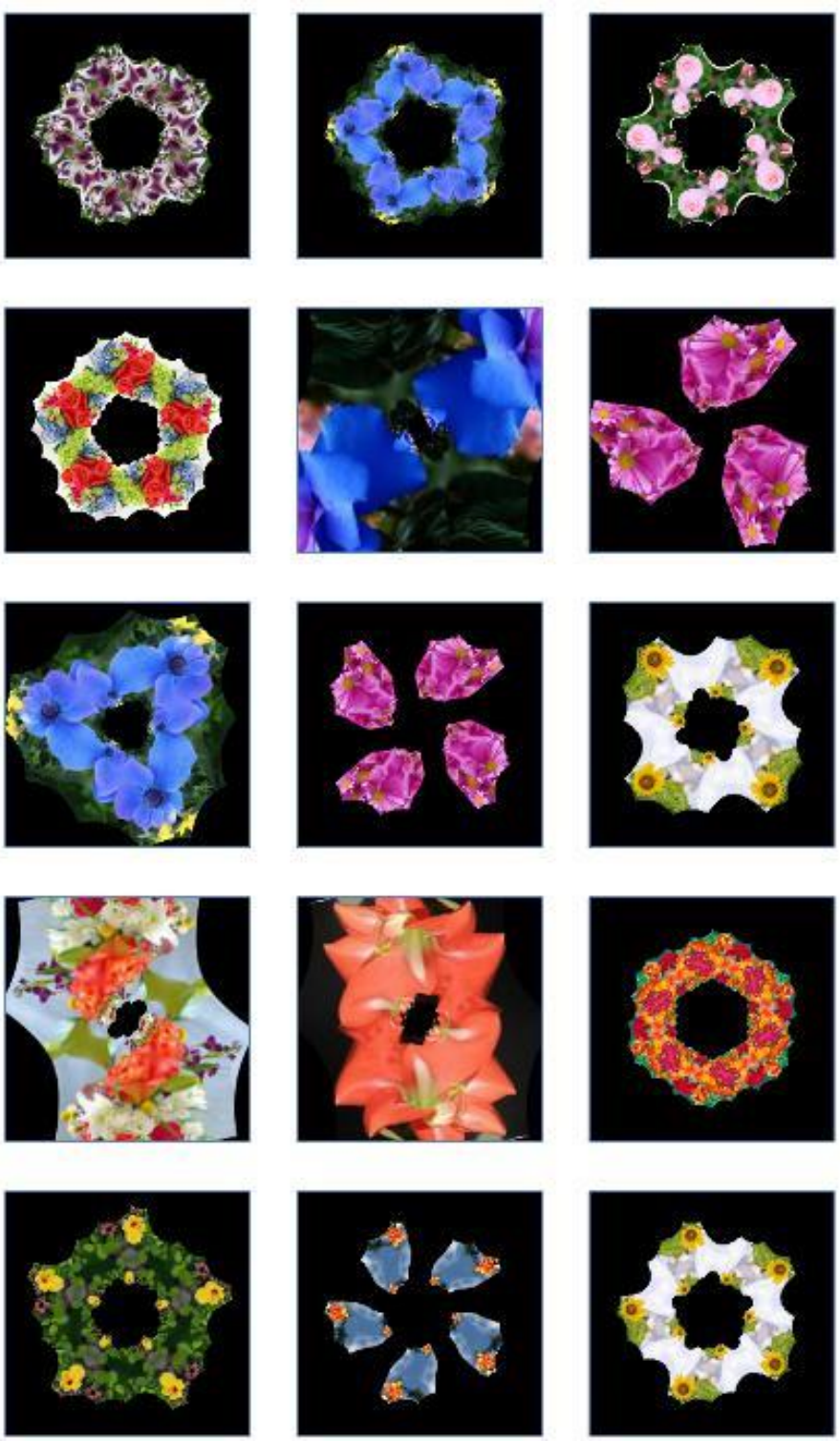
Spoštovani,

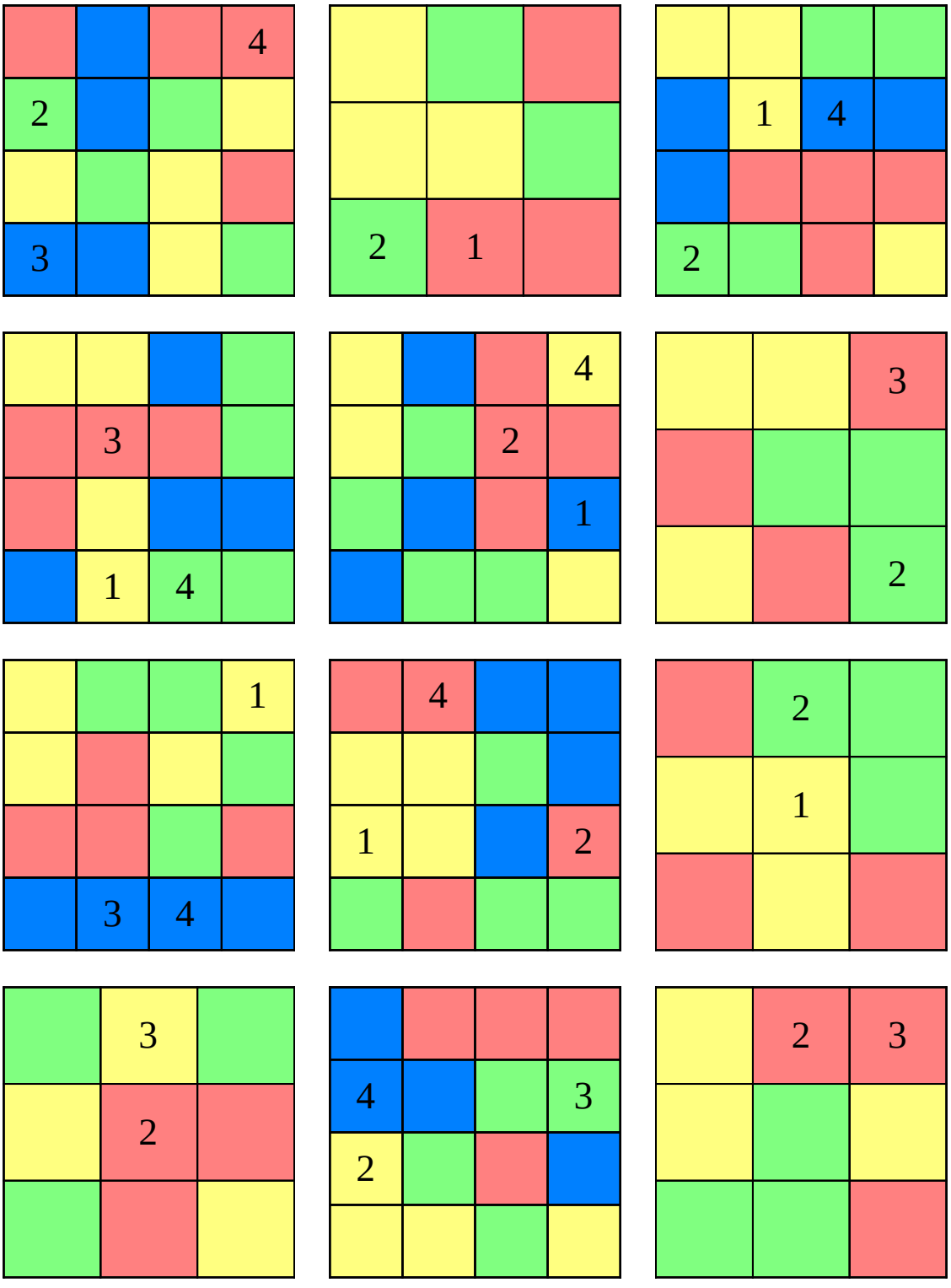
Prišli smo do 4. številke 33. letnika revije Logika in razvedrilna matematika. Za tiste, ki radi rešujejo naloge, priporočamo naslednje strani na spletu: https://sites.google.com/view/revija-linrm-in-zbirke/domov, https://sites.google.com/view/zbirkelogicnihnalog/domov, https://sites.google.com/view/criptografia-para-estudiantes/domov, http://logika.si/subpages/sklop_logika/naloge.html in http://logika.si/subpages/prostorska/index.html.



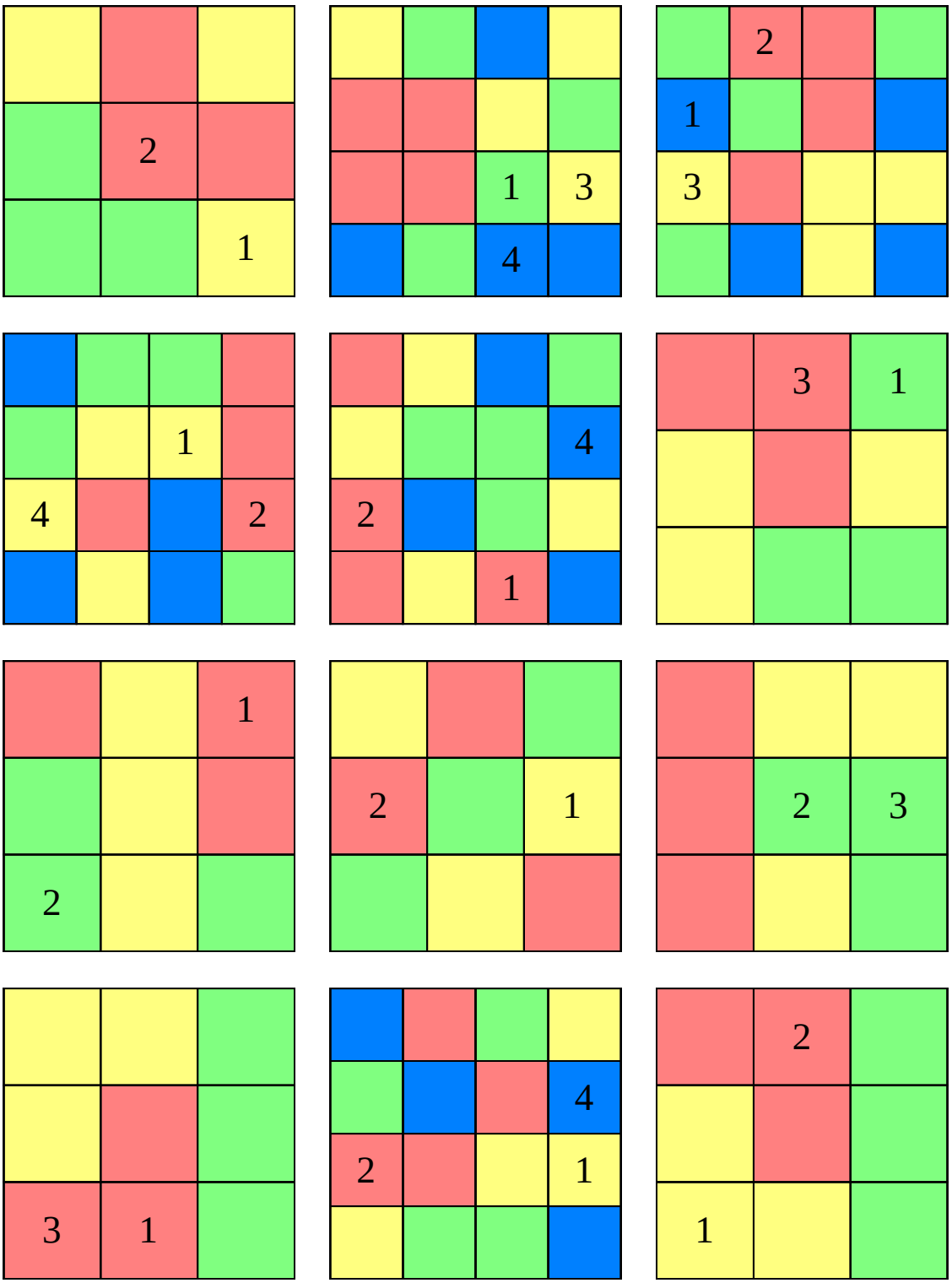
Barvni sudoku

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih iste barve nastopalo vseh n števil. Več nalog dobite na: http://logika.si/subpages/sklop_logika/sudoku.html.

1.

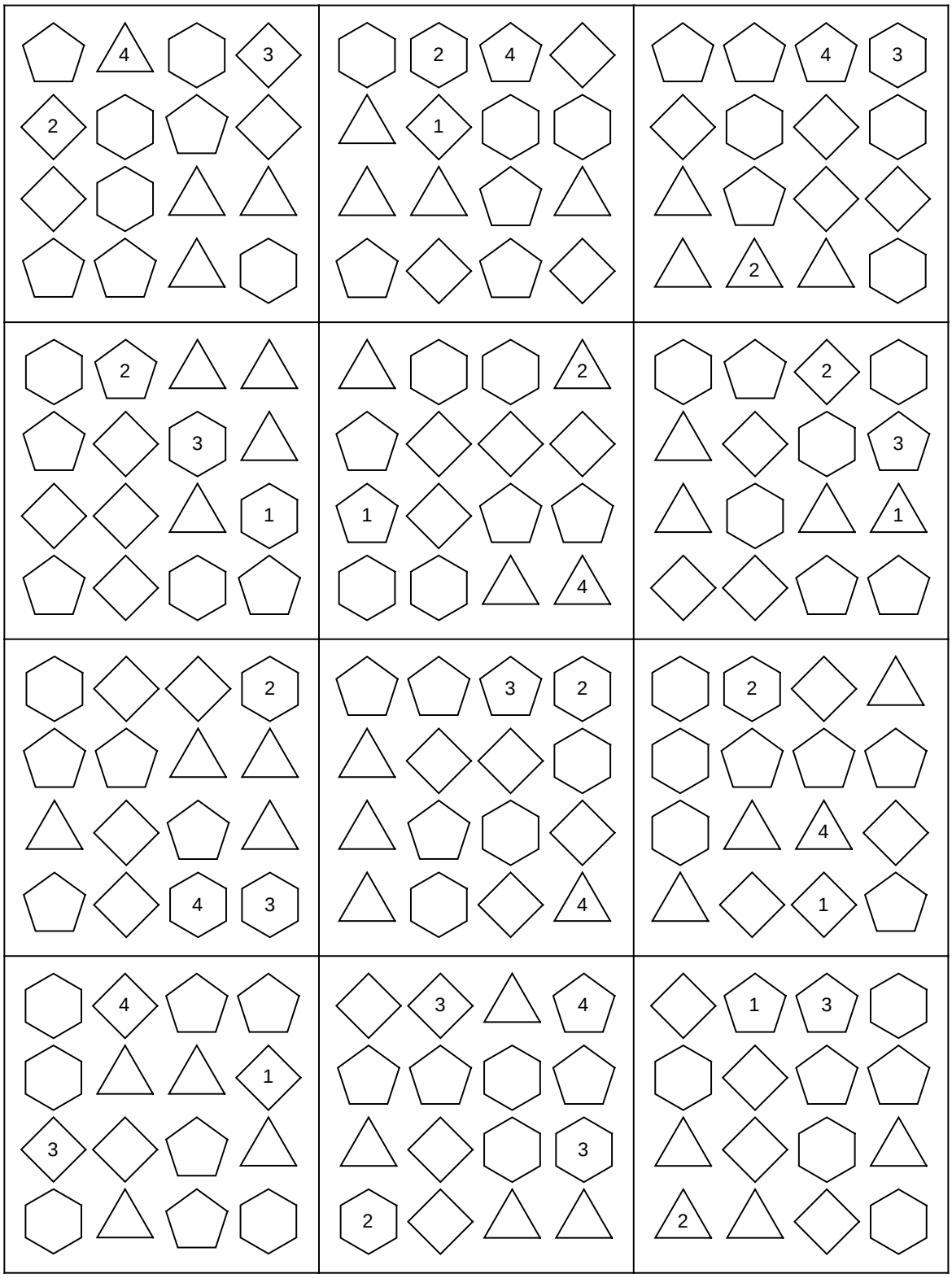


2.



Sudoku z večkotniki

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v skladnih večkotnikih nastopalo vseh n števil.



Latinski kvadrati

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetne številke tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu nastopalo vseh n številk. Več nalog dobite na: http://logika.si/subpages/sklop_logika/Latinskikvadratizbirka.pdf

		4		
	3	1		
			5	4
5				
3	4			

		4	3
			4
1			

3			5	
		2	4	
4				1
				2
		5		

		2	
4	2		
			4
	3		

1				
			1	
2	4	3		
4	2			
		2		

1			5	
	2	4		
5		1		
				4

	4		3	
			2	1
	2	5		
		4		
1				

		4	1
3			
			2
	1		

		3	
	3		1
2			
	2		

1			4
2	3		
			3

	1			
5	2			
1				2
			5	3
		5		

2		4	
			3
	2	3	

Sudoku s črkami

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih z isto črko nastopalo vseh n števil.

E	A	A	C 1	B 5
D 3	D	E	C	E
C	A	D	E	A
C 2	B	D	E	B
D	C	A	B	B

A	B 4	E	A	C
C	C	B	D	A
D 2	B 3	A	B	D
B 1	C	C	A	D
D	E	E	E	E

C	D	D	A	E
B	D	A	A 5	A 1
E	C	E	B	E
E 4	A	B	B	B
D	D	C	C 2	C

D	B	B	E	C
C	C	B	D	C
A	D	A	D	A
A 4	E	E	D	A 3
C	E	B 2	B 5	E

D	A	A	B 3	B
C	A	B	D	C
C	D	D	C	B 2
C	E	E	E	E
A	B 1	D	E	A 5

C	B	A	D	B 3
B 2	A	B	D	E
A 5	E	E	D	C
B	A	C	C	E
C	A 1	E	D	D

C	E	B	C	D
B	B	E	D	D 2
A 5	A	A	C	D
A	B 1	D	E 4	B
C 4	E	C	A	E

B	C	D	E	A
E	A	B	E	D
D 1	A	B	A	D
A 2	C 4	C	E	C
B 5	C	D	E	B

B	D 2	D	C	D
C 3	B	B	A	C
E	B	D	E	E
C	A	D	C	B
A	A	E	E 5	A 4

E	D	A 1	E 3	B
A 4	A	A	D	C
C	D	E	C	C
B 5	B	B	C	B
A	D	D	E	E

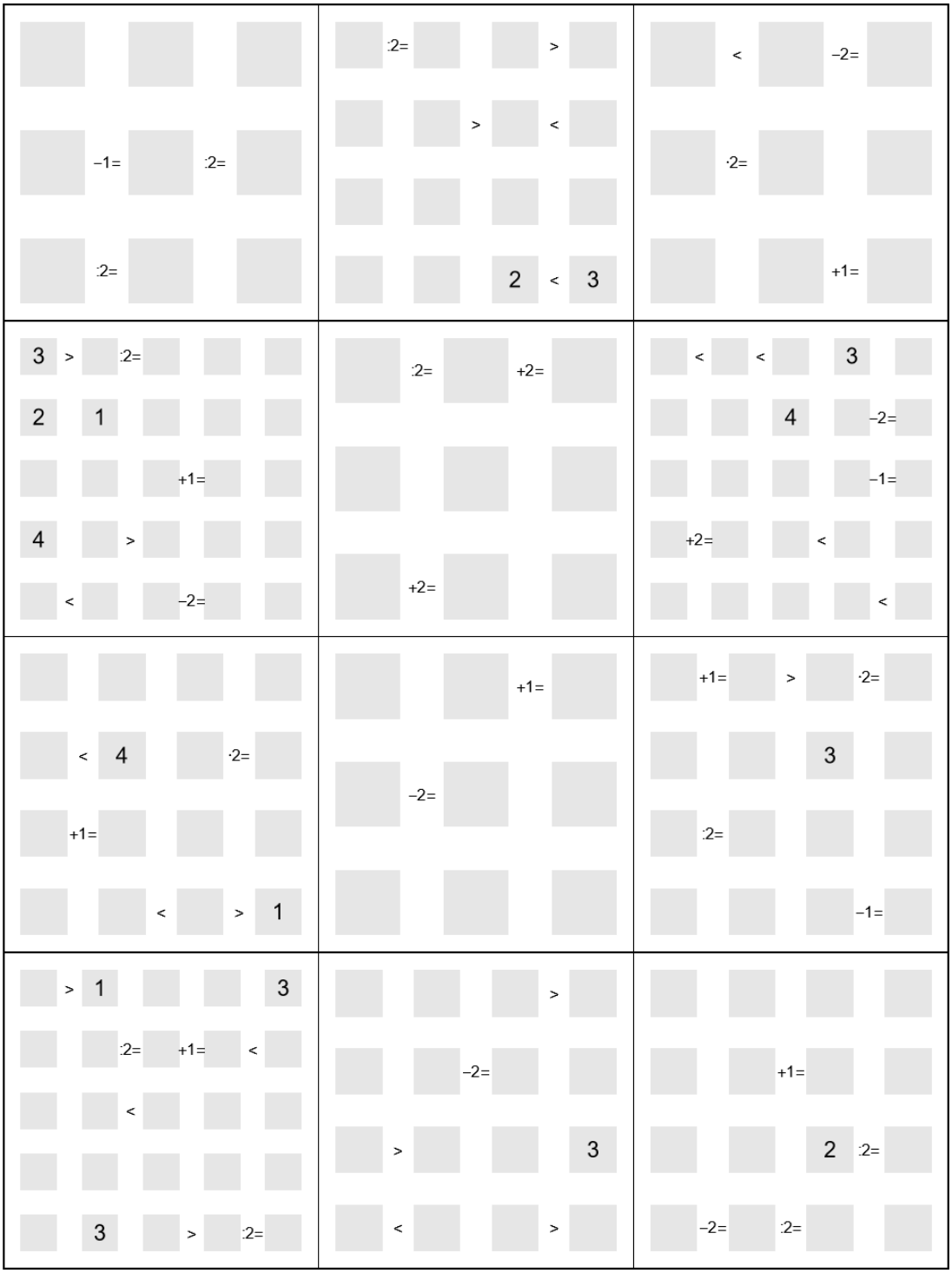
E	B	E	D	E 5
B 4	B 2	A	B	C
D	C	E	C	A
A	C	A	B 5	D
A	C	E	D	D 3

D	D	C	A	D
E	C	B	B	B
A	A	C	B 5	D 4
E	E 2	B	E	E
D	A	A	C	C 3

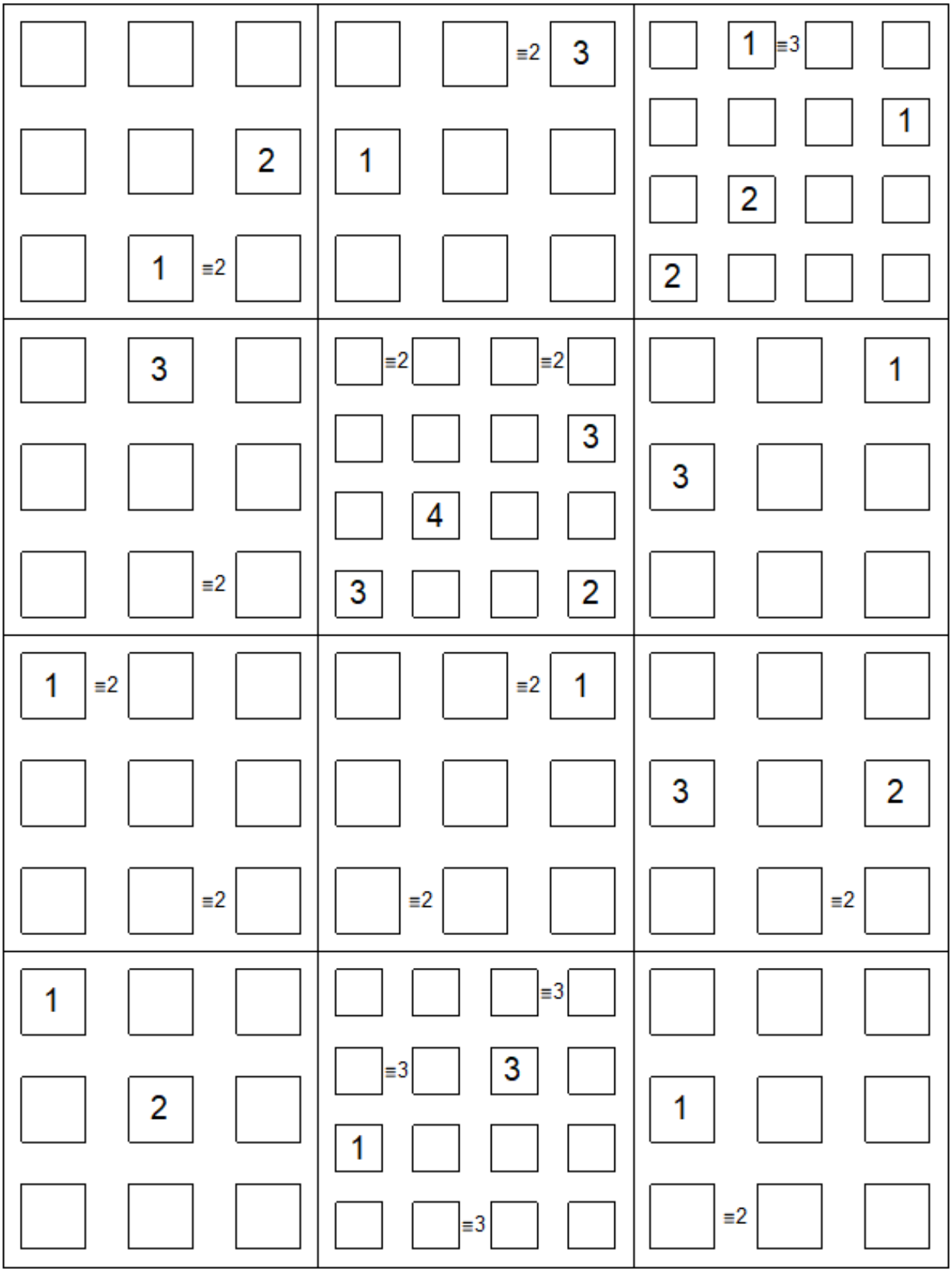
Futoshiki

V n × n kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n tako, da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopalo vseh n števil ter da bodo izpolnjene vse relacije. Tu a ≡k b pomeni, da je razlika med a in b deljiva s k. Več nalog dobite na: http://logika.si/subpages/sklop_logika/futosiki.html

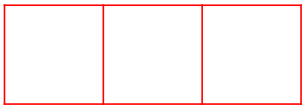
1.



