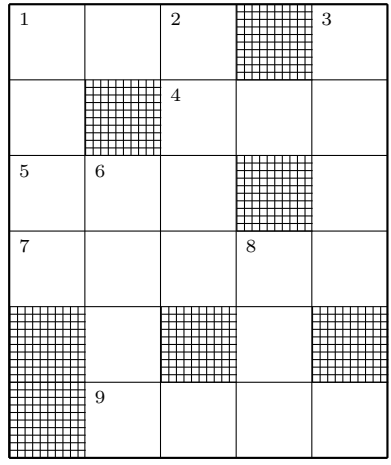
1

Vodoravno:

1. Kvadrat večkratnika št. 7
4. Popoln kub
5. Popoln kvadrat
7. Vsota cifer je 23
9. Dve ali več zaporednih praštevil

Navpično:

1. Sosednji praštevili
2. Vsota cifer je 24
3. Četrta potenca
6. Popoln kub
8. Popoln kub



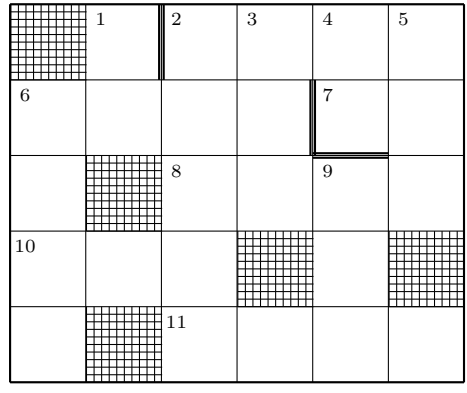
2

Vodoravno:

2. Palindrom
6. Anagram kuba
7. Praštevilo
8. Kub
10. Večkratnik $9N$
11. Večkratnik praštevila

Navpično:

1. Vsota cifer je enaka vsoti cifer $7V$
2. Število, nato njegova četrta potenca
3. Anagram kvadrata
4. Obrat števila $7V$
5. Anagram kvadrata
6. Anagram kuba
9. $11V$ minus $10V$, obratno



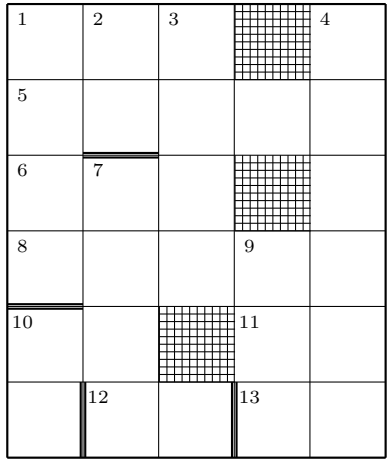
3

Vodoravno:

1. Število je za 2 večje od kuba
5. Zrcalno število, zadnje 3 cifre tvorijo anagram kvadrata
6. Število, nato njegov dvakratnik
8. Vsaka naslednja cifra je manjša
10. Število je za 4 večje od vsote cifer $4N$
11. Večkratnik praštevila
12. Kvadrat
13. Obrat števila je kvadrat prve cifre števila $8V$

Navpično:

1. Anagram kuba
2. Število je večkratnik svoje zadnje cifre
3. Število, nato njegov kub
4. Zrcalno število
7. Kub
9. Enakomerno naraščajoče cifre
10. Vsota cifer je delitelj števila in hkrati enaka prvi cifri $4N$



REŠITVE ŠTEVILSKIH KRIŽANK

1

1 7	8	2 4		3 1
9		4 5	1	2
5 7	6 2	9		9
7 3	7	6	8 1	6
	4		2	
	9 4	7	5	3

2

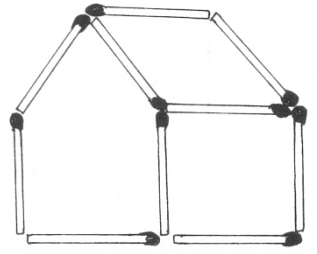
	1 8	2 9	3 7	4 7	5 9
6 9	0	6	4	7 1	7
8		8 5	6	9 3	2
10 7	9	6		9	
6		11 1	6	8	9

3

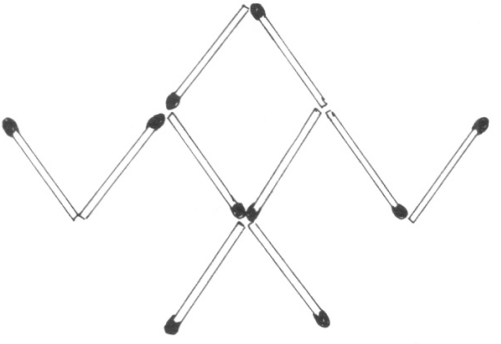
1 1	2 2	3 7		4 6
5 2	4	3	4	2
6 7	7 1	4		1
8 8	7	3	9 2	1
10 2	2		11 3	2
4	12 8	1	13 4	6

NALOGE Z VŽIGALICAMI

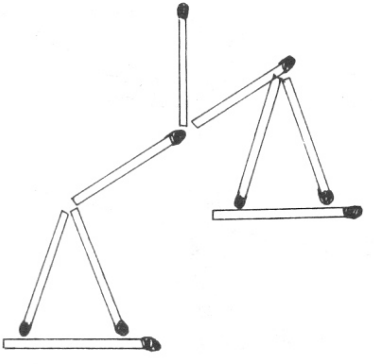
1. Na sliki je sestavljena hiša. Prestavi dve vžigalici, tako da boš hišo videl z druge strani.



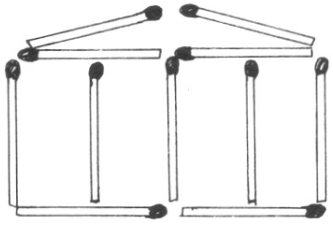
2. Rak iz vžigalic gleda navzgor. Prestavi 3 vžigalice, tako da bo rak gledal navzdol.

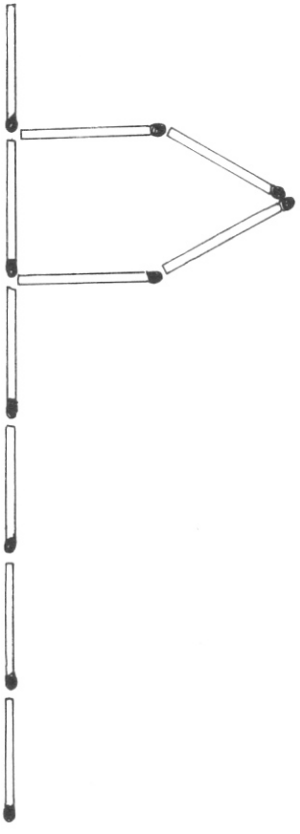


3. Tehtnica je sestavljena iz 9 vžigalic in ni v ravnovesju. Prestavi 5 vžigalic, tako da bo tehtnica v ravnovesju.



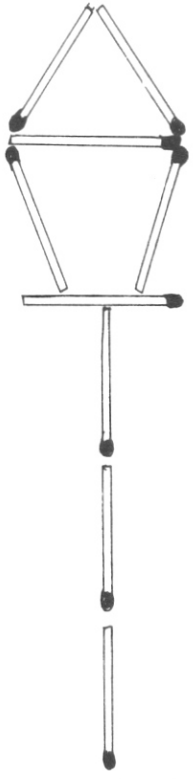
4. Grški tempelj je sestavljen iz 11 vžigalic. Prestavi 4 vžigalice, tako da dobiš 15 kvadratov.