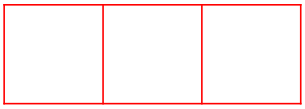
2.



Določi razpored



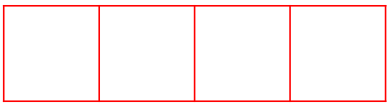
A JE SOSEDA OD B.	N
A JE SOSEDA OD C.	R
A JE DESNO OD C.	N



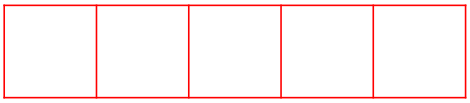
A JE SOSEDA OD B.	N
A JE DESNO OD B.	R



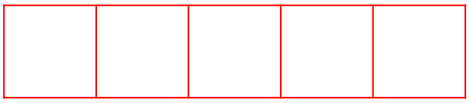
B JE DESNO OD D.	R
B JE LEVO OD C.	R
B JE DESNO OD C.	N
B JE SOSEDA OD C.	N



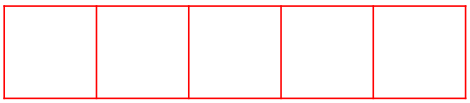
A JE LEVO OD C.	N
A JE LEVO OD B.	R
B JE SOSEDA OD D.	R
A JE SOSEDA OD B.	R



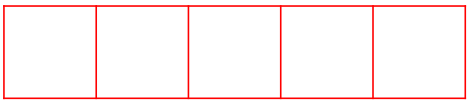
B JE SOSEDA OD D.	N
C JE LEVO OD D.	N
B JE LEVO OD C.	N
D JE LEVO OD E.	N
C JE SOSEDA OD D.	N



B JE DESNO OD C.	R
A JE DESNO OD E.	N
D JE DESNO OD E.	R
B JE SOSEDA OD D.	N
B JE LEVO OD D.	N



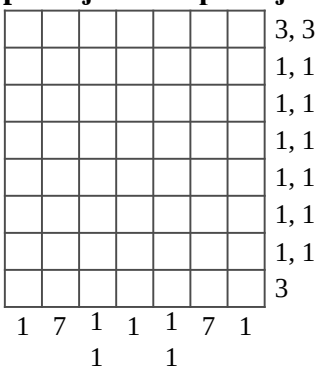
B JE SOSEDA OD D.	R
A JE LEVO OD E.	R
C JE SOSEDA OD D.	R
A JE SOSEDA OD B.	R
A JE DESNO OD C.	N

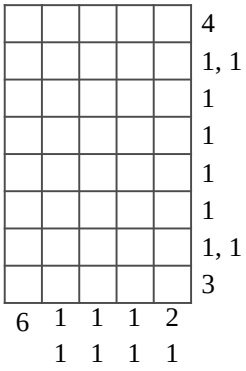


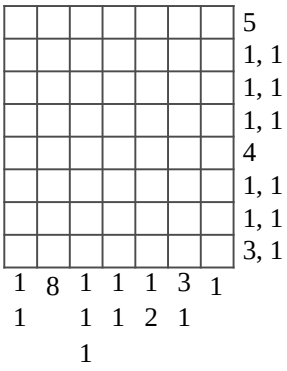
A JE LEVO OD E.	R
C JE LEVO OD E.	R
B JE SOSEDA OD C.	R
D JE DESNO OD E.	R
A JE LEVO OD B.	R
B JE SOSEDA OD E.	R

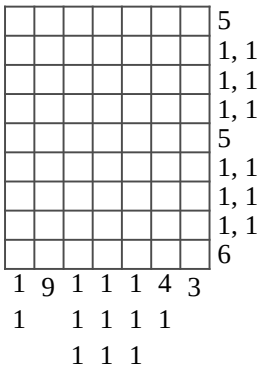
Gobelini

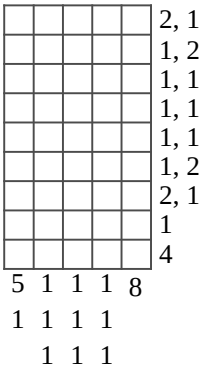
Kvadratke v razpredelnici moraš pobarvati sivo tako, da bo zaporedje sivih pasov v vrstici ustrezalo zaporedju števil na desni in da bo zaporedje sivih pasov v stolpcu ustrezalo zaporedju števil pod njim.

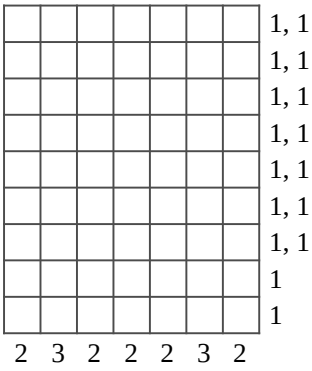


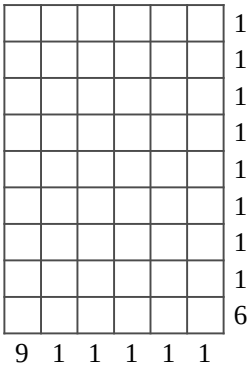


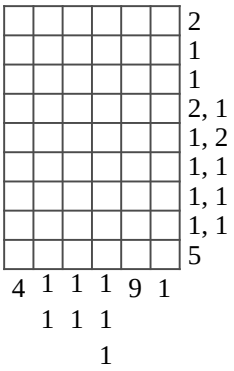


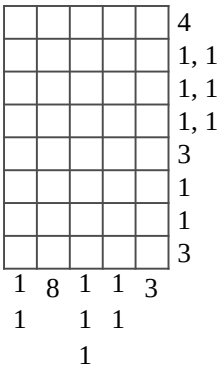


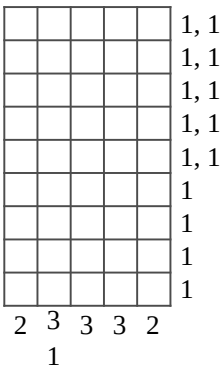


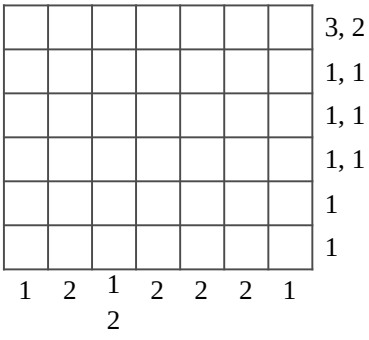


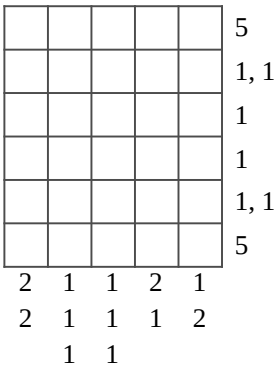






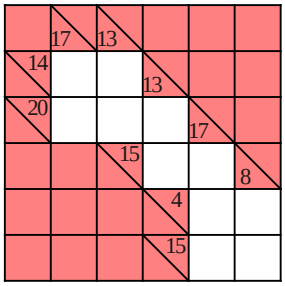


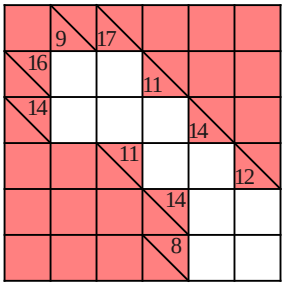


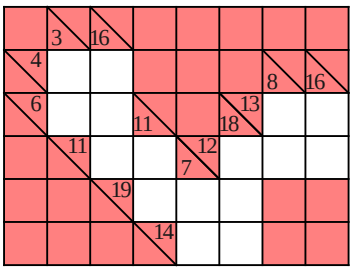


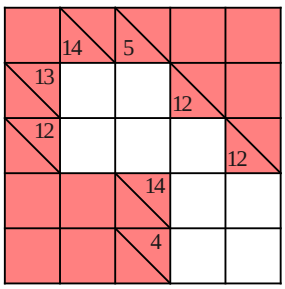
Križne vsote

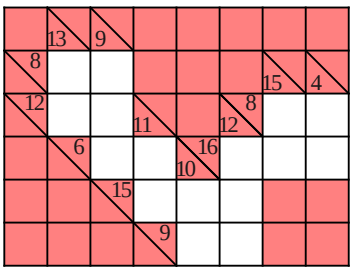
Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števkami od 1 do 9 tako, da je vsota števk v zaporednih belih kvadratkih po vrsticah in stolpcih enaka številu, ki je zapisano v rdečem kvadratku na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem pa morajo biti vse števke v posamezni vrstici (stolpcu) različne. Več nalog dobite na: http://logika.si/subpages/sklop_logika/Kriznevsote.pdf

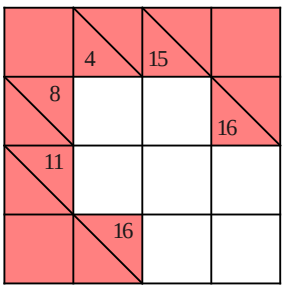


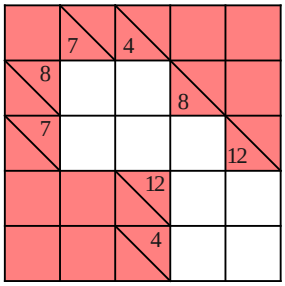


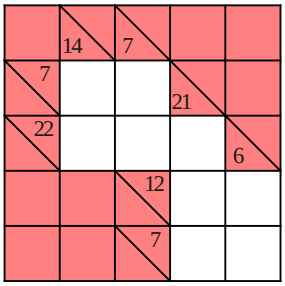


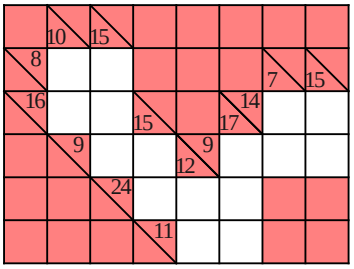


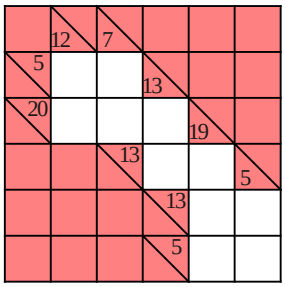


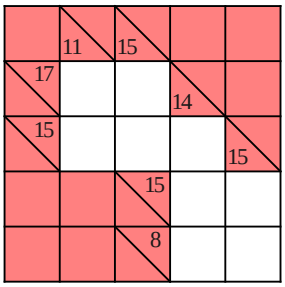


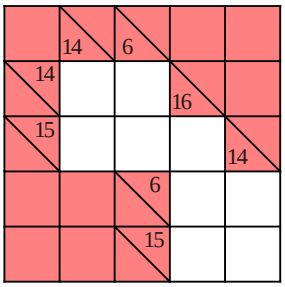






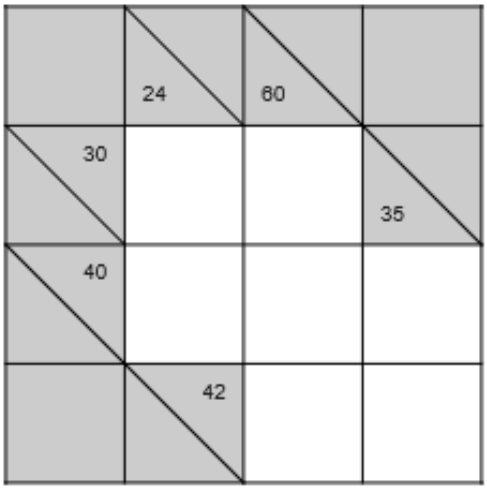


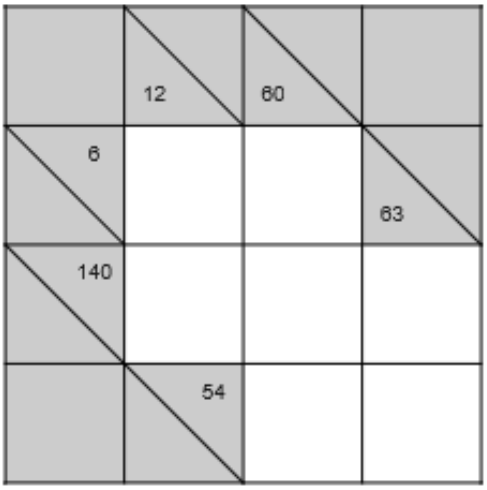


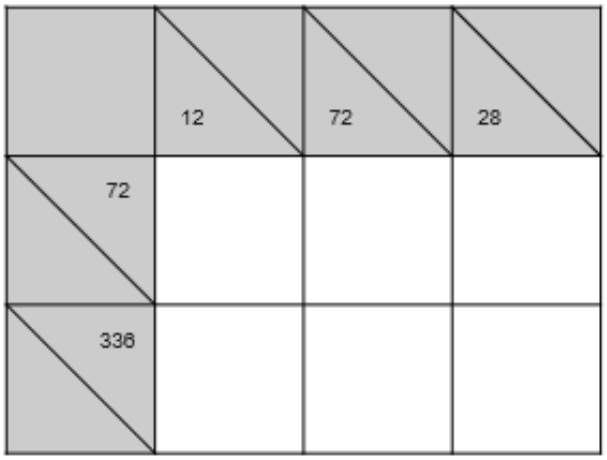


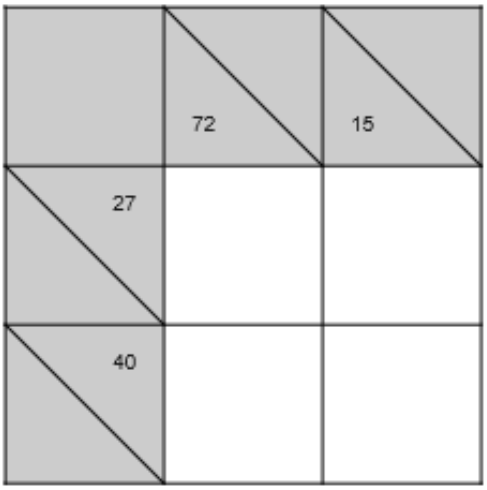
Križni produkti

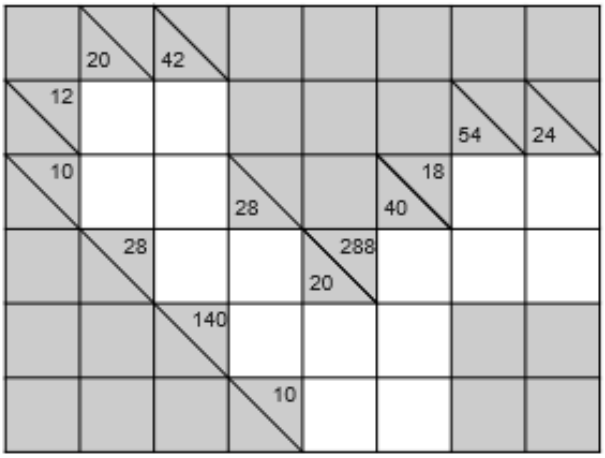
Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števkami od 2 do 9 tako, da bo zmnožek števk v zaporednih belih kvadratkih po vrsticah in stolpcih enak številu, ki je zapisano v sivem kvadratku na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem pa morajo biti vse števke v posamezni vrstici (stolpcu) različne. Več nalog dobite na: http://logika.si/subpages/sklop_logika/Krizniprodukti.pdf

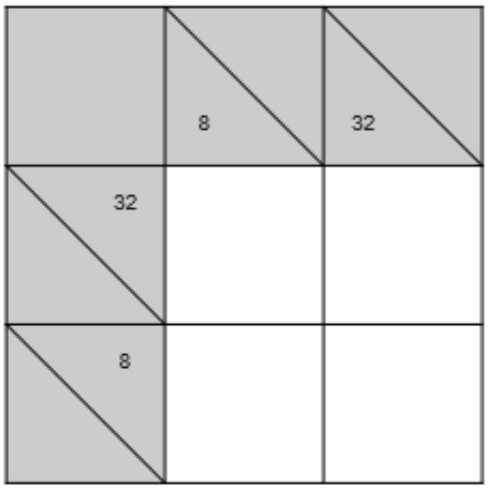








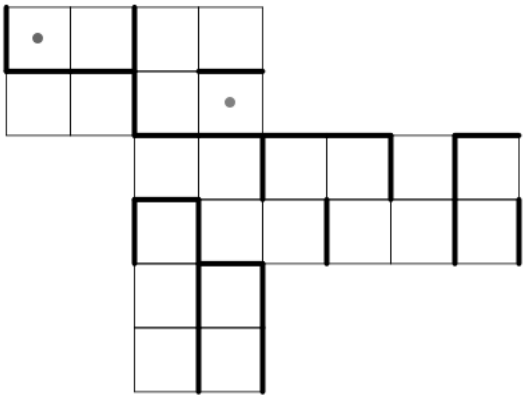




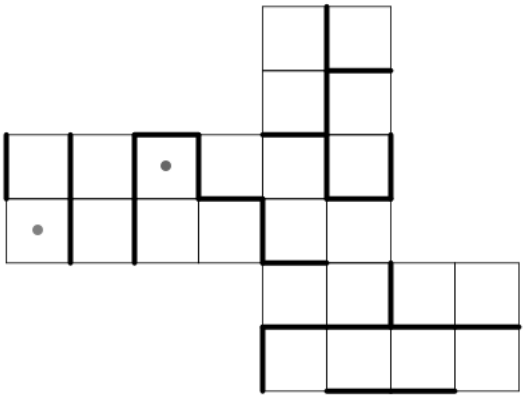
Labirint na kocki

Poveži točki na kocki. Na tej poti je zapisano zaporedje besed, kjer zadnja beseda ni nujno zapisana v celoti. Poišči zaporedje. Več nalog dobite na: https://sites.google.com/view/revija-linrm-in-zbirke/domov in http://logika.si/subpages/prostorska/index.html

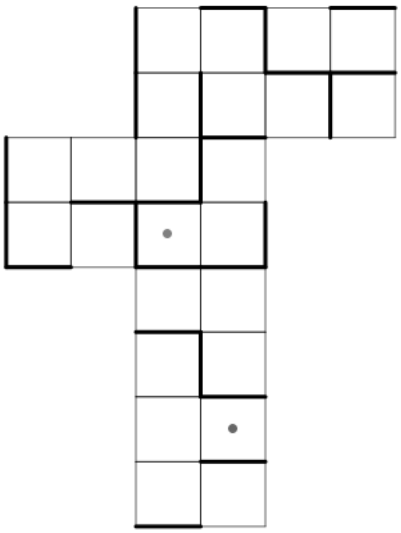
I	R	E	L			
N	A	R	O			
		Z	O	T	E	G	C
		N	R	A	M	A	E
		O	Š			
		R	Č			



				A	O		
				P	K		
N	C	R	E	S	C		
S	I	A	G	T	P		
				A	R	Š	G
				L	R	G	V

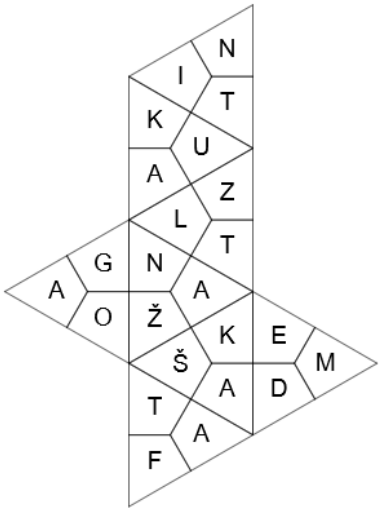


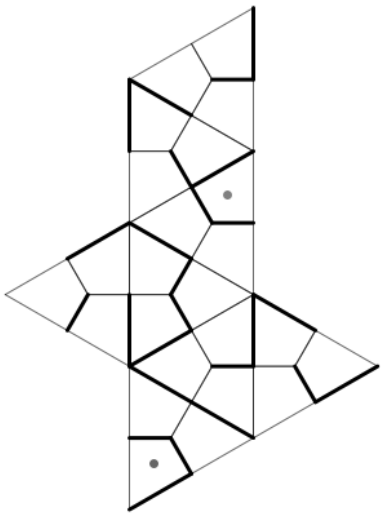
				A	Z	G	E
				V	L	O	M
A	S	E	P				
S	R	T	O				
		A	N				
		G	J				
		G	F				
		O	L				

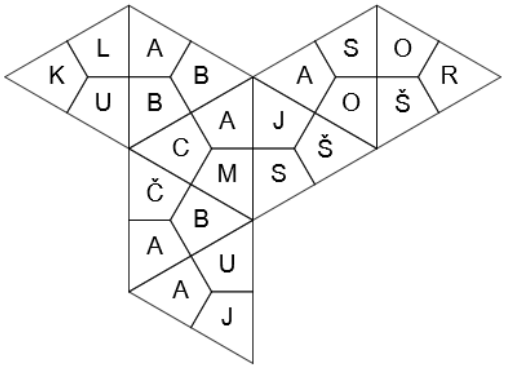


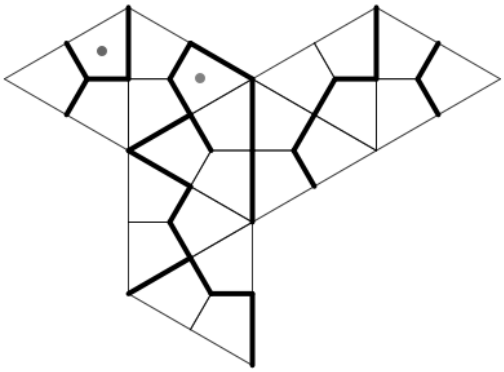
Labirinti na enostavnih poliedrih

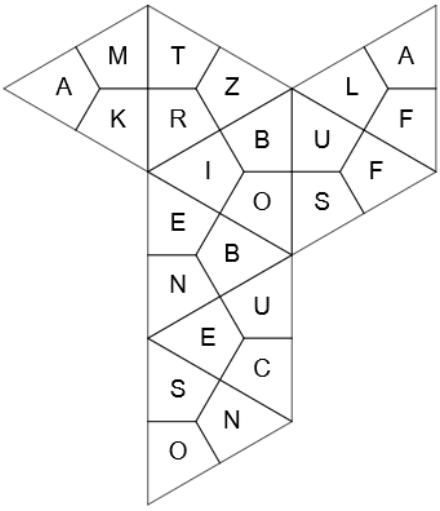
Poveži točki na poliedru. Na tej poti je zapisano zaporedje besed, kjer zadnja beseda ni nujno zapisana v celoti. Poišči zaporedje. Več nalog dobite na: https://sites.google.com/view/revija-linrm-in-zbirke/domov in http://logika.si/subpages/prostorska/index.html

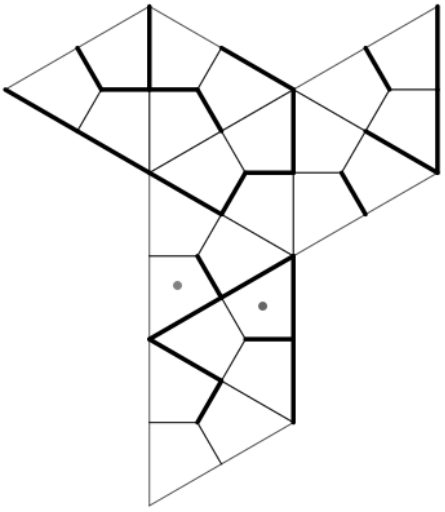








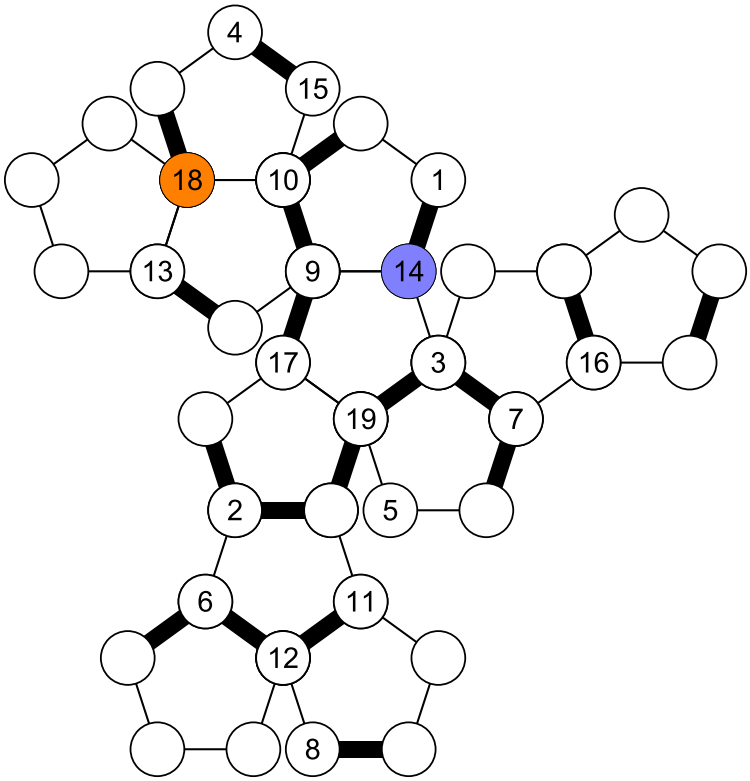




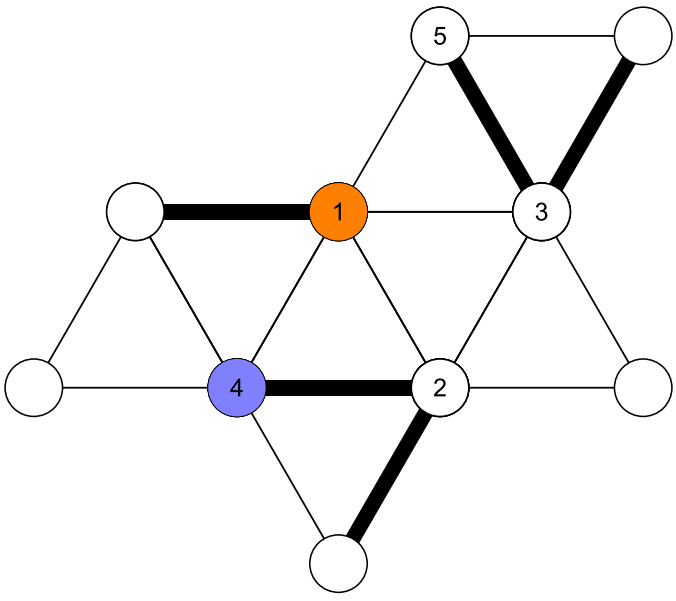
Labirinti na robovih poliedra

V naslednjih nalogah moramo povezati dve oglišči poliedra, ki je podan z mrežo. Poiskati moramo pot od oranžne do modre točke. Iz ene točke lahko gremo do druge točke, če je med njima debelejša črta ali pa točki predstavljata isto oglišče poliedra. Tokrat gre pot skozi vsa oglišča (Hamiltonova pot).