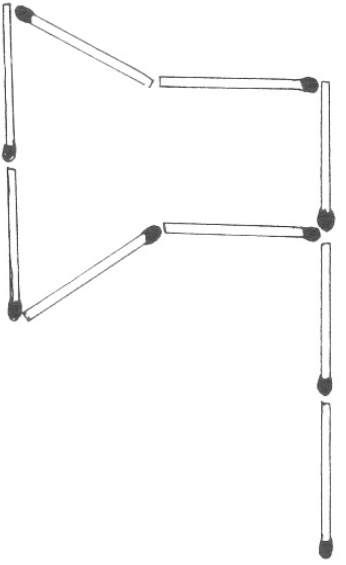


5. Prestavi 4 vžigalice, tako da dobiš hišo.

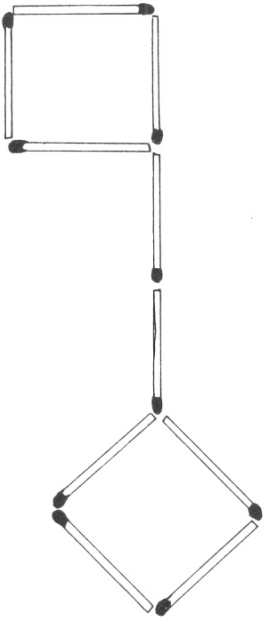
6. Prestavi 6 vžigalic, tako da dobiš 4 enake trikotnike.



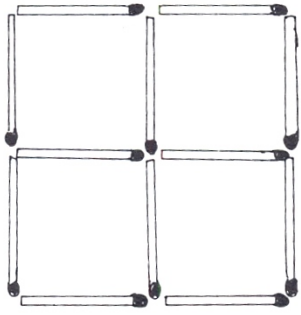
7. Na ključu prestavi 4 vžigalice, tako da dobiš 3 kvadrate.



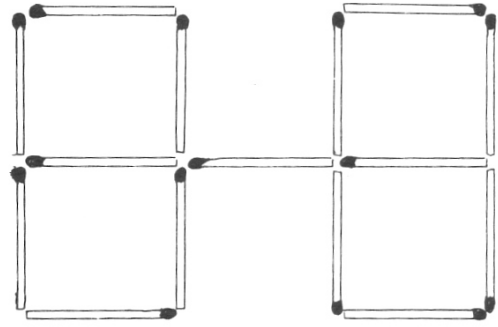
8. Prestavi 4 vžigalice, tako da dobiš 3 enake trikotnike.



9. Prestavi 3 vžigalice, tako da dobiš 3 enake kvadrate.

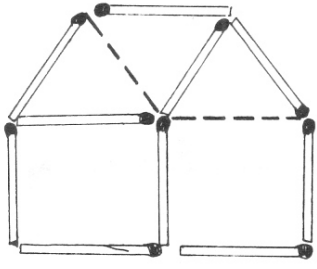


10. Prestavi 2 vžigalici, tako da dobiš 5 enakih kvadratov.

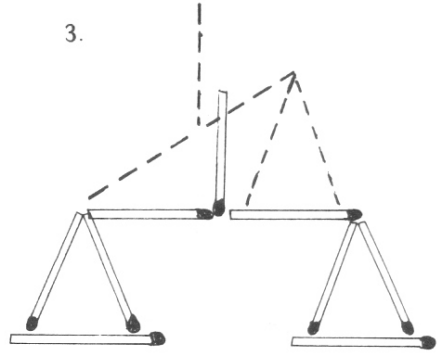


REŠITVE

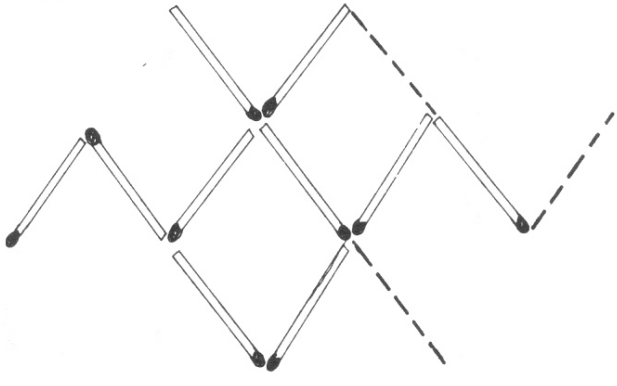
1.



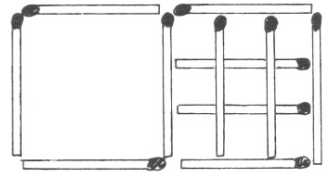
3.



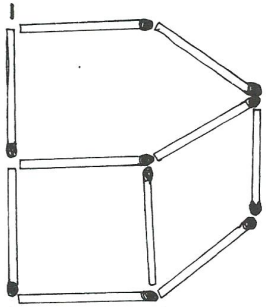
2.



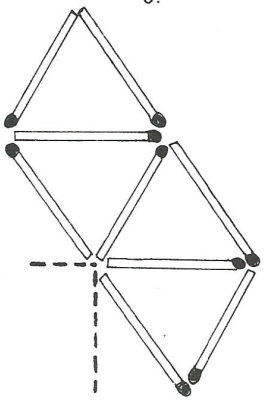
4.



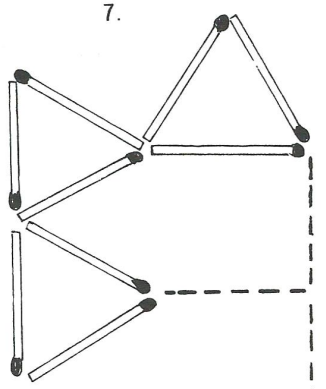
5.



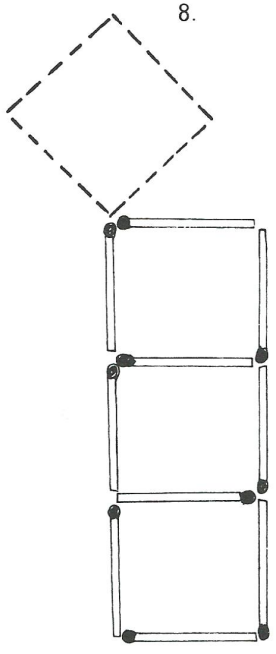
6.



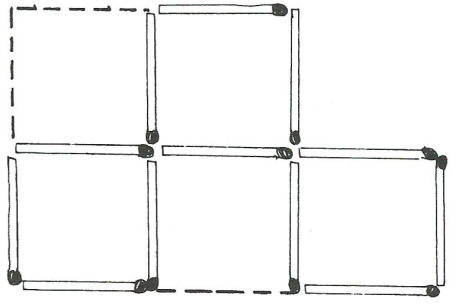
7.



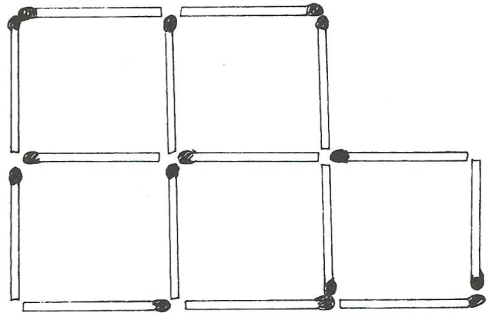
8.



9.



10.



PONAVLJAMO OSNOVNOŠOLSKO MATEMATIKO

Osnovnošolska matematična tekmovanja na Hrvaškem

Ker v tem času pri nas potekajo tekmovanja osnovnošolcev za Vegova priznanja, ne bo odveč pogledati, kakšne naloge so reševali njihovi vrstniki na občinskih tekmovanjih na Hrvaškem. V organizaciji Hrvaškega matematičnega društva je na teh tekmovanjih nastopilo okoli 7000 učencev. Društvu se tudi zahvaljujemo za možnost objeva teh nalog.

Naloge z občinskih tekmovanj

4. razred

1. Izračunaj $57 \cdot 315 - 57 \cdot 281 + 34 \cdot 43 =$
2. Ivica, Hrvoje in Luka so skupaj kupili žogo, ki je stala 125 hrvaških dinarjev (HRD). Ivica je dal 5 HRD manj od Luke. Hrvoje je dal 15 HRD manj od Ivice. Koliko denarja je dal vsak od teh treh?
3. Imate dve posodi: eno za 7, drugo za 5 litrov. Kako boste s pomočjo teh dveh posod natočili natanko 11 litrov vode v velik prazen sod? Pri tem ne smete izlivati vode iz soda.
4. Učiteljica deli deklicam bombone. Če da vsaki 4, ji bosta ostala 2 bombona. Da bi dala vsaki 5 bombonov, ji zmanjka 1 bombon. Koliko bombonov ima učiteljica in koliko je deklic?
5. Podan je enakokrak trikotnik ABC, katerega osnovnica a je dvakrat krajša od kraka b.
   (a) Izračunaj dolžino stranice a, če je obseg tega trikotnika 15 cm!
   (b) Nariši trikotnik ABC!
   (c) Izračunaj dolžino stranice enakostraničnega trikotnika, ki je po obsegu enak obsegu podanega trikotnika!

5. razred

1. Nariši štiri vzporedne premice in tri premice, ki so nanje pravokotne. Določi število vseh pravokotnikov, ki jih sestavljajo te narisane premice.
2. Določi množico S, ki jo sestavljajo vsi štirimestni večkratniki števila 12, ki imajo na mestu stotice 2, na mestu desetice pa 6.
3. Poišči najmanjše naravno število a, tako da bo zmnožek $a \cdot a \cdot a$ večkratnik števila 500.

4. Neki učenec ima 90 dinarjev manj od drugega učenca. Če vsak od teh dveh učencev porabi 20 dinarjev, potem bo prvi učenec imel štirikrat manj denarja od drugega učenca. Koliko dinarjev je imel vsak od učenec?

5. (a) Izračunaj: $78 \cdot 269 - 78 \cdot 268$

   (b) Reši enačbo: $48 : 6 + x = 36 - 24 : 2$

   (c) Dolžina ene stranice pravokotnika je je 6 cm, obseg pa je 20 cm.

   Kolika je ploščina tega pravokotnika?

6. razred

1. Razporedi po velikosti števila a, b, c od najmanjšega do največjega, če je $a = -11 - 2(2x - y)$, $b = 2x - (z - 1)$ in $c = z - 2(z + 5)$. Pri tem je $x = -5$, $y = -2$, $z = -7$.

2. Prostornina kvadra je 336 cm^3, dolžine robov v istem oglišču pa so tri zaporedna naravna števila. Izračunaj površino tega kvadra.

3. Učenci nekega razreda želijo iti na izlet. Če bi vsak vplačal 2500 HRD, bi za stroške izleta zmanjkalo 20000 HRD, če pa bi vsak vplačal 3200 HRD, bi imeli 2400 HRD presežka. Kakšno vsoto denarja mora zbrati razred in koliko učencev je v razredu?

4. Koliko je vseh štirimestnih števil, ki imajo na mestu tisočice sodo število, na mestu stotice praštevilo, desetica je liho število, enica pa je sestavljeno število?

5. Površina Josipovega vrta je 9 arov, Filipovega pa 7 arov. Potem sta najela delavec in vsi trije skupaj so obdelali oba vrta. Za svoje delo je delavec zahteval 6240 HRD. Koliko je plačal Josip in koliko Filip?

7. razred

1. (a) Izračunaj: $11 - (18 - \frac{6}{3}) + 4 + 3 \cdot \frac{4-8}{2} =$

   (b) Dolžine stranic trikotnika so tri zaporedna naravna števila.

   Obseg tega trikotnika je 24 cm. Kolikšne so stranice tega trikotnika?

2. V enakokrakem trapezu $ABCD$ diagonala $\overline{AC}$ razpolavlja kot BAD. Če je osnovnica $\overline{CD}$ dolžine 6.1 cm in je obseg trapeza 28.3 cm, kolikšna je dolžina osnovnice $\overline{AB}$?

3. Po znižanju cene za 20% se za 8000 HRD lahko kupi $1m$ platna več kot se je pred znižanjem lahko kupilo za 9000 HRD. Kolikšna je bila cena platna pred pocenitvijo?

4. Aritmetična sredina 50 števil, med katerimi sta tudi 45 in 55, je enaka 38. Če iz te množice izločimo števili 45 in 55, kolikšna bo potem aritmetična sredina preostalih 48 števil?

5. Oče je imel toliko let kot oba njegova sinova skupaj. Pred štirimi leti je bil dvakrat starejši od starejšega sina, pred desetimi leti pa je bil trikrat starejši od mlajšega sina. Koliko let ima oče?

8. razred

1. Reši enačbo: $(2\frac{3}{4} - 3\frac{2}{3}) : x = (\frac{11}{4} - \frac{11}{3}) : \frac{3}{2}$
2. Izračunaj ploščino kvadrata, katerega dve stranici ležita na premicama $x+y-5=0$ in $x+y+5=0$.
3. Določi vsa tromestna naravna števila, ki so 12 krat večja od vsote svojih cifer (števk).
4. Podan je pravokotnik $ABCD$, katerega stranica $\overline{AB}$ ima dolžino 20 cm. Dolžina pravokotnice spuščene iz točke B na diagonalo $\overline{AC}$ je 12 cm. Izračunaj obseg in ploščino pravokotnika.
5. Naj bo x pozitivno realno število, za katerega velja $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{17}{4}$.
   (a) Izračunaj $x + \frac{1}{x}$ in $x - \frac{1}{x}$.
   (b) Izračunaj število x.

Odgovori

4. razred
1. 3400
2. Luka je dal 50 HRD, Ivica je dal 45 HRD, Hrvoje pa 30 HRD.
3. Najprej v sod nalijemo 7 l. Nato napolnimo posodo za 7 l in iz nje 5 l prelijemo v manjšo posodo, ostanek (2 l) pa zlijemo v sod. V sodu je zdaj 9 l. Ponovimo zadnji del še enkrat in v sodu bomo imeli 11 l tekočine.
4. Bombonov je 14, deklice so 3.
5. a) Dolžina osnovnice je 3 cm. c) Dolžina stranice enakostraničnega trikotnika enakega obsega je 5 cm.

5. razred
1. Omenjene premice določajo 18 pravokotnikov.
2. $S = \{1260, 4260, 7260, 3264, 6264, 9264, 2268, 5268, 8268\}$.
3. Najmanjše takšno naravno število je 10.
4. Prvi učenec je imel 50 HRD, drugi pa 140 HRD.
5. a) 78, b) $x = 16$, c) $P = 24$ cm^2.

6. razred
1. $a < c < b$.
2. Površina kvadra je 292 cm^2.

3. Celoten izlet stane 100000 HRD. V razredu je 32 učencev.
4. Takih števil je 10.
5. Josip je plačal 4290 HRD, Filip pa 1950 HRD.