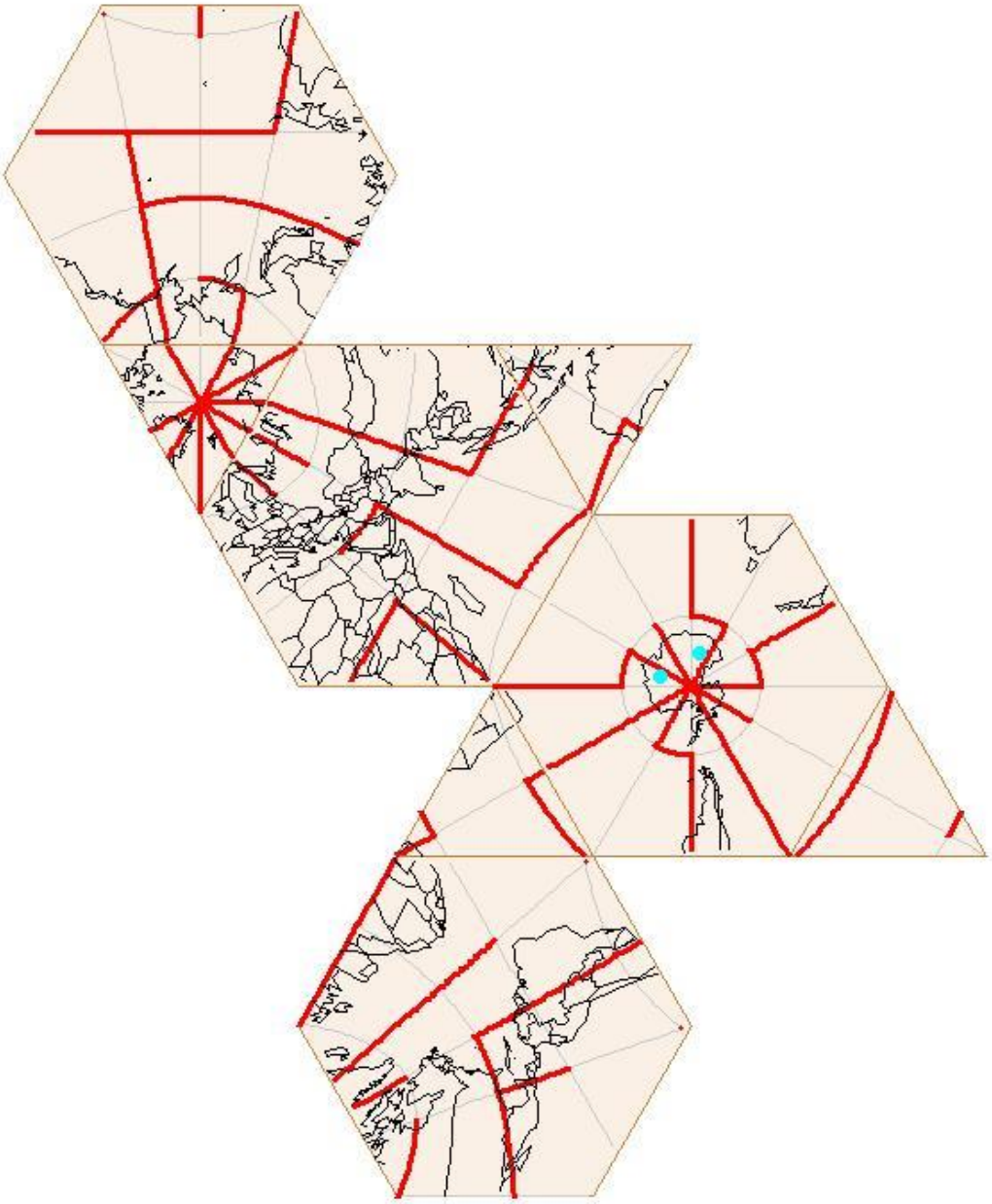
1.



2.

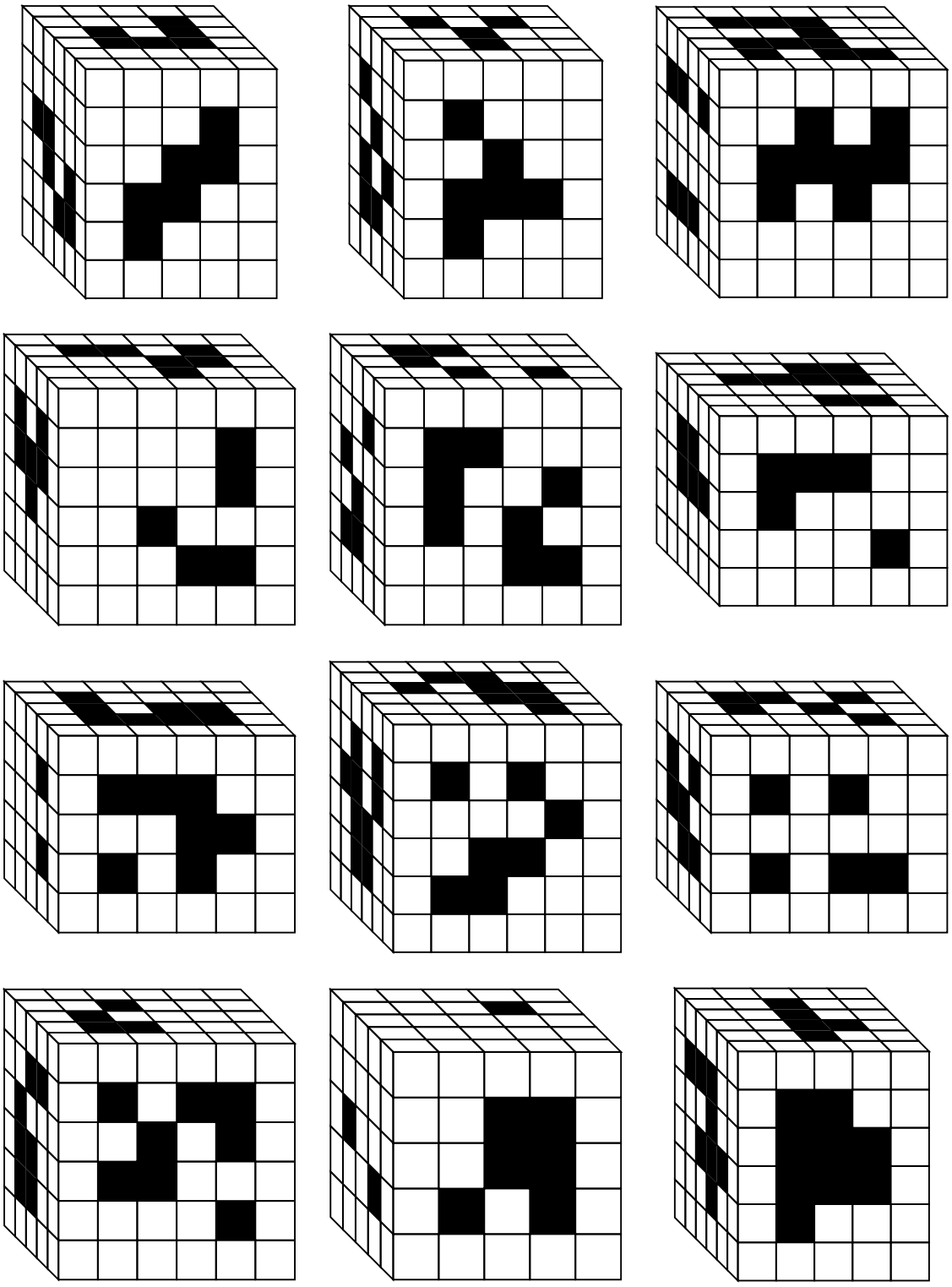


Labirint na zemljevidu



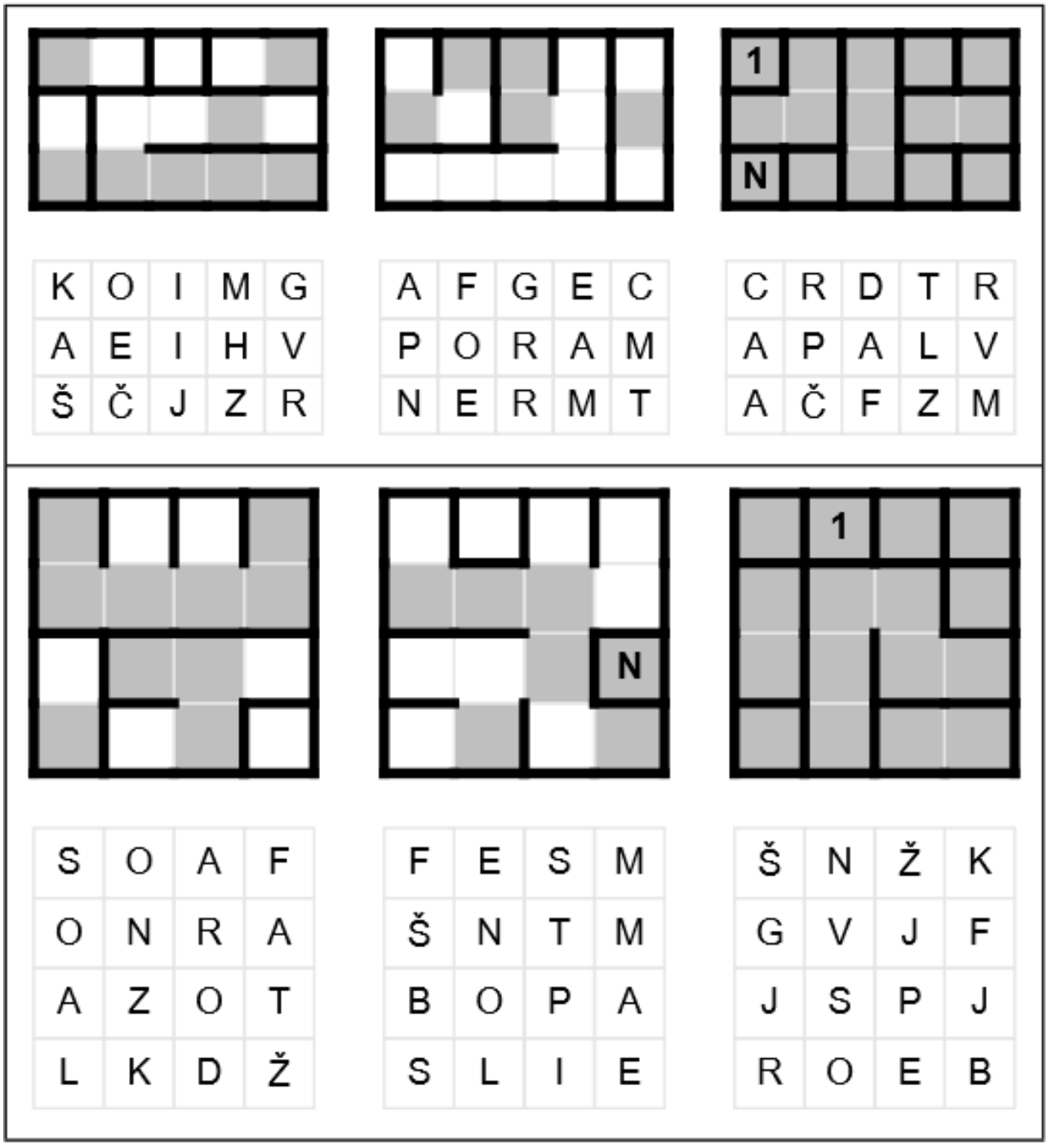
Odstranjene kocke

Dan je kvader, ki sestoji iz kockic. Odstranimo vse kocke, ki so zaznamovane črno od vrha do dna, od leve do desne in od spredaj do zadaj. Koliko kock smo odstranili?



Labirint v kvadru

Kvader sestoji iz vodoravnih slojev kockastih oddelkov (zgornji, srednji in spodnji sloj so dani od leve proti desni). Odebeljene črte preprečujejo prehajanje med sosednjima oddelkoma istega sloja. Med oddelkom in oddelkom neposredno pod njim lahko prehajamo, če in samo če je prvi pobarvan belo.
Poišči najkrajšo pot od oddelka z 1 do oddelka z N! Pot označi z zaporednimi naravnimi števili. Prvi oddelek je že označen z 1, vsak naslednji sosednji oddelek (kocko) pa s številom, večjim za 1. Na poti je zapisano zaporedje besed, kjer zadnja ni nujno podana v celoti, Poišči to zaporedje.



K	O	I	M	G
A	E	I	H	V
Š	Č	J	Z	R

A	F	G	E	C
P	O	R	A	M
N	E	R	M	T

C	R	D	T	R
A	P	A	L	V
A	Č	F	Z	M

S	O	A	F
O	N	R	A
A	Z	O	T
L	K	D	Ž

F	E	S	M
Š	N	T	M
B	O	P	A
S	L	I	E

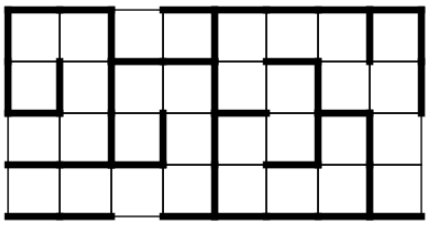
Š	N	Ž	K
G	V	J	F
J	S	P	J
R	O	E	B

Labirinti na ploskvah

Podan je labirint na pravokotniku. Prehod med sosednjima kvadratkoma je možen, če med njima ni odebeljene črte. Skica zgoraj pomeni, kako sta nasprotni stranici pravokotnika povezani (miselno ju moramo zlepiti). Na neki (daljši) poti je zapisano zaporedje besed. Zadnja beseda ni nujno podana v celoti. Poišči začetek in konec poti in zapiši zaporedje besed.

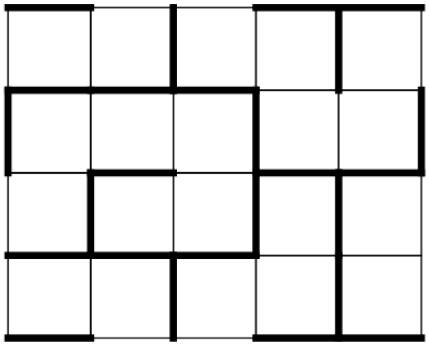


U	U	U	L	J	A	P	S
C	E	R	K	I	F	O	P
C	I	A	A	R	A	G	K
V	N	I	C	G	O	E	O



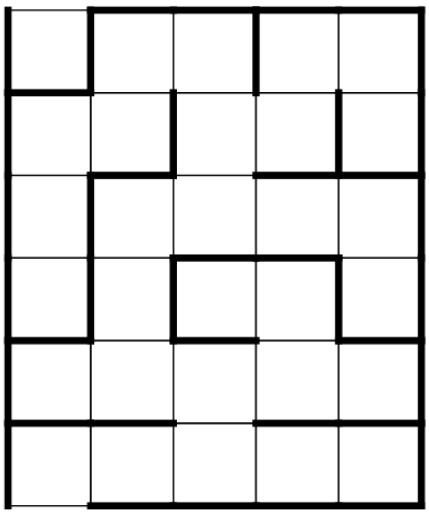


O	P	N	K	L
Č	E	T	A	K
K	O	V	U	O
O	P	A	G	T



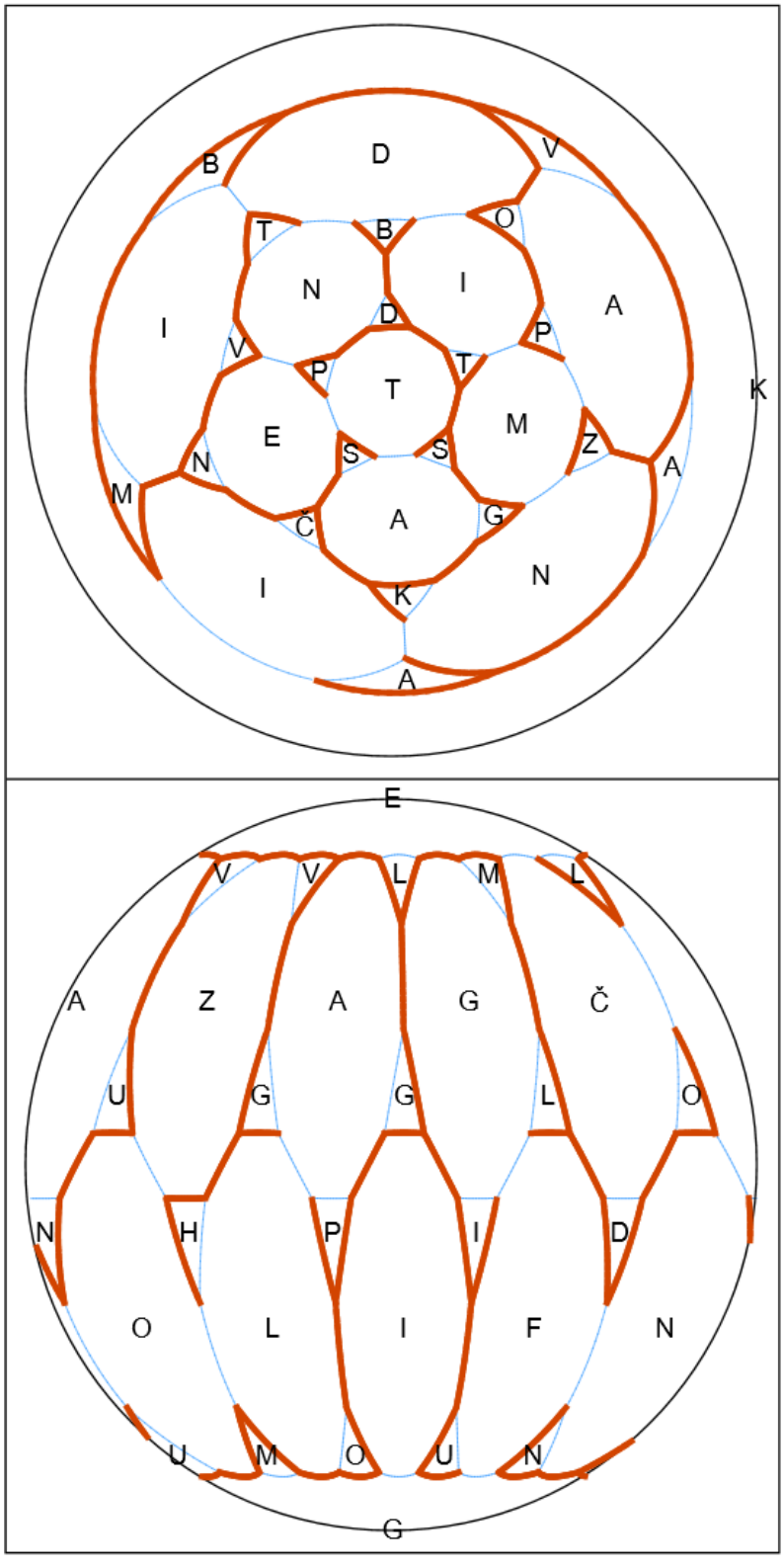


B	I	E	D	T
E	Z	T	H	O
M	N	O	T	I
J	O	Č	J	C
B	M	A	K	Ž
I	T	K	J	N



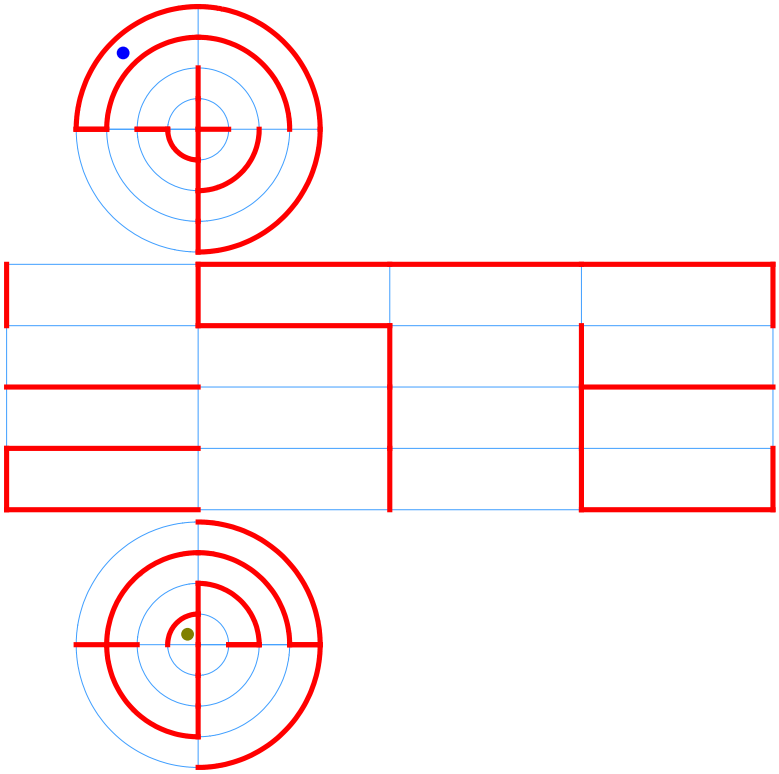
Labirinti na projekcijah telesa

Telo je projicirano v ravnino. Na projekciji je podan labirint, kjer odebeljene črte preprečujejo prehod iz projekcije mejne ploskve na projekcijo sosednje mejne ploskve. Poišči pot v labirintu in besedo na njej.

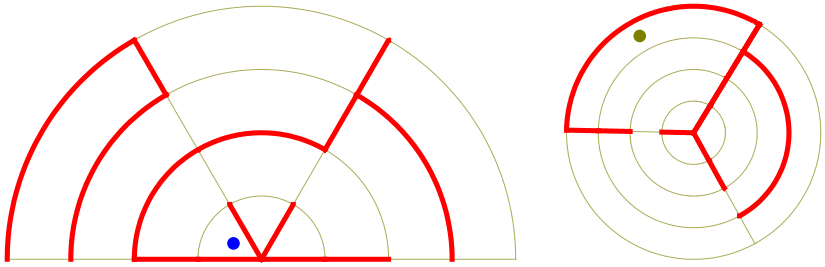


Labirinti na mreži valja in stožca

1.

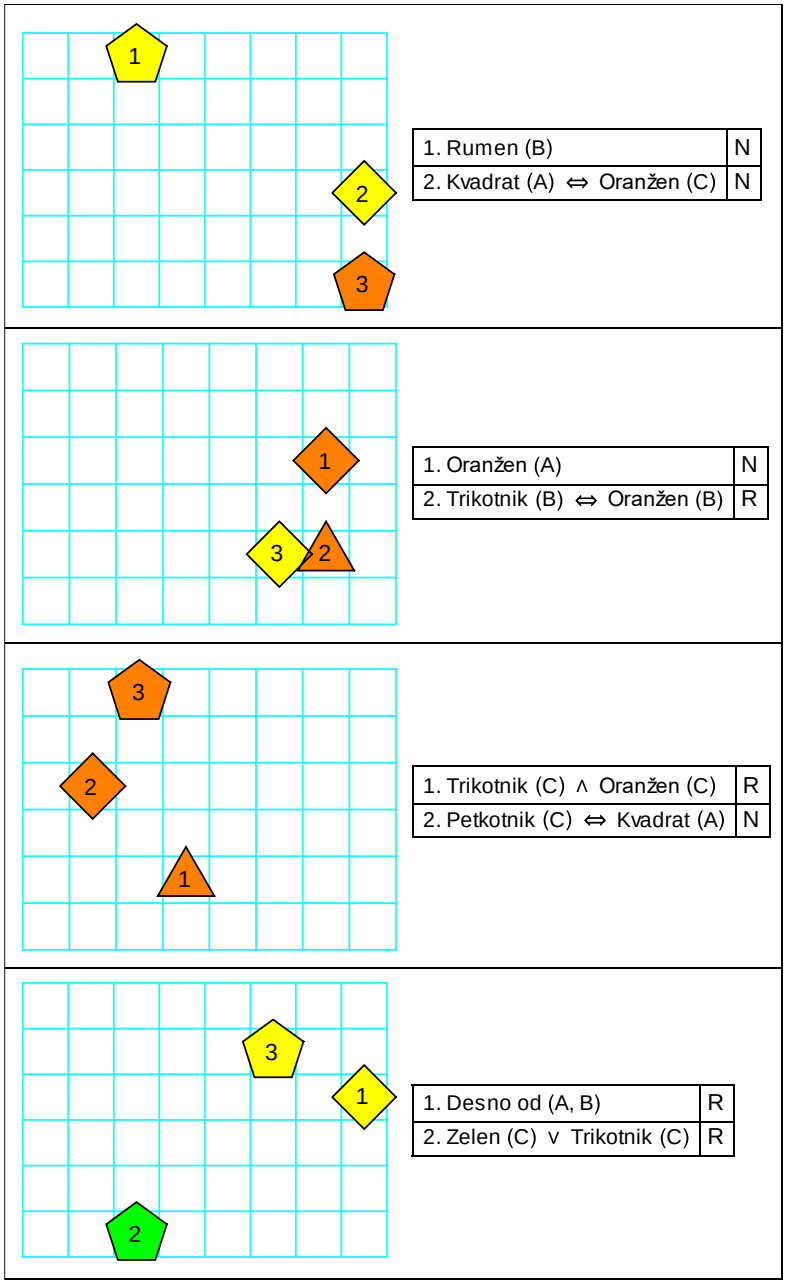


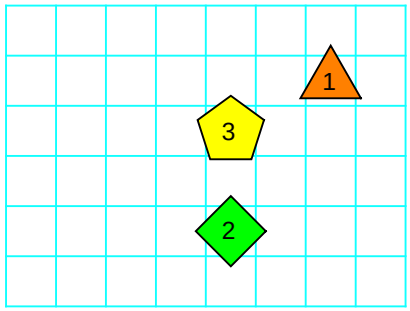
2.



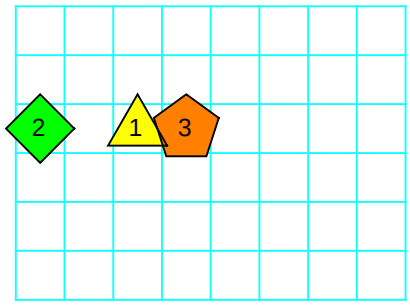
Analiziraj pogoje nalog

Dobro definirana naloga je naloga, pri kateri so njeni pogoji potrebni in zadostni za njeno rešitev. To pomeni, da noben pogoj ni odveč in da ima naloga enolično rešitev. Pri zastavljeni nalogi imamo lahko več možnosti:
Naloga nima rešitve, pogoji so protislovni.
Naloga ima več rešitev, to je, pogoji niso zadostni (za enolično rešitev).
Naloga ima enolično rešitev, vendar pogoji niso potrebni (vsaj en pogoj bi lahko izpustili in bi naloga še vedno imela enolično rešitev).
Naloga ima enolično rešitev in pogoji so potrebni (neodvisni) in seveda zadostni. Naloga je dobro definirana.
V naslednjih nalogah moramo ugotoviti, kako je s pogoji naloge.
Poiskati moramo imena A, B,C, … likov, ki so označeni z 1, 2, 3, …, če so izpolnjeni pogoji na desni strani slike. Ugotoviti moramo tudi, ali so pogoji neodvisni.

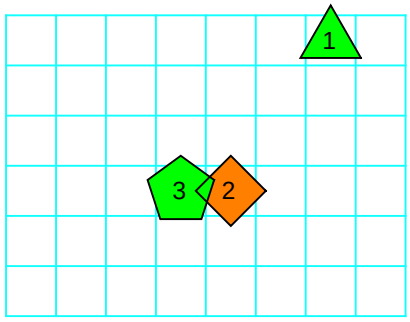




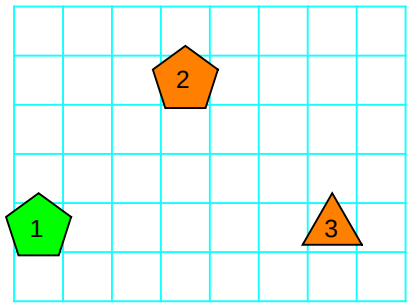
1. ¬Trikotnik (C)	N
2. Trikotnik (C) ⇔ Kvadrat (A)	N



1. ¬Zelen (C)	N
2. Kvadrat (C) ∧ Trikotnik (B)	N



1. ¬Kvadrat (A)	N
2. Petkotnik (C) ⇒ Rumen (A)	N



1. Oranžen (C) ⊻ Oranžen (B)	N
2. Kvadrat (B) ⇔ Petkotnik (C)	N

Logična naloga

Trije prijatelji Lan, Janez in Cene se pišejo Kranjc, Vodovnik in Hribar.
Po poklicu so politik, sodnik in notar, doma pa so iż Lendave, Kranja in Trsta.
Za vsakega ugotovi priimek, mesto in poklic , če velja:

1. Lanov priimek ni ne Kranjc ne Vodovnik.
2. Politik je doma v Trstu.
3. Hribar ni doma iz Kranja.
4. Janez ni sodnik.
5. Notar ni doma iz Kranja.
6. Kranjc ni po poklicu politik.
7. Kranjc ni doma iz Kranja.

	Hribar	Vodovnik	Kranjc	politik	notar	sodnik	Kranj	Trst	Lendava
Janez									
Lan									
Cene									
Kranj									
Trst									
Lendava									
politik									
notar									
sodnik									

ime	priimek	poklic	kraj
Janez			
Lan			
Cene			

Naloga v esperantu

Tri amikinoj (Lana, Dora, Eva) havas tri cxevalojn (Sxtormo, Tornado, Kingo) de diversaj rasoj (poneo, vulpo, islandano) kaj venas el diversaj urboj (Kranj, Trst, Maribor).
Divenu iliajn nomojn, la nomojn kaj rasojn de iliaj cxevaloj kaj la urbojn, el kiu iliaj cxevaloj venas.

1. Poneo ne estas el Maribor.
2. Islandano ne estas el Trst.
3. Tornado estas el Kranj.
4. Islandano ne estas el Maribor.
5. Eva ne havas islandanon.
6. Lana ne havas Tornadon.
7. Kingo ne estas vulpo.
8. Lana ne havas vulpon.

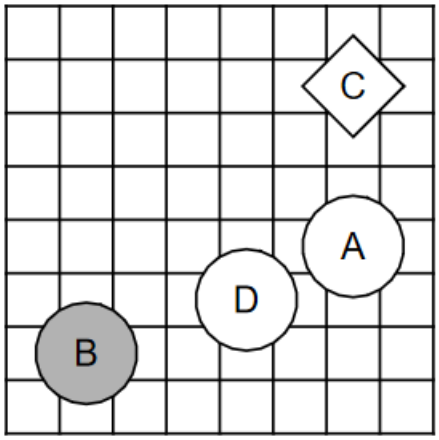
	Sxtormo	Tornado	Kingo	poneo	vulpo	islandano	Kranj	Trst	Maribor
Lana									
Dora									
Eva									
Kranj									
Trst									
Maribor									
poneo									
vulpo									
islandano									

nomo	cxevalo	raso	urbo
Lana			
Dora			
Eva			

Razširitev dvovrednostne logike

Kleenejeva trovrednostna logika

1. naloga



1. kvadrat (A) ⇔ bel (D)
2. trikotnik (D) ⇒ ¬bel (B)
3. ¬siv (A) ∧ petkotnik (A)
4. ¬bel (D) ∨ ¬petkotnik (B)
5. ¬siv (D) ⇔ bel (D)
6. ¬(¬trikotnik (B) ⇒ ¬bel (B))
7. ¬(trikotnik (D) ∧ ¬bel (A))
8. ¬(¬bel (B) ⇒ siv (C))

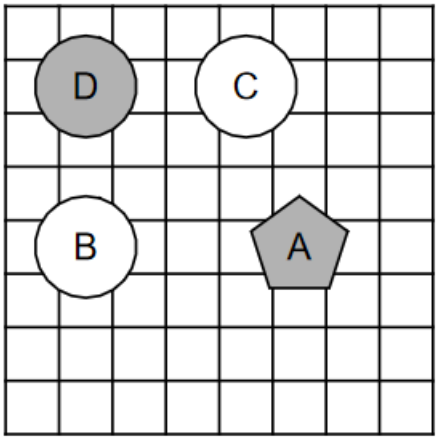
Zgornja slika prikazuje situacijo štirih likov. Po obliki je lik trikotnik, kvadrat ali petkotnik, po barvi pa bel ali siv. Krog pomeni, da oblike ne vidimo (lahko si mislimo, da je lik pokrit s krogom). Ker ne vemo, kakšne oblike je lik A, je stavek »trikotnik(a)« nedoločen. To tretjo vrednost bomo označevali z ½. Tabela za izjavna povezave izgleda takole:

p	q	p ∧ q	p ∨ q	p ⇒ q	p ⇔ q
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	1/2	1/2	1	1/2	1/2
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1
0	1/2	0	1/2	1	1/2
1/2	1	1/2	1	1	1/2
1/2	0	0	1/2	1/2	1/2
1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2

Preden se lotimo reševanja naloge, si oglejmo stavek »trikotnik(A) ∧ ¬trikotnik(A)«. Tabela pravi ½ ∧ ½ = ½, čeprav vemo, da je stavek protisloven. Podobno velja za »trikotnik(A) ∨ ¬trikotnik(A)«, ki je resnica. Gre za nekakšno strožjo logiko. Moramo vedeti, katera možnost (argument) nastopa. Ker ne vemo, je vrednost ½. Pri verjetnostni logiki imamo P(trikotnik(A) ∨ ¬trikotnik(A))= P(trikotnik(A)) + P(¬trikotnik(A)) - P(trikotnik(A) ∧ ¬trikotnik(A))=1/3+2/3+0=1, saj je P(trikotnik(A) ∧ ¬trikotnik(A))=P(trikotnik(A))x P(¬trikotnik(A)/ trikotnik(A))=0. Pogojna verjetost, da A ni trikotnik, če je A trikotnik, je enaka 0. Torej je verjetnostna logika boljša kot omenjena trovrednostna logika.
Za negacijo velja, da je negacija ½ enaka ½.
1. Vrednost stavka »kvadrat(A)« je ½, vrednost stavka »bel(D)« je 1. Natančne vrednosti ekvivalence (0 ali 1) ne moremo določiti, zato je vrednost ½.
2. Ker B ni bel lik, je implikacija resnična ne glede na vrednost prvega argumenta.
3. Vrednost konjunkcije je manjša vrednost obeh argumentov, torej ½.
4. Vrednost disjunkcije je večja vrednost od obeh argumentov, torej ½.
5. Oba argumenta imata vrednost 1, tudi ekvivalenca.

6. Implikacija je pravilna, njena negacija pa nepravilna.
7. Konjunkcija je nepravilna, njena negacija pa pravilna.
8. Implikacija je nepravilna, saj lik B ni bel, lik pa ni siv. Negacija implikacije je pravilna.

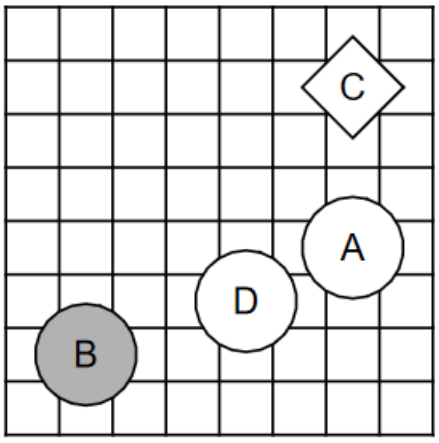
2. naloga



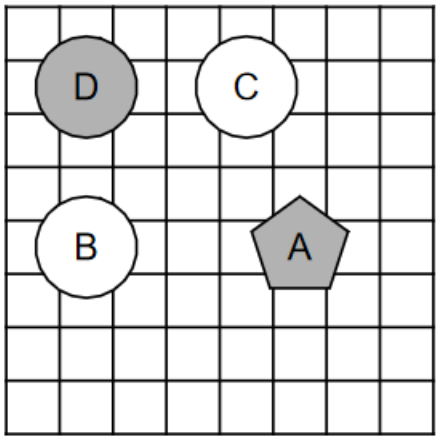
1. ¬petkotnik (A) ∧ kvadrat (B)
2. kvadrat (B) ∧ ¬kvadrat (C)
3. ¬siv (B) ⇒ ¬kvadrat (C)
4. trikotnik (D) ⇒ ¬siv (D)
5. kvadrat (A) ⇒ ¬petkotnik (C)
6. ¬(¬petkotnik (D) ⇔ trikotnik (C))
7. ¬(bel (C) ∧ ¬trikotnik (A))
8. ¬(bel (B) ⇔ ¬bel (C))

1. Neresnično, saj je A petkotnik.
2. Oba argumenta imata vrednost ½, zato ima tudi konjunkcija vrednost ½.
3. Lik B ni siv, drugi argument je ½, implikacija ima vrednost ½.
4. Prvi argument ima vrednost ½, ,drugi 0. Implikacija ima vrednost ½.
5. A ni kvadrat, implikacija je pravilna.
6. Ekvivalenca ima vrednost ½, njena negacija pa enako.
7. Konjunkcija ima vrednost 1, njena negacija pa 0.
8. Ekvivalenca ima vrednost 0, njena negacija pa 1.

Rešitve:



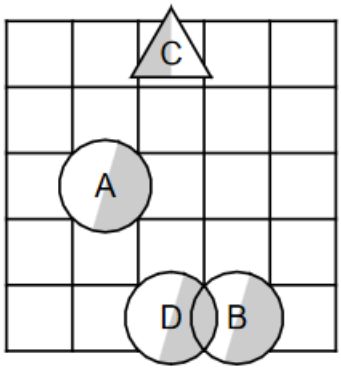
1. kvadrat (A) ⇔ bel (D)	1/2
2. trikotnik (D) ⇒ ¬bel (B)	1
3. ¬siv (A) ∧ petkotnik (A)	1/2
4. ¬bel (D) ∨ ¬petkotnik (B)	1/2
5. ¬siv (D) ⇔ bel (D)	1
6. ¬(¬trikotnik (B) ⇒ ¬bel (B))	0
7. ¬(trikotnik (D) ∧ ¬bel (A))	1
8. ¬(¬bel (B) ⇒ siv (C))	1



1. ¬petkotnik (A) ∧ kvadrat (B)	0
2. kvadrat (B) ∧ ¬kvadrat (C)	1/2
3. ¬siv (B) ⇒ ¬kvadrat (C)	1/2
4. trikotnik (D) ⇒ ¬siv (D)	1/2
5. kvadrat (A) ⇒ ¬petkotnik (C)	1
6. ¬(¬petkotnik (D) ⇔ trikotnik (C))	1/2
7. ¬(bel (C) ∧ ¬trikotnik (A))	0
8. ¬(bel (B) ⇔ ¬bel (C))	1

Verjetnostna logika

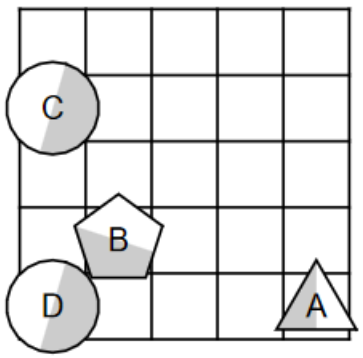
Imamo tri oblike likov: trikotnike, kvadrate in petkotnike. Po barvi je lik bel ali siv. Če ni dana oblika lika, je narisan krog. Če ni dana barva, je lik pol siv in pol bel.
Če bi imeli dogodek B je siv in B je bel, potem ne bi imeli neodvisna dogodka. Torej račun 1/2x1/2 ni pravilen. V tem primeru moramo računati P(B je siv))P(B je bel/B je siv))=1/2x0=0. P(B je bel/B je siv)) je pogojna verjetnost dogodka, da je B bel, pri pogoju, da je B siv. Ta verjetnost je 0.
1. naloga



1. Kvadrat (A) ∧ ¬Trikotnik (D)
2. ¬Petkotnik (D) ∧ Trikotnik (C)
3. Petkotnik (C) ∧ ¬Bel (D)
4. Trikotnik (C) ∧ Petkotnik (D)
5. ¬Petkotnik (D) ∨ ¬Trikotnik (A)
6. ¬Kvadrat (C) ∧ ¬Kvadrat (A)
7. Trikotnik (B) ∨ ¬Trikotnik (A)
8. Bel (B) ∨ Bel (D)

1. Verjetnost, da ja A kwadrat, je 1/3. Verjetnost, da D ni trikotnik, je 2/3. Ker sta dogodka neodvisna, je verjetnost produkta dogodkov enaka produktu verjetnosti osnovnih dogodkov, to je 2/9.
2. Verjetnost, da D ni petkotnik, je 2/3, verjetnost, da je C trikotnik, je 1. Rezultat: 2/3. Dogodka sta neodvisna.
3. Verjetnost, da je C petkotnik, je 0, zato je tudi verjetnost produkta 0.
4. Verjetnost, da je C trikotnik, je 1, verjetnost, da je D petkotnik ,je 1/3. Verjetnost produkta dogodkov je 1x1/3 =1/3.
5. Verjetnost, da D ni petkotnik, je 2/3. Verjetnost, da A ni trikotnik, je 2/3. Verjetnost vsote dogodkov je 2/3+2/3-4/9=8/9.
6. Verjetnost, da C ni kvadrat, je 1, saj je trikotnik. Verjetnost, da A ni kwadrat, je 2/3. Verjetnost produkta je 2/3.
7. Verjetnost, da je B trikotnik, je 1/3, verjetnost, da A ni trikotnik, je 2/3. Verjetnost vsote je 1/3+2/3-2/9=7/9.
8. Verjetnost, da je B bel, je ½, verjetnost, da je D bel, je ½. Verjetnost vsote je ½+1/2-1/4=3/4.

2. naloga



1. ¬Petkotnik (D) ∨ Petkotnik (C)
2. ¬Petkotnik (B) ∧ ¬Trikotnik (C)
3. Kvadrat (A) ∧ ¬Petkotnik (A)
4. ¬Siv (A) ∨ ¬Siv (C)
5. Kvadrat (C) ∧ Kvadrat (A)
6. ¬Bel (B) ∨ Bel (A)
7. Petkotnik (B) ∨ Siv (D)
8. Kvadrat (D) ∧ ¬Siv (C)

1. Verjetnost, da D ni petkotnik, je 2/3. Verjetnost, da je C petkotnik, je 1/3. 2/3+1/3-2/9=7/9.
2. Verjetnost, da B ni petkotnik, je 0, zato je tudi verjetnost sestavljenega dogodka 0.
3. Verjetnost, da je A kwadrat, je 0, zato je verjetnost produkta tudi 0.
4. Verjetnost, da A ni siv, je ½, verjetnost, da C ni siv, je ½. ½+1/2-1/4=3/4.
5. Verjetnost, da je C kwadrat,je 1/3, verjetnost, da je A kvadrat, je 0. Verjetnost produkta je 0.
6. Verjetnost, da B ni bel je ½, Verjetnost, da je A bel, je ½. ½+1/2-1/4=3/4.
7. Verjetnost, da je B petkotnik, je 1, zato je tudi verjetnost vsote dogodkov 1.
8. Verjetnost, da je D kwadrat, je 1/3, verjetnost, da C ni siv, je ½. 1/3x1/2=1/6.

Rešitvi:

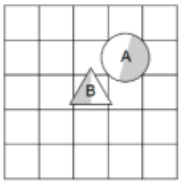
2/9	7/9
2/3	0
0	0
1/3	3/4
8/9	0
2/3	3/4
7/9	1
3/4	1/6

Pogojna verjetnost

Rešitev 1. naloge s tekmovanja Logična pošast 2022/2023

1. VERJETNOSTNA LOGIKA – POGOJNA VERJETNOST

V danem svetu je slučajno izbran en lik, recimo mu X. Pogojno verjetnost dogodka E pri pogoju S označujemo P(E|S). Izpolni spodnjo tabelo.



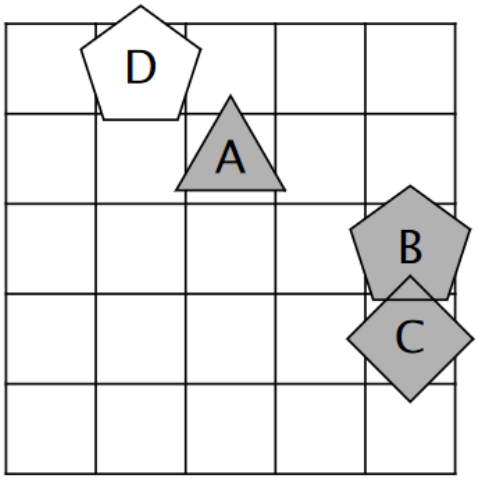
S	P)	P(X = A | S)	P(X = B | S)
trikotnik(X)			
petkotnik(X)			
¬bel(X)			
¬siv(X)			
bel(X) ∨ petkotnik(X)			
siv(X) ∧ ¬petkotnik(X)			
¬bel(X) ∨ kvadrat(X)			
¬bel(X) ∨ ¬petkotnik(X)			

1. P(trikotnik(X))=1/2x1/3+1/2x1=1/6+1/2=2/3. Namreč verjetnost, da izberemo A, je ½ in če smo izbrali A, je verjetnost, da je lik trikotnik, 1/3. Verjetnost, da izberemo B, je ½ in če smo B izbrali, je verjetnost, da je lik trikotnik, enaka 1. Pogojno verjetnost običajno pišemo P(D/E). Torej P(X = A/S)=(1/6)/(2/3)=1/4. P(X= B/S)=(1/2)/(2/3)=3/4. Vidimo, da je P(X = A/S)+P(X = B/S)=1.
2. P(S)=1/2x1/3+1/2x0=1/6. P(X = A/S)=1. P(X = B/S)=0.
3. P(S)=1/2x1/2+1/2x1/2=1/2. P(X = A/S)=(1/4)/(1/2)=1/2. P(X = B/S)=1/2.
4. P(S) =1/2. P(X=A/X)=1/2. P(X = B/S)=1/2.
5. P(S)=1/2x(1/2+1/3-1/6)+1/2(1/2+0-0)=1/3+1/4=7/12. P(X =A/S)=(1/3)/(7/12)=4/7. P(X = B/S)=3/7.
6. P(S)=1/2x1/2x2/3+1/2x1/2x1=1/6+1/4=5/12. P(X=A/S)=(1/6)/(5/12)=2/5, P(X=B/S)=3/5.
7. P(S)=1/2x(1/2+1/3-1/6)+1/2(1/2+0-0)=1/3+1/4=7/12. P(X=A/S)=(1/3)/(7/12)=4/7. P(X=B/S)=3/7.
8. P(S)=1/2(1/2+2/3-2/6)+1/2(1/2+1-1/2)=5/12+1/2=11/12. P(X=A/S)=(5/12)/(11/12)=5/11. P(X=B/S)=6/11.