7. razred

1. a) -1, b) Dolžine stranic trikotnika so 7 cm, 8 cm, 9 cm.
2. Dolžina osnovnice je 10 cm.
3. Cena platna pred znižanjem je bila 1000 HRD.
4. Aritmetična sredina preostalih števil je 37,5.
5. Oče je star 52 let.

8. razred

1. $x = 32$.
2. Ploščina kvadrata je 50 enot.
3. Obstaja le eno takšno število, to je, 108.
4. Obseg znaša 90 cm, ploščina pa 500 cm^2.
5. a) $x + \frac{1}{x} = \frac{\pm 5}{2}$, $x - \frac{1}{x} = \frac{\pm 3}{2}$; $x = \pm 2$.

Naloge republiškega tekmovanja

7. razred

1. Število a je enako 92% števila b. Vsota števil b in 700 je večja od števila a za 9% vsote števil b in 700. Kolikšni sta števili a in b?

2. Koliko je tromestnih števil, ki so deljiva s 3, in ki jih lahko zapišemo s števkami 1, 2, 3, 4, 5, kjer se te števke lahko ponavljajo?

3. Določi vse pare celih števil x in y, katerih zmnožek je petkrat večji od njihove vsote.

4. V enakokrakem pravokotnem trikotniku je včrtan pravokotnik tako, da sta dve oglišči na hipotenuzi in dve na katetah. Kolikšen je obseg pravokotnika, če je razmerje njegovih stranic 5:2, dolžina hipotenuze pa je 45 cm?

5. Dolžina daljice, ki povezuje razpolovišči obeh osnovnic trapeza, je enaka polovici razlike dolžin osnovnic trapeza. Določi vsoto kotov ob večji osnovnici trapeza.

8. razred

1. Reši enačbo po x in poenostavi rezultat:

$$\frac{25 - a^2 - 2ab - b^2}{a^2 + ab + 5b - 25} = \frac{5 + a + b}{x}$$

2. Dva traktorja morata zorati njivo. Najprej je en traktor sam oral 7 ur, nato pa je drugi traktor sam oral 4 ure. Tako sta zorala $\frac{5}{9}$ njive. Naslednji dan sta traktorja orala po 3 ure in tako zorala skupaj $\frac{7}{24}$ njive. V kolikšnem času bi vsak traktor sam zoral njivo?

3. V trikotniku ABC dolžine stranic a, b, c povezuje enakost $a + b = 2c$, $a > b$. Iz oglišča C narišemo višino $\overline{CD}$ in težiščnico $\overline{CE}$. Dokaži, da velja $|AD| = a - b$.

4. Posoda je napolnjena s 100% alkoholom. Odlijemo 2 litra alkohola in dolijemo ravno toliko destilirane vode. Ta postopek ponovimo še enkrat, to je, odlijemo 2 litra mešanice in dolijemo 2 l destilirane vode. Tedaj imamo v posodi 36% alkohola. Koliko litrov drži naša posoda?

5. Dan je trikotnik ABC in točka D na stranici $\overline{BC}$, tako da je $|DC| = 2|BD|$. Določi kota $\angle BAC$ in $\angle ACB$, če je $\angle ABC = 45°$ in $\angle ADC = 60°$.

Rešitve

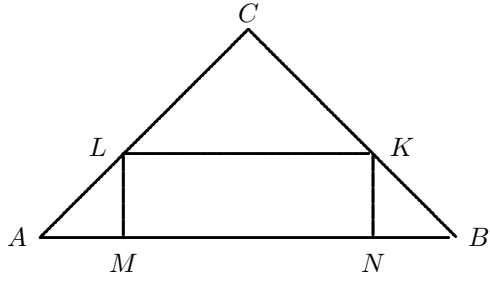
7. razred

1. Ker je $a = 0.92b$ in $b+700 = a+0.09(b+700)$, velja $b+700 = 0.92b+0.09(b+700)$. Rešitev te enačbe je $b = 63700$. Sledi $a = 58604$.

2. S tremi enakimi števkami imamo 5 števil. števil z dvema enakima števkama imamo 12, po tri števila iz vsake trojice: 1, 1, 4 - 1, 4, 4 - 2, 2, 5 - 2, 5, 5. S tremi različnimi števkami pa imamo 1, 2, 3 - 1, 3, 5 - 2, 3, 4 - 3, 4, 5.Iz vsake trojice lahko tvorimo 6 števil, to je 24 števil. Skupaj imamo $5 + 12 + 24 = 41$ števil.

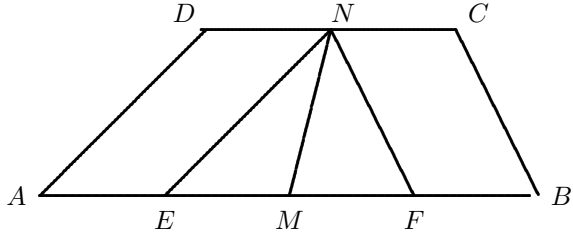
3. Očitno velja $xy = 5(x+y)$, $x, y \in Z$. Sledi $y = \frac{5x}{x-5}$, $y = 5 + \frac{25}{x-5}$. Le v primeru, če je $x-5$ delitelj števila 25, to je, $x-5 = \pm 1, \pm 5, \pm 25$, bo y celo število. Z reševanjem teh 6 enačb dobimo $x \in \{6, 4, 10, 0, 30, -20\}$. Iskani pari so torej: (6,30), (4,-20), (10,10), (0,0), (30,6), (-20,4).

4. AML in BKN sta enakokraka in pravokotna. Zato velja $|AM| = |ML|$ in $|BN| = |NK|$. Naj bo $|MN| = x$. Ker je $|ML| = |NL|$, je $|AM| = |BN| = y$. Iz $|MN| : |NK| = 5 : 2$ sledi $x : y = 5 : 2$. Če vpeljemo parameter k, dobimo $x = 5k$ in $y = 2k$. Ker je $|AB| = 45$, to je $2y + x = 45$, oziroma $4k + 5k = 45$, je $k = 5$. Sledi $x = 25$ in $y = 10$. Obseg je 70 cm.



Druga rešitev je $|MN| = 7.5$ in $|NK| = 18.75$. Obseg je tedaj 52.5 cm.

5. Naj bosta točki M in N razpolovišči osnovnic trapeza $ABCD$ in $|AB| = a$, $|CD| = c$. Iz točke N narišemo vzporednici s krakoma trapeza, tako da sta $AEND$ in $BCNF$ paralelograma, kjer je $|AE| = |DN| = \frac{c}{2}$. Ker je $|AM| = \frac{a}{2}$, sklepamo, da je $|ME| = \frac{a}{2} - \frac{c}{2} = \frac{a-c}{2} = |MN|$, torej je trikotnik EMN enakokrak.



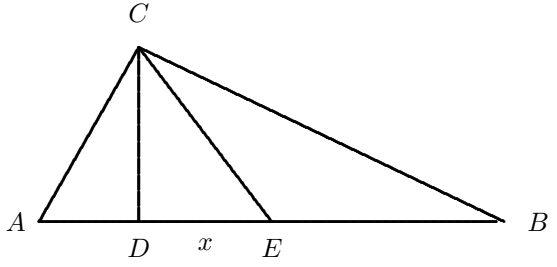
Na enak način ugotovimo, da je $|MF| = |MN|$. Naj bo $\angle BAD = \alpha$ in $\angle ABC = \beta$, to je, $\angle MEN = \angle BAD = \alpha$ in $\angle MFN = \angle ABC = \beta$. Zato v trikotniku EFN velja $\alpha + 2\beta = 180°$, to je $\alpha + \beta = 90°$.