S	P)	P(X = A | S)	P(X = B | S)
trikotnik(X)	2/3	1/4	3/4
petkotnik(X)	1/6	1	0
¬bel(X)	1/2	1/2	1/2
¬siv(X)	1/2	1/2	1/2
bel(X) ∨ petkotnik(X)	7/12	4/7	3/7
siv(X) ∧ ¬petkotnik(X)	5/12	2/5	3/5
¬bel(X) ∨ kvadrat(X)	7/12	4/7	3/7
¬bel(X) ∨ ¬petkotnik(X)	11/12	5/11	6/11

Ontologija Leśniewskega

V običajnem predikatnem računu zapišemo, da je lik A siv, z izrazom »siv(A)«, v ontologiji Leśniewskega pa »A ε siv«. Pri tem beremo grški epsilon kot »je«. Torej »A ε siv« beremo »A je siv« in to je bliže naravnemu jeziku kot predikatni račun. Stavek »D ε pod(A)« beremo »D je pod A« in je bolj jasno kot v predikatnem računu »pod(D, A).« Podobno »B ε levo_od C« beremo »B je levo od C.«



1. D ε pod(A) ∧ A ε siv
2. D ε nad(A) ∨ D ε pod(C)
3. D ε kvadrat ⊻ C ε siv
4. B ε kvadrat ⇒ D ε bel
5. C ε kvadrat ⇔ C ε nad(D)
6. ¬(B ε levo_od(C) ∧ B ε bel)
7. ¬(C ε nad(D) ∨ D ε kvadrat)
8. ¬(B ε siv ⊻ D ε siv)
9. ¬(D ε bel ⇒ C ε siv)
10. ¬(D ε pod(B) ⇔ C ε pod(B))

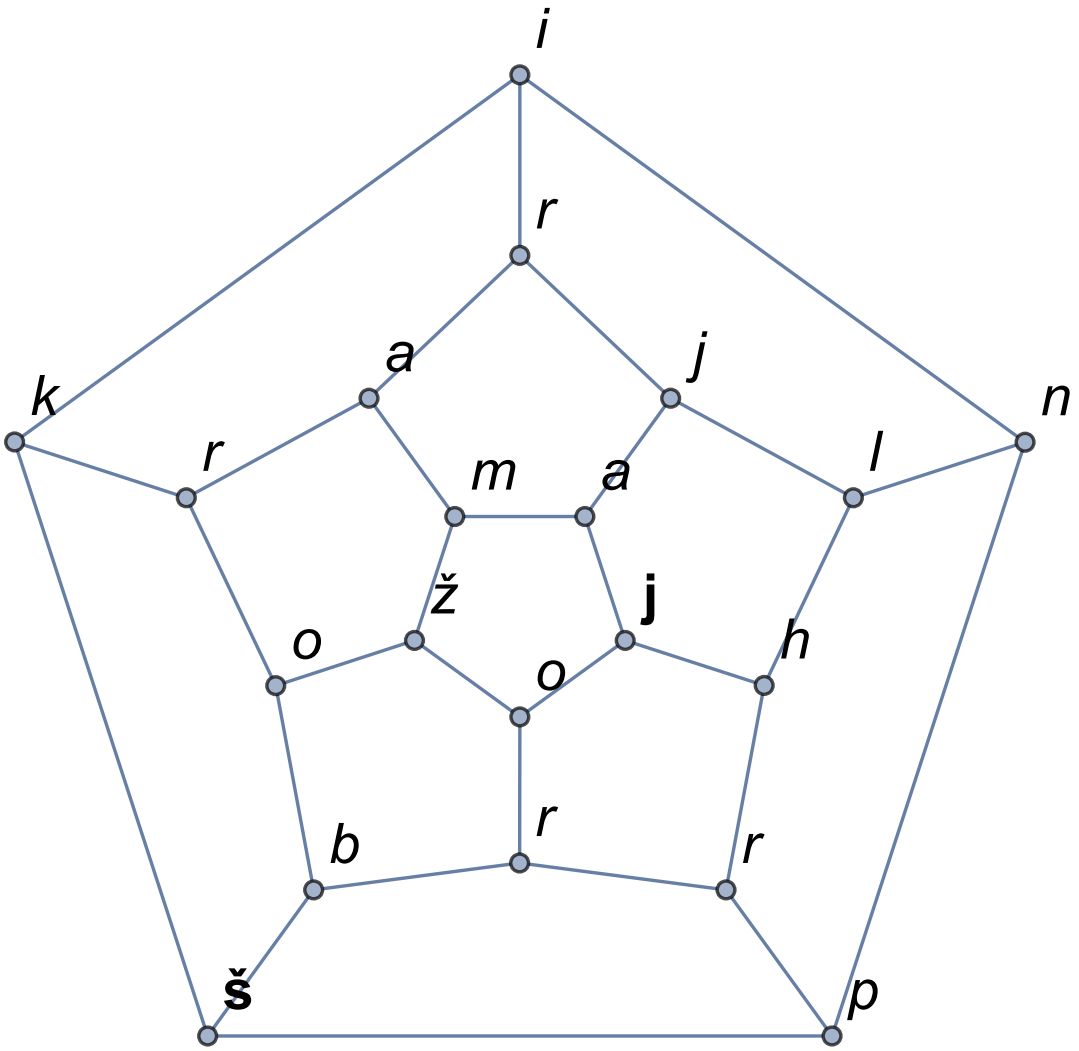
V nalogi imamo za vsako izjavno povezavo dve nalogi. Ko rešujemo določene naloge, nam pogosto ni treba obravnavati obeh argumentov izjavne povezave. Če je en argument konjunkcije neresničen (nepravilen), je dovolj, če najdemo takšnega in konjunkcija je neresnična. Za resničnost konjunkcije pa morata biti oba argumenta pravilna.

1. Ni pravilno, D ni pod A.
2. Res je, saj je D nad A (drugega argumenta ni treba ovrednotiti).
3. Res je, D ni kvadrat, C pa je siv lik.
4. Res je saj B ni kvadrat. (Res je tudi, ker je D bel lik.)
5. Ni res, saj C je kvadrat, vendar ni nad B.
6. Za nepravilnost konjunkcije (in pravilnost njene negacije) je dovolj nepravilnost enega argumenta. Res je, saj B ni bel.
7. Res je, oba argumenta disjunkcije sta nepravilna, disjunkcija je nepravilna, njena negacija pa pravilna.
8. Izključujoča disjunkcija je pravilna, njena negacija pa nepravilna.
9. Ne res.
10. Res je.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N	R	R	R	N	R	R	N	N	R

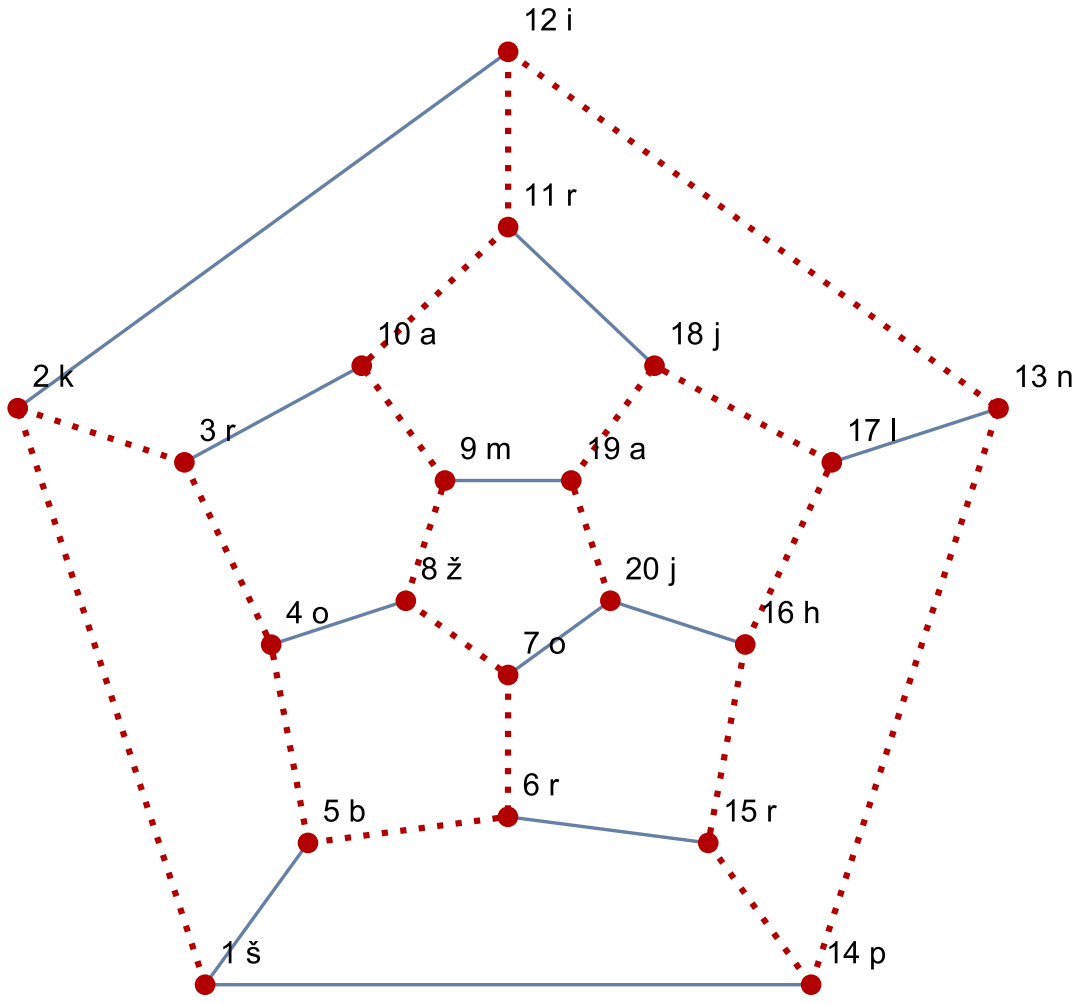
Besede na Hamiltonovi poti

Graf je diagram, ki ga sestavljajo točke, imenovane tudi vozlišča. Točke so povezane s črtami, ki jih poimenujemo povezave grafa [1, str. 17].
Hamiltonova pot med dvema točkama grafa je pot od ene do druge točke, ki obišče vse točke grafa natanko enkrat. Ni nujno, da taka pot obstaja. V nalogah, ki sledijo, Hamiltonova pot obstaja in ni nujno ena sama. Na vozliščih te poti bodo zapisane črke zaporedja besed brez presledkov. Črki na krajiščih poti sta napisani krepko, druge pa poševno. Ne vemo pa, katera je prva in katera je zadnja. Poiskati moramo Hamiltonovo pot in zaporedje besed na tej poti. Verjetnost, da obstaja še druga rešitev, je zanemarljiva.
Primer:



Zgornji graf je graf dvanajsterca. Črki na krajiščih sta š in j.

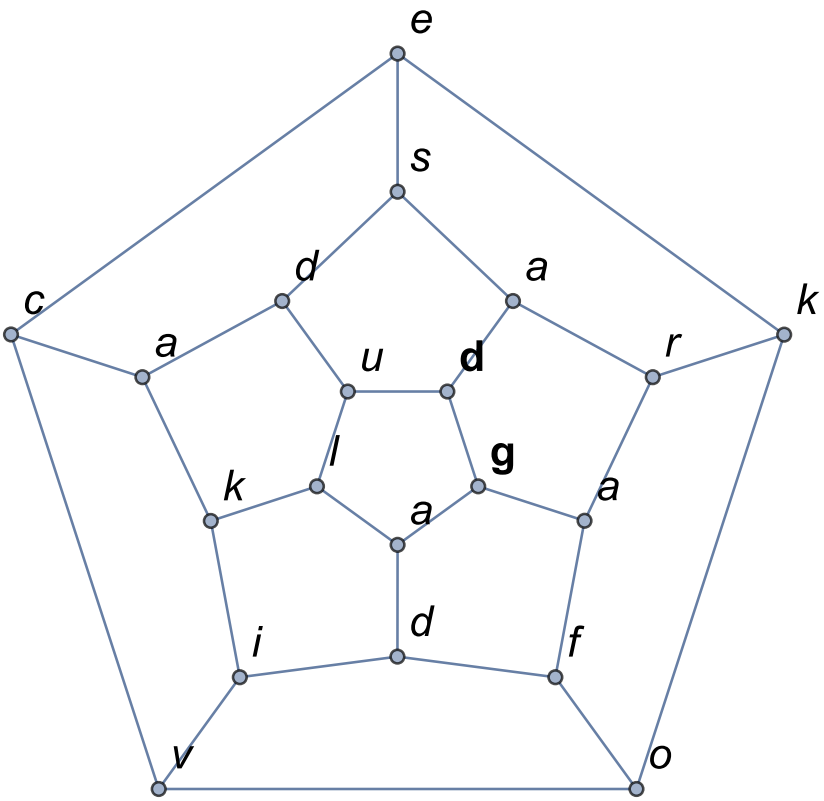
Rešitev:



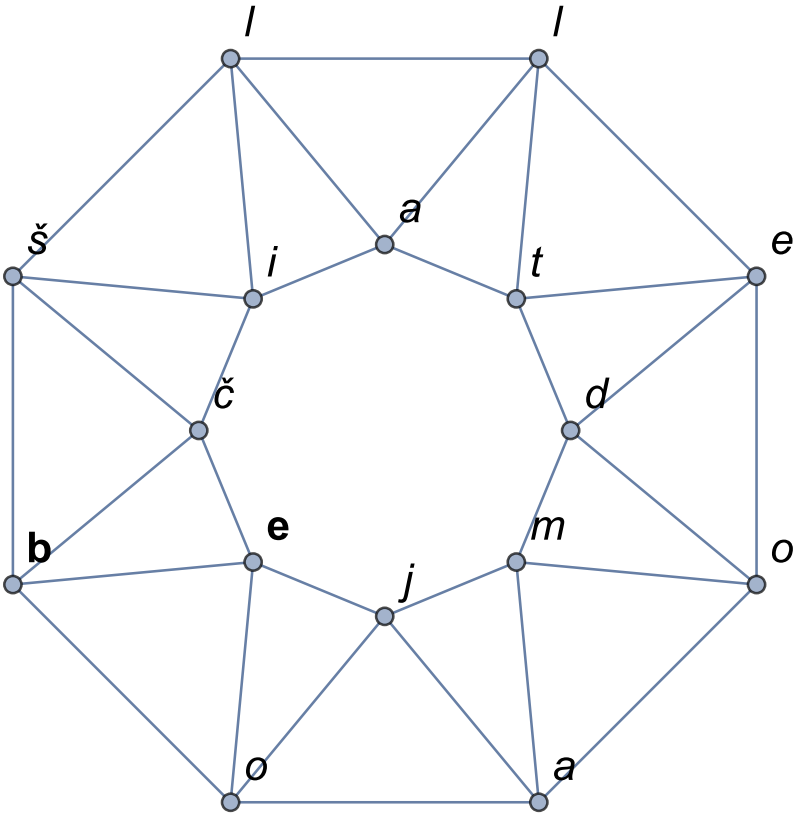
Zaporedje besed je škrob, rožmarin, prhljaj.

Naloge:

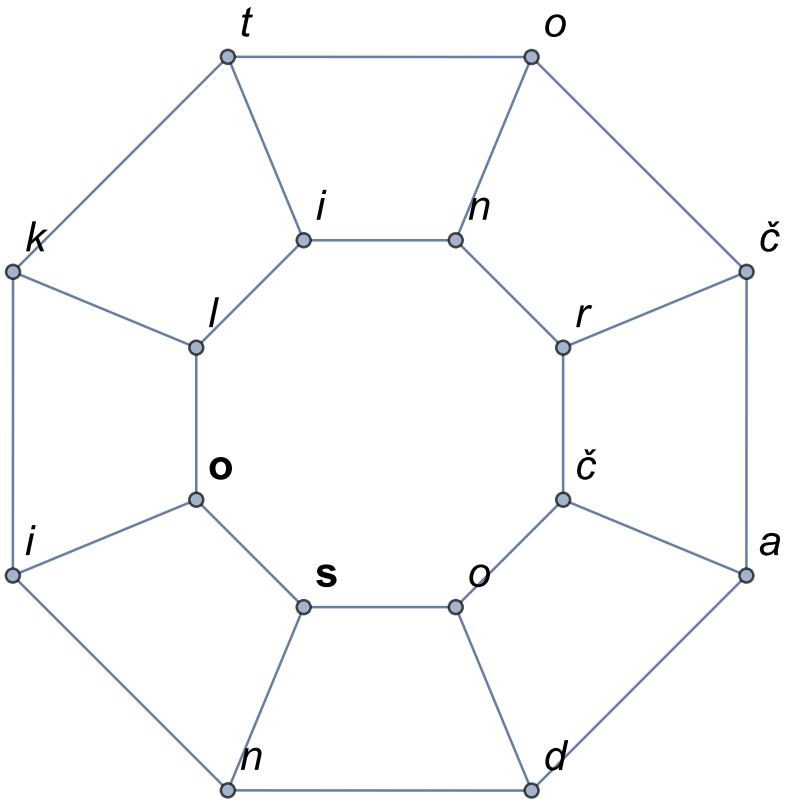
1.



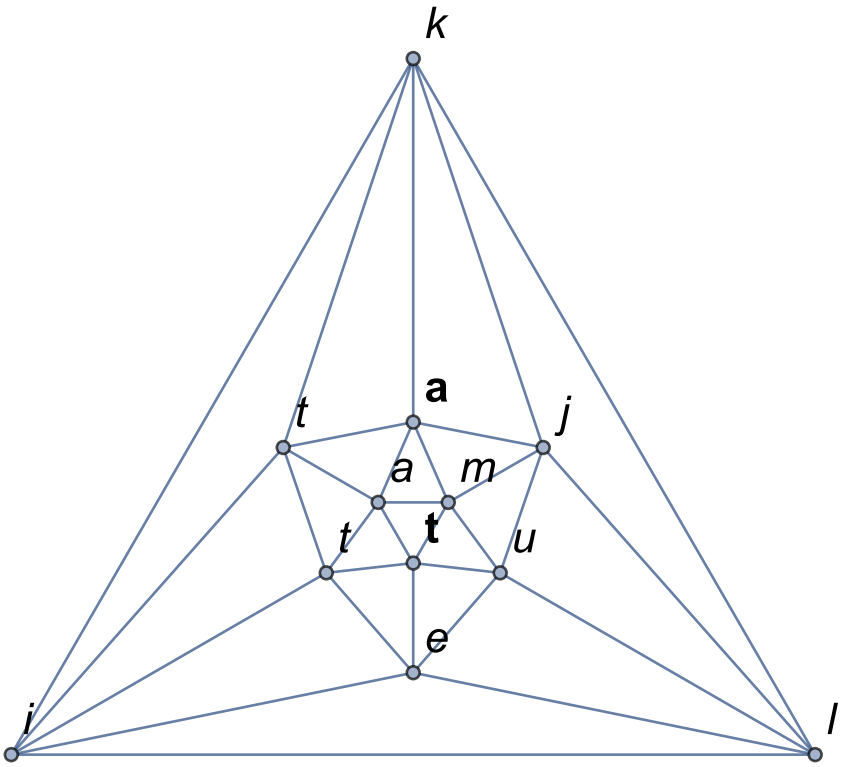
2.



3.

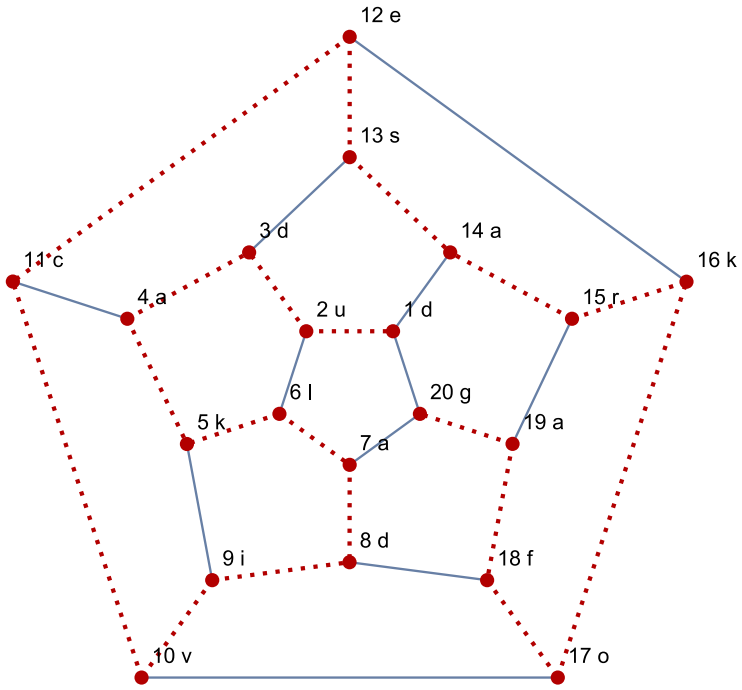


4.



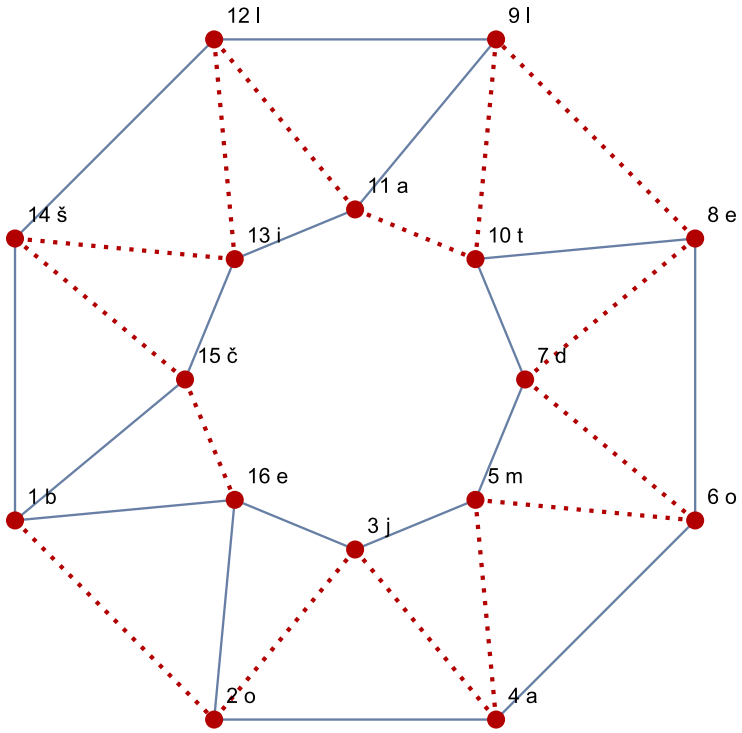
Rešitve:

1.



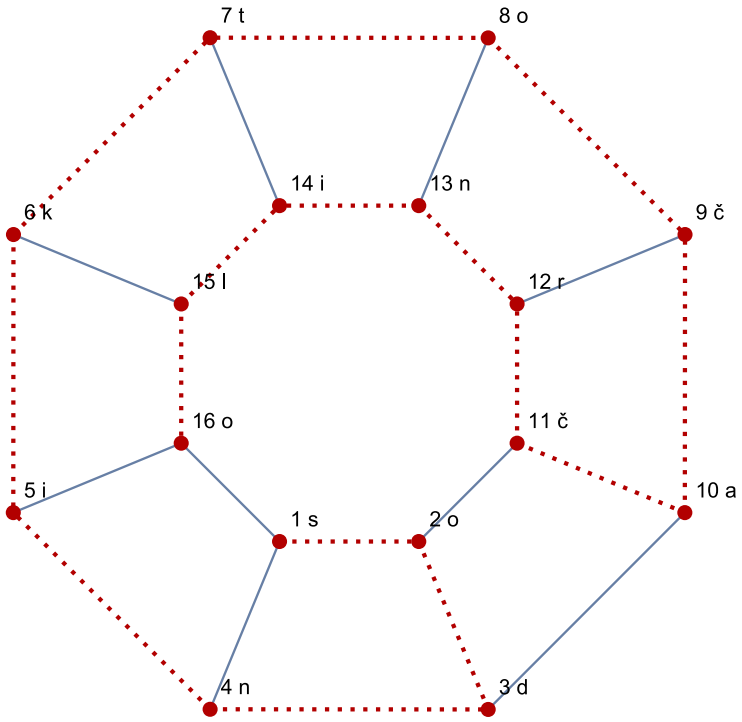
duda, kladivce, sarkofag

2.