8. razred

1. Če na levi strani dane enačbe razcepimo števec in imenovalec, dobimo $\frac{(5+a+b)(5-a-b)}{(a+5)(a+b-5)}$ $= \frac{5+a+b}{x}$. Enačba je smiselna, če je $a \neq -5$ in $a + b \neq -5$. Rešitev je tedaj $x = -a - 5$.

2. Naj bosta x in y uri, ki bi jih prvi, oziroma drugi drugi traktor porabila za samostojno zoranje njive. Zdaj lahko zapišemo enačbi za prvi in drugi dan: $\frac{7}{x}+\frac{4}{y}=\frac{5}{9}$, $\frac{3}{x}+\frac{3}{y}=\frac{7}{24}$. Z vpeljavo novih neznank $\frac{1}{x}=u$ in $\frac{1}{y}=v$ dobimo sistem enačb: $7u+4v=\frac{5}{9}$ in $3u+3v=\frac{7}{24}$. Z reševanjem dobimo $u=\frac{1}{18}$ in $v=\frac{1}{24}$, $x=18$ in $y=24$. Prvi traktor bi zoral njivo v 18 urah, drugi pa v 24 urah.

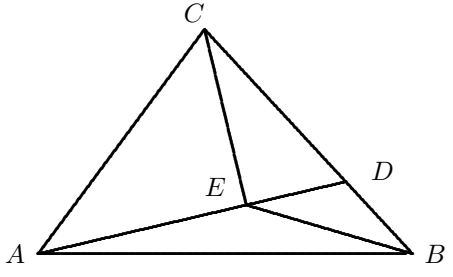
3.



$$b^2-(\frac{c}{2}-x)^2=a^2-(\frac{c}{2}+x)^2$$
$$2cx=a^2-b^2$$
$$x=a-b$$

4. Naj bo x prostornina posode izražena v litrih. Po prvem odlitju in dolitju je ostalo v posodi $x-2$ litra čistega alkohola, to je $\frac{x-2}{x}$ procentov. Po drugem odlitju in dolitju se je količina čistega alkohola zmanjšala za $\frac{x-2}{x}\cdot 2$ litra. Torej velja $x-2-\frac{2(x-2)}{x}=0.36x$, $(x-2)^2=0.36x^2$. Ko korenimo, dobimo $x-2=0.6x$, $(x>2)$. $x=5$, torej imamo 5 litrsko posodo.

5. Naj bo točka E nožišče pravokotnice, ki jo spustimo iz oglišča C na daljico $\overline{AD}$. Ker je $\angle ADC=60^\circ$, je $\angle DCE=30^\circ$. Trikotnik CED je polovica enakostraničnega trikotnika, torej velja $|CD|=2|DE|$. Sledi $|DE|=|BD|$, kar pomeni, da je trikotnik BDE enakokrak in zato $\angle BED=\angle DBE=30^\circ$. Očitno je tudi trikotnik BCE enakokrak, to je $|BE|=|CE|$. Kot $\angle BAD=15^\circ$ in $\angle ABE=15^\circ$. Torej je tudi trikotnik ABE enakokrak, to je $|BE|=|AE|$, sledi $|AE|=|CE|$. To pomeni, da je trikotnik ACE enakokrak in pravokoten. Zato je $\angle CAE=\angle ACE=45^\circ$. Torej je $\angle BAC=60^\circ$, $\angle ACB=70^\circ$.



SKUPAJ SKOZI SREDNEŠOLSKO MATEMATIKO

A
PISNI DEL ZAKLJUČNEGA IZPITA IZ MATEMATIKE NA SENŠ RM KAMNIK

1. del

1. Izračunaj:
$$3\sin 15^\circ \cos 15^\circ + \frac{\sin 60^\circ}{\sin^4 15^\circ - \cos^4 15^\circ}$$

2. Kako se glasi aritmetično zaporedje, ki ima četrti člen 10, vsota naslednjih osmih členov pa je 8?

3. V vrečki imamo 7 belih in 5 črnih kroglic.
   (a) Iz vrečke izvlečemo hkrati 3 kroglice. Kolikšna je verjetnost, da sta dve izvlečeni kroglici beli ena pa črna?
   (b) Iz vrečke izvlečemo osemkrat po eno kroglico in jo vsakič vrnemo v vrečko. Kolikšna je verjetnost, da je vsaj ena izmed izvlečenih kroglic črna?

4. Izračunaj:
$$\int_{-2}^{1} \frac{dx}{x^2 + 3x}$$

5. Kako se glasi enačba premice, ki gre skozi točki $A(1, -2, 2)$ in $B(-1, 2, 1)$?
   (a) Poišči presečišče te premice z ravnino $\Sigma \equiv 2x - y - 3z = 3$!
   (b) V kateri točki preseka ravnina Σ abscisno os?

6. Dana je enačba:
$$\frac{2x}{a^3 - 8} - \frac{a}{a^2 + 2a + 4} = \frac{x - 1}{a - 2}$$
   (a) Obravnavaj enačbo!
   (b) Za katere vrednosti števila a je rešitev dane enačbe pozitivno število?
   (c) Kolikšen naj bo a, da bo rešitev $x = 0$?

7. Dokaži, da ima funkcija $y = \ln \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}$ odvod $y' = \sin^{-1} x$!

8. Izračunaj ploščino lika, ki ga omejujeta lok krivulje z enačbo $y = 3\cos 2x$ in odsek abscisne osi med zaporednima ničlama dane funkcije! Nariši skico!

2. del

1. Dana je enačba: $8(x^2-1)=(m-2)x-m$. Določi m, da
   (a) bosta rešitvi enačbe enaki;
   (b) bosta rešitvi enačbe nasprotni števili;
   (c) bosta rešitvi enačbe obratni števili;
   (d) bo ena rešitev 0.
2. Polkrogu s polmerom r včrtaj pravokotni trikotnik z največjim obsegom! Oba lika zavrti okrog premera kroga! Izračunaj prostornino med obema telesoma, ki ju dobimo pri vrtenju!
3. Pravilna tristrana prizma ima površino $32\sqrt{3}\ dm^2$, njena višina pa meri $2\sqrt{3}\ dm$. Izračunaj:
   (a) razmerje površin tej prizmi očrtanega in včrtanega valja;
   (b) prostornino prostora med valjema!
4. Poišči x, tako da bo tretji člen v razvoju potence $(2\sqrt[x]{2^{-1}}+\frac{4}{4-\sqrt[x]{4}})^6$ enak 240!
5. Katera točka na premici $p\equiv x-2y+9=0$ je najbližja krivulji z enačbo $y^2-4x+4y+8=0$? Nariši skico!
6. Iz točke $A(-5,7)$ zunaj krožnice sta potegnjeni tangenti na krožnico $x^2+y^2+8x-9=0$. Določi:
   (a) ploščino trikotnika, katerega oglišča so dana točka in dotikališči tangent;
   (b) enačbo krožnice, očrtane temu trikotniku;
   (c) kot, pod katerim ta krožnica seče dano krožnico;
   (d) enačbo skupne tetive teh krožnic!