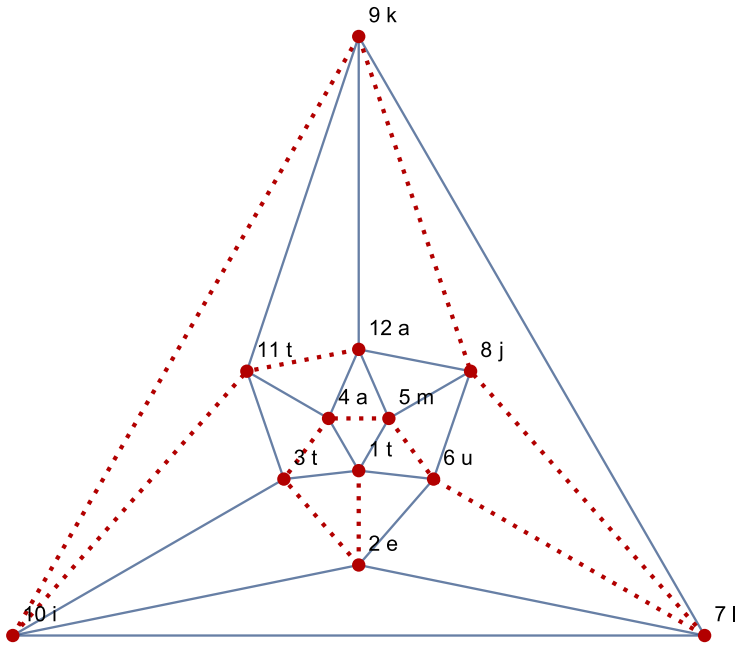
boja, model, tališče

3.



sodnik, toča, črnilo

4.



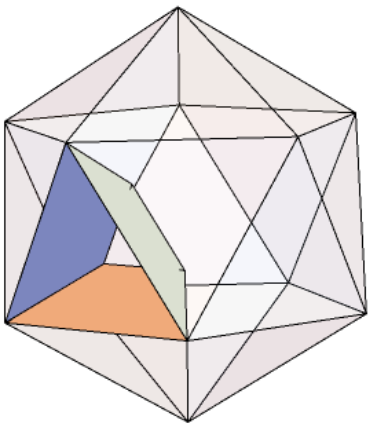
teta, mulj, kita

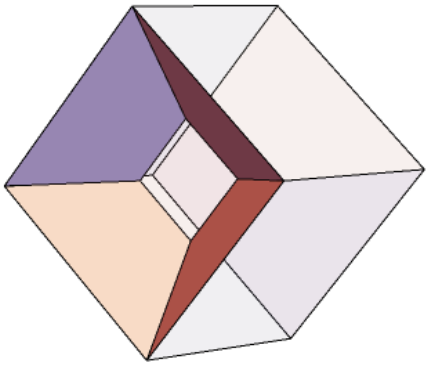
Referenca

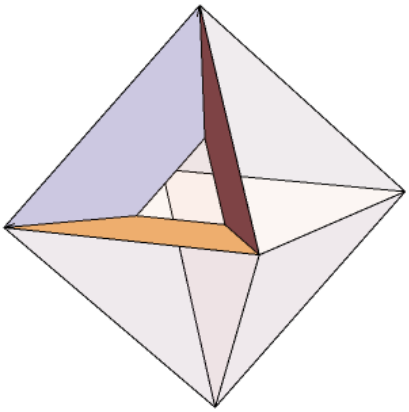
R. J. Wilson, J. J. Watkins, Uvod v teorijo grafov, DMFA Slovenije, 1997

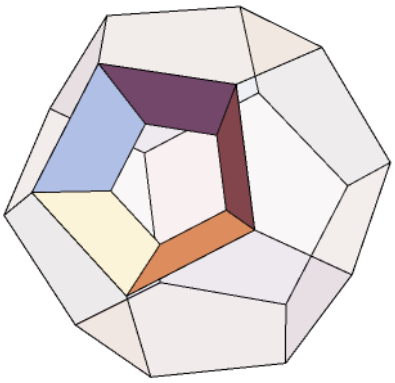
Poliedrski kalejdoskopi

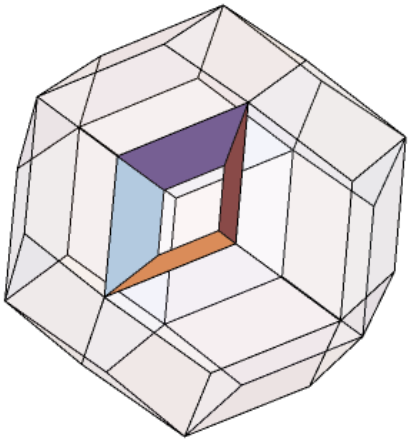
Kalejdoskopi so zanimive igrače, ki so narejene na osnovi geometrije. To velja še posebej za poliedrske kalejdoskope. Tu bomo konstruirali kalejdoskope iz platonskih teles ter obeh Keplerjevih rombskih teles.

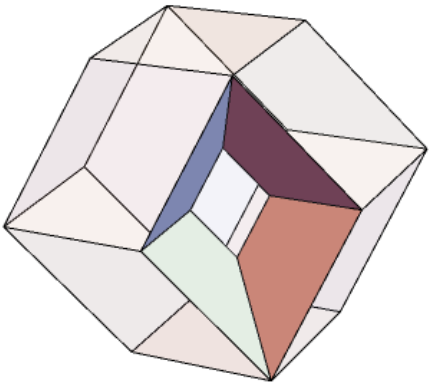




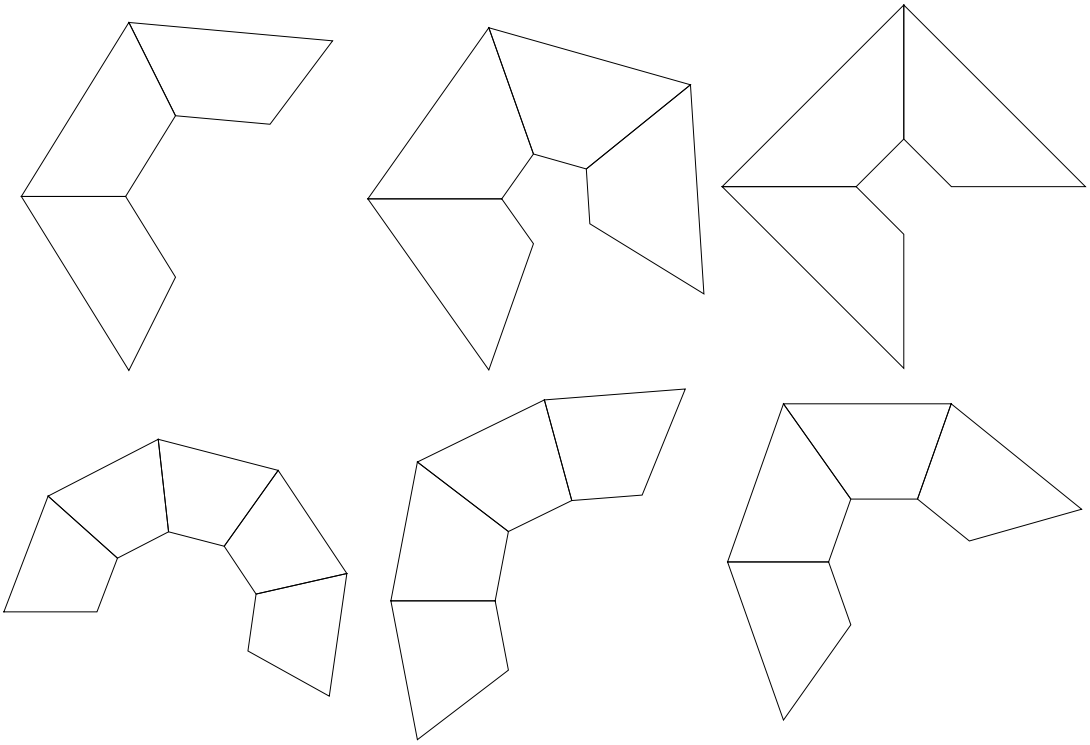




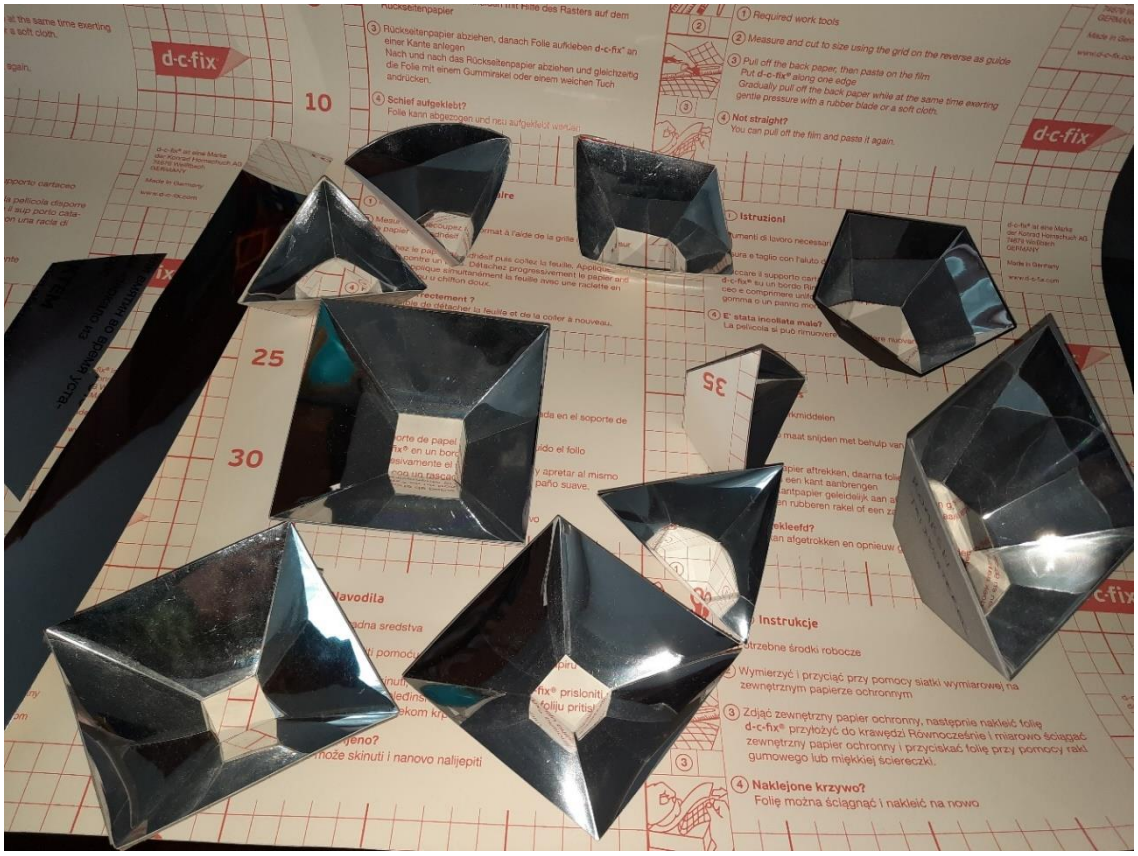




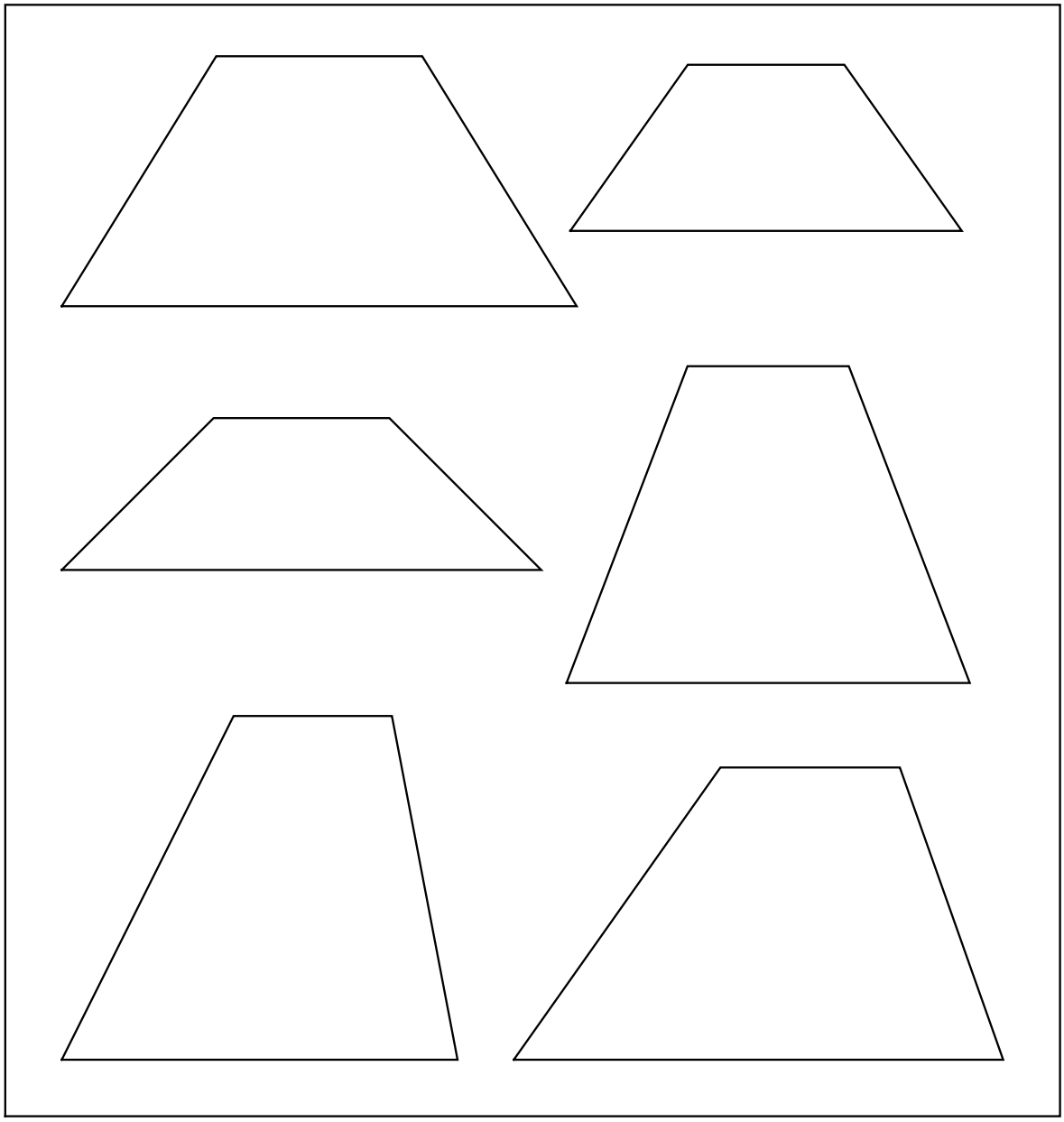
Dvajseterec, kocka, osmerec, dvanajsterec, trideseterec, rombski dodekaeder.



Zgornje slike prikazujejo mreže ustreznih kalejdoskopov. Četverca nismo vključili. Ugotovimo, da so trapezi platonskih teles enakokraki. Pri zadnjih dveh pa to ne velja, zato moramo, če uporabljamo šablono za izris trapezov, dva trapeza narediti z obrnjeno šablono.
Za izdelovanje moramo imeti karton in zrcalno folijo. S šablono načrtamo in izrežemo ustrezne trapeze, tiste iz folije nalepimo na kartonske in jih sestavimo v kalejdoskop z uporabo selotejpa.



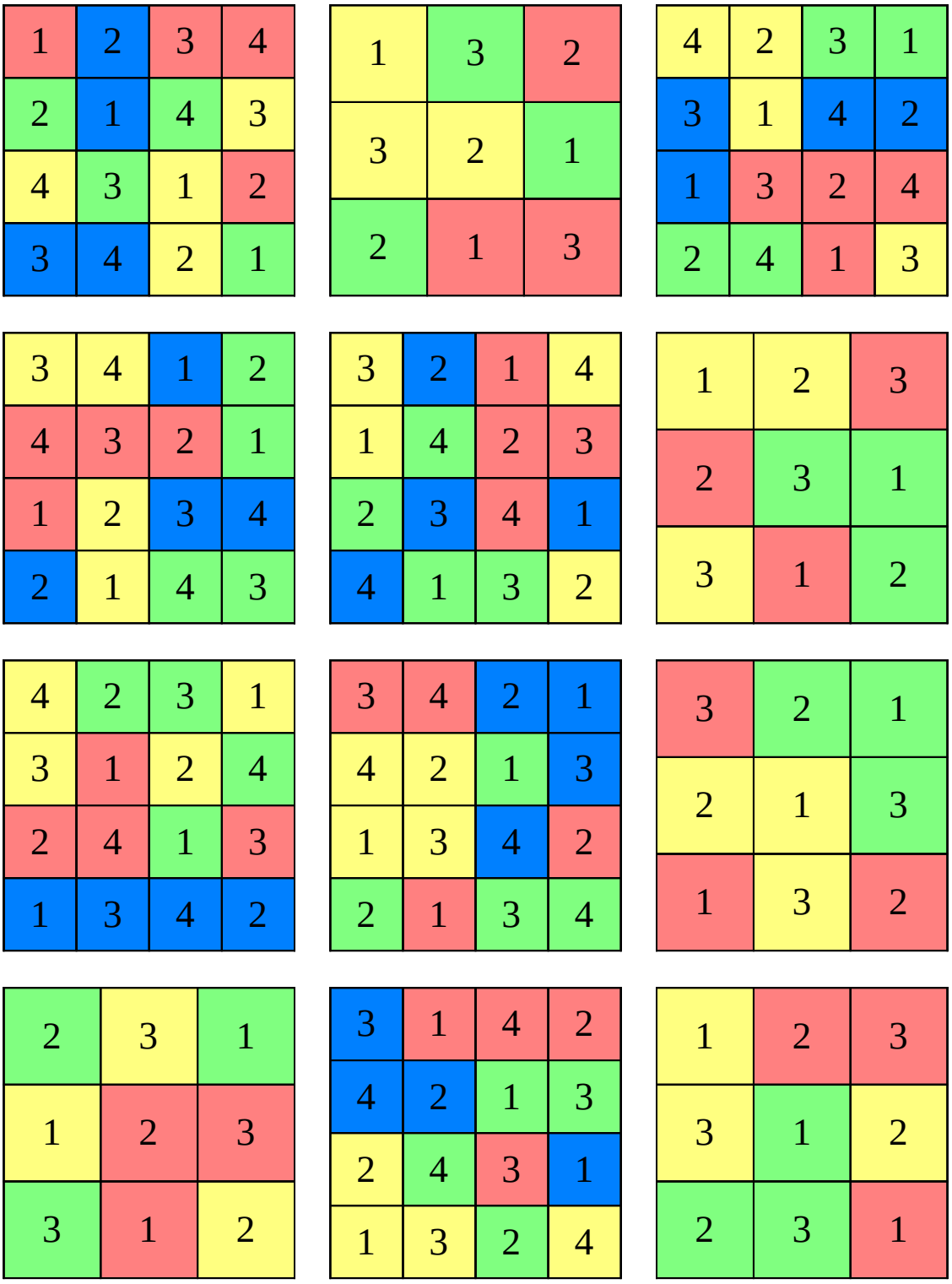
Šablona



Rešitve

Barvni sudoku

1.



2.

3	1	2
1	2	3
2	3	1

4	2	3	1
3	1	2	4
2	4	1	3
1	3	4	2

4	2	3	1
1	3	4	2
3	1	2	4
2	4	1	3

1	4	2	3
3	2	1	4
4	1	3	2
2	3	4	1

4	2	3	1
1	3	2	4
2	1	4	3
3	4	1	2

2	3	1
3	1	2
1	2	3

3	2	1
1	3	2
2	1	3

3	1	2
2	3	1
1	2	3

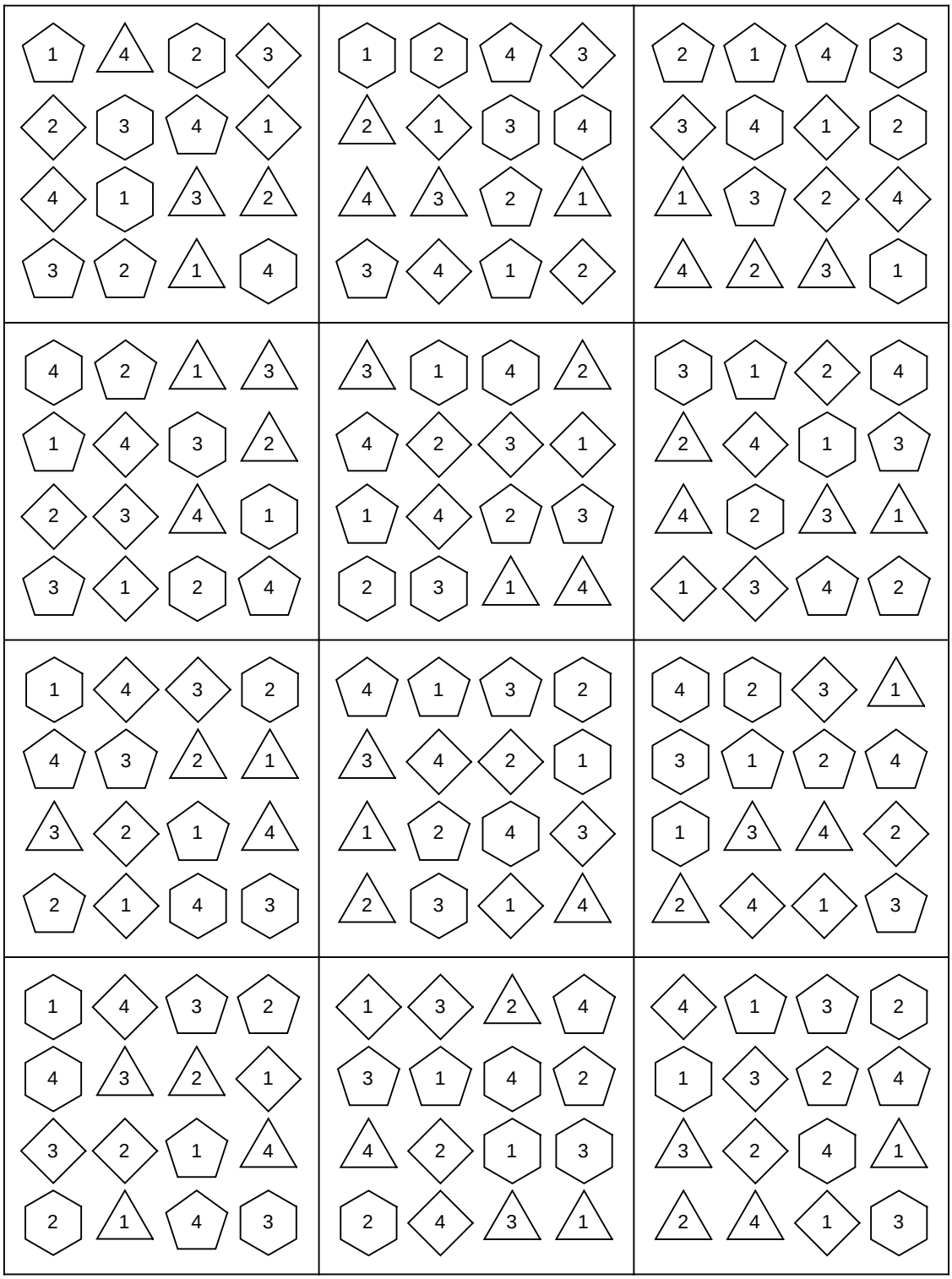
3	1	2
1	2	3
2	3	1

2	3	1
1	2	3
3	1	2

1	3	4	2
3	2	1	4
2	4	3	1
4	1	2	3

3	2	1
2	1	3
1	3	2

Sudoku z večkotniki



Latinski kvadrati

2	5	4	3	1
4	3	1	2	5
1	2	3	5	4
5	1	2	4	3
3	4	5	1	2

2	1	4	3
3	2	1	4
1	4	3	2
4	3	2	1

3	2	1	5	4
1	3	2	4	5
4	5	3	2	1
5	1	4	3	2
2	4	5	1	3

3	4	2	1
4	2	1	3
2	1	3	4
1	3	4	2

1	3	5	2	4
3	5	4	1	2
2	4	3	5	1
4	2	1	3	5
5	1	2	4	3

1	4	2	5	3
4	5	3	2	1
3	2	4	1	5
5	3	1	4	2
2	1	5	3	4

5	4	1	3	2
4	5	3	2	1
3	2	5	1	4
2	1	4	5	3
1	3	2	4	5

2	3	4	1
3	2	1	4
1	4	3	2
4	1	2	3

1	4	3	2
4	3	2	1
2	1	4	3
3	2	1	4

1	2	3	4	
2	3	4	1	
3	4	1	2	
4	1	2	3	

3	1	2	4	5
5	2	3	1	4
1	5	4	3	2
2	4	1	5	3
4	3	5	2	1

2	3	4	1
3	4	1	2
4	1	2	3
1	2	3	4

Sudoku s črkami

E 4	A 2	A 3	C 1	B 5
D 3	D 5	E 1	C 4	E 2
C 5	A 4	D 2	E 3	A 1
C 2	B 1	D 4	E 5	B 3
D 1	C 3	A 5	B 2	B 4

A 3	B 4	E 5	A 1	C 2
C 4	C 1	B 2	D 3	A 5
D 2	B 3	A 4	B 5	D 1
B 1	C 5	C 3	A 2	D 4
D 5	E 2	E 1	E 4	E 3

C 1	D 4	D 2	A 3	E 5
B 2	D 3	A 4	A 5	A 1
E 3	C 5	E 1	B 4	E 2
E 4	A 2	B 5	B 1	B 3
D 5	D 1	C 3	C 2	C 4

D 5	B 1	B 4	E 3	C 2
C 1	C 5	B 3	D 2	C 4
A 2	D 3	A 1	D 4	A 5
A 4	E 2	E 5	D 1	A 3
C 3	E 4	B 2	B 5	E 1

D 5	A 2	A 1	B 3	B 4
C 2	A 4	B 5	D 1	C 3
C 1	D 3	D 4	C 5	B 2
C 4	E 5	E 3	E 2	E 1
A 3	B 1	D 2	E 4	A 5

C 1	B 5	A 2	D 4	B 3
B 2	A 4	B 1	D 3	E 5
A 5	E 2	E 3	D 1	C 4
B 4	A 3	C 5	C 2	E 1
C 3	A 1	E 4	D 5	D 2

C 1	E 5	B 2	C 3	D 4
B 3	B 4	E 1	D 5	D 2
A 5	A 3	A 4	C 2	D 1
A 2	B 1	D 3	E 4	B 5
C 4	E 2	C 5	A 1	E 3

B 3	C 2	D 4	E 5	A 1
E 4	A 5	B 1	E 3	D 2
D 1	A 3	B 2	A 4	D 5
A 2	C 4	C 5	E 1	C 3
B 5	C 1	D 3	E 2	B 4

B 5	D 2	D 3	C 4	D 1
C 3	B 4	B 2	A 1	C 5
E 4	B 1	D 5	E 3	E 2
C 1	A 5	D 4	C 2	B 3
A 2	A 3	E 1	E 5	A 4

E 2	D 5	A 1	E 3	B 4
A 4	A 2	A 5	D 1	C 3
C 1	D 3	E 4	C 2	C 5
B 5	B 1	B 3	C 4	B 2
A 3	D 4	D 2	E 5	E 1

E 3	B 1	E 2	D 4	E 5
B 4	B 2	A 5	B 3	C 1
D 5	C 3	E 1	C 2	A 4
A 1	C 4	A 3	B 5	D 2
A 2	C 5	E 4	D 1	D 3

D 5	D 3	C 4	A 2	D 1
E 1	C 5	B 3	B 4	B 2
A 3	A 1	C 2	B 5	D 4
E 4	E 2	B 1	E 3	E 5
D 2	A 4	A 5	C 1	C 3

Futoshiki

1.