1.del

1. $-\frac{1}{4}$
2. $16, 14, 12, 10, \ldots$
3. (a) $\mathcal{P}(\mathcal{A}) = \frac{21}{44} = 0,477$
   (b) $\mathcal{P}(\mathcal{B}) = 0.987$
4. $\ln \frac{1}{2}$
5. $\vec{r} = (1, -2, 2) + t(-2, 4, -1)$
   (a) $P(3, -6, 3)$
   (b) $P_1(\frac{3}{2}, 0, 0)$
6. (a) $x = \frac{4(a+1)}{a^2+2a+2}$ za $a \neq 2$
   (b) $a > -1$
   (c) $a = -1$
7. Dokaz
8. $p = 3$

2.del

1. (a) $m_1 = 10$, $m_2 = 26$
   (b) $m = 2$
   (c) $m = 16$
   (d) $m = 8$
2. enakokrak pravokotni trikotnik
   $V = \frac{2\pi r^3}{3}$
3. (a) $P_o : P_v = 5 : 2$
   (b) $V = 8\sqrt{3}\pi\ dm^3$
4. $x = 2$
5. $T(3, 6)$
6. (a) $p = 12,5$
   (b) $x^2 + y^2 + 9x - 7y + 20 = 0$
   (c) $\varphi = 45^\circ$
   (d) $x - 7y + 29$

Marjeta Mozetič

SKUPAJ SKOZI SREDNJEŠOLSKO MATEMATIKO

B

1. Dani so vektorji: $\vec{a} = (3, -12, 4), \vec{b} = (1, 0, -2), \vec{c} = (1, 3, -4)$.

   (a) Ugotovi, da je $\vec{b} \times \vec{c} = (6, 2, 3)$.
   (b) Izračunaj ploščino paralelograma, ki je vpet med vektorja $\vec{a}$ in $\vec{c}$.
   (c) Izračunaj projekcijo vektorja $\vec{a}$ na vektor $\vec{b} \times \vec{c}$.

2. Z indukcijo dokaži, da velja:

$$\frac{a_1 + \ldots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 \ldots a_n} \; ; \; a_i \geq 0 \text{ za vsak } i = 1, \ldots, n$$

   (aritmetična sredina je torej večja od geometrijske sredine)

3. Dana je funkcija: $y = \frac{-x^2 - 2x + 3}{x+1}$

   (a) Poišči ničle, pole, asimptote, definicijsko območje, zaklad vrednosti in nariši graf. Določi še stacionarne točke.
   (b) Napiši še enačbo tangente na dano krivuljov točki $T(-5, y)$. Ali obstaja še kakšna tej vzporedna tangenta na krivuljo?
   (c) Izračunaj ploščino lika, ki ga ograjuje dana krivulja, tangenta nanjo in abscisna os.

4. Izračunaj limite:

   (a) $\lim_{x \to \infty} (x(\ln(x+3) - \ln x))$

   (b) $\lim_{n \to \infty} \frac{2(\frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{2^n})}{2^n - 1}$

   (c) $\lim_{n \to \infty} (\cos n! \frac{1}{n + \frac{1}{n}} + \frac{3n}{2n+1} \frac{n}{1-3n})$

5. Podane so premice:
   $a \equiv 4x + 3y - 22 = 0$
   $b \equiv 3x - 4y + 21 = 0$
   $c \equiv x + 7y - 18 = 0$

   (a) Izračunaj koordinate ogljišč trikotnika, ki ga navedene premice obdajajo.
   (b) Izračunaj dolžino stranic trikotnika na nosilkah a in b (dolžino ustreznih vektorjev).

(c) Izračunaj dolžino višine na stranico trikotnika, ki leži na c (razdalja med točko in premico).
(d) Izračunaj kot trikotnika, ki ga določata a in b (uporabi skalarni produkt).
(e) Opiši trikotnik in izračunaj ploščino tega trikotnika.

6. Točki $A(1,4)$ in $B(2,3)$ ležita na krivulji z enačbo $ax^2+by^2+c=0$

(a) Napiši enačbo krivulje in jo nariši.
(b) Izračunaj ploščino lika, ki ga ograjujejo zveznice presečišč krivulje s koordinatnima osema.

7. Podani sta premici p in q:
$p: \frac{x-1}{-2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{-2}$
$q: x=-4+4k, y=3-2k, z=-2+4k$

(a) Opredeli in utemelji odnos med premicama (presečišči, mimobežnici, vzporednici)
(b) Če je odnos premic ravninotvoren, napiši enačbo ravnine, ki jo premici določata.

8. Iz enakostraničnega valja s površino 216π cm^2 iztržimo največji možni pokončni stožec in največjo možno kroglo.

(a) Koliko procentov odpada je v enem in koliko v drugem primeru?
(b) Kolikokrat je površina valja večja od površine stožca?
(c) Kolikšen je rob kocke včrtane prej omenjeni krogli?

9. Konveksni deltoid $ABCD$ s podatki $|\overline{AB}|=a=4$ cm, $|\overline{BC}|=b=\sqrt{8}$ cm, in α(ostri kot), se zavrti okrog diagonale $\overline{AC}$, ki je hkrati simetrala deltoida, za $360°$. Kot α je ena izmed rešitev enačbe $4\cos^2\alpha+4\sqrt{3}\sin\alpha-7=0$

(a) Izračunaj kot α.
(b) Izračunaj druge kote in dolžini diagonal.
(c) Izračunaj prostornino vrtenine.

10. Funkcija $f(x)$ naj bo definirana za vsa realna števila. Naj velja:

(a) $f(x)>0$, za vsak x
(b) $f(a)f(b)=f(a+b)$, za vsak $a,b\in\mathcal{R}$

Preveri veljavnost naslednjih trditev:

(a) $f(0)=1$
(b) $f(-a)=\frac{1}{f(a)}$, za vsak $a\in\mathcal{R}$
(c) $f(a)=3\sqrt{f(3a)}$, za vsak $a\in\mathcal{R}$
(d) $f(b)>f(a)$, če je $b>a$

11. Določi vsa realna števila x in y, ki so taka, da je izraz $(x+iy)^3$ realen in večji od 27.

12. Dokaži, da $\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}$ ni racionalno število.

13. Za kote trikotnika velja: $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$. Dokaži, da je to pravokoten trikotnik.

14. Na stranicah $\overline{BC},\overline{CA},\overline{AB}$ trikotnika $\triangle ABC$ poljubno izberemo točke D,E,F. Dokaži, da se krožnice skozi AEF,BFD in CDE sekajo v eni točki.

15. Dana je funkcija: $y=\frac{x^2-2x+k^2}{x^2+2x+k^2}$, $k>1$. Pokaži, da za vsak $x\in\mathcal{R}$ velja: $\frac{k-1}{k+1}\le y\le\frac{k+1}{k-1}$.

16. Za katera realna števila, ki so različna od nič, je $\frac{|x-|x||}{x}$ pozitivno število?

17. Naj bodo $a,b,x\in\mathcal{R}^+$ in $a,b,x\neq 1$. Potem velja: $4(\log_a x)^2+3(\log_b x)^2=8\log_b x\log_b x$ za:

    (a) vse vrednosti a,b,x
    (b) natanko tedaj, ko je $b=a^2$
    (c) za noben a,b,x
    (d) natanko tedaj, ko je $a=b^2$
    (e) natako tedaj, ko je $x=ab$

18. Točka $T(1,2)$ je težišče trikotnika $\triangle ABC$, točka $B(3,y)$ pa razpolovišče stranice $\overline{BC}$; $S(\frac{14}{9},\frac{10}{9})$ je središče trikotniku očrtanega kroga. Poišči koordinate oglišč trikotnika.

19. V enakokrakem trikotniku je včrtan kvadrat s ploščino 1 cm^2. Stranica kvadrata leži na osnovnici trikotnika. Izračunaj ploščino trikotnika, če se težišče kvadrata pokriva s težiščem trikotnika.

20. Če sta x in y pozitivni realni števili in n naravno število, potem velja: $\frac{x^n+y^n}{2}\ge(\frac{x+y}{2})^n$. Dokaži!