1	3	2
3	2	1
2	1	3

4	2	3	1
2	3	1	4
3	1	4	2
1	4	2	3

2	3	1
1	2	3
3	1	2

3	2	1	5	4
2	1	5	4	3
5	4	2	3	1
4	5	3	1	2
1	3	4	2	5

2	1	3
3	2	1
1	3	2

1	2	5	3	4
2	1	4	5	3
5	4	3	2	1
3	5	1	4	2
4	3	2	1	5

4	1	2	3
3	4	1	2
1	2	3	4
2	3	4	1

1	2	3
3	1	2
2	3	1

3	4	1	2
1	2	3	4
2	1	4	3
4	3	2	1

2	1	4	5	3
1	4	2	3	5
5	2	3	1	4
3	5	1	4	2
4	3	5	2	1

3	2	4	1
2	3	1	4
4	1	2	3
1	4	3	2

2	1	3	4
1	3	4	2
3	4	2	1
4	2	1	3

2.

3	2	1
1	3	2
2	1	3

2	1	3
1	3	2
3	2	1

3	1	4	2
4	3	2	1
1	2	3	4
2	4	1	3

1	3	2
3	2	1
2	1	3

1	3	2	4
4	2	1	3
2	4	3	1
3	1	4	2

2	3	1
3	1	2
1	2	3

1	3	2
3	2	1
2	1	3

2	3	1
1	2	3
3	1	2

1	2	3
3	1	2
2	3	1

1	3	2
3	2	1
2	1	3

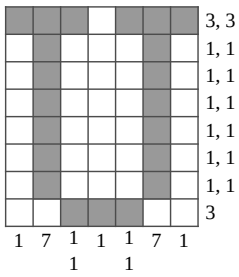
3	2	4	1
4	1	3	2
1	3	2	4
2	4	1	3

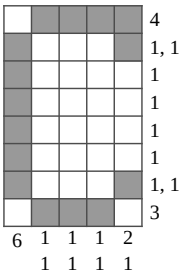
2	3	1
1	2	3
3	1	2

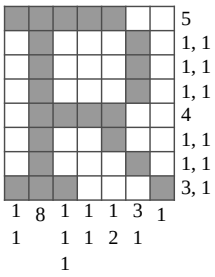
Razpored znakov

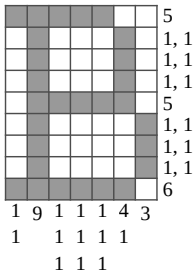
A C B	B C A
D B A C	C A B D
E D A C B	A E D C B
A B D C E	A C B E D

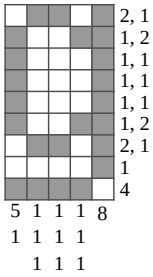
Gobelini

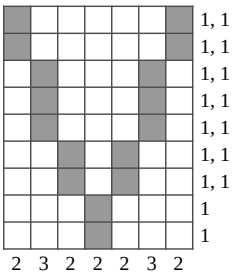


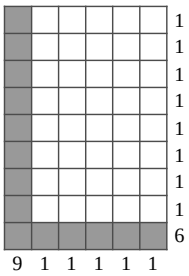


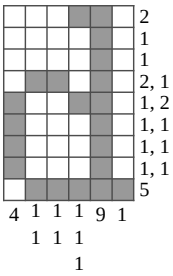


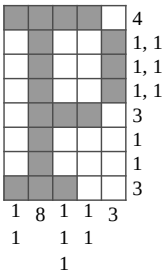


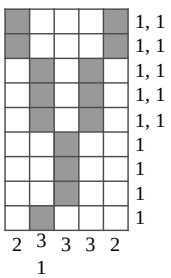


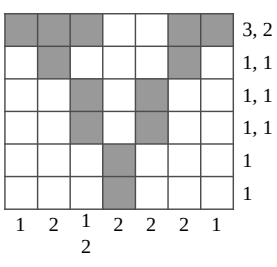


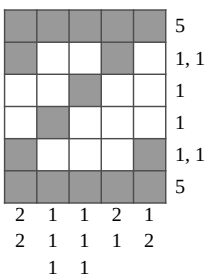




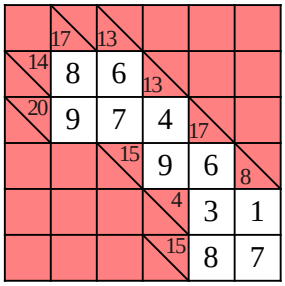


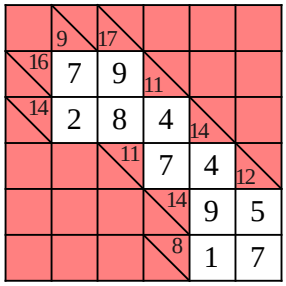


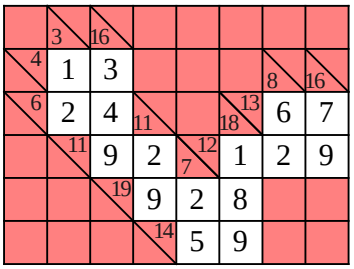


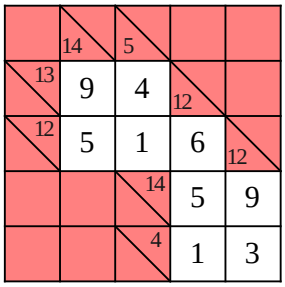


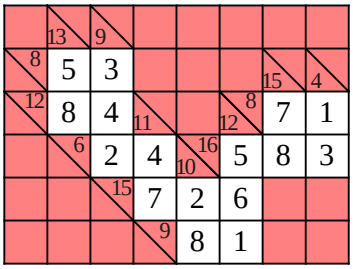
Križne vsote

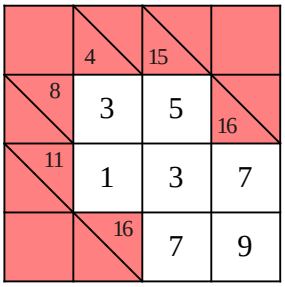


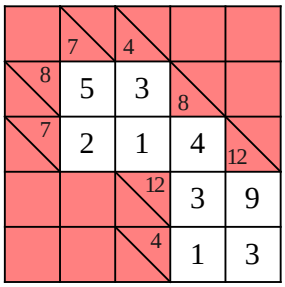


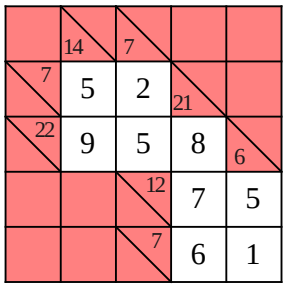


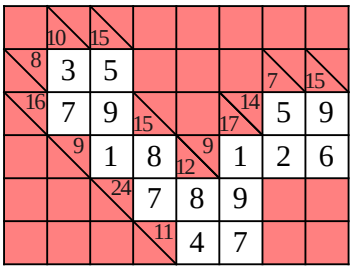


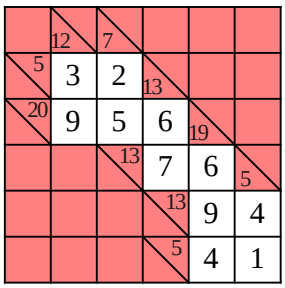


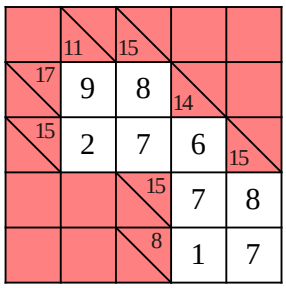


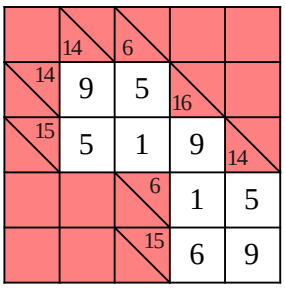




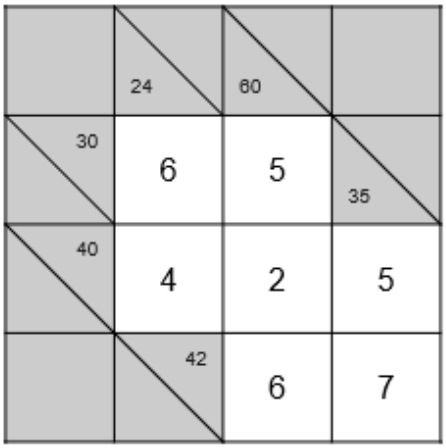


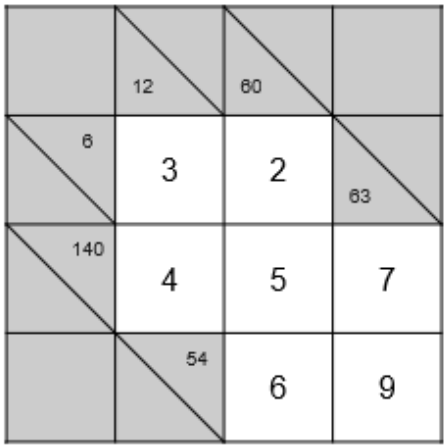


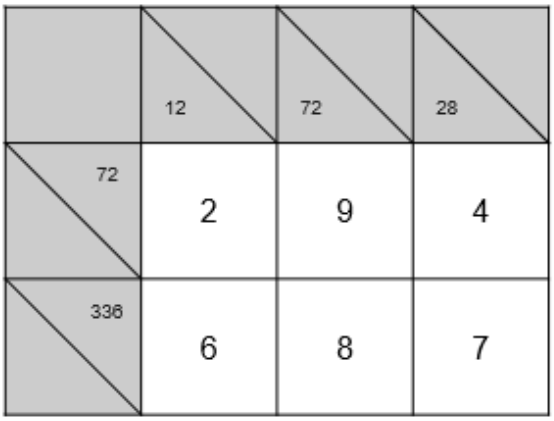


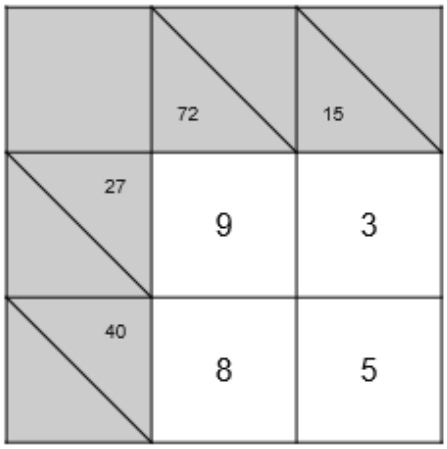


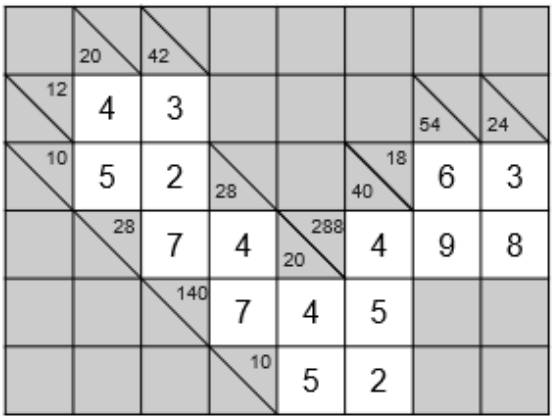
Križni produkti

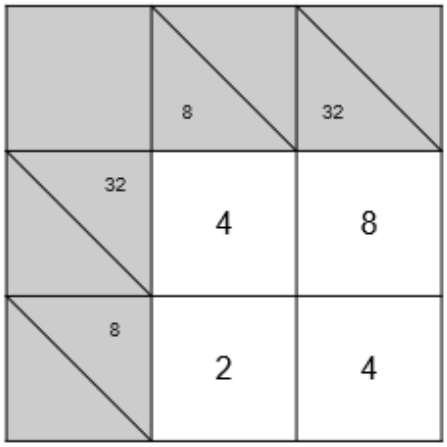




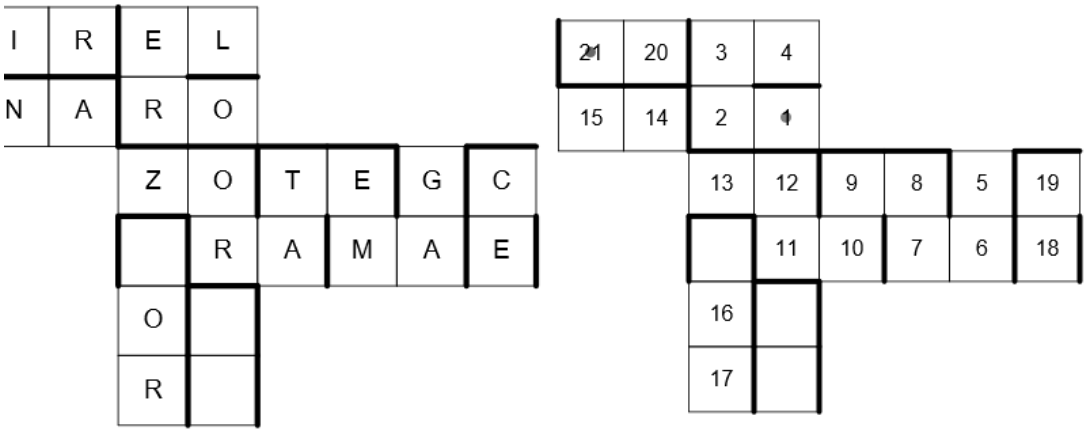




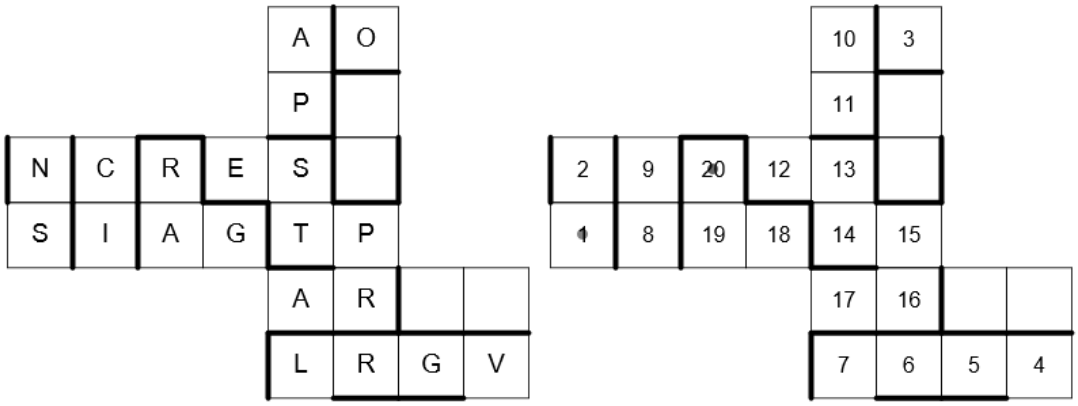




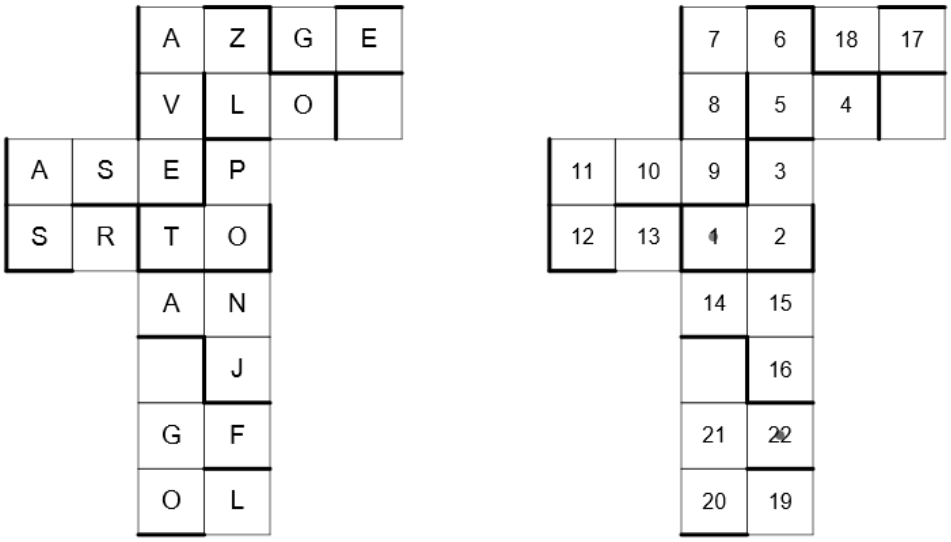
Labirint na kocki



ORELGAMETAROZANORECRI

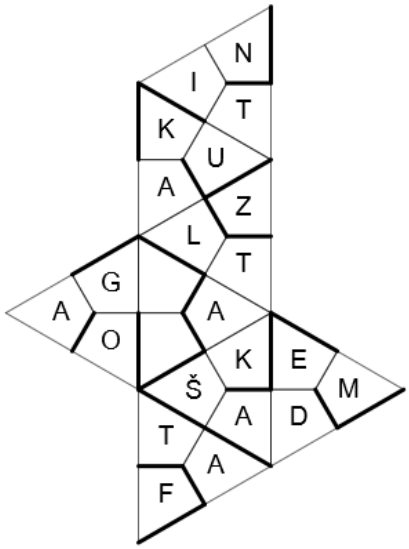


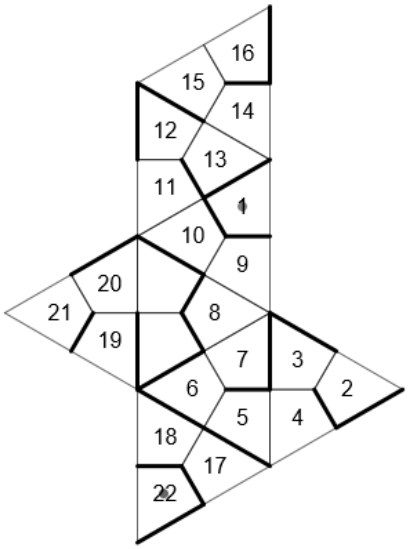
SNOVGRLICAPESTPRAGAR



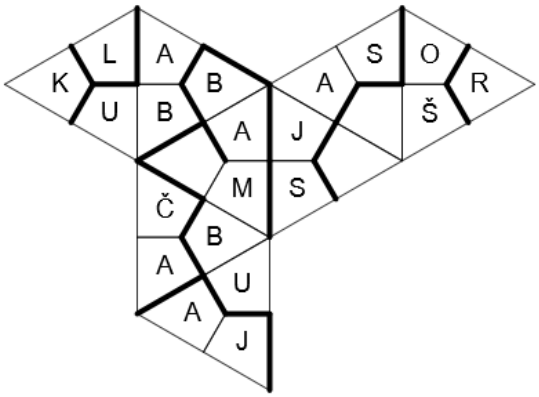
TOPOLZAVESASRANJEGLOGF

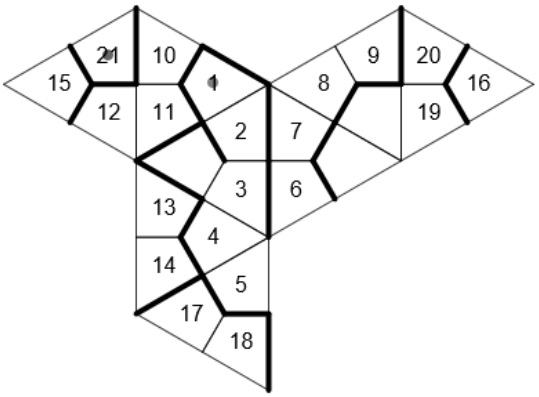
Labirinti na enostavnih poliedrih



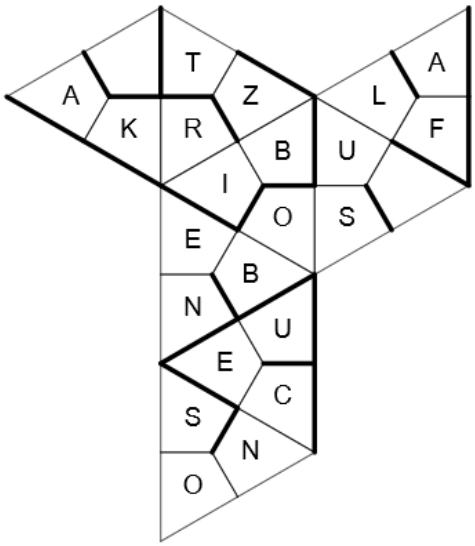


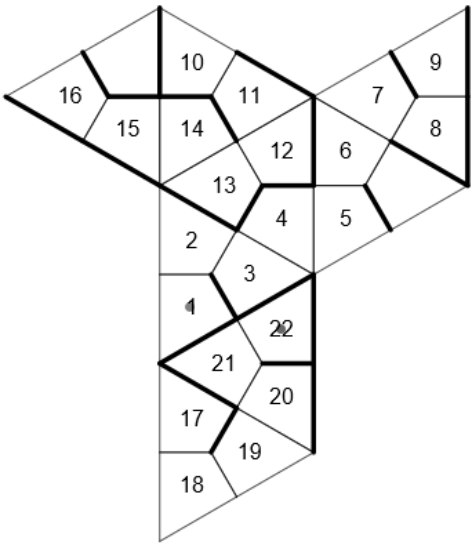
ZMEDAŠKATLAKUTINATOGAF





BAMBUSJASABUČAKRAJŠOL

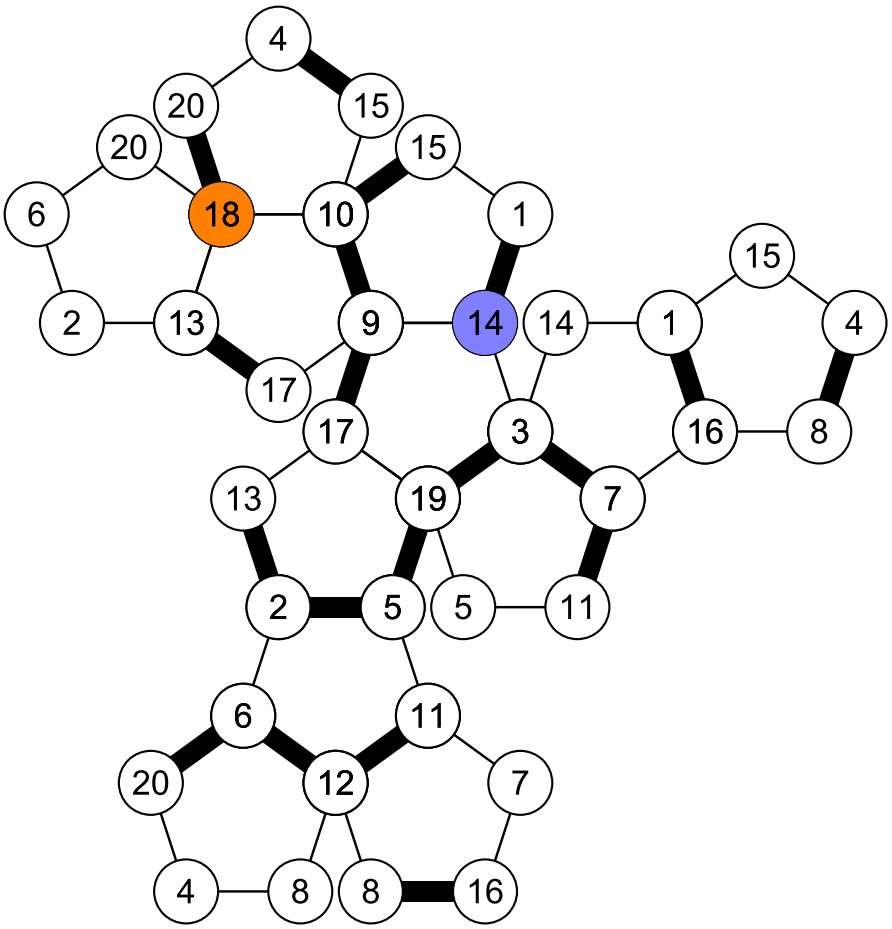




NEBOSULFATZBIRKASONCEU

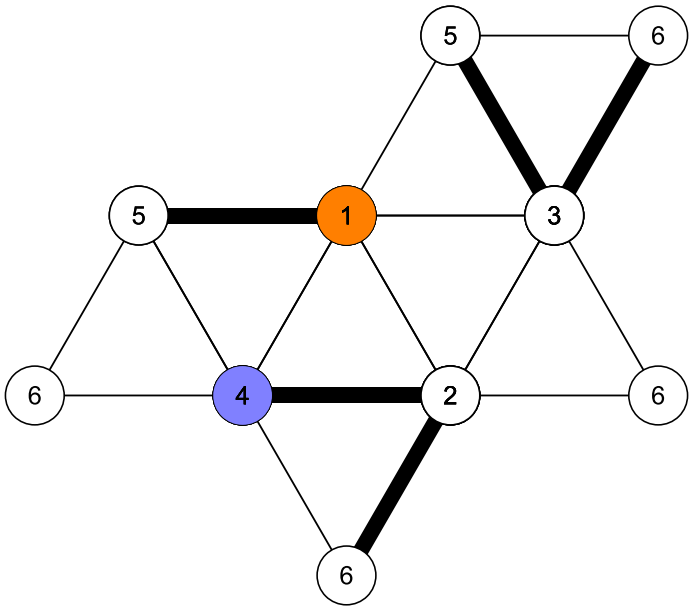
Labirinti na robovih poliedra

1.