1. b) $\sqrt{1993}$ c) $\frac{6}{7}$

3. b) $y = -\frac{5}{4}x + \frac{3}{4}$

4. a) 3 b) 0 c) $-\frac{1}{2}$

5. a) $A(1,6)$, $B(-3,3)$, $C(4,2)$, b) $d(A,B) = d(A,C) = 5$, $d(B,C) = 5\sqrt{2}$,
c) $d(A,C) = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ d) $\varphi = \frac{\pi}{2}$, e) trikotnik je enakokrak in pravokoten, $S = \frac{25}{2}$

6. a) $7x^2 + 3y^2 - 55 = 0$ b) $\frac{110}{\sqrt{21}}$

7. a) vzporednici b) $x - z - 2 = 0$

8. b) $\frac{P_v}{P_{st}} = \frac{5(\sqrt{5}-1)}{4}$ c) $a = \frac{25\sqrt{3}}{3}$

9. a) $\alpha = \frac{\pi}{3}$, b) $e = 5.46$ cm, $f = 4$ cm, $\gamma = \frac{\pi}{2}$, $\beta = 105°$, c) $V \doteq 68,6$ cm^3

10. velja vse , razen (iv)

11. (i) $y = 0 \Rightarrow x > 3$ (ii) $y = x\sqrt{3} \Rightarrow x < -\frac{3}{2}$ (iii) $y = -x\sqrt{3} \Rightarrow x < -\frac{3}{2}$

14. Naj se krožnici sečeta v točki 0. Potem sta štirikotnika $AFOE$ in $BDOF$ tetivna in velja $\angle EOF = \pi - \alpha$ $\angle DOF = \pi - \beta$. Zato je $\angle DOF = \pi - \gamma$, torej je štirikotnik $EODC$ tudi tetivni $\Rightarrow$ skozi 0 gre tudi krožnica k_3, ki je očrtana $\triangle CED$

15. y je zvezna in nima realnih ničel. Če $x \in \mathcal{R}$ je $x^2-2x+k^2 > 0$ in $x^2+2x+k^2 > 0$.
$y' = 0 \Rightarrow x = \pm k$
$y''_{x=-k} < 0 \Rightarrow y_{max} = \frac{k+1}{k-1}$
$y''_{x=k} > 0 \Rightarrow y_{min} = \frac{k-1}{k+1}$
$\lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to\infty} y = 1$ Od tod sledi iskana neenakost.

16. $\frac{|x-|x||}{x} = \begin{cases} -2, & x < 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases}$

17. $a = b^2 \ \vee \ b^2 = a^3$

18. $A(-3,-2)$, $B(7,2)$, $C(-1,6)$

19. $pl = 2\frac{1}{4}$ cm^2

20. Dokaz z metodo popolne indukcije.

Dragica Pavšek

WHO IS MURDOCH? "Another spy by the name of Murdoch entered the land. He is one of A, B, C, and one of the three is a knight and the other a knave. The spy is the only one of the three named Murdoch. The three made the following statements in court:

A: My name is Murdoch.
B: That is true.
C: 1 am Murdoch.

Which one is the spy?



MATEMATIKA PO SVETU

MATKA

MATKA – hrvaški matematični časopis za osnovnošolce Hrvaško matematično društvo je z letošnjim šolskim letom začelo izdajati časopis za matematiko, ki vsebinsko pokriva obdobje od 4. do 8. razreda osnovne šole.

Vsebina prve številke je naslednja: Gaussova domislica - članek o znanem postopku, kako je mladi Gauss izračunal vsoto 1+2+3+...+100. Vsak članek se končuje z nalogami za ponavljanje, in tako se omenjeni prispevek končuje z nalogami

1. Odredi formulu za zbrajanje prvih n neparnih prirodnih brojeva.

2. Koliki je x, ako je $3 + 7 + 10 + \ldots + x = 5253$?

3. Odredi zbroj svih troznamenkastih brojeva koji pri dijeljenju s 3 daju ostatak 2, pri dijeljenju s 4 ostatak 3, a pri dijeljenju s 5 ostatak 4.

4. Zbroj nekih 50 uzastopnih prirodnih brojeva iznosi 3475. Koji su to brojevi?



5.* Riješi jednadžbu: $1 + 2 + 3 + \ldots + n = \overline{aaa}$.

6.* Zbroj nekoliko uzastopnih prirodnih brojeva iznosi 1000. Nađi sve nizove s ovim svojstvom.

7. Može li zbroj $1 + 2 + 3 + \ldots + n$ za neki prirodni n završavati znamenkama 1991?

8.* Zamislimo da su na ploči zapisani svi prirodni brojevi od 1 do 1991. Izbrišimo bilo koja dva broja i umjesto njih zapišimo njihovu razliku. Taj postupak ponavljajmo sve dok na ploči ne ostane jedan jedini broj. Je li on paran ili neparan?

9. Možemo li skup svih prirodnih brojeva od 1 do n razbiti u dvije grupe s jednakim zbrojem članova?

Sledi razprava o magičnih kvadratih, daljša naloga o zakladu kapitana Kida, članek o kriptaritmih, kratek opis programskega jezika logo, matematična veselica z nalogami osnovnošolcev, številska križanka, kratek življenjepis C.F.Gaussa in nekaj nalog iz preteklosti. Precej prostora je namenjeno občinskim (4. do 8. razred) in republiškemu tekmovanju (7. in 8. razred) v matematiki. Tekmovanja v informatiki potekajo na Hrvaškem v treh disciplinah: test znanja iz informatike, programski jezik GW Basic in programski jezik Pascal. Zadnja (40.) stran vsebuje naloge za učence od 5. do 8. razreda, notranja stran ovitka prinaša naloge za najmlajše, zadnja stran ovitka pa logično nalogo. Ocenjujemo, da gre za izvrsten časopis za osnovnošolce, ki ga lahko naročite na naslov Hrvatsko matematičko društvo, Bijenička cesta 30, 41000 Zagreb.

MATEMATIČKO FIZIČKI LIST

MFL je srednješolski matematični časopis z 43 letno tradicijo, ki je bil precej razprostranjen tudi v Sloveniji. Spominjam se še, da je kar nekaj sedaj vodilnih slovenskih matematikov reševalo probleme v tem časopisu.

Revijo izdajata Hrvatsko matematičko in Hrvatsko fizikalno društvo. Vsebinsko pokriva srednješolsko matematiko, osnovnošosko in srednješolsko fiziko in informatiko (računalništvo). Prva letošnja številka začenja s fiziko kaosa, teorijo ki je nastala šele pred nekaj leti. Informatiko zastopa članek o povezavi projektivne geometrije in računalniške grafike. V rubriki Iz moje delavnice in laboratorija se bomo spomnili, kako izračunamo gostoto lesene kocke. V Fiziki za najmlajše zgadimo svetlovod. Potem so tu naloge iz fizike za osnovnošolce, kratka astronomska rubrika s prispevkom Temno kot v središču sonca.

Za bralce naše revije bo še posebej zanimiva rubrika Zabavna matematika, kjer bomo našli tele naloge

Broj 1992

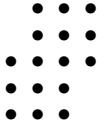
Donja jednakost očigledno nije točna, ali ona to može postati ako se iz među nekih brojeva na lijevoj strani stave određeni znakovi osnovnih računskih operacija. Taj se cilj postiže sa šest znakova bez upotrebe zagrada.