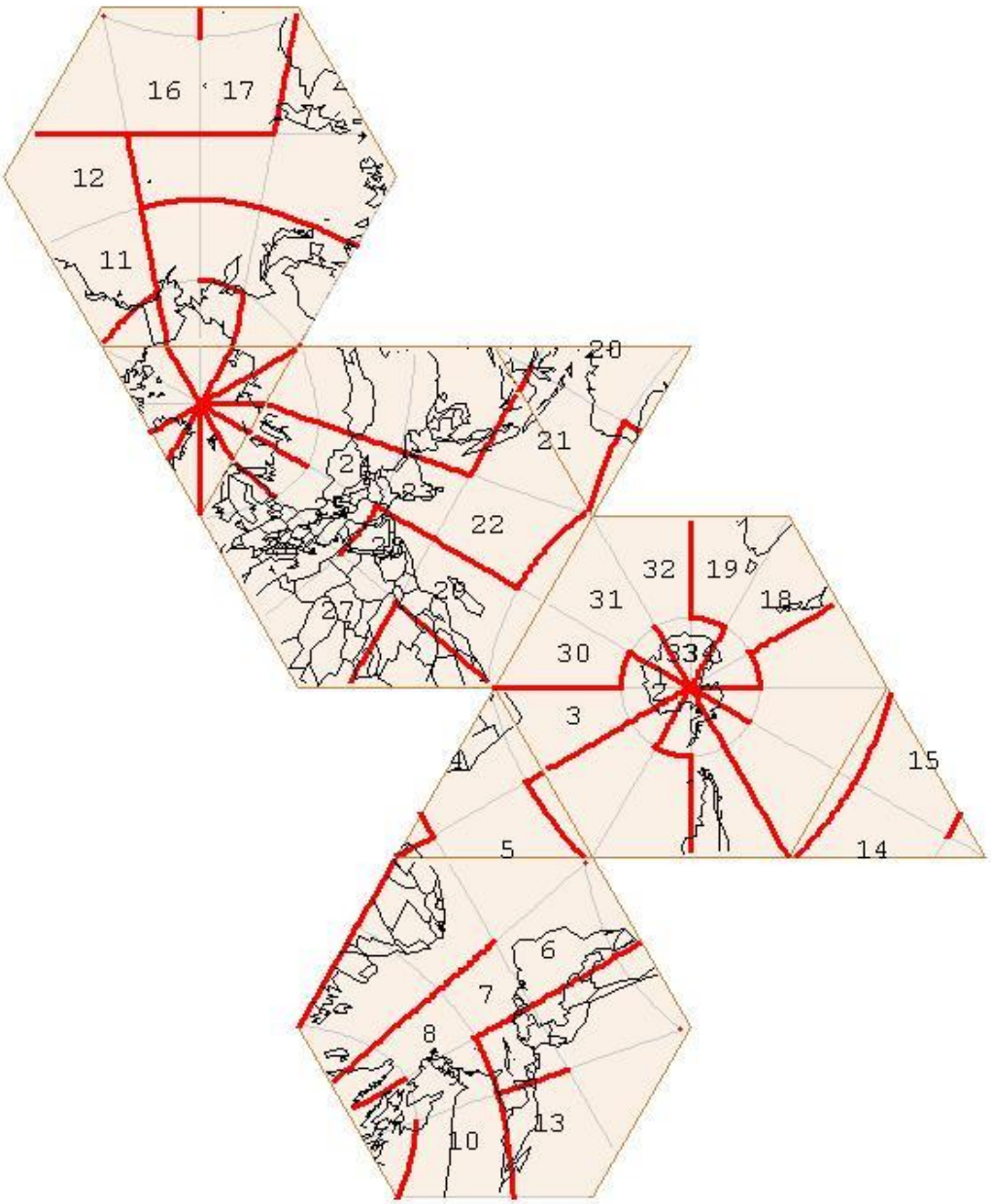
{18,20,6,12,11,7,3,19,5,2,13,17,9,10,15,4,8,16,1,14}

2.



{1,5,3,6,2,4}

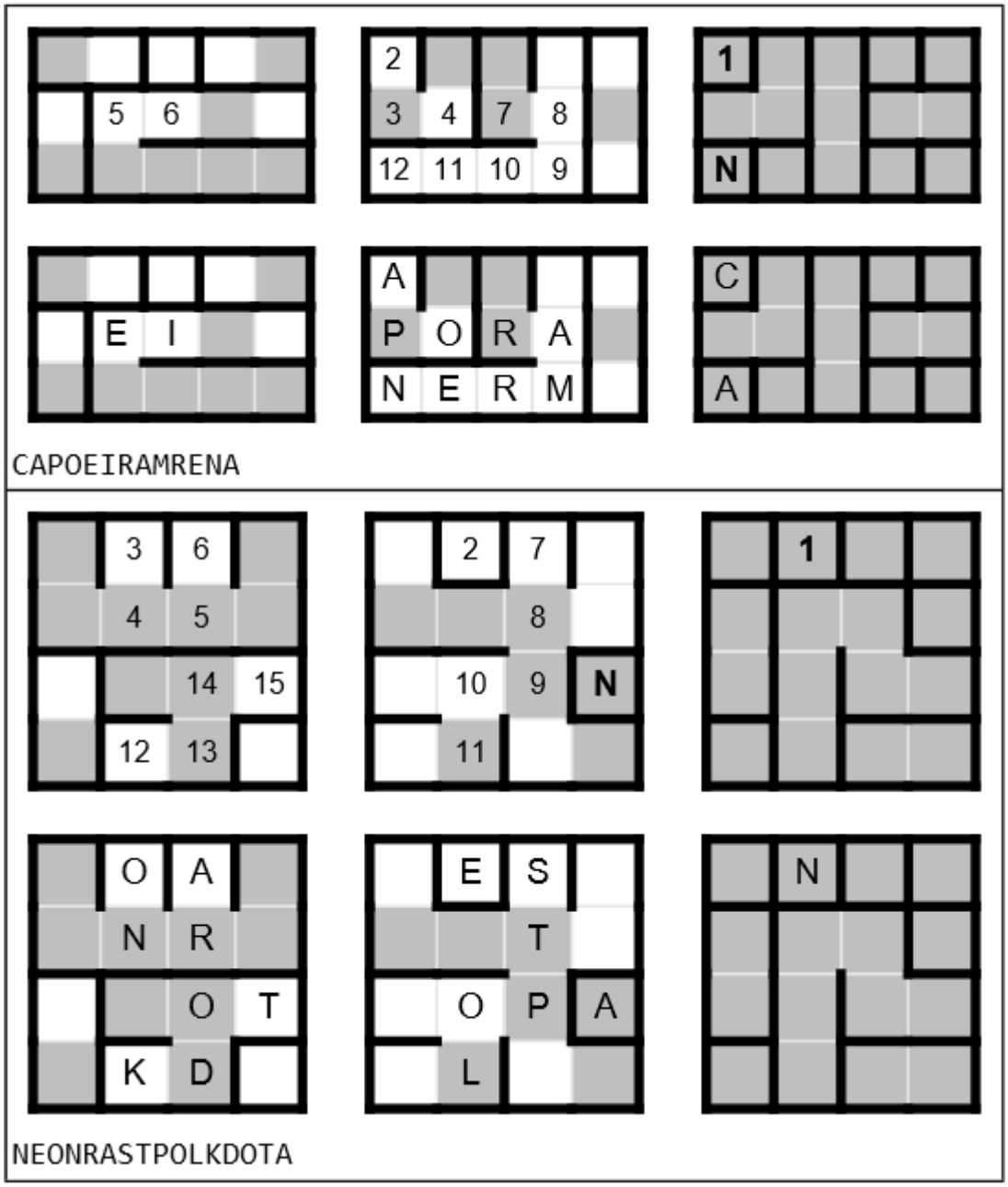
Labirint na zemljevidu



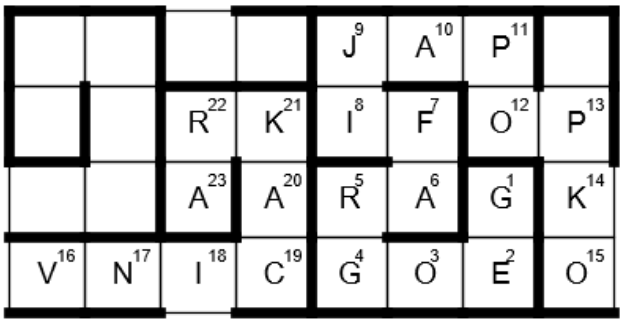
Odstranjene kocke

```
76  63  106
73  75   76
64 103   65
81  38   88
```

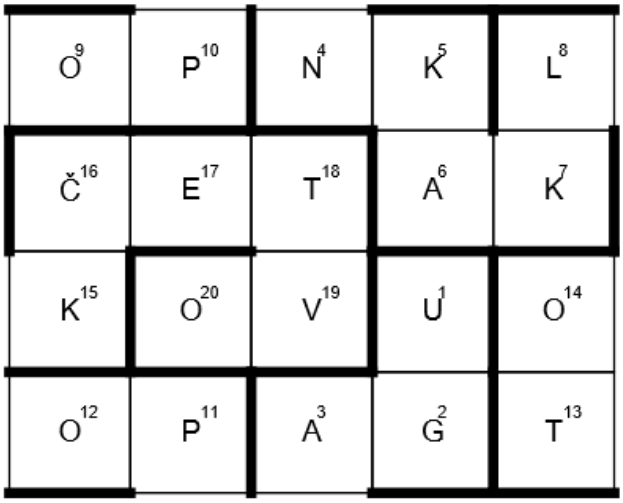
Labirint v kvadru



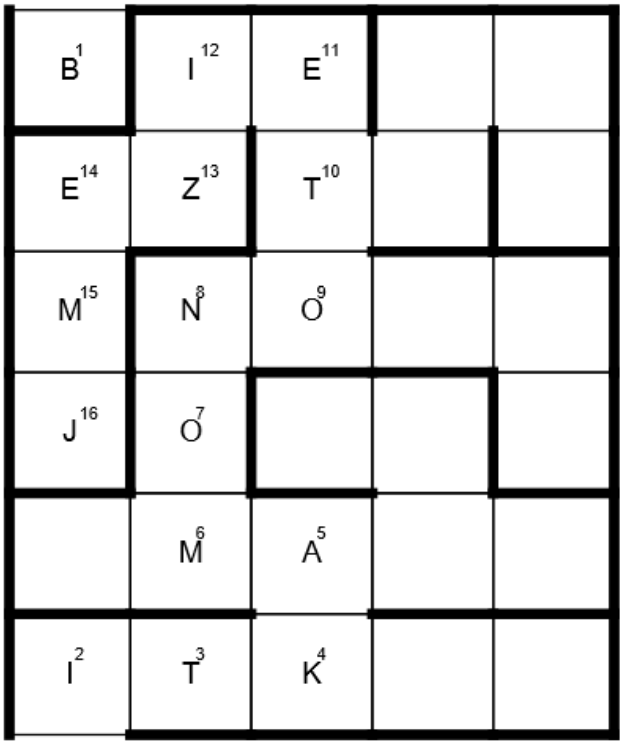
Labirint na ploskvah



GEOGRAFIJAPOPKOVNICAKRA

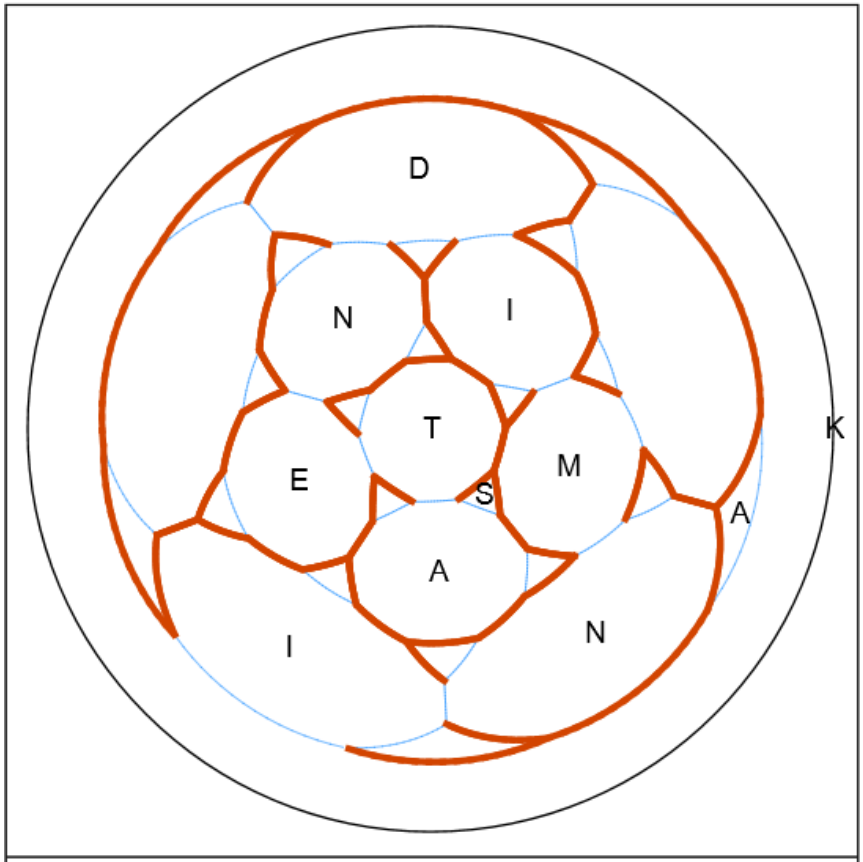


UGANKAKLOPPOTOKČETVO

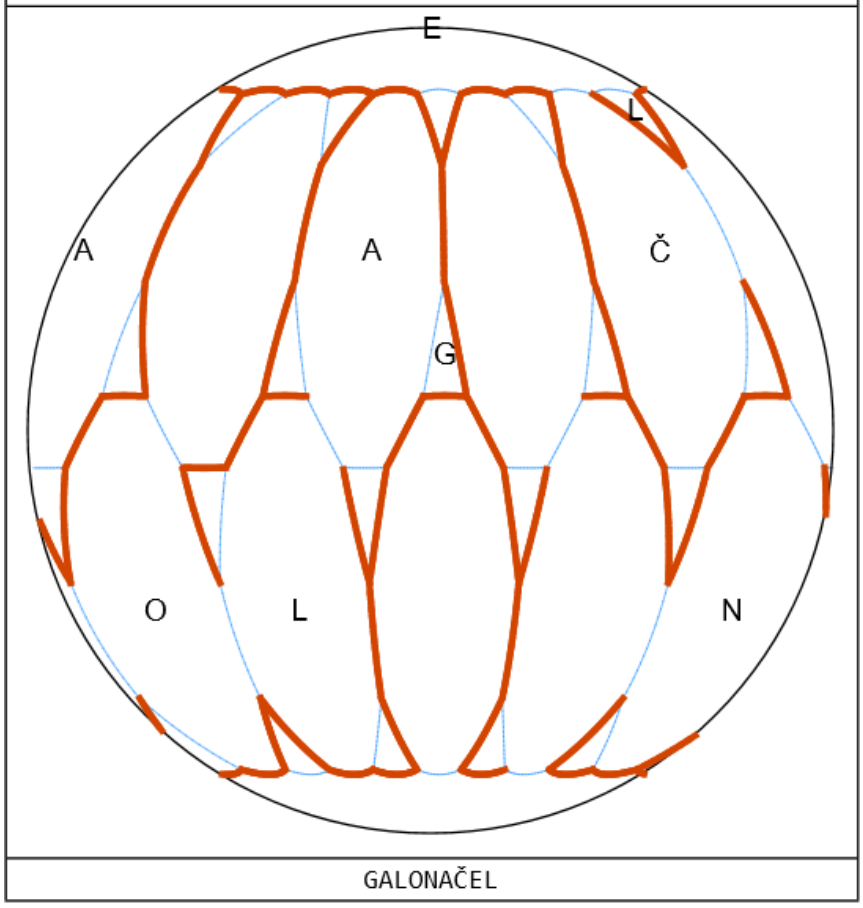


BITKAMONOTEIZEMJ

Labirint na projekcijah teles



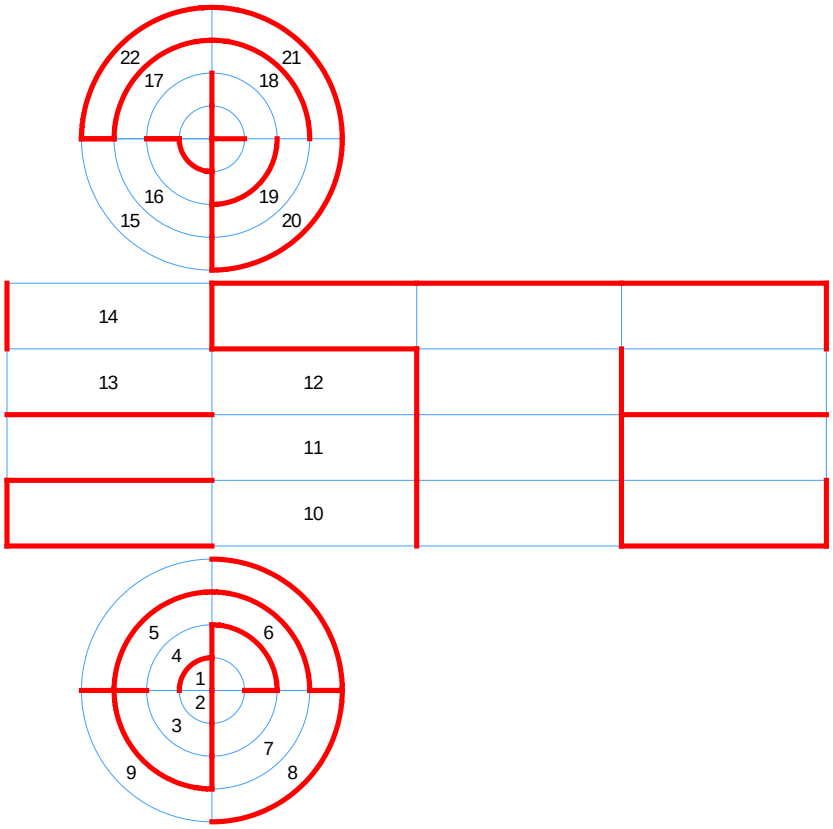
SATENDIMNIKA



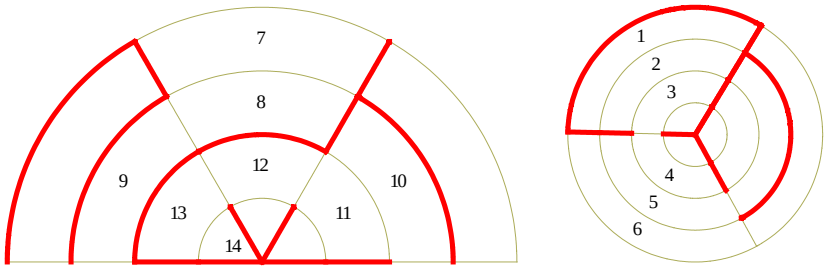
GALONAČEL

Labirinti na mreži valja in stožca

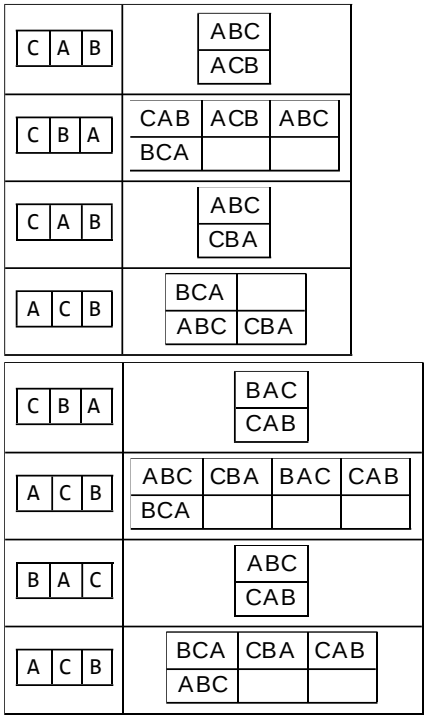
1.



2.



Analiziraj pogoje nalog



Logična naloga

ime, priimek, poklic, kraj
Cene, Vodovnik, sodnik, Kranj
Lan, Hribar, politik, Trst
Janez, Kranjc, notar, Lendava

Naloga v esperantu

```
nomo, cxevalo, raso, urbo
Dora, Tornado, islandano, Kranj
Lana, Kingo, poneo, Trst
Eva, Sxtormo, vulpo, Maribor
```

Izdaja: Založniško podjetje **LOGIKA d.o.o., Svetčeva pot 11, 1241 Kamnik**. Poslovni račun pri NLB: 02312-0016592829. Davčna številka: SI56917309. Podjetje je zavezanec za DDV po zakonu o DDV.
Za izdajatelja*: Izidor Hafner*.
E-mail: **info@logika.si**
Spletna stran: **http://www.logika.si**.
Revija *Logika & razvedrilna matematika* je vpisana v register medijev pri Ministrstvu za kulturo pod številko 759.
Strokovna pokrovitelja: UP FAMIT in *Slovensko društvo za diskretno in uporabno matematiko*.

Glavni in odgovorni urednik: *dr. Izidor Hafner* (**http://mat03.fe.uni-lj.si/html/people/izidor/homepage/**)
Člana časopisnega sveta: *prof. dr. Tomaž Pisanski in dr. Darjo Felda, prof.*
Recenzent: *Vilko Domajnko, prof.*
Sodelavci: *mag. Urša Demšar, dr. Gregor Dolinar, Monika Kavalir, dr. Meta Lah, Boštjan Kuzman,Teja Oblak, Hiacinta Pintar, Maja Pohar, mag. Katka Šenk in dr. Aleš Vavpetič*.
Oblikovanje: *Ana Hafner*
Jezikovni pregled: *Besana*
Naslovnica: *Maša Bratkovič*

Za objavljene prispevke ne plačujemo honorarjev.

© 2024LOGIKA d.o.o.
ISSN 2350-532X
LOGIKA & RAZVEDRILNA MATEMATIKA, letnik XXXIII, št. 4 od 4, 2023/2024