Kako glasi točan račun?

$$9 \quad 8 \quad 7 \quad 6 \quad 5 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0 = 1992$$

Jednim potezom olovke

Šesnaest crnih kružića složeno je u pet redova i te kružiće treba povezati izlomljenom linijom sastavljenom od dužina. Rješenje sa 7 dužina nije teško pronaći, ali pokušajte povezati dane kružiće potezom olovke koji je sastavljen od samo 6 dužina.

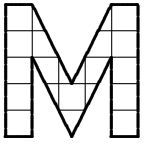


Po meridijanima i paralelama

U popularnom geografskom časopisu "Globus" postavljeno je ovo zanimljivo pitanje: "Gdje se nalaze sva mjesta na Zemlji iz kojih se kretanjem, najprije 5000 km po meridijanu, zatim 5000 km po paraleli, te ponovo 5000 km po meridijanu, na kraju stigne u polazno mjesto? Pri tome se svaki dio puta, prije prijelaza s meridijana na paralelu i obrnuto, smije prijeći samo jedanput". Kako glasi odgovor na gornje pitanje?

Transformacija lika

Na crtežu vidite lik u obliku slova M. Lako se nalazi da je njegova površina jednaka površini 16 kvadratića. Možete li otkriti razrezivanje slova M na 7 dijelova od kojih se dade složiti kvadrat?



Potem so tu naloge iz matematike in fizike, ki jih rešujejo srednješolci. Sledijo rešitve nalog iz prejšnje številke (skupaj kar 12 strani). Prispevek o fizikalni olimpiadi, poročilo o republiškem tekmovanju v matematiki za srednješolce. Na koncu najdemo še nekaj matematičnih nalog in knjižnih ocen. Seznam učencev, ki so rešili naloge prejšnje številke, najdemo na notranjosti zadnje platnice.

Izjemno kvaliteten matematični časopis MFL lahko naročite za 10 DEM (za inozemstvo) na naslovu Matematičko fizički list, Ilica 16/III, 41001 Zagreb, p.p.258

QUANTUM

Quantum je časopis za matematiko in fiziko za učence višjih razredov osnovnih šol in dijake ter njihove učitelje. Pripravljjo ga skupaj ameriški in ruski znanstveniki. Letošnja marčevska prinaš tele članke:

V članku Kaj vidimo je obravnavan problem zaznavanja hitro gibajočih teles. Članek o kodiranju obravnava načne kodiranja, ki zagotavljajo, da se pri motnjah sporočilo ohranja. Vsebina člankov Nujnost črnih lukenj in V ukrivljenem prostoru relativističnih hitrosti je vidna iz naslovov.

Stalne rubrike revije so: Matematična raziskovanja, Zabavne matematične naloge, Na tabli, Kako računamo, Mozaik matematičnih in fizikalnih nalog, Pogled nazaj (matematika v starih knjigah).

Revijo lahko naročite na naslov: Springer-Verlag, Haidelberger Platz 3, 1000 Berlin 33, Germany.

Enoletna naročnina (6 številk) znaša 30 USD (inštitucije), 18 USD (posamezniki), 14 USD (dijaki) + 8 USD poštnine.

Za zgled si oglejmo nekaj nalog iz revije.

Math

M76

Applying classic inequa1ities. Prove that if the sum of two positive numbers is less than their product, then the sum is greater than 4. (N. Vasilyev)

M77

Curious rook. A rook visited all n^2 squares of an $n \times n$ chessboard. Prove that in so doing it had to change direction at least $2n-2$ times. (Remember, the rook moves parallel to the sides of the chessboard.) (Y. Khodzinsky, 10th grader)

M78

Summing ordered distances. The numbers $1, 2, \ldots, 2n-1, 2n$ are arbitrarily split into two groups of n numbers each. Let $a_1 < a_2 < \ldots < a_n$ be the numbers of the first group in ascending order and $b_l > b_2 > \ldots > b_n$ the numbers of the second group in descending order. Prove that the sum of the distances between the corresponding numbers of the two groups, $|a_1-b_1|+|a_2-b_2|+\ldots+|a_n-b_n|$, equals n^2. (V. Proizvolov)

M79

Equal sides, equal circles. A line through the vertex B of an isosceles triangle ABC ($AB = BC$) cuts its base AC at D so that the radius of the incircle of triangle ABD equals that of the excircle of triangle CBD externally touching side DC (and the extensions of BC and BD – see figure 1). Prove that this radius is $1/4$ the height h of the triangle dropped from a base vertex. (I. Sharygin)

MATHEMATICS AND INFORMATICS QUARTERLY

To je naziv časopisa, ki ga pripravlja Inštitut za matematiko bolgarske akademije znanosti, izdajajo pa ga v Singaporu. Namenjen je učiteljem matematike in dijakom srednjih šol, ki se posebej zanimajo za matematiko in računalništvo.

Vsebina majske številke 1992 je takale: Malfattijev problem za enakostranični trikotnik, Konjugirana števila, Optimizirani programi in članek o Sofiji Kovalevski. Potem so tu še krajše rubrike: Vroči problemi, Pozabljeni izreki in Mednarodno iskanje matematičnih talentov.

Enoletna naročnina (4 številke) znaša 30 USD, 18 USD, 12 USD za inštitucije, posameznike in dijake. Naročila z vplačili sprejema George Berzsenyi, Department of Mathematics, Box 121, Rose-Hulman Institute of Technology, Terre Haute IN 47803-3999 USA.

Oglejmo si Vroče probleme te številke:

WARM-UP PROBLEMS

Junior level

J1. Point A is on circle Γ, point G is inside this circle. Construct points B and C on Γ such that G is the centroid of $\triangle ABC$.

J2. Denote by p_k the kth prime number. Prove that $p_1 p_2 \dots p_n + 1$ cannot be the perfect square of an integer.

J3. Set M consists of 1992 points. Each point is connected by a segment with at least 1594 other points of M. Prove that one can choose 6 points of M, such that any two are connected.

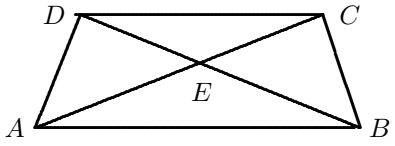
J4. Given $xyz = 1$, find the sum

$$\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx}.$$

INTERNATIONAL MATHEMATICAL TALENT SEARCH

PROBLEMS — ROUND 7

Problem 1/7. In trapezoid $ABCD$, the diagonals intersect at E, the area of $\triangle ABE$ is 72, and the area of $\triangle CDE$ is 50. What is the area of trapezoid $ABCD$?



Problem 2/7. Prove that if a, b, and c are positive integers such that $c^2 = a^2 + b^2$, then both $c^2 + ab$ and $c^2 - ab$ are also expressible as the sums of squares of two positive integers.

Problem 3/7. For n a positive integcr , denotc by $P(n)$ the product of all positive integers divisors of n. Find the smallest n for which $P(P(P(n))) > 10^{12}$.

Problem 4/7. In an attempt to copy down from the board a sequence of six positive integers in arithmetic progression, a student wrote dawn the five numbers,

$$113, 137, 149, 155, 173,$$

accidentally omitting one. He later discovered that he also miscopied one of them. Can you help him and recover the original sequence?

Problem 5/7. Let $T = (a, b, c)$ be a triangle with sides a, b, and e and area $\triangle$. Denote by $T' = (a', b', c')$ the triangle whose sides are the altitudes of T (i.e., $a' = h_a, b' = h'_b, c' = h_c$) and denote its area by $\triangle'$. Similarly, let $T'' = (a'', b'', c'')$ be the triangle formed from the altitudes of T', and denote its area by $\triangle''$. Given that $\triangle' = 30$ and $\triangle'' = 20$, find $\triangle$